Centro Universitário FEI
CC6112 - Computação Gráfica
Aluno: João Pedro Rosa Cezarino
R.A: 22.120.021-5
19 de outubro de 2022

Resolução da Atividade 07 - Triangulação de Delauney

Questão 01:
Defina de maneira informal o que é uma Malha Triangular. Exemplos: *(1)* se fosse perguntado, defina o que é um quadrado, a resposta poderia ser: Um quadrado é um conjunto de quatro pontos, onde cada ponto é vizinho de outros três, mas é ligado por arestas apenas a seus dois vizinhos mais próximos. Além disso, as distâncias entre esses dois vizinhos mais próximos são as mesmas. *(2)* se fosse perguntado o que é um triângulo, a resposta poderia ser: Um triângulo é um conjunto de três pontos, todos ligados entre si por arestas.

Solução:
Uma Malha Triangular é uma malha onde todo conjunto de três vértices vizinhos se conectam formando um triângulo. Além disso, a cada 3 pontos conectados, não deve existir cruzamento entre as arestas.

Questão 02:
Defina de maneira informal o que é a Malha de Delauney.

Solução:
A Malha de Delauney é a malha com a melhor triangularização encontrada, ou seja, uma malha onde a ordem lexicográfica é máxima. A triangulação é perfeita se, e somente se, o Flip de qualquer aresta deixar a triangularização pior.

Questão 03:
Defina, formalmente, o que é Malha de Delauney. OBS: existem algumas exemplos de definições formais nos vídeos e materiais no Moodle.

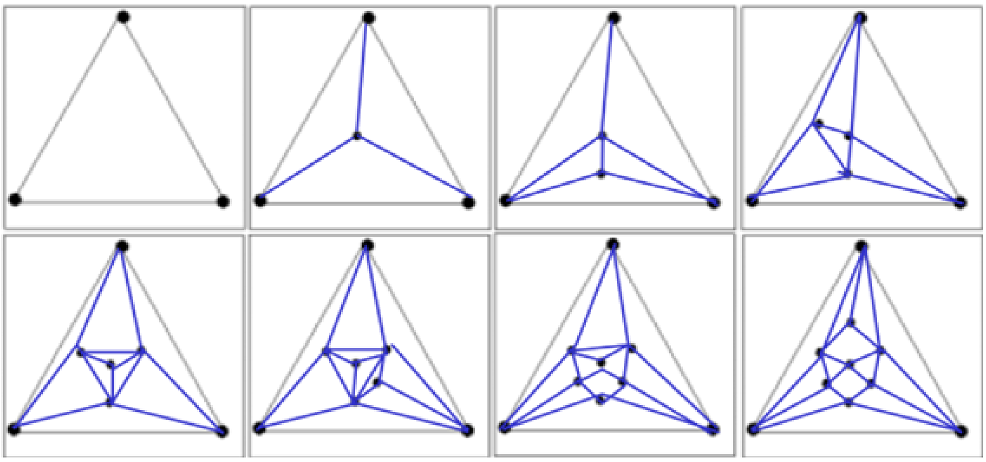
Solução:
Uma triangulação T de P é dita ser de Delauney se, para qualquer outra triangulação $\mathbf{T'}$ e $\mathbf{P}$ $\rightarrow$A(T) $\geq A(T')$. Onde $\mathbf{A}$ é o vetor de ângulos de T.

Questão 04:
Em que princípio que se baseia a triangulação de Delauney para ser considerada a melhor? Para responder essa pergunta, note que "princípio" é uma verdade subjetiva, que pode ser contrariada.

Solução:
Para a Triangulação de Delauney ser considerada a melhor, utiliza-se o princípio de que quanto mais obtuso for o ângulo, melhor é a ordem lexicográfica e, por consequência, melhor é a malha.

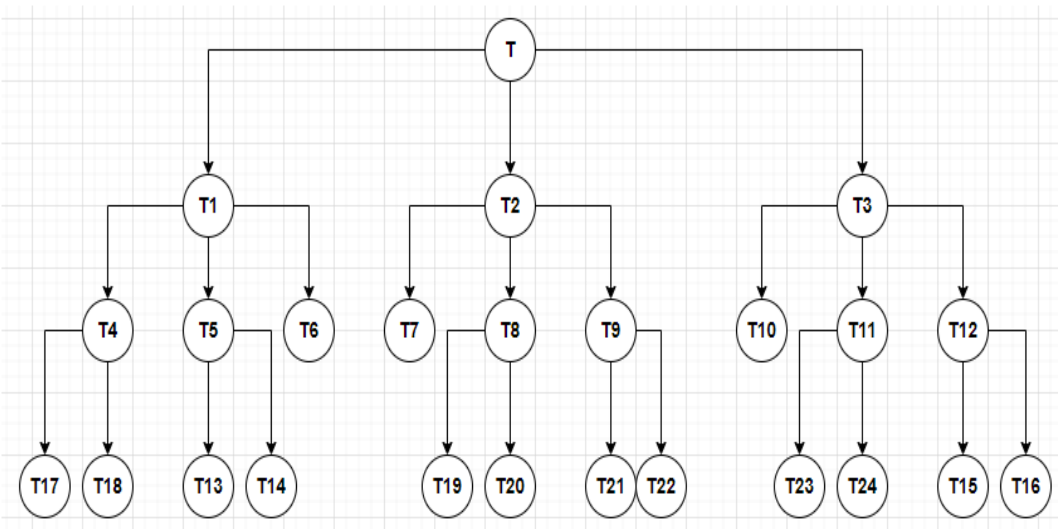
Questão 05:
A Figura 1 a seguir mostra uma sequência de quadros onde, em cada um, estão sendo adicionados pontos da Triangulação de Delauney. Cada quadro corresponde à adição de um único ponto. Essa sequência deve ser observada da direita para a esquerda e de cima pra baixo. Para cada quadro, você deve completar as arestas que são criadas. Considere que não há necessidade de flipar nenhuma aresta adicionada.

Solução:



Questão 06:
Para a questão 5, mostre a árvore final que guarda a triangulação construída.

Solução:



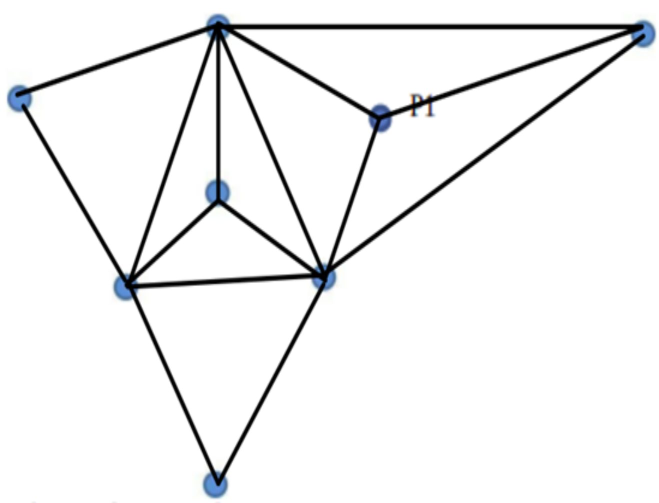
Questão 07:
Mostre o Pseudocódigo do Algoritmo de Triangulação de Delaunay visto em sala.

Solução:

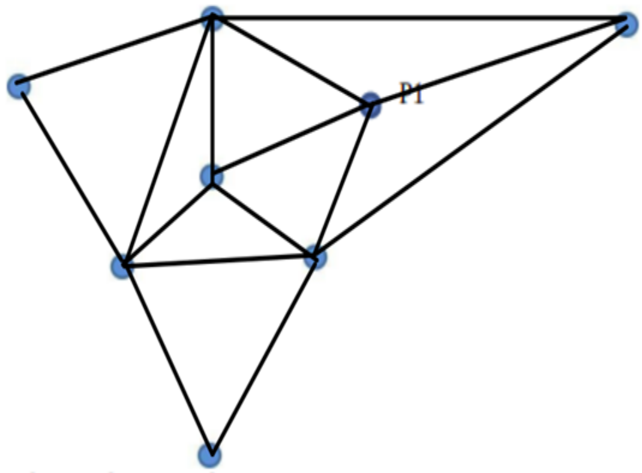
```
ALGORITMO: Triangulacao_de_Delauney(P)
Entrada: Conjunto P de n pontos
Saida: Triang. Delauney de P

Seja pa, pb, pc tres pontos que definem um triangulo contendo todos pontos de P
Inicialize T como uma triangulacao com um o triangulo pa, pb, pc
Calcule uma permutacao p1, p2, ... , pn de P

FOR r = 1 TO n
DO //inserir pr em T
    Encontre um triangulo pipjpk que contem pr
    IF pr esta no interior do triangulo pipjpk
    THEN adicione arestas de pr para pi, pj, pk, criando tres triangulos
        LEGALIZEARESTA(pr, aresta(pi, pj), T)
        LEGALIZEARESTA(pr, aresta(pj, pk), T)
        LEGALIZEARESTA(pr, aresta(pk, pj), T)
    ELSE //pr esta sobre uma aresta
        Adicione aresta de pr para pk e para o vertice pl do triangulo adjacente
        LEGALIZEARESTA(pr, aresta(pi, pl), T)
        LEGALIZEARESTA(pr, aresta(pl, pj), T)
        LEGALIZEARESTA(pr, aresta(pj, pk), T)
        LEGALIZEARESTA(pr, aresta(pk, pi), T)
Delete pa, pb, pc e suas arestas incidentes de T
```

Questão 08:
Seja a distribuição de um conjunto de pontos no plano (Figura 2 a seguir) durante a execução do algoritmo de triangulação de Delaunay, visto em sala (reproduzido a seguir) imediatamente após a inserção do ponto P1 e imediatamente antes das chamadas das rotinas de legalização de arestas.

Solução:
Antes da legalização:



Depois da legalização:



Questão 09:
No algoritmo de construção de malhas *3D* utilizando a triangulação de Delauney (dado em sala), existem duas situações distintas e importantes que são destacadas pelo algoritmo. A primeira, um vértice **pr** pode cair sobre uma aresta e, ligada a vértices **pi**,**pj**.Nesse caso, e é uma aresta oposta a vértices **pkpl**. Na segunda, pr cai dentro do triângulo formado pelas arestas **pi**, **pj**, **pk**. Explique, utilizando a notação dada, quais as ações tomadas pelo algoritmo em cada situação.

Solução:

Caso o vértice **pr** caia dentro do triângulo formado pelas arestas **pi, pj, pk**, o algoritmo vai criar 3 novos triângulos, filhos de **pr** e deve-se flipar as arestas opostas à **pr**, para manter a ordem lexicográfica crescente:

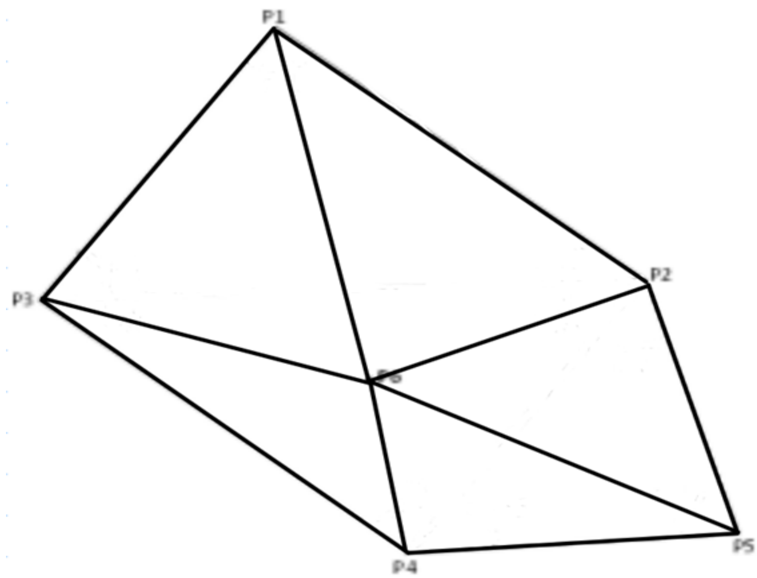
- **LEGALIZEARESTA**(pr, aresta (pi, pj), T)
- **LEGALIZEARESTA**(pr, aresta (pj, pk), T)
- **LEGALIZEARESTA**(pr, aresta (pk, pi), T)

Se o vértice **pr** cair sobre uma aresta já existente, remove-se a aresta onde **pr** caiu, criam-se 4 novos triângulos filhos e por fim, flipam-se as arestas para manter a ordem lexicográfica crescente e a triangulação perfeita.

- **LEGALIZEARESTA**(pr, aresta (pi, pl), T)
- **LEGALIZEARESTA**(pr, aresta (pl, pj), T)
- **LEGALIZEARESTA**(pr, aresta (pj, pk), T)
- **LEGALIZEARESTA**(pr, aresta (pk, pi), T)

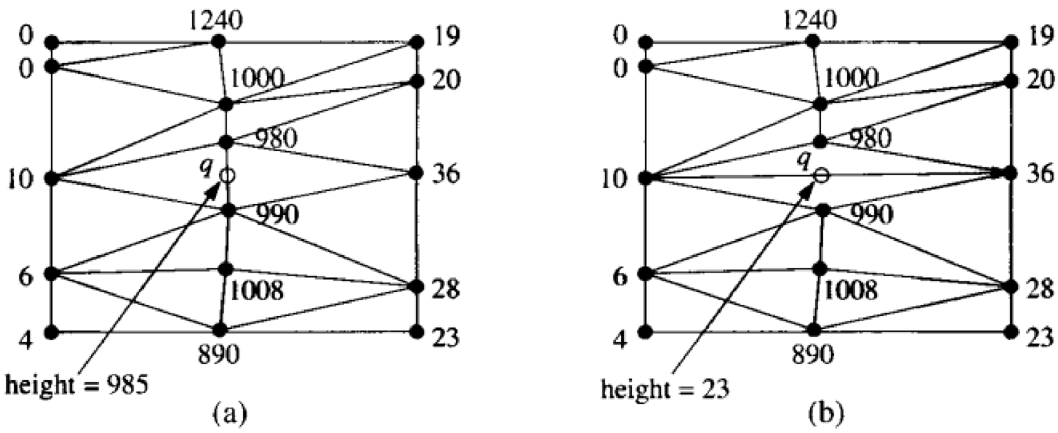
Questão 10:
A malha triangular da Figura 1 mostra o momento em que os pontos *P1* a *P5* acabaram de ser inseridos e as arestas já foram adequadamente "flipadas". Em seguida, foi adicionado o ponto *P6*, que, ao ser ligado aos pontos *P3*, *P2* e *P4*, os divide os ângulos $\alpha 4$, $\alpha 5$ e $\alpha 6$ exatamente em suas metades. Sabe-se que uma aresta de *P6* a *P1* divide $\alpha 1$ também na metade, e o mesmo acontece com $\alpha 9$ quando ligamos *P6* a *P5*. Sabendo-se que esses ângulos são: $\alpha 1$, $\alpha 2$, $\alpha 3$, $\alpha 4$, $\alpha 5$, $\alpha 6$, $\alpha 7$, $\alpha 8$, $\alpha 9 = 90, 30, 60, 60, 30, 90, 40, 60, 80$, respectivamente, de acordo com o princípio de Delauney, faça o desenho de como ficaria a configuração final da malha.

Solução:



Questão 11:
Mostre um exemplo em que o princípio da aplicação da ordem lexicográfica crescente falha, e a malha resultante no Algoritmo de Delauney não estaria correto.

Solução:



Através do exemplo acima, verifica-se que, apesar de a primeira imagem estar de acordo com o algoritmo de Delauney, não podemos garantir que ela é melhor que a segunda imagem, uma vez que a altura entre os pontos 980 e 990 é menor no segundo caso, onde os ângulos são pequenos.

Questão 12:
Imagine que você tem uma Malha de Delauney com $\mathbf{N} = \mathbf{10^k}$ pontos, onde k é um número inteiro muito grande, e você precisa varrer a malha para encontrar um ponto específico que deseja calcular a intensidade de iluminação. Qual é a ordem de complexidade, no pior caso, da busca por esse ponto?

Solução:
A ordem de complexidade da busca por este ponto, no pior caso, seria de: $\log_{\mathbf{3}} \mathbf{n}$. Já que, cada ponto colocado na malha geraria 3 novos triângulos, no pior caso.