Bases Numéricas

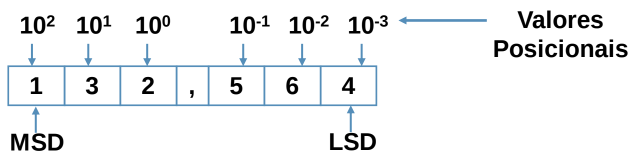
Base Numérica

Um número em uma base qualquer pode ser representado da forma :

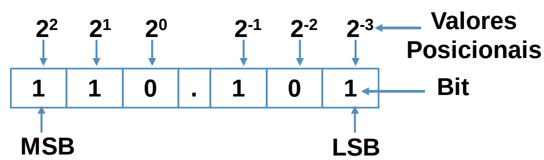
$N = A_{n-1}.B^{n-1} + A_{n-2}.B^{n-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + A_1.B^1 + A_0.B^0$,

onde A < B e B > 0, sendo $\mathbf{A_i}$ e $\mathbf{B^i}$ os coeficientes da base e **B** a base do número.

Base Decimal:



Base Binária:



Agrupamentos do sistema binário: **Byte**: conjunto de 8 bits

Nibble: conjunto de 4bits

Bases Numéricas

Base Numérica

Base Hexadecimal:

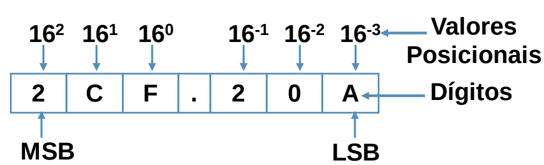


Tabela de conversão: Hexadecimal ↔ Decimal ↔ Binário

Hexadecimal	Decimal	Binário
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111

Hexadecimal	Decimal	Binário
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durantes as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

Bases Numéricas

Transformações de Bases Numéricas

• Pode-se transformar qualquer número em qualquer base para a base 10: basta multiplicar o dígito pelo seu valor posicional na respectiva base (iniciando com o dígito menos significativo a direita).

A soma de todos os produtos resulta o valor desejado (no caso da base hexadecimal deve-se converter os dígitos alfabéticos para os correspondentes decimais).

Exemplos : $N = (431)_5 \Rightarrow N = 4 \times \mathbf{5^2} + 3 \times \mathbf{5^1} + 1 \times \mathbf{5^0} = 100 + 15 + 1 = (116)_{10}$

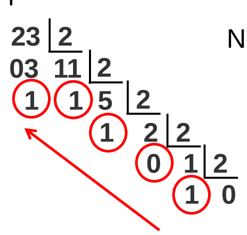
$N = (2CF)_{16} \Rightarrow N = 2 \times \mathbf{16^2} + 12 \times \mathbf{16^1} + 15 \times \mathbf{16^0} = 512 + 192 + 15 = (719)_{10}$

• Pode-se transformar qualquer base em outra, basta dividir-se o número a ser transformado pela base desejada até o quociente ser 0.

Obs: Pode-se converter o número inicialmente para a base 10 e em seguida converter para a base desejada.

Bases Numéricas

Exemplo : Converter $N = (23)_{10}$ para a base 2:



$N = (10111)_2$

❑Exercício 1: Preencher a tabela seguinte.

Base 10	Base 2	Base 8	Base 16
0			
2			
7			
12			
37			

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durantes as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

Bases Numéricas

Código BCD

Os sistemas digitais utilizam números binários para suas operações internas, mas no mundo real utilizamos números decimais, assim conversões entre binário e decimal são frequentes. Para simplificar essas conversões pode-se utilizar um código chamado decimal codificado em binário (**BCD**), onde cada dígito de um número decimal é representado por um agrupamento equivalente binário (***nibble***).

Exemplos:

Conversão entre Decimal ⇒ BCD:

8	5	3	(Decimal)
↓	↓	↓	
1000	0101	0011	(BCD)

Conversão entre BCD ⇒ Decimal:

0110	1001	0010	(BCD)
↓	↓	↓	
6	9	2	(Decimal)

Aritmética Binária

Adição de Números Binários

A operação de adição de dois números binários é similar à adição de números decimais: começando pelo dígito menos significativo somam-se os dígitos dois a dois, se o valor da soma superou o valor da base existe um vai um (***carry***) que deve ser somado aos próximos dois dígitos.

No caso da base binária a soma de dois bits pode resultar em apenas quatro casos:

0 + 0 = **0**

1 + 0 = **1**

C=1

1 + 1 = **10** (resultado: 0 + carry de 1 para a próxima posição)

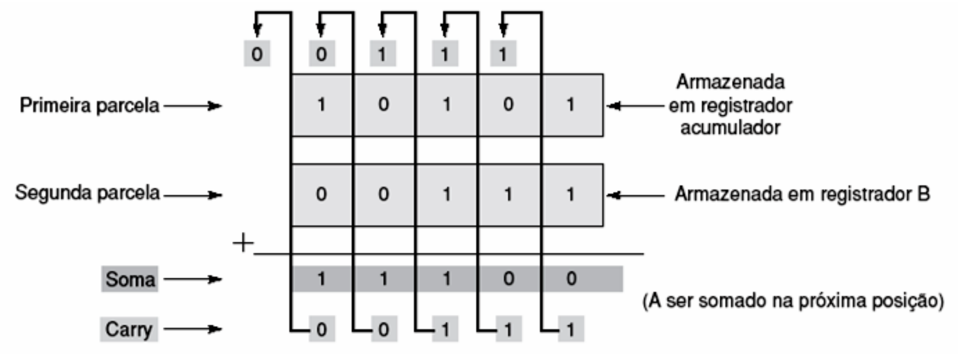
C=1

1 + 1 +1 = **11** (resultado: 1 + carry de 1 para a próxima posição)

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durantes as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

Exemplo:

Considere a adição de dois números A =$(10101)_2$ e B= $(00111)_2$, equivalente à operação de adição de $(21)_{10}$ e $(7)_{10}$.



❑Exercício 2: Realizar as seguintes operações na base 2:

a) 011 $(3)_{10}$
+ 110 $(6)_{10}$

b) 1001 $(9)_{10}$
+ 1111 $(15)_{10}$

1 (vem um)

c) 1101 $(13)_{10}$
+ 1010 $(10)_{10}$

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durantes as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

Aritmética Binária

Subtração de Números Binários

A operação de subtração de números binários em sistemas digitais é realizada de modo mais eficiente utilizando-se a operação de adição em que um dos números é negativo, representado pelo seu **complemento**.

❑ Definição: O **complemento** de um número A de um dígito, em uma certa base numérica ***B***, é o número que somado a A resulta no valor da base.

Exemplo:

Caso da base 10: A tabela ao lado apresenta os complementos dos números na base 1 a 9 (base 10).

Observe que a subtração de um número pode ser substituída pela soma de seu complemento, descartando-se o "vai um" resultante da soma.

Exemplos: S= 7 - 4 ⇒ 7 + 6 = ~~1~~3 ⇒ S = 3

S= 9 - 1 ⇒ 9 + 9 = ~~1~~8 ⇒ S = 8

Número	Complemento
1	9
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1

Aritmética Binária

Representação em Complemento de 2

❑ Definição: O **complemento de 2** de um número binário é obtido substituindo-se cada dígito 0 por 1 e cada dígito 1 por 0 (seu complemento), e somando-se 1 na posição do bit menos significativo. O complemento do complemento utiliza o mesmo processo e retorna ao número original.

Exemplo: 1 0 1 1 0 1 representação binária de $(45)_{10}$

0 1 0 0 1 0 complemento da representação binária de $(45)_{10}$
\+ 1 adiciona-se 1 para obter o complemento de 2
0 1 0 0 1 1 complemento de 2 do número original

(o complemento de (010011) é: (101100+1) = (101101) → número original)

❑ Representação de Números Binários **com Sinal**: O sistema de **complemento de 2** permite representar números binários com sinal:

• Se o **número for positivo** a magnitude é representada na **forma binária direta** e um bit de **sinal 0** é colocado em frente ao bit mais significativo (**MSB**);

• Se o **número for negativo** a magnitude é representada na **forma de complemento de 2** e um bit de **sinal 1** é colocado em frente ao **MSB**.

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durantes as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

Aritmética Binária

Representação em Complemento de 2

Exemplos:

Representação binária de $(45)_{10}$ em **sete bits** (**com sinal**)

Exemplos em **sete bits** (**com sinal**):

a) $(13)_{10} = (001101)_2 \Rightarrow (+13)_{10} = (0001101)$

Bit de sinal

b) $(9)_{10} = (001001)_2 \Rightarrow (9)_{c2} = (110110\ +1) = (110111) \Rightarrow (-9)_{10} = (1110111)_{c2}$

c) $(8)_{10} = (1000)_2 \Rightarrow (8)_{c2} = (0111\ +1) = (1000) \Rightarrow (-8)_{10} = (1111000)_{c2}$

d) $(16)_{10} = (10000)_2 \Rightarrow (16)_{c2} = (01111\ +1) = (10000) \Rightarrow (-16)_{10} = (1110000)_{c2}$

Se necessário completar com uns

Aritmética Binária

Subtração de Números Binários no Sistema de Complemento de 2

A operação de subtração de um número binário (o **subtraendo**) de um outro número binário (o **minuendo**) no sistema de **complemento de 2** envolve:

• A operação de negação (em complemento de 2) do subtraendo;

• A adição desse número ao minuendo. O resultado dessa operação é a diferença (em complemento de 2) entre o subtraendo e o minuendo;

Observar que é necessário que os dois operandos tenham <u>o mesmo número de bits</u> e que o <u>sinal também entra na operação</u> (o eventual “vai um” gerado nas operações com os sinais deve ser desprezado).

Exemplo: $S = 7-3 \Rightarrow \begin{cases} \text{minuendo } (+7)_{10} = (00111) \\ \text{subtraendo } (-3)_{10} = (11101)_{c2} \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} (+7)_{10} & 0\ 0111 \\ +\underline{(-3)_{10}} & \underline{1\ 1101} \\ & \cancel{1}\ 0\ 0100\ (+4)_{10} \end{array}$$

bit de vai um desconsiderado

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durantes as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

Aritmética Binária

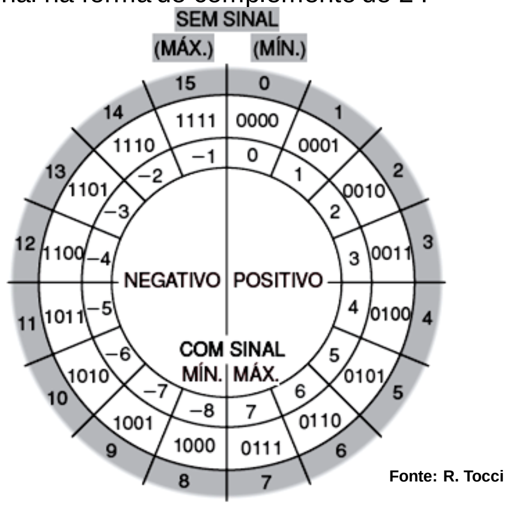
❑Exercício 3: Realizar as operações seguintes, considerando os números representados em cinco bits com sinal na forma de complemento de 2 :

a) $(+9)_{10}$ + $\underline{(+4)_{10}}$

b) $(+9)_{10}$ + $\underline{(-4)_{10}}$

c) $(-9)_{10}$ + $\underline{(+4)_{10}}$

d) $(+9)_{10}$ + $\underline{(+8)_{10}}$



Fonte: R. Tocci

Aritmética Binária

Detecção de Estouro no Sistema de Complemento de 2

Quando realizamos operações aritméticas usando números de largura fixa de bits o resultado pode ter largura maior que esse valor fixo resultando em estouro ou transbordamento (overflow) do resultado.

```
      c3 c2 c1 c0
      a3 a2 a1 a0
   +  b3 b2 b1 b0
   c4 s3 s2 s1 s0
```

Exemplos:

```
  1 1 1 0             0 0 0 0              0 0 0 0               0 0 1 0
   0 111 (7)10         1 111 (-1)10         1 000 (-8)10           0 001 (1)10
 + 0 001 (1)10       + 1 000 (-8)10       + 0 111 (7)10          + 1 001 (-7)10
 0 1 000 estouro     1 0 111 estouro     0 1 111 (-1)10 normal  0 1 010 (-6)10 normal
```

❑ Critérios para Detecção de Estouro (em complemento de 2):

- Se os bits de sinal são iguais mas diferem do bit de sinal do resultado (**overflow = a3’b3’s3 + a3b3s3’**);
- Ou se o bit de transporte que chega no bit de sinal é diferente do bit de transporte que sai (**overflow= c3 xor c4**).

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durantes as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)