



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Άγγελος Καμαριάδης
angeloskamariadis@gmail.com

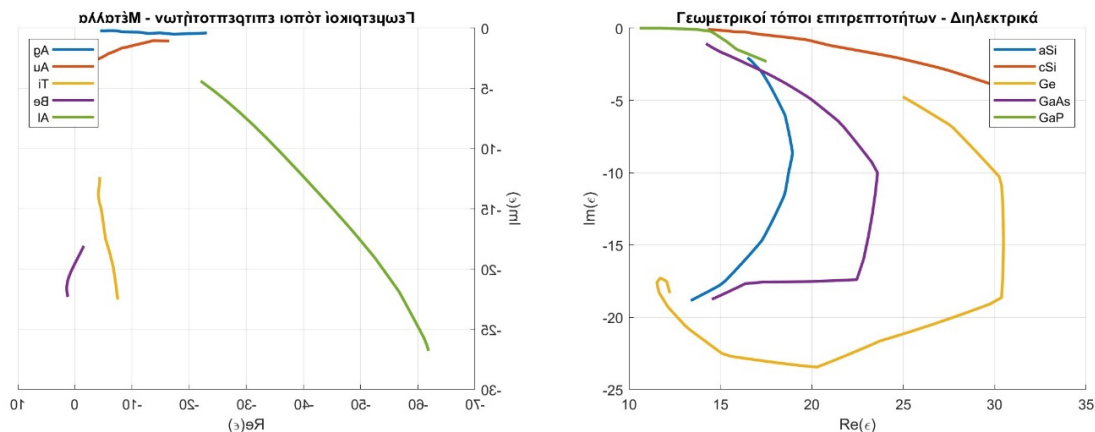
Γεωμετρικοί Τόποι των Σχετικών Μιγαδικών Επιτρεπτοτήτων:

Η σχετική μιγαδική διηλεκτρική επιτρεπτότητα ενός υλικού υπολογίζεται από την έκφραση:

$$\epsilon = (n - ik)^2$$

όπου n : ο δείκτης διάθλασης και k : ο συντελεστής απορρόφησης (το μιγαδικό μέρος του δείκτη διάθλασης).

Για κάθε υλικό, το μήκος κύματος σαρώνει το ορατό φάσμα [400 nm, 700 nm]. Αυτό σημαίνει πως η επιτρεπτότητα $\epsilon(\lambda)$ είναι συνάρτηση του μήκους κύματος, η οποία μπορεί να λάβει μιγαδικές τιμές. Ο γεωμετρικός τόπος των τιμών της επιτρεπτότητας στο μιγαδικό επίπεδο, μας δίνει τη χαρακτηριστική καμπύλη του υλικού. Τα μέταλλα έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος της επιτρεπτότητας $\text{Re}(\epsilon) < 0$ και μεγάλο φανταστικό μέρος $\text{Im}(\epsilon) > 0$, λόγω ισχυρής απορρόφησης. Ο γεωμετρικός τους τόπος σχηματίζει καμπύλη στην αρνητική πραγματική ημιεπίπεδο. Τα Διηλεκτρικά και οι Ημιαγωγοί έχουν θετικό πραγματικό μέρος της επιτρεπτότητας $\text{Re}(\epsilon) > 0$, επιτρέποντας τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και το φανταστικό μέρος είναι μικρότερο από αυτό των μετάλλων, αλλά μπορεί να είναι σημαντικό σε ημιαγωγούς. Ο γεωμετρικός τους τόπος βρίσκεται στο δεξιό ημιεπίπεδο του μιγαδικού επιπέδου.



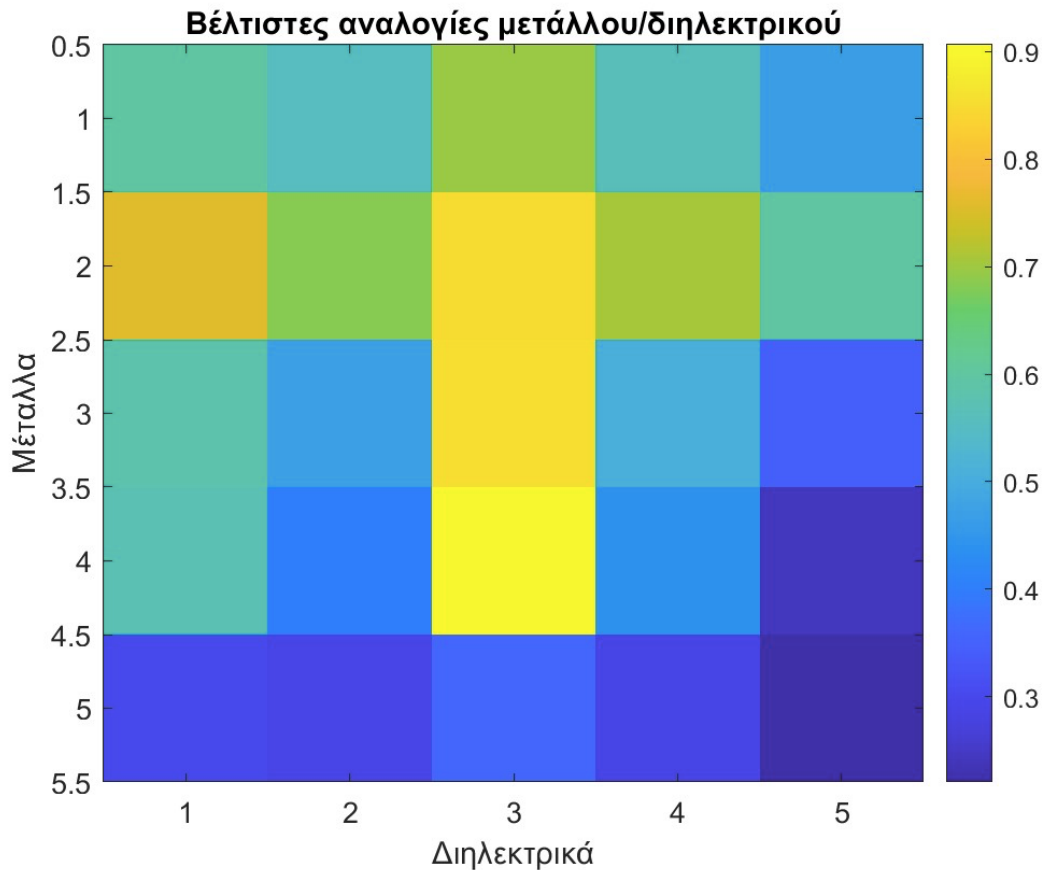
Βέλτιστη Περιοδική Διαστρωματωμένη Δομή:

Για μια περιοδική δομή που αποτελείται από ένα μέταλλο και ένα διηλεκτρικό, η ισοδύναμη επιτρεπτότητα μπορεί να υπολογιστεί από την έκφραση:

$$\epsilon_{\text{eff}} = f_1 \epsilon_1 + f_2 \epsilon_2$$

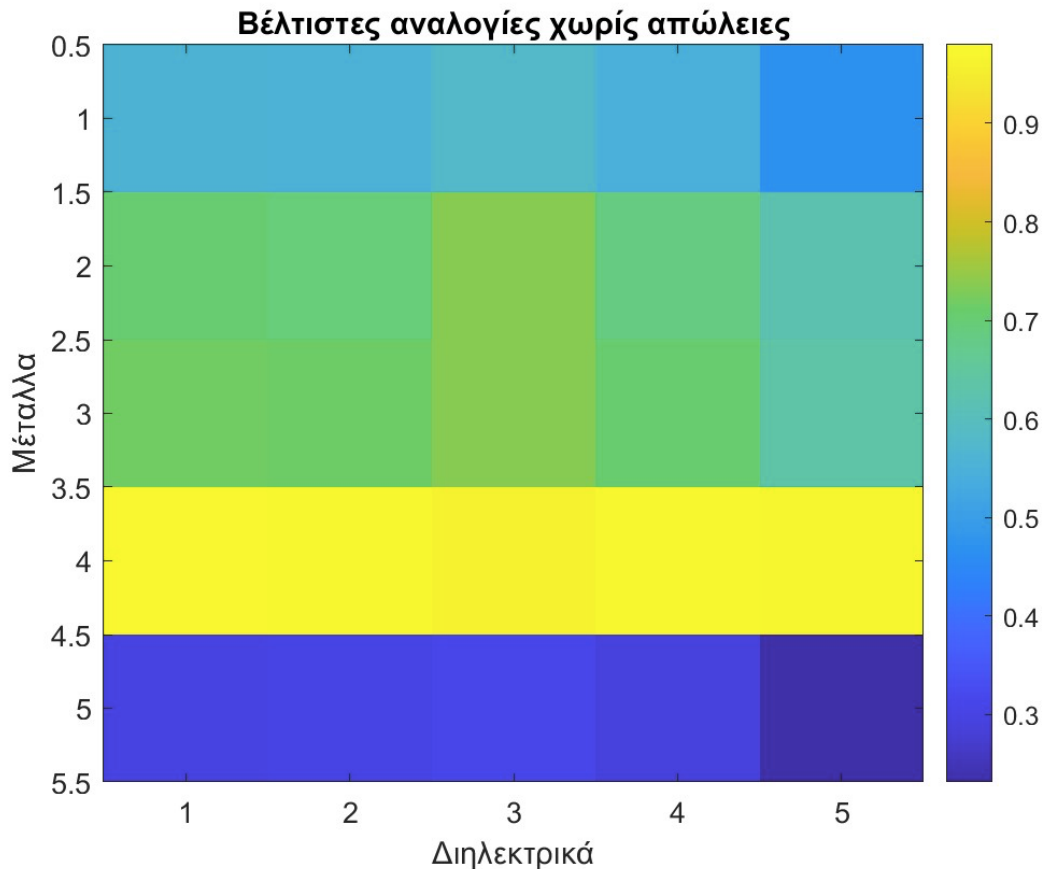
όπου: ϵ_1, ϵ_2 είναι οι επιτρεπτότητες του μετάλλου και του διηλεκτρικού και f_1, f_2 είναι τα ποσοστά όγκου των δύο υλικών, με $f_1 + f_2 = 1$.

Στόχος: Βρίσκουμε τα f_1 , f_2 ώστε η ισοδύναμη επιτρεπτότητα να πλησιάζει τη μονάδα ($\epsilon_{\text{eff}} \approx 1$), ώστε η δομή να είναι διαφανής σε όλο το ορατό φάσμα. Αν η ισοδύναμη επιτρεπτότητα βρίσκεται κοντά στο 1, η δομή είναι διαφανής. Αν είναι πολύ μακριά από το 1, η δομή είναι μη διαφανής. Η αναλογία των υλικών καθορίζει τη διαφάνεια. Δημιουργούμε έναν πίνακα $5\text{\AA} \sim 55$, όπου κάθε κελί περιέχει την αναλογία f_1, f_2 και το πόσο κοντά στη μονάδα βρίσκεται η επιτρεπτότητα.



Επανάληψη - Δίχως Απώλειες:

Όταν δεν υπάρχουν απώλειες, θέτουμε $k = 0$ για όλα τα υλικά, επομένως: $\epsilon = n^2$. Σε αυτή την περίπτωση, οι επιτρεπτότητες γίνονται καθαρά πραγματικές, και η συμπεριφορά των υλικών αλλάζει. Τα μέταλλα εξακολουθούν να έχουν αρνητικές επιτρεπτότητες. Τα διηλεκτρικά έχουν θετικές επιτρεπτότητες, με μικρότερη διαφορά μεταξύ των τιμών τους. Η βέλτιστη διαστρωματωμένη δομή υπολογίζεται ξανά, αλλά τώρα χωρίς τις απώλειες.



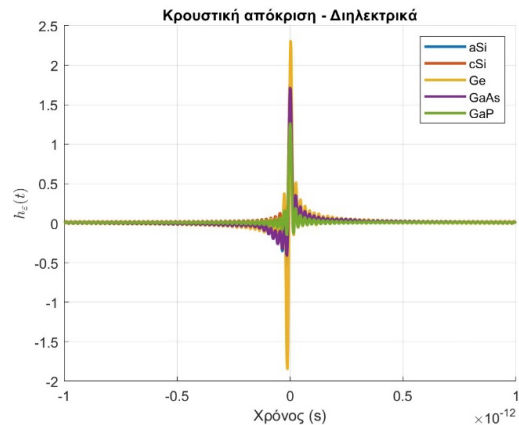
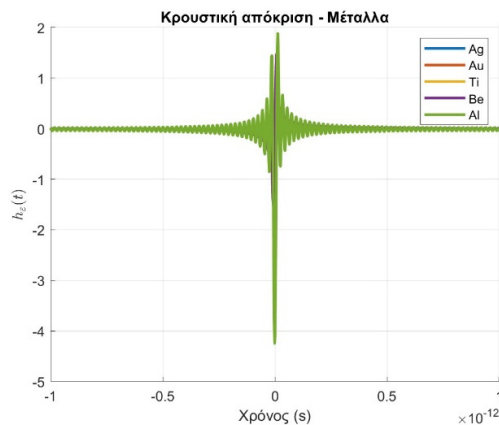
Κρουστική Απόκριση του Ηλεκτρικού Πεδίου:

Η κρουστική απόκριση του ηλεκτρικού πεδίου σχετίζεται με τη συχνοτική εξάρτηση της επιτρεπτότητας μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier:

$$h_e(t) = \mathcal{F}^{-1}[e(\omega)]$$

όπου: $e(\omega)$ είναι η επιτρεπτότητα στο συχνοτικό πεδίο και $h_e(t)$ είναι η χρονική απόκριση του ηλεκτρικού πεδίου.

Η κρουστική απόκριση μπορεί να αναλυθεί ξεχωριστά για μέταλλα και διηλεκτρικά. Εν κατακλείδι τα μέταλλα έχουν ισχυρή απορρόφηση, άρα η κρουστική απόκριση είναι φθίνουσα και τα διηλεκτρικά έχουν πιο καθαρή χρονική απόκριση, που δείχνει ότι επιτρέπουν τη διάδοση κυμάτων με λιγότερη απώλεια. Η επέκταση των δεδομένων για πολύ μικρές και πολύ μεγάλες συχνότητες επιτρέπει την καλύτερη προσέγγιση της πραγματικής φυσικής συμπεριφοράς.



Απόκριση σε Gaussian Παλμό:

Ένας παλμός τύπου Gaussian έχει χρονικό προφίλ:

$$E(t) = E_0 e^{-(\Omega t)^2} \cos(\omega_0 t)$$

όπου: ω είναι η κεντρική συχνότητα που αντιστοιχεί στο $\lambda = 530 \text{ nm}$ (πράσινο φως), $\Omega = \omega_0/20$ καθορίζει το εύρος του παλμού και η ηλεκτρική μετατόπιση είναι: $D(t) = \epsilon_0 \epsilon(t) E(t)$.

Διακρίνουμε ότι όταν λαμβάνεται υπόψη η διασπορά, η απόκριση είναι πιο πολύπλοκη, καθώς το υλικό αντιδρά διαφορετικά σε διαφορετικές συχνότητες. Χωρίς διασπορά, η απόκριση είναι απλούστερη και μοιάζει περισσότερο με το σήμα εισόδου. Τα μέταλλα παρουσιάζουν ισχυρή απόσβεση, ενώ τα διηλεκτρικά ακολουθούν πιο καθαρή μορφή.

