

## 复变函数期中考试试卷

2023-04-26

班号\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

注意事项：1、答案必须写在答题卡上，写在稿纸上无效；

2、本卷正卷共 3 页，卷面满分为 25 分。

一、 判断题(共 10 分，每小题 1 分。在每小题后面打上合适的符号“√”或“×” )。

- 1、函数  $f(z)$  在点  $z_0$  处解析，则函数  $f(z)$  在  $z_0$  处可导。( √ )
- 2、函数  $f(z)$  在点  $z_0$  处满足柯西黎曼方程，则函数  $f(z)$  在  $z_0$  处解析。( × )
- 3、 $\sin z$  在复平面有界。( × )
- 4、若  $f(z) = u + iv$  在区域  $D$  内解析，则  $\frac{\partial u}{\partial x}$  为  $D$  内的调和函数。( √ )
- 5、若幂级数的收敛半径大于零，则其和函数必在收敛圆内解析。( √ )
- 6、 $\frac{1}{z}$  与  $z$  关于单位圆对称。( √ )
- 7、若函数  $f(z)$  的实部在区域  $D$  内是一个常数，则  $f(z)$  在  $D$  内是一个常数。( × )
- 8、 $z_1$  与  $z_2$  对应于黎曼球面上一个直径的两个端点当且仅当  $z_1 \bar{z}_2 = -1$ 。( √ )
- 9、设  $C$  是区域  $D$  内的光滑曲线， $f(z)$  在  $D$  内连续，则  $\int_C f(z) dz$  只依赖于  $C$  的端点的充分必要条件是  $f(z)$  在  $D$  内是某个解析函数的导数。( √ )

10、设  $C$  是区域  $D$  内的光滑闭曲线,  $f(z)$  在  $D$  内解析, 则  $\oint_C f(z)dz = 0$ 。( × )

## 二、 选择题 (共 5 分, 每空 1 分)

1、函数  $\bar{z}z^2$  在整个复平面上 ( D )

(A) 处处可导 (B) 处处不可导 (C) 处处解析 (D) 处处不解析

2、积分  $\int_{|z|=1} \frac{e^z}{(z-1-i)^2} dz =$  ( B )

(A)  $2\pi i$  (B) 0 (C)  $2\pi i e^{1+i}$  (D)  $-2\pi i$

3、设  $v(x, y)$  在区域  $D$  内为  $u(x, y)$  的共轭调和函数, 则下列函数中为  $D$  内解析函数的是 ( B )

(A)  $v(x, y) + iu(x, y)$  (B)  $v(x, y) - iu(x, y)$

(C)  $u(x, y) - iv(x, y)$  (D)  $\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial v}{\partial x}$

4、下列命题中, 不正确的是 ( A )

(A) 设  $\gamma$  是包含原点的闭曲线, 则积分  $\oint_{\gamma} \frac{1}{z} dz = 2\pi i$ 。

(B) 有界整函数必为常数。

(C) 设  $C$  是区域  $D$  内任一闭曲线,  $f(z)$  在  $D$  内连续, 如果  $\oint_C f(z)dz = 0$ , 则  $f(z)$  在  $D$  内解析。

(D) 若  $f(z)$  在区域  $D$  内解析, 则  $\overline{f(\bar{z})}$  在  $D$  内解析。

5、下列级数中, 条件收敛的级数为 ( C )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+3i}{2}\right)^n$

(B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^n}{n!}$

(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$

(D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + i}{\sqrt{n+1}}$

三、 填空题（共 10 分， 每空 1 分）

1、  $\sin(x+iy)$  的实部是  $\frac{(e^y + e^{-y})\sin x}{2}$ 。

2、  $(-1)^i$  的值为  $e^{2k\pi - \pi}, k \in Z$  或其他等价形式。

3、  $\text{Ln}(3+2i)$  的主值是  $\frac{1}{2}\ln 13 + i \arctan \frac{2}{3}$ 。

4、 对于映射  $w = z + \frac{1}{z}$ ， 圆周  $|z|=2$  的像曲线为  $\frac{u^2}{(\frac{5}{2})^2} + \frac{v^2}{(\frac{3}{2})^2} = 1$ （写出方程）。

5、 设  $f(z) = \int_C \frac{e^\xi}{\xi - z} d\xi$ ， 其中  $C: |\xi|=2$  正向， 则  $f'(1) = 2\pi e$ 。

6、 设  $c$  为正向圆周  $|z|=3$ ， 则  $\oint_c \frac{z + \bar{z}}{|z|} dz = 6\pi i$ 。

7、 正向圆周积分  $f(z) = \int_{|z|=1} \left| \frac{dz}{z} \right| = 2\pi$ 。

8、 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = \xi$ ， 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} = \xi$ 。

9、 函数  $f(z) = \sqrt[3]{(z-1)z^2}$  的所有支点为  $0, 1$ ， 选取  $[-1, 1]$  为割线，

复平面剩下的区域为  $D$ ，  $f_1(z)$  是  $f(z)$  在  $D$  内的一个解析分支且  $f_1(2)$  取正实数，

则  $f_1(i)$  的值是  $f(z) = \sqrt[3]{2} e^{\frac{7\pi i}{12}}$ 。

答题卡：

一、判断题

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_ 5. \_\_\_\_\_  
6. \_\_\_\_\_ 7. \_\_\_\_\_ 8. \_\_\_\_\_ 9. \_\_\_\_\_ 10. \_\_\_\_\_

二、选择题

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_ 5. \_\_\_\_\_

三、填空题

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_

4. \_\_\_\_\_ 5. \_\_\_\_\_ 6. \_\_\_\_\_

7. \_\_\_\_\_ 8. \_\_\_\_\_

9. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_