UNB - Universidade de Brasília
MAT - Departamento de Matemática
Disciplina: Cálculo Numérico
Professor: Yuri Durmaresq Sobral

Interpolação Polinomial

Aluno	*Matrícula*
Diógenes Oliveira	10/0009972
Felipe Bressan	11/0116593
Rafael Lima	10/0131093

1 Parte 1

Table 1: Dados - tabela 1

i	x_i	y_i
1	0.1	8.3827801
2	0.2	8.9531612
3	0.3	1.2518859
4	0.4	7.7934885
5	0.5	1.7538714
6	0.6	1.6550660
7	0.7	5.3359199
8	0.8	0.42043209
9	0.9	2.8155446
10	1.0	0.11795521
11	1.1	5.7835269
12	1.2	4.6180773
13	1.3	2.5036669
14	1.4	2.6098585
15	1.5	3.3071423
16	1.6	3.3925891
17	1.7	4.1093898

Questão 1: A partir dos dados da tabela 1 , foram calculados as aproximações polinomiais nos graus 1, 3, 5 e 10. Obteve-se as curvas ilustradas no gráfico 1

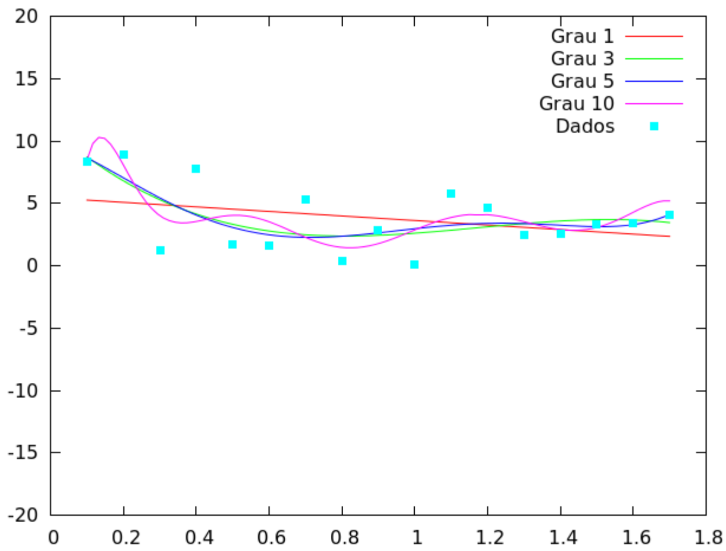

Figure 1: Gráfico das curvas de ajuste polinômial

As quais são definidas pelas expressões registradas na tabela 1

Table 2: Polinômios gerados

i	$f_i(x)$
1	$-1.82 \cdot x^1 + 5.45$
3	$-7.00 \cdot x^3 + 24.61 \cdot x^2 - 26.10 \cdot x^1 + 11.10$
5	$+17.15 \cdot x^5 - 72.63 \cdot x^4 + 102.12 \cdot x^3 - 44.82 \cdot x^2 - 8.73 \cdot x^1 + 9.88$
10	$-510.75 \cdot x^{10} + 5574.13 \cdot x^9 - 26416.33 \cdot x^8 + 70953.66 \cdot x^7 - 118397.47 \cdot x^6 + 126703.19 \cdot x^5 - 86777.05 \cdot x^4 + 36862.61 \cdot x^3 - 9055.24 \cdot x^2 + 1107.13 \cdot x^1 - 41.01$

Questão 2: Procendendo de maneira similar à primeira questão, buscou-se um polinômio de grau 16 que melhor aproxima-se a função. Tal polinômio, tendo grau igual ao número de pontos usado a menos de um, é denominado *Polinômio Interpolador* pela propriedade de passar exatamente por todos os pontos dos dados. Encontrando-se representado na figura 1

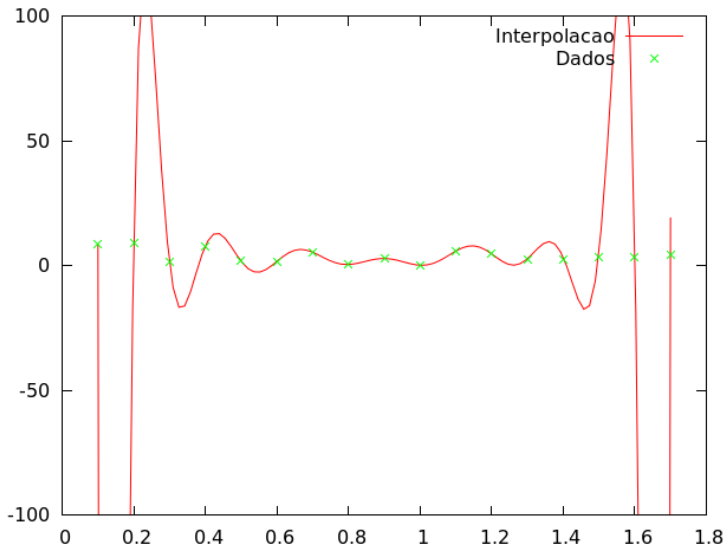

Figure 2: Gráfico do polinômio interpolador

Em que o polinômio interpolador é definido pela expressão: $P(x) = +18.75 \cdot x^{16} + 6.31 \cdot x^{15} - 6.12 \cdot x^{14} + 5.91 \cdot x^{13} + 22.21 \cdot x^{12} - 9.49 \cdot x^{11} - 68.31 \cdot x^{10} + 83.63 \cdot x^{9} - 50.93 \cdot x^{8} + 73.11 \cdot x^{7} - 85.96 \cdot x^{6} + 37.80 \cdot x^{5} + 59.41 \cdot x^{4} - 125.81 \cdot x^{3} + 142.43 \cdot x^{2} - 82.72 \cdot x^{1} - 307.86$

Nota-se que tal função, não representa uma boa aproximação para a função pois seus valores tem uma variação muito grande entre os pontos definidos pelos dados iniciais. Fato observado no gráfico pela grande diferença entre a amplitude dos pontos de máximo mínimo da função e a distribuição dos valores dos dados. Em que enquanto os dados variam entre valores contidos no intervalo de 0 a 10, o polinômio interpolador claramente ultrapassa o intervalo de -100 a 100.

Questão 3: Com base no método de diferenças finitas podemos aproximar as derivadas da função tomando por base a variação dos valores em x e y. Tomando $h = \Delta x$, temos que a primeira e a segunda derivada podem ser aproximadas por

$$\frac{d}{dx_i} y_i \cong \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2 \cdot h} \tag{1}$$

$$\frac{d^2}{dx_i{}^2} y_i \cong \frac{x_{i+1} - 2 \cdot x_i + x_{i-1}}{h^2} \tag{2}$$

Tais aproximações para derivada assim calculadas são denominadas derivadas centrais, no entanto para os ponto de fronteira, isto é para $i = 1$ e $i = 17$ não temos todos os termos da expressão. Para tais casos, a melhor aproximação da derivada varia conforme as características do problema. Neste trabalho, adotaremos a aproximação pelas derivas adiantas e atrasadas, dadas por:

$$\frac{dy_1}{dx} \cong \frac{-3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 - x_3}{2 \cdot h} \tag{3a}$$

$$\frac{dy_{17}}{dx} \cong \frac{-3 \cdot x_{17} + 4 \cdot x_{16} - x_{15}}{2 \cdot h} \tag{3b}$$

$$\frac{d^2y_1}{dx^2} \cong \frac{2 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - x_4}{h^2} \tag{4a}$$

$$\frac{d^2y_{17}}{dx^2} \cong \frac{2 \cdot x_{17} - 5 \cdot x_{16} + 4 \cdot x_{15} - x_{14}}{h^2} \tag{4b}$$

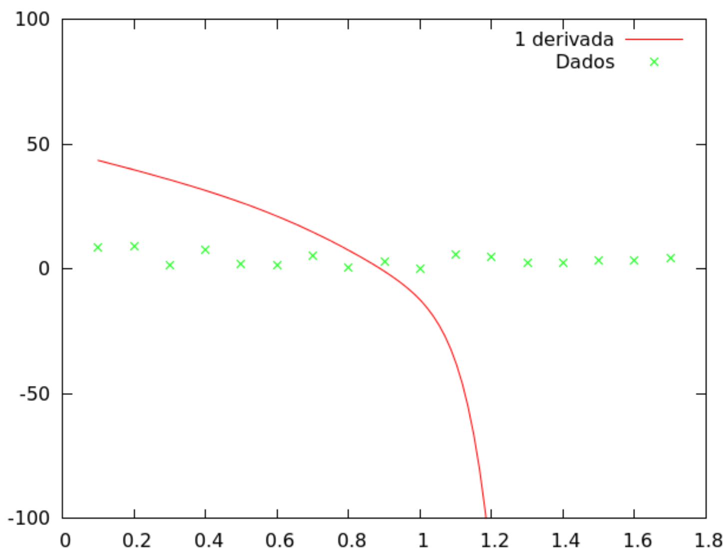

Figure 3: Gráfico da primeira derivada

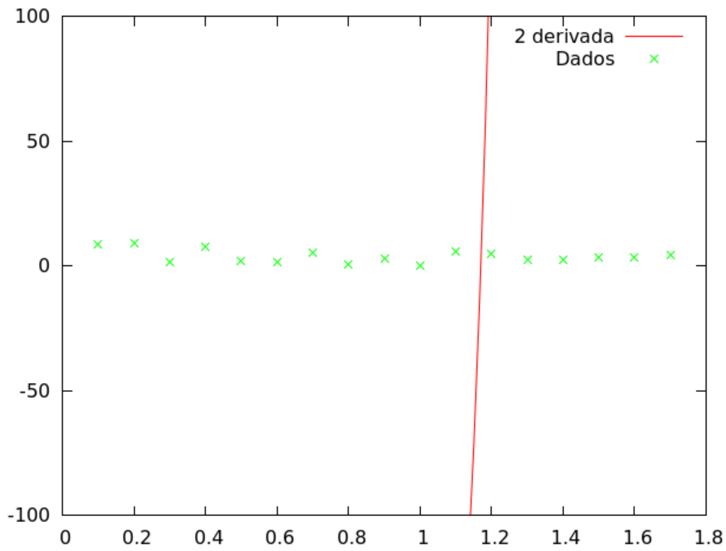

Figure 4: Gráfico da segunda derivada

Questão 4: Calculando a integral a partir dos dados obteve-se os seguintes valores para os métodos do *Trapézio* e $\frac{1}{3}$*Simpson*:

Table 3: Comparativo do valor da integral

Trapézio	$\frac{1}{3}$*Simpson*
5.855827075	5.96857388333

2 Parte 2