

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

Aula 6  
1

## □ Mapa de Veitch-Karnaugh

□ **Conceito:** O **Mapa de Veitch-Karnaugh (Mapa V/K ou K)** é usado para simplificação e minimização de expressões booleanas. É uma forma de representação especial da Tabela Verdade. Os termos da expressão booleana são inseridos nesse mapa que pode receber os mínimos termos (**minterms**) da expressão booleana. As linhas e colunas são dispostas no mapa seguindo um princípio da adjacência, ou mudança de apenas uma variável de modo a permitir a combinação de termos a fim de eliminar uma ou mais variáveis, dependendo do tamanho da combinação.

Essa combinação **deve sempre ser máxima** podendo ter 1, 2, 4, 8,... $2^n$  termos adjacentes. Um termo adjacente pode pertencer a várias combinações.

Exemplo: Mapa K de 2 variáveis:

Var.	A'	A
B'	A'B'	AB'
B	A'B	AB

Adjacências: A'.B' com A.B' e com A'.B

Outras: A.B com A'.B e com A.B';

A'.B com A'.B' e com A.B;

A.B' com A'.B' e com A.B

1

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

Aula 6  
2

## □ Mapas de Veitch-Karnaugh

Procedimento para otimização por Mapa de Karnaugh:

## Passo

1. Construir o Mapa de Karnaugh com os uns e zeros correspondentes da Tabela Verdade.
2. Identificar os uns que não sejam adjacentes (na linha ou coluna) a quaisquer outros uns (lembrar que os extremos do mapa são adjacentes). Esses são os uns isolados.
3. Identificar os uns adjacentes a somente outro um. Agrupe todo par que contém esse um.
4. Agrupar qualquer octeto, mesmo que contenha uns que já tenham sido agrupados.
5. Agrupar qualquer quarteto que contenha uns que ainda não tenham sido agrupados (deve-se utilizar o menor número de grupamentos ou seja, o agrupamento maior "absorve" os agrupamentos menores que estejam dentro dele).
6. Agrupar quaisquer pares necessários para incluir quaisquer uns que ainda não tenham sido agrupados (deve-se utilizar o menor número de grupamentos).
7. Representar a expressão com a soma OR de todos os termos gerados em cada agrupamento (soma de produtos). Cada agrupamento é representado pelas variáveis que não se alteram para todos os quadros do agrupamento.

2

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durante as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

centro universitário

**FEI**

CE3512 - Sistemas Digitais - Prof. Dr. Valter F. Avelino

(2021)

Aula 6

3

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

Mapas de Veitch-Karnaugh

Exemplos:

Construção do Mapa a partir das Tabelas Verdade para :

- Duas variáveis,
- Três variáveis,
- Quatro variáveis.

(a) Duas variáveis:

A	B	X
0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}$
0	1	0
1	0	0
1	1	1 → $AB$

(b) Três variáveis:

A	B	C	X
0	0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1 → $\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1 → $\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1 → $AB\bar{C}$
1	1	1	0

(c) Quatro variáveis:

A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1 → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1 → $\bar{A}B\bar{C}D$
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1 → $AB\bar{C}D$
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1 → $ABCD$

3

centro universitário

**FEI**

CE3512 - Sistemas Digitais - Prof. Dr. Valter F. Avelino

(2021)

Aula 6

4

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

Mapas de Veitch-Karnaugh

Exemplos: Agrupamentos de pares adjacentes.

(a)

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{C}$	C
0	0	0
1	1	0
1	1	0
0	0	0

$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} = \bar{B}\bar{C}$

(b)

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{C}$	C
0	0	0
1	1	1
0	0	0
0	0	0

$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC = \bar{A}\bar{B}$

(c)

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{C}$	C
1	1	0
0	0	0
0	0	0
1	1	0

$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} = \bar{B}\bar{C}$

(d)

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
1	1	0	0	1

$X = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D} = \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C}$

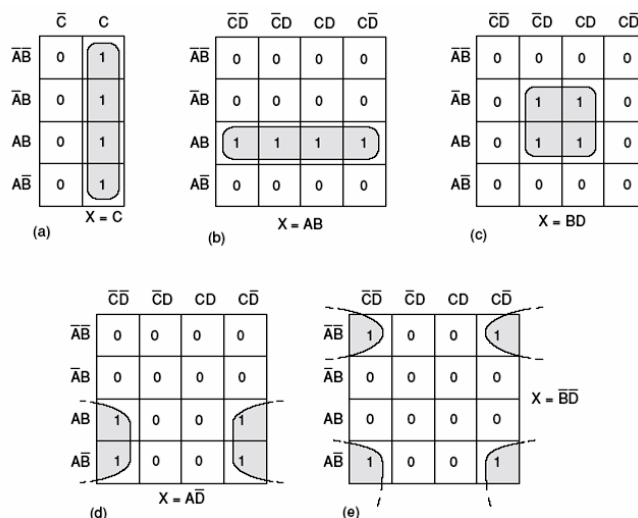
4

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durante as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

# Simplificação de Lógica por Mapas V/K

## Mapas de Veitch-Karnaugh

Exemplos: Agrupamentos de quartetos adjacentes.

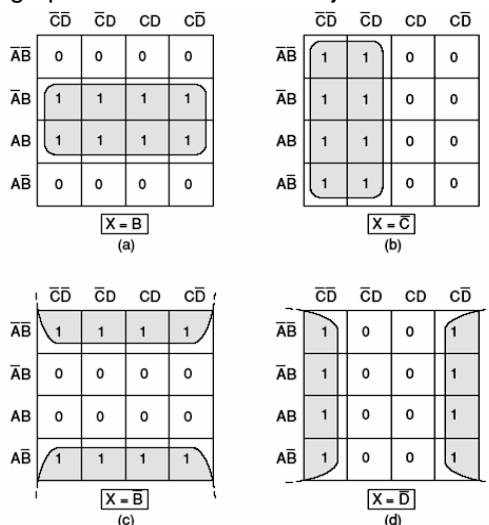


5

# Simplificação de Lógica por Mapas V/K

## Mapas de Veitch-Karnaugh

Exemplos: Agrupamentos de octetos adjacentes.



6

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

Aula 6  
7

### Mapas de Veitch-Karnaugh

Exemplos: Dois Mapas K com soluções equivalentes (ambas adequadas).

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
$AB$	0	0	0	1
$A\bar{B}$	1	1	0	1

$$X = \bar{A}CD + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{C}\bar{D}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
$AB$	0	0	0	1
$A\bar{B}$	1	1	0	1

$$X = \bar{A}BD + B\bar{C}\bar{D} + \bar{B}CD + A\bar{B}\bar{D}$$

7

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

Aula 6  
8

### Mapas de Veitch-Karnaugh

Exemplos: Resolução nas formas **disjuntiva** (adjacências de mintermos para as quais a função é 1) e **conjuntiva** (adjacências de Maxtermos para as quais a função é zero) de mapas K de duas variáveis:

i) Forma disjuntiva

A	0	1
B 0	0	0
1	0	1

$$F = A.B$$

i) Forma disjuntiva

A	0	1
B 0	0	0
1	1	0

$$F = A'.B$$

ii) Forma conjuntiva

A	0	1
B 0	0	0
1	0	1

$$F' = A' + B' \Rightarrow F = (A' + B')' = A.B$$

$$\text{Forma direta: } F = (A).(B)$$

ii) Forma conjuntiva

A	0	1
B 0	0	0
1	1	0

$$F' = A + B' \Rightarrow F = (A + B')' = A'.B$$

$$\text{Forma direta: } F = (A').(B)$$

8

As notas de aula servem como roteiro de aula para o professor, contendo os principais tópicos que serão explorados durante as aulas. Podem também servir como roteiro de estudo, mas não substituem o livro texto da disciplina: TOCCI, R.J., WIDMER, N.S., MOSS, G. L. – Sistemas Digitais – princípios e aplicações (11ª Ed.)

# Simplificação de Lógica por Mapas V/K

## Exercício 1

Resolver os mapas de Veitch/Karnaugh de duas e três variáveis com a solução nas formas disjuntiva e conjuntiva.

i) Forma disjuntiva

A	0	1
B 0	0	0
1	1	0

ii) Forma conjuntiva

A	0	1
B 0	0	0
1	1	0

i) Forma disjuntiva

AB	00	01	11	10
C 0	0	0	1	1
1	1	1	1	0

ii) Forma conjuntiva

AB	00	01	11	10
C 0	0	0	1	1
1	1	1	1	0

# Simplificação de Lógica por Mapas V/K

## Exercício 2

Resolver os mapas de Veitch/Karnaugh de quatro variáveis com a solução nas formas disjuntiva e conjuntiva.

i) Forma disjuntiva

AB	00	01	11	10
CD 00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

ii) Forma conjuntiva

AB	00	01	11	10
CD 00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

### Mapas de Veitch-Karnaugh

#### Condições Irrelevantes (don't care)

Certos problemas, muitas vezes impõem **condições de entradas proibidas** ou que **nunca deverão ocorrer**, por exemplo, por força de uma condição física. Para estas situações não importa o valor da saída 0 ou 1. Na tabela verdade ou no mapa de Karnaugh esta linha ou termo deverá ser preenchido com X.

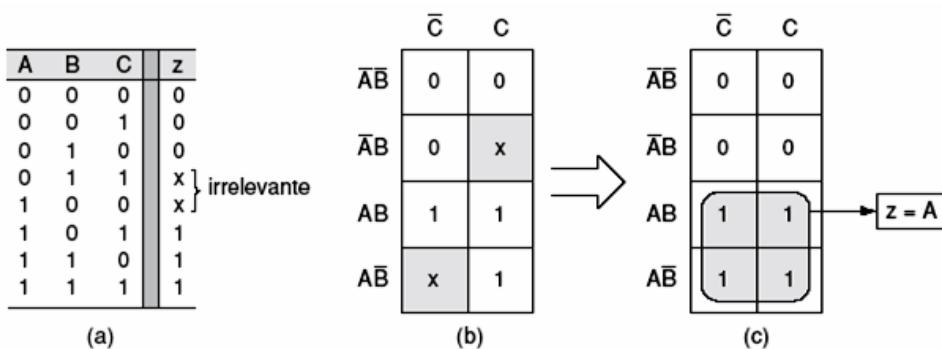
No processo de simplificação por mapa de Karnaugh as condições irrelevantes (X) podem ser alteradas pelo projetista para a condição mais adequada (0 ou 1) de modo a **gerar os maiores agrupamentos possíveis**, visando a obtenção da expressão mais simples.

11

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

### Mapas de Veitch-Karnaugh

Exemplos: Mapas K com condições irrelevantes.



12

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

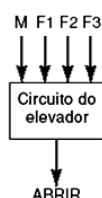
### Exercício 3

Projetar um circuito lógico que controla a abertura de uma porta de elevador em um prédio de três andares. O circuito possui quatro entradas:

- M=1 indica que o elevador está se movendo (M=0 o elevador está parado);
- F1, F2, F3 indicam o andar que o elevador está posicionado  
(F1=1, F2=0, F3=0  $\Rightarrow$  o elevador está posicionado no primeiro andar)  
(F1=0, F2=0, F3=0  $\Rightarrow$  o elevador não está posicionado em nenhum andar).

A saída do circuito é o sinal ABRIR que normalmente está em nível baixo e vai para nível alto quando a porta deve ser aberta.

- Montar a Tabela Verdade da função ABRIR;
- Simplificar a função (Mapa de Karnaugh);
- Representar o circuito lógico da função.



M	F1	F2	F3	ABRIR
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

## Simplificação de Lógica por Mapas V/K

### Exercício 3

Tabela Verdade

Mapa de Karnaugh

Agrupamentos