

# **Cálculo Diferencial e Integral com Python**

# Gráficos

## Matplotlib

### Introdução

O `matplotlib` é um pacote do python destinado a geração de gráficos. O `matplotlib` possui vários submódulos, sendo o `pyplot` um dos mais utilizados para construção de gráficos. A forma mais comum de importar o `pyplot` é:

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

O `matplotlib` utiliza o `numpy` como base, garantindo um bom desempenho computacional. Assim, os parâmetros empregados nos métodos do `matplotlib` são arrays do `numpy`. Se outros tipos, como listas e tuplas, forem enviadas como parâmetro, o `matplotlib` as converte internamente para arrays.

Um tutorial sobre os métodos do `pyplot` pode ser encontrado em [https://matplotlib.org/users/pyplot\\_tutorial.html](https://matplotlib.org/users/pyplot_tutorial.html)

## Plot

O método plot gera gráficos a partir de dois arrays de valores, um correspondendo às coordenadas no eixo horizontal e outro às coordenadas no eixo vertical.

- supõe que os arrays enviados como parâmetros correspondem a valores discretos para os eixos horizontal e vertical
  - se apenas um array é fornecido, o método automaticamente supõe valores inteiros igualmente espaçados no eixo horizontal
- como todos os métodos do pyplot, o método plot admite um número grande de parâmetros que permitem personalizar o gráfico

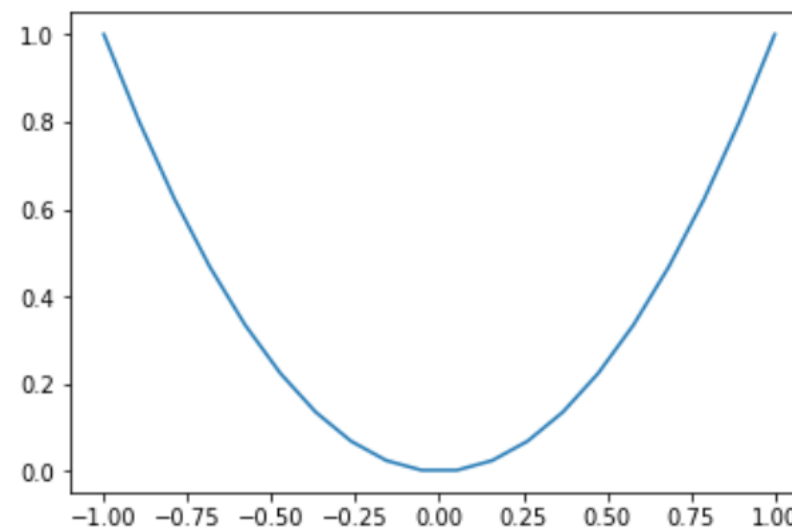
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
%matplotlib inline
```

```
# o comando "%matplotlib inline" faz com que os gráficos fiquem "embutidos" no
notebook, sem ele uma nova
# janela é criada para cada gráfico.
```

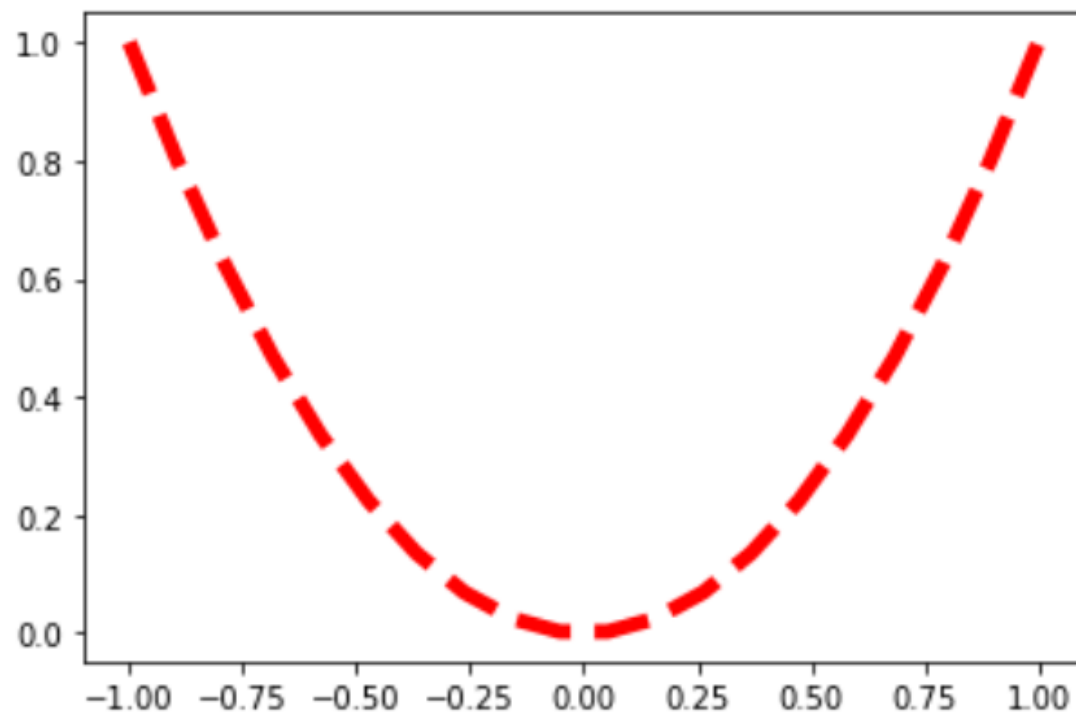
```
x = np.linspace(-1,1,20) # array com 20 pontos igualmente espaçados no intervalo 0 e 1
y = x**2                 # valores elevados ao quadrado
plt.plot(x,y)            # gera o gráfico dos valores (x,x**2)
```

Out[22]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x11357f390>]



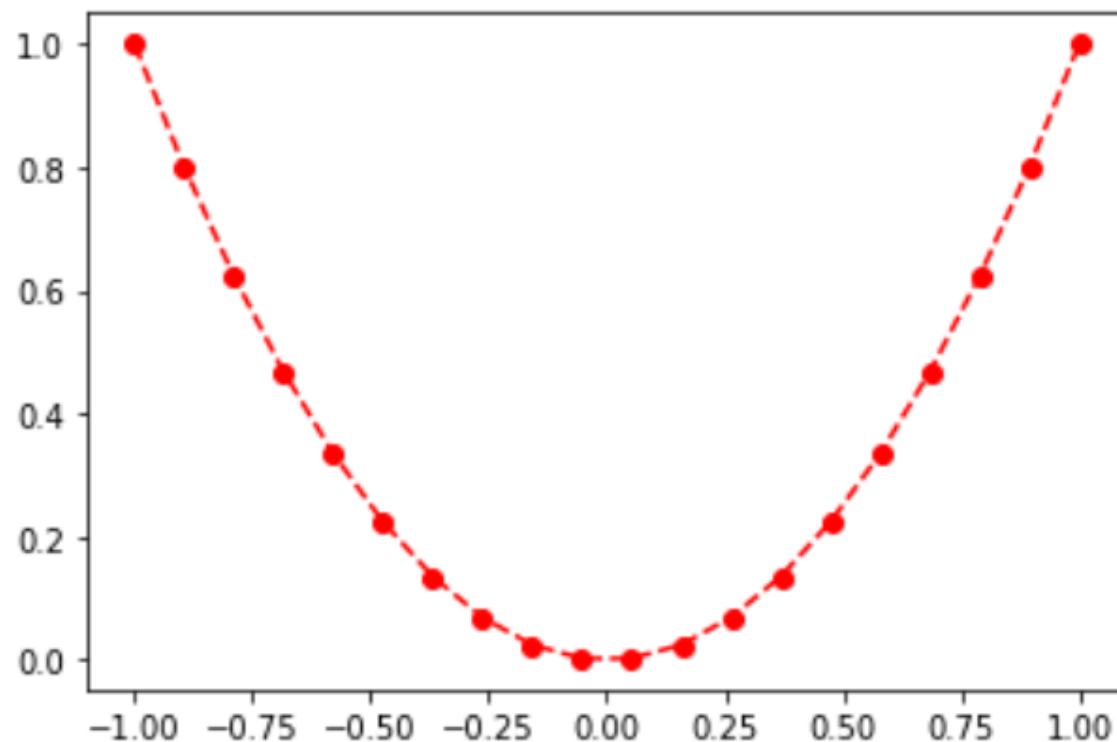
```
# parâmetros podem ser fornecidos para controlar a cor (color), espessura (linewidth) e  
# estilo da linha (linestyle) no gráfico  
plt.plot(x,y,color='red',linewidth = 5, linestyle = '--')
```

Out[2]: [`<matplotlib.lines.Line2D at 0x2472c9affd0>`]



```
# pode-se incluir marcadores (marker) para identificar os pares de valores fornecidos  
plt.plot(x,y,color='red', linestyle = '--',marker='o')
```

Out[3]: [`<matplotlib.lines.Line2D at 0x2472ca26828>`]

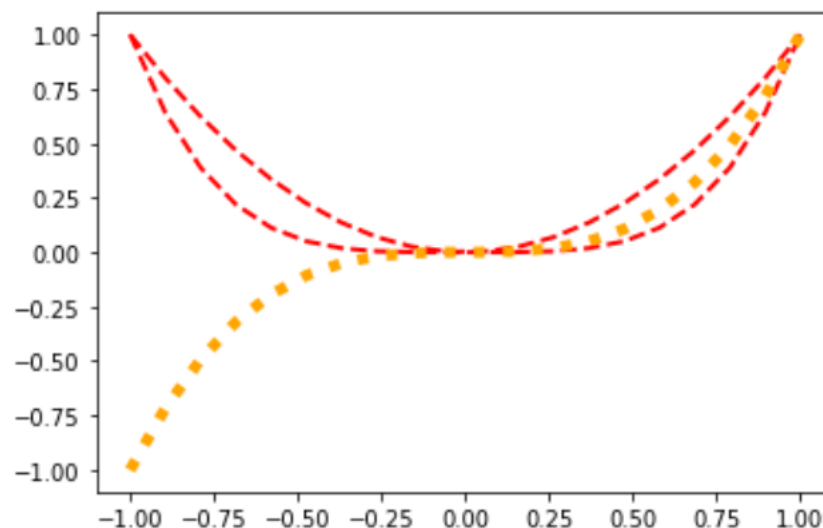


```
# Pode-se incluir diversos gráficos
line_2_3 = plt.plot(x,y,x,x**4) # gera dois gráficos simultaneamente
    # um com os valores (x,y) e outro com (x,x**3)
    # armazenando o resultado em uma variável

plt.setp(line_2_3,color='red',linewidth = 2, linestyle = '--') # o comando "setp" especifica o estilo para todos
    # os gráficos referenciados pela variável criada

line_4 = plt.plot(x,x**3) # mais um gráfico é gerado
plt.setp(line_4,color='orange',linewidth = 5, linestyle = ':') # com estilo diferente dos dois anteriores
```

Out[4]: [None, None, None]



## Subplots

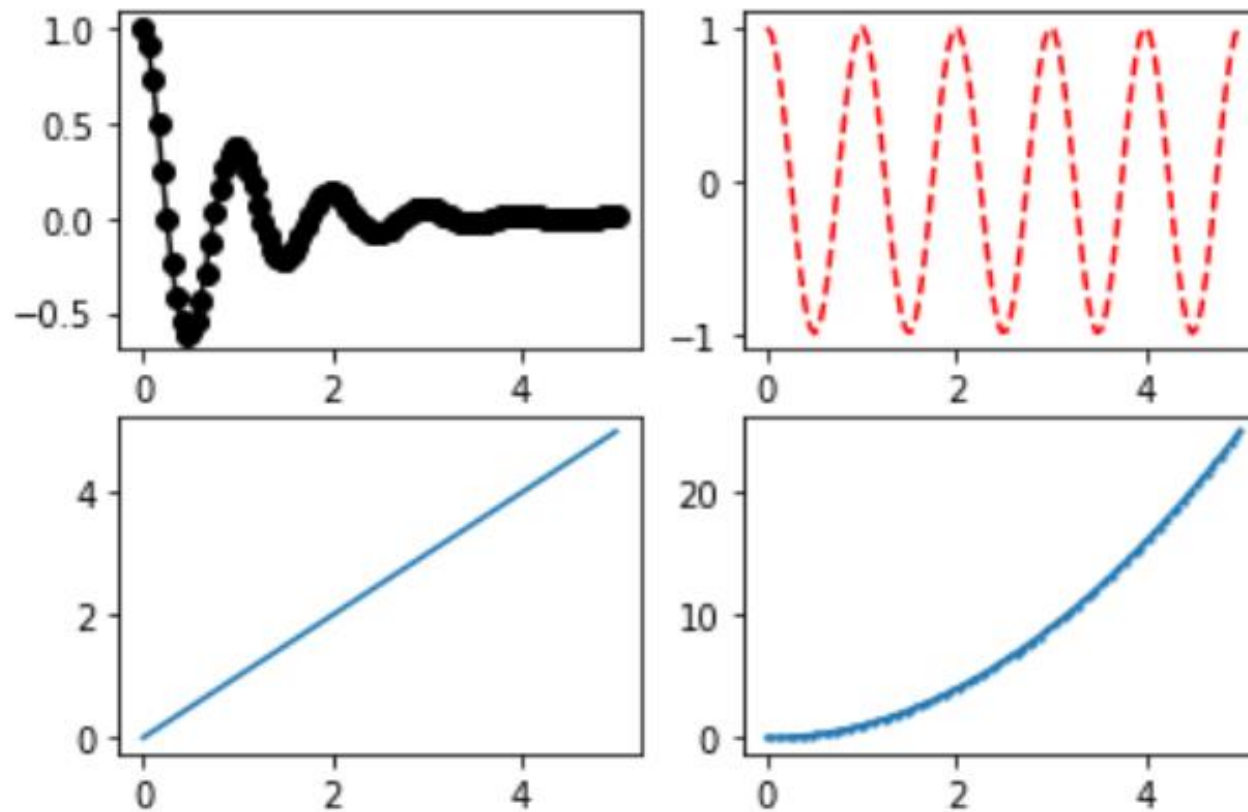
O método subplot possibilita organizar diversos gráficos em uma matriz de gráficos. Os parâmetros do método subplot são:

- 'num\_rows': número de linhas na matriz de gráficos
- 'num\_cols': número de colunas na matriz de gráficos
- 'subplot\_number': índice do subplot na matriz linearizada



```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
def f(t):
    return(np.exp(-t) * np.cos(2.0*np.pi*t))
t2 = np.linspace(0.0, 5.0, 100)
plt.subplot(2, 2, 1) # gera uma matriz 2x2 onde os gráficos serão exibidos e
                    # ativa o elemento 1 (elemento superior esquerdo da matriz)
                    # para que o gráfico seja gerado nele
plt.plot(t2, f(t2), color='black', marker = 'o')
plt.subplot(2, 2, 2) # ativa o elemento 2 (elemento superior direito da matriz)
                    # para que o gráfico seja gerado nele
plt.plot(t2, np.cos(2.0*np.pi*t2), color='red', linestyle = '--')
plt.subplot(2, 2, 3) # ativa o elemento 3 (elemento inferior esquerdo da matriz)
                    # para que o gráfico seja gerado nele
plt.plot(t2, t2)
plt.subplot(2, 2, 4) # ativa o elemento 4 (elemento inferior direito da matriz)
                    # para que o gráfico seja gerado nele
plt.plot(t2, t2**2, marker='s', markersize=1)
```

Out[5]: [`<matplotlib.lines.Line2D at 0x2472cb46630>`]



# Funções Polinomiais

Calcular o valor da função  $f(x)=3x^3-4x^2+2x-5$  para  $x=3.0$ .

```
def calcula_f(x):  
    return 3*x**3-4*x**2-2*x-5  
  
x=3.0  
y=calcula_f(x)  
print("resultado da função para x=%.1f é %.1f" %(x,y))
```

**resultado da função para x=3.0 é 34.0**

# Raízes Funções de Polinomiais

Calcular as raízes da função  $f(x)=2x+1$ .

```
from numpy import roots
#define coeficientes da função do primeiro grau 2x-1
coeficientes=[2 ,1]
raiz=roots(coeficientes)
print("Raiz da equação 2x-1")
print(raiz)
```

```
Raiz da equação 2x-1
[-0.5]
```

# Limites

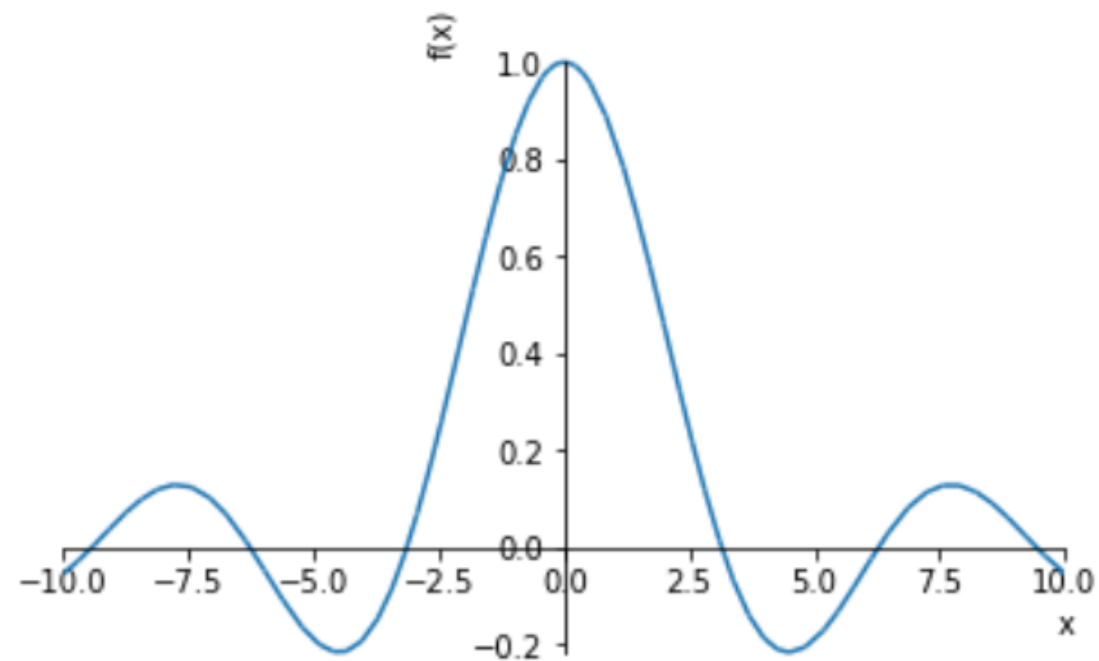
**limit(f(x),x,a,lado)**

1) Calcular o  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$

```
from sympy import *  
#definir os símbolos usados  
x=symbols('x')  
#definir a função  
expr=sin(x)/x  
#calcular o limite  
r=limit(expr,x,0)  
print(r)  
#gráfico da função  
plot(expr)
```

# Limites

1



```
Out[12]: <sympy.plotting.plot.Plot at 0x2ad8ebb5208>
```

---

2) Calcular o  $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$

In [16]:

```
1 from sympy import *
2 #definir os símbolos usados
3 x=symbols('x')
4 #definir a função
5 expr=(4*x**2-9)/(2*x+3)
6 #calcular o limite
7 r=limit(expr,x,-3/2)
8 print("%.1f" %r)
```

-6.0

3) Calcular o  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$

► In [17]:

```
1 from sympy import *
2 #definir os símbolos usados
3 x=symbols('x')
4 #definir a função
5 expr=1/x
6 #calcular o limite
7 r=limit(expr,x,0,'-')
8 print("%.1f" %r)
```

-inf



4) Calcular o  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^2 + 1}$

In [20]:

```
1 from sympy import *
2 #definir os símbolos usados
3 x=symbols('x')
4 #definir a função
5 expr=(2*x**2-3*x+5)/(x**2+1)
6 #calcular o limite
7 r=limit(expr,x,'oo')
8 print("%.1f" %r)
```

2.0

# Derivadas

**diff(expressão,variável)**

1) Calcular a derivada de  $f(x)=2x^2+3x+5$

```
In [23]: 1 from sympy import *
          2 x=symbols('x')
          3 eq=2*x**2+3*x+5
          4 r=diff(eq,x)
          5 print(r)
          6 #calcular o valor da derivada para x=1
          7 z=r.subs(x,1)
          8 print(z)
          9 diff(eq,x,2)
```

$4*x + 3$   
7

Out[23]: 4

# Integrais Indefinidas

**integrate(função,variável)**

1) Calcular a integral de  $f(x)=x^2$

```
In [2]: 1 from sympy import*  
        2 x,y=symbols('x y')  
        3 y=x**2  
        4 integrate(y,x)
```

Out[2]:  $\frac{x^3}{3}$

2) Calcular a integral de  $f(x)=(x+1)/x^{1/2}$

```
► In [5]: 1 from sympy import*  
          2 x,y=symbols('x y')  
          3 y=(x+1)/sqrt(x)  
          4 integrate(y,x)
```

Out[5]:  $\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + 2\sqrt{x}$

## Integrais Definidas

**`integrate(função, (variável, limite inferior, limite superior))`**

1) Calcular a integral de  $f(x)=x^2$  entre 2 e 4

In [36]:

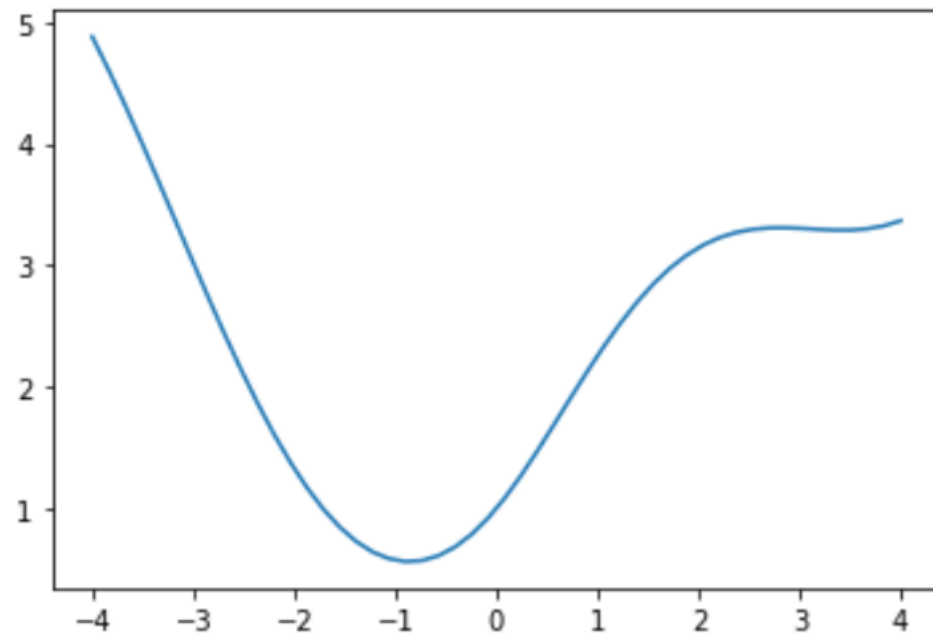
```
1 from sympy import*
2 x,y=symbols('x y')
3 y=x**2
4 integrate(y,(x,2,4))
```

Out[36]:  $\frac{56}{3}$

**Exemplo:** Construir o gráfico da função  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \sin(x)$  com  $x$  variando de -10 até 10 com 50 pontos. Calcular a derivada de primeira ordem de  $f(x)$  e a derivada de terceira ordem. Calcular a integral indefinida de  $f(x)$ .

In [29]:

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 %matplotlib inline
5
6 x = np.linspace(-4,4,50)
7 y = np.sqrt(x**2+1)+np.sin(x)
8 plt.plot(x,y)
```



In [32]:

```
1 from sympy import *
2 x=symbols('x')
3 eq=sqrt(x**2+1)+sin(x)
4 r=diff(eq,x)
5 print(r)
```

$$x/\sqrt{x^2 + 1} + \cos(x)$$

In [33]:

```
1 from sympy import *
2 x=symbols('x')
3 eq=sqrt(x**2+1)+sin(x)
4 r=diff(eq,x,3)
5 print(r)
```

$$3*x^3/(x^2 + 1)^{(5/2)} - 3*x/(x^2 + 1)^{(3/2)} - \cos(x)$$



In [34]:

```
1 from sympy import*
2 x,y=symbols('x y')
3 y=sqrt(x**2+1)+sin(x)
4 integrate(y,x)
```

Out[34]:

$$\frac{x\sqrt{x^2+1}}{2} - \cos(x) + \frac{\operatorname{asinh}(x)}{2}$$

## Exercícios:

1) Esboçar os gráficos das seguintes funções:

$$f(x)=x^2+6x+9 \text{ e } g(x)=2/x$$

2) Calcular o  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$

3) Calcular a derivada de  $f(x)=(\sin(x)+\cos(x))^3$

4) Calcular a integral indefinida de  $f(x)=1/(x^2+1)$