ATIVIDADE 4

ALUNO: João Pedro Rosa Cezarino → R.A: 22.120.021-5
ALUNO: Lucca Bonsi Guerreschi → R.A: 22.120.016-5

1)

$F(x,y) = (-2x+2y, 3x-2y)$

$F^{-1}(x,y) = (a,b) = F(F^{-1}(x,y)) = F(a,b)$

$\Rightarrow (x,y) = (-2a+2b; 3a-2b)$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a+2b = x \\ 3a-2b = y \end{cases} \Rightarrow a = x+y \quad e \quad b = \frac{3x+2y}{2}$$

∴ Logo, $F^{-1}(x,y) = (a,b) = \left(x+y ; \frac{3x+2y}{2}\right)$

2) $F(x,y,z) = (-2x+2y; x-z; -3x+3y+z)$

a) Para achar o Ker(F): $F(x,y,z) = (-2x+2y; x-z; -3x+3y+z)$.

$$F(x,y,z) = (0,0,0)$$

$$\begin{cases} -2x+2y = 0 \\ x-z = 0 \\ -3x+3y+z = 0 \end{cases}$$, que nos dá $x = y = z = 0$

Então, se $u \in Ker(F)$, $u = (0,0,0)$, daí temos: $Ker(F) = \{(0,0,0)\}$

∴ Base$(Ker(F)) = \{\} = \emptyset$ e Dim$(Ker(F)) = 0$

b) $F(x,y,z) = (-2x+2y ; x-z ; -3x+3y+z)$

$\Rightarrow x(-2,1,-3) + y(2,0,3) + z(0,-1,1)$

- Então o Conjunto Gerador da Imagem é:

$\downarrow$ $Im(F) = [(-2,1,-3) ; (2,0,3) ; (0,-1,1)]$

- Porém, para um conjunto ser base ele precisa ser LI. Então:

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

, ou seja, o Conjunto é LI.

$\therefore$ Base $(Im(F)) = \{(-2,1,-3) ; (2,0,3) ; (0,-1,1)\}$

e

$Dim(Im(F)) = 3$

3) $F r^3 \to R^3 = F(1,1,1) = (5,5,5)$; $F(1,-1,-1) = (-3,-1,1)$ e $F(0,2,1) = (6,4,5)$

$$F(x,y,z) = F(a(1,1,1) + b(1,-1,-1) + c(0,2,1))$$

$$\begin{cases} a + b = x \\ a - b + 2c = y \\ a - b + c = z \end{cases}$$

- $a = \frac{2z - y + x}{2}$
- $b = \frac{-2z + y + x}{2}$
- $c = x - z$

$$F(x,y,z) = aF(1,1,1) + bF(1,-1,-1) + cF(0,2,1)$$

$$= \frac{2z-y+x}{2}(5,5,5) - \frac{2z+y+x}{2}(-3,-1,1) + x - z\,(6,4,5)$$

1º) $\frac{10z - 5y + 5x}{2} + \frac{6z - 3y - 3x}{2} + \frac{6x - 6z}{1} = 2z - 4y + 7x$

2º) $\frac{10z - 5y + 5x}{2} - \frac{y + x - 2z}{2} + 4x - 4z = 2z - 3y + 6x$

3º) $\frac{10z - 5y + 5x}{2} + \frac{-2z + y + x}{2} + 5x - 5z = -z - 2y + 8x$

$\therefore F(x,y,z) = (2z - 4y + 7x, 2z - 3y + 6x, -z - 2y + 8x)$