Termodynamika z elementami fizyki statystycznej
Ćwiczenia 2 (6 marca 2023)
własności cieplne cd.

Zadanie 1
Opór właściwy półprzewodnika zależy od temperatury jak: $\rho(T) = A \exp(\alpha/T)$, gdzie $\alpha = 0.01\mathrm{eV}/\mathrm{k}_B$. Jakie zmiany temperatury w okolicy 290 K można mierzyć takim termometrem zakładając, że potrafimy mierzyć opór z dokładnością do 0.01%. Przyjmij $\mathrm{k}_B = 8.62 \cdot 10^{-5}$ eV/K.

Zadanie 2
Przy długości fali $\lambda = 0.7\,\mu$m porównano natężenie promieniowania dwóch, doskonale czarnych, źródeł promieniowania o różnych temperaturach. Temperatura pierwszego ciała wynosi $T_1 = 1068°$C (topnienie złota). Znaleźć temperaturę drugiego ciała T_2, jeśli stosunek natężeń promieniowania wynosił $I_\lambda(T_2)/I_\lambda(T_1) = 10$. Przyjmij $hc = 1.24$ eVμm

Zadanie 3 (Pirometr dwubarwny)
Wyznaczyć temperaturę ciała świecącego wiedząc, że stosunek natężeń promieniowania dla długości fal $\lambda_1 = 550$ nm i $\lambda_2 = 700$ nm wynosi $R = I_{\lambda_2}/I_{\lambda_1}(T) = 1.286$. Przyjąć $T \sim 10^3$ K.

Zadanie 4
Doskonale czarna kula (gwiazda) o temperaturze T i promieniu R otoczona jest czarną sferą (sferą Dysona) o promieniu r, której temperatura jest ustalona przez równowagę termodynamiczną. Jaka jest temperatura sfery? Rozważ następujące warianty:

1. wariant bardzo duża gwiazda - gwiazda pochłania całe promieniowanie pochodzące z wnętrza sfery, ale temperatura gwiazdy nie zmienia się;
2. wariant mała gwiazda - gwiazda jest tak mała, że promieniowanie pochłonięte przez nią jest zaniedbywalne
3. gwiazda ma temperaturę T przed nałożeniem osłony. Po nałożeniu osłony jej temperatura podniesie się, ale zakładamy, że energia produkowana wewnątrz gwiazdy nie zmieni się;

Zadanie 5 (Termos próżniowy)
Dane są dwie nieskończone doskonale czarne płaszczyzny o temperaturach $T_1 = 300$ K i $T_2 = 4$ K. Obliczyć strumień energii (czyli moc na jednostkę powierzchni) przesyłaną między nimi. Rozważyć trzecią płaszczyznę (osłonę) między nimi, która odbija $R = 95\%$ promieniowania. Obliczyć temperaturę osłony i strumień energii pomiędzy płaszczyznami. Przyjmij $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/m^{2}K^4

Zadanie 6
Korzystając z prawa promieniowania Plancka wykaż, bez całkowania, prawo Stefana-Boltzmanna.

Zadania domowe

Zadanie domowe 1

Zależność ciśnienia równowagi fazy ciekłej i lotnej opisuje w przybliżeniu wzór: $p = Ae^{-\alpha/T}$.
Dla wody: $p_3 = 612\,\mathrm{Pa}$, $T_3 = 273.16\,\mathrm{K}$, $p_{\mathrm{wrzenia}} = 1.013 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T_{\mathrm{wrzenia}} = 373.2\,\mathrm{K}$.
Wyznacz stałe A i α. Oblicz w jakiej temperaturze woda wrze na wysokościach:

a) 2500 m – Rysy ($p = 0.75\,\mathrm{bar}$)
b) 4800 m – Mont Blanc ($p = 0.55\,\mathrm{bar}$)
c) 8850 m – Mont Everest ($p = 0.33\,\mathrm{bar}$).

Przy jakim ciśnieniu woda wrze w temperaturze 20°C ? −3°C ?

Odpowiedź: $\alpha = \log\left(\frac{p_w}{p_3}\right)\frac{T_w T_3}{T_w - T_3} \approx 5208K$, $A = p_w e^{\alpha/T_w} \approx 1.17 \cdot 10^{11} Pa$
$T_a \approx 367K$, $T_b \approx 358K$, $T_c \approx 346K$
$P(20°C) \approx 2243Pa$, $P(-3°C) \approx 494Pa$

Zadanie domowe 2

Do budowy termoregulatorów, ograniczników temperatury i tym podobnych urządzeń stosuje się często urządzenie zwane bimetalem. Jest to pasek złożony z dwóch spojonych ze sobą warstw metali o różnych współczynnikach rozszerzalności. Pasek taki przy ogrzewaniu będzie się wyginał i może w ten sposób zamykać lub otwierać obwód elektryczny. Dany jest bimetal o grubości d, złożony z metali o współczynnikach rozszerzalności liniowej α_1 i α_2 ($\alpha_1 > \alpha_2$). W temperaturze T_0 bimetal jest prosty. Znajdź promień krzywizny bimetalu po ogrzaniu go o ΔT. Wykonaj obliczenia dla: $\alpha_1 = 1.8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$ (mosiądz), $\alpha_2 = 1.2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$ (stal), grubość $d = 1\,\mathrm{mm}$, długość $l_0 = 5\,\mathrm{cm}$, $\Delta T = 100\,\mathrm{K}$.

Odpowiedź: $R = \frac{d}{2}\frac{2+(\alpha_1+\alpha_2)\Delta T}{(\alpha_1-\alpha_2)\Delta T} \approx 167cm$

Zadanie domowe 3

Opór właściwy miedzi zależy od temperatury jak: $\rho(T) = A\left(\frac{T}{T_0}\right)\mathrm{tgh}^3\left(\frac{T}{T_0}\right)$; $T_0 = 87\,\mathrm{K}$. W temperaturze 290 K miedziany czujnik ma opór $10\,\Omega$.

1. Jaki opór ma ten czujnik w temperaturze 700 K?
2. Jak zmieni się opór dla temperatury 701 K? Ile wynosi $\Delta R/R$?
3. Jaki jest opór w temperaturze 20 K?
4. Jak zmieni się opór dla temperatury 21 K? Ile wynosi $\Delta R/R$?

Zadanie rozwiąż rachunkiem bezpośrednim oraz korzystając z odpowiednich rozwinięć.

Odpowiedź:

1. $\rho(700K) = 24.323\Omega$
2. Bezpośrednio $\rho(701K) = 24.358\Omega$
   Przy użyciu rozwinięcia $\rho(701K) \approx \rho(700K) + \rho'(700K)1K = 24.358\Omega$
   $\Delta R/R \approx 0.0014$
3. $\rho(20K) = 0.008\Omega$
4. Bezpośrednio $\rho(21K) = 0.0097\Omega$
   Przy użyciu rozwinięcia $\rho(21K) \approx \rho(20K) + \rho'(20K)1K = 0.00957\Omega$
   $\Delta R/R \approx 0.21$

Zadanie domowe 4
Oszacuj całkowitą moc jaką wypromieniowujesz. Opisz przyjęte założenia i zastosowane przybliżenia. Oszacuj wydatek energetyczny organizmu na utrzymanie temperatury ciała (różnicę pomiędzy mocą wypromieniowywaną i otrzymywaną) jeżeli znajdujesz się w otoczeniu o temperaturze 20°C.

Odpowiedź: $\Delta P = S\sigma(T_c^4 - T_o^4) \approx 211W$, $\lambda_{max} = 9.5\mu m$

Zadanie domowe 5
Sonda kosmiczna o kształcie kuli i doskonale czarnej powierzchni ma zbadać okolice Merkurego. Aby uniknąć przegrzania sondy wyposażono ją w ekran termiczny - cienką osłonkę o kształcie półsfery zrobioną z metalu o współczynniku odbicia r. Osłona założona jest bardzo blisko powierzchni sondy, ale nie styka się z nią. Sonda zwrócona jest osłoniętą stroną do Słońca.

1. Znajdź wyrażenie na temperaturę sondy w funkcji jej odległości od Słońca i porównaj z temperaturą sondy pozbawionej osłony
2. Dobierz współczynnik odbicia r tak aby w pobliżu Merkurego sonda miała temperaturę $T_{\mathrm{sondy}} = 300\,\mathrm{K}$. Jaka jest wtedy temperatura osłony?

Temperatura Słońca wynosi $T_\odot = 5800\,\mathrm{K}$, promień Słońca $R_\odot = 7 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$, odległość Merkurego od Słońca $d = 5.8 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}$. Zakładamy, że cała powierzchnia sondy ma tę samą temperaturę.

Odpowiedź:

1. Bez osłony: $T_{sondy}^4 = \frac{T_\odot^4}{4}\frac{R_\odot^2}{d^2}$ Z osłoną: $T_{sondy}^4 = \frac{1-r}{3(2-r)}\frac{T_\odot^4}{4}\frac{R_\odot^2}{d^2}$
2. $r \approx 0.755$

Zadanie domowe 6
Dwie równoległe, duże, doskonale czarne płyty umieszczone są w próżni i mają temperatury T_1 i T_2. Między te płyty wstawiamy równolegle do nich n dużych, cienkich, doskonale czarnych płyt. Jaka jest temperatura i-tej płyty? Ile razy, w wyniku wstawienia płytek, zmniejszy się strumień energii pomiędzy płaszczyznami?

Odpowiedź: Temperatura i-tej płyty $T_i = T_1^4 + \frac{T_N^4 - T_1^4}{N-1}(i-1)$
Zmiana strumienia $I_N/I_2 = \frac{1}{N-1}$