INSTITUTO
DE INFORMÁTICA
UFRGS

# DEFINIÇÃO DO TRABALHO

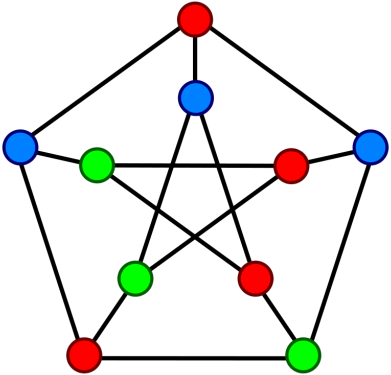
Tiago Pinheiro

INF05010 - Otimização Combinatória — Outubro, 2020

**Problemas propostos**

1. PCV (Problema da Coloração de Vertices)
2. PMAGR (Problema da Menor Arvore Geradora Rotulada)
3. PFGMkR (Problema da Floresta Geradora Minima k-rotulada)

# CV
## *Coloração de Vertices*



(Fonte: Wikipedia, acessado em 22 de Setembro de 2020)

- Problema mais antigo dos 3 (Sec. XIX)
- Tinha como objetivo definir qual a menor quantidade de cores necessarias para colorir um mapa tal que dois paises que fizessem fronteira não possuissem a mesma cor.
- Um problema bem consolidado com bastante material online

**Conjuntos e parâmetros:**

- Conjunto $V$ de vertices a serem coloridos
- Conjunto $E$ de arrestas.

**Restrições:**

- Dois vertices adjacentes não podem possuir a mesma cor.
- Todos os vertices devem possuir uma cor.

**Objetivo:** Reduzir o numero de cores

**Solução:** Uma coloração dos vertices.

$$\text{Minimiza} \sum_{h=0}^{|V|} y_h \tag{1}$$

Sujeito a:

$$\sum_{h=1}^{|V|} x_{ih} = 1 \qquad \forall i \in V \tag{2}$$

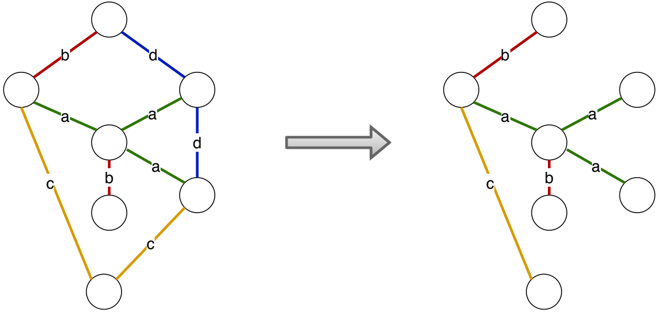
$$x_{ih} + x_{jh} \leq y_h \qquad (i,j) \in E, 1 \leq h \leq |V| \tag{3}$$

$$x_{ih} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in V, 1 \leq h \leq |V| \tag{4}$$

$$y_h \in \{0,1\} \qquad 1 \leq h \leq |V| \tag{5}$$

(Fonte: Malaguti et al. (2011))

# PMAGR
## *Problema da Menor Arvore Geradora Rotulada*




(Fonte: O autor)

# INFORMAÇÕES SOBRE O PROBLEMA I



- Mais moderno que o problema da coloração de grafos (90's)
- Pode ser aplicado na área de telecomunicação
- Menos consolidade que o problema da coloração de grafos

**Conjuntos e parâmetros:**

- Conjunto $V = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ de vertices do grafo.
- Conjuntos $E = \{e_1, e_2, ..., e_m\}$ de arestas definidos por uma tupla $e = \{(v_1, v_2) \mid v1, v2 \in V$ e $v1 \neq v2\}$.
- Conjuntos de cores $L = \{l_1, l_2, ..., l_k\}$.
- Uma função $l : E \rightarrow L$ que mapeia para cada aresta uma cor.

**Restrições:**

- Para cada vertice deve existir um caminho a partir da raiz da arvore.
- Apenas arestas com as cores pertencente a solução devem pertencer a arvore.

**Objetivo:** Reduzir o numero de cores da arvore.

**Solução:** Uma arvore geradora.

# MODELO MATEMÁTICO



$$\text{Minimiza} \sum_{l \in L} y_l \tag{6}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in V \tag{7}$$

$$\sum_{i \in V} f_{ij} - \sum_{i \in V} f_{ji} = 1 \qquad \forall j \in V \tag{8}$$

$$x_{ij} \leq f_{ij} \leq |V| * x_{ij} \qquad (i,j) \in E \tag{9}$$

$$\sum_{(i,j) \in E_l} x_{ij} \leq min\{n-1, |E_l|\} y_l \qquad \forall l \in L \tag{10}$$

(Continua no próximo slide)

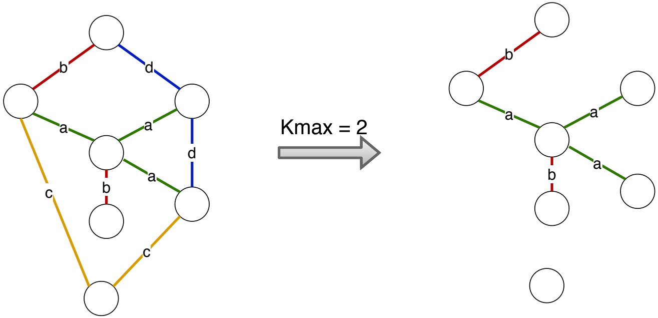
$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad (i, j) \in E \tag{11}$$

$$y_l \in \{0, 1\} \qquad \forall l \in L \tag{12}$$

$$f_{ij} \geq 0 \qquad (i, j) \in E \tag{13}$$

(Fonte: Captivo et al. (2009))

# PFGMkR
## *Problema da Floresta Geradora Minima k-rotulada*




(Fonte: Autor)

# INFORMAÇÕES SOBRE O PROBLEMA I



- Muito moderno, proposto em 2014
- Aplicabilidade na área da telecomunicação
- Pouco material online

**Conjuntos e parâmetros:**

- Conjunto $V = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ de vertices do grafo.
- Conjuntos $E = \{e_1, e_2, ..., e_m\}$ de arestas definidos por uma tupla $e = \{(v_1, v_2) \mid v1, v2 \in V$ e $v1 \neq v2\}$.
- Conjuntos de cores $L = \{l_1, l_2, ..., l_k\}$.
- Uma função $l : E \rightarrow L$ que mapeia para cada aresta uma cor.
- Um valor inteiro $k_{max}$ que define a quantidade de cores desejada na solução sendo assim $1 \leq k_{max} \leq |L|$.

**Restrições:**

- O numero de cores da floresta geradora da solução deve ser menor que $k_{max}$
- Apenas arestas com as cores pertencente a solução devem pertencer a floresta.

**Objetivo:** Reduzir o numero de arvores (componentes) da floresta



**Solução:** Uma floresta geradora com as cores selecioandas.

$$\text{Minimiza} \sum_{u,v \in E} x_{uv} \tag{14}$$

Sujeito a:

$$\sum_{u,v \in S} x_{uv} \leq |S| - 1 \qquad \forall S \subset V, |S| \geq 3 \tag{15}$$

$$\sum_{l \in L} z_l \leq k_{max} \tag{16}$$

$$x_{uv} \leq z_{l(uv)} \qquad \forall u, v \in E \tag{17}$$

$$z_l \in \{0, 1\} \qquad \forall l \in L \tag{18}$$

$$x_{uv} \in \{0, 1\} \qquad \forall u, v \in E \tag{19}$$

(Fonte: Figueredo (2020))