

2º Exercício de Simulação

1. Discretize a função de transferência

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

usando os seguintes métodos

- (a) Transformada z de $G(s)$ com segurador de ordem zero em série;
- (b) Regra retangular para frente;
- (c) Regra retangular para trás;
- (d) Regra trapezoidal;
- (e) Mapeamento exato de pólos e zeros.

Para cada caso, calcule a solução para $u(t) = 0, \forall t \geq 0, y(0) = 100, \dot{y}(0) = 0$, usando período de amostragem $T = 0,1$ s. No Matlab/Simulink (ou software similar), compare a solução exata a tempo contínuo com as soluções aproximadas a tempo discreto e comente os resultados.

2. Considere uma planta com entrada $u(t)$ e saída $y(t)$, cuja função de transferência é dada por

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_P}{Js^2}.$$

Deseja-se utilizar um controlador com a seguinte estrutura

$$U(s) = \frac{bk_C}{a}U_C(s) - k_C \frac{s+b}{s+a}Y(s),$$

onde $U_C(s)$ é o sinal de referência. O polinômio característico de malha fechada deve ser

$$P(s) = (s + \omega_0)(s^2 + \omega_0 s + \omega_0^2) = s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3.$$

Para isso, basta escolher os parâmetros do controlador como $a = 2\omega_0$, $b = \omega_0/2$ e $k_C = 2\frac{J\omega_0^2}{k_P}$. Nesse caso, é possível verificar que o tempo de acomodação de 5% do sistema a malha fechada para entrada degrau é $t_s(5\%) = 5,52/\omega_0$. Quando necessário, utilize $\omega_0 = 1$. O arquivo `exsim2model.mdl` anexo (ver fig. 1 caso não consiga abrir o arquivo) contém o diagrama de simulação do sistema a tempo contínuo com controlador contínuo e discretizado. O controlador discretizado pode ser encontrado no arquivo `controller.m` e no arquivo `exsim2script.m` estão definidos os parâmetros e rotinas para simulação dos sistemas com diferentes períodos de amostragem. Abra esses arquivos e rode o arquivo `exsim2script.m`.

- (a) Mostre que a função de transferência de malha fechada é dada por

$$\frac{Y(s)}{U_C(s)} = \frac{(\omega_0^2/2)(s + 2\omega_0)}{s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3};$$

- (b) Obtenha o diagrama de bode do sistema a malha fecha e determine a frequência de corte ω_c ;
(c) Verifique que a ação de controle pode ser escrita como

$$\begin{aligned} U(s) &= k_C \left(\frac{b}{a} U_C(s) - Y(s) + X(s) \right); \\ X(s) &= \frac{a-b}{s+a} Y(s). \end{aligned}$$

Passando essas equações para o domínio do tempo e fazendo $\frac{dx(t)}{dt} \cong \frac{x(t+T)-x(t)}{T}$, onde T é o período de amostragem, mostre que o controlador pode ser discretizado da seguinte forma

$$\begin{aligned} u[k] &= k_C \left(\frac{b}{a} u_C[k] - y[k] + x[k] \right); \\ x[k+1] &= x[k] + T [(a-b)y[k] - ax[k]]; \end{aligned}$$

- (d) Implemente no Simulink esse sistema com controlador a tempo contínuo e com controlador discretizado com período de amostragem $T = 0,2/\omega_0$, $T = 0,5/\omega_0$ e $T = 1,08/\omega_0$.
(e) Para cada período de amostragem, calcule a relação entre a frequência de amostragem e a frequência de corte do sistema a malha fechada ω_s/ω_c ;
(f) Para cada período de amostragem, compare a saída do sistema a malha fechada com controlador contínuo com a saída do sistema a malha fechada com controlador discretizado. O que pode-se afirmar sobre o tempo de assentamento para os sistemas com controlador discretizado?
(g) Para cada período de amostragem, compare a ação de controle do sistema a malha fechada com controlador contínuo com a ação de controle do sistema a malha fechada com controlador discretizado;
(h) O que pode ser concluído a cerca da seleção da frequência de amostragem para discretização de controladores a tempo contínuo?

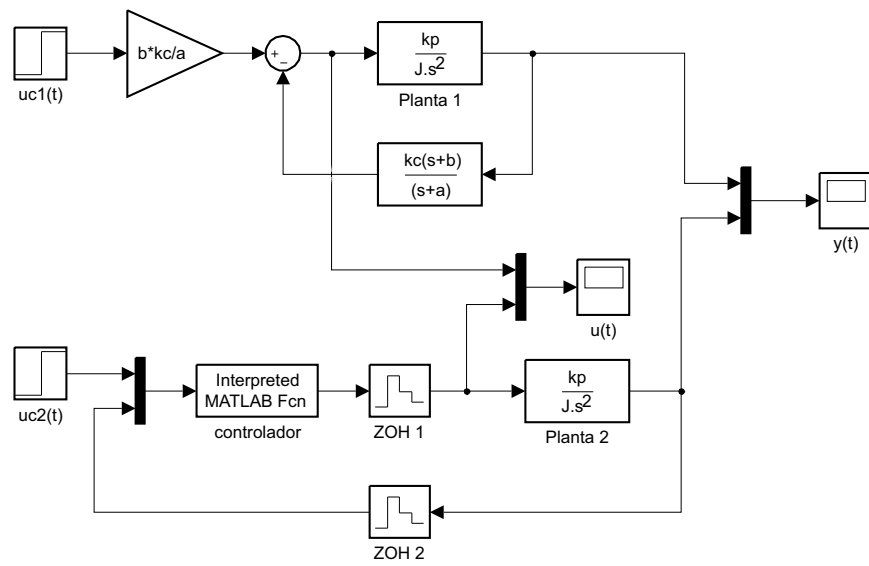


Figura 1: