

## ČETVRTI DIO

# PRIMJENE U INŽENJERSTVU

*Ovo je samo eksperiment koji dokazuje da je maestro Maxwell bio u pravu. Imamo ove misteriozne elektromagnetske valove koje ne možemo vidjeti golim okom. Ali oni su tamo.*

HEINRICH RUDOLF HERTZ

---

U četvrtom, završnom poglavlju ove knjige razmatraju se osnove elektromagnetske kompatibilnosti, različite primjene teorije polja te analitičkoga i numeričkog modeliranja mnogih problema iz inženjerske prakse. Obrađena je analiza antenskih sustava, problematika sprege vanjskog polja s nadzemnim i podzemnim vodovima, modeliranje kanala groma, tranzijentna analiza uzemljivačkih sustava te izloženost ljudi elektromagnetskim poljima.

## 28. Osnove elektromagnetske kompatibilnosti

Pod pojmom elektromagnetska kompatibilnost (engl. *Electromagnetic compatibility* – EMC) obično se razumijeva sposobnost uređaja da zadovoljavajuće funkcionira unutar svojega elektromagnetskog okruženja. Dakle, pretpostavlja se da uređaj, sustav ili oprema ne samo da nije ometan vanjskim poljima, već ne uzrokuje smetnje u smislu netolerabilnih elektromagnetskih ometanja obližnjeg sustava ili čega drugoga u tom okruženju. Zadovoljavajuće funkcioniranje uređaja, opreme ili sustava implicira njihov pravilan rad i imunost na određene razine smetnji koje se smatraju uobičajenima u okruženju.

Stoga je osnovna zadaća EMC-a potisnuti bilo kakve vrste elektromagnetskih smetnji (engl. *Electromagnetic Interference* – EMI). To se izražava putem dva temeljna zahtjeva.

- Prvi se zahtjev obično naziva testiranje imunosti (engl. *immunity testing*). Nakon što je uređaj konstruiran, nužno je provjeriti je li on potencijalna žrtva smetnje, odnosno zadovoljava li EMC zahtjev da ga ne ometaju vanjski izvori proizvedeni u njegovu elektromagnetskom okruženju.
- Drugi se zahtjev pojavljuje u procesu projektiranja, a implicira da uređaj ne označuje potencijalni izvor elektromagnetske smetnje, tj. da njegovo uobičajeno funkcioniranje ne interferira s ostalim električnim sustavima. Taj se zahtjev obično naziva testiranje emisije (engl. *emission testing*).

U teorijskom su smislu aspekti testiranja imunosti i emisije povezani s teoremom recipročnosti u elektromagnetizmu [1].

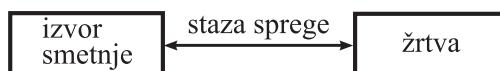
Općenito, metode koje se rabe u EMC-u ne omogućuju samo vizualizaciju elektromagnetskih pojava, već služe i u svrhu predikcije i potiskivanja interferencija, a mogu se opisati kao teorijske ili eksperimentalne. U ovom se poglavlju obrađuje teorijski pristup te odgovarajuće numeričke metode u analizi EMC problema.

## 28.1. Računalni EMC modeli i metode rješavanja

Rapidni je napredak u razvoju digitalnih računala u posljednjih nekoliko desetljeća omogućio i velik napredak u EMC računalnim modelima.

Elektromagnetsko modeliranje omogućuje simulaciju elektromagnetskog ponašanja određenoga električnog sustava za vrlo širok opseg parametara, uključujući različite početne i rubne uvjete, oblike pobude i različite konfiguracije samog sustava. Važna je činjenica da modeliranje traje mnogo kraće nego izradba i testiranje odgovarajućeg prototipa primjenom eksperimentalnih postupaka. Temeljna je svrha EMC računalnog modela predvidjeti odziv žrtve na vanjsku pobudu stvorenu zbog izvora smetnje.

Osnovni računalni EMC model (sl. 28.1.) uključuje izvor smetnje (radioodašiljač, mobilni telefon, udar munje ili neka drugu vrstu neželenoga elektromagnetskog impulsa), stazu sprege koja se odnosi na elektromagnetska polja koja se propagiraju u slobodnom prostoru, materijalu ili vodiču i žrtvu smetnje koja se odnosi na bilo kakvu vrstu električne opreme (npr. radioprijamnik), medicinsku elektroničku opremu (npr. elektrostimulator srca), ili pak ljudsko tijelo.



**Slika 28.1.** Osnovni model elektromagnetske kompatibilnosti (EMC)

U osnovi, svi EMC modeli proizlaze iz koncepata rigorozne elektromagnetske teorije i temelja zasnovanih na Maxwellovim jednadžbama. Jednadžba koja opisuje dani problem u diferencijalnoj, integralnoj ili integrodiferencijalnoj formi može se izvesti iz četiri Maxwellove jednadžbe.

EMC modeli analiziraju se primjenom analitičkih ili numeričkih metoda. Iako se oba pristupa mogu rabiti u projektiranju električnih sustava, analitički modeli nisu iskoristivi za simulaciju tih sustava ili je njihova uporaba uvelike limitirana na rješavanje zaista pojednostavnjenih geometrija visokog stupnja simetrije (kanonski problemi).

Istodobno, mnogo preciznija simulacija različitih praktičnih inženjerskih problema omogućena je uporabom numeričkih metoda. U tom se slučaju pogrješke odnose ponajprije na ograničenja matematičkog modela *per se* i primjenjene numeričke metode.

EMC računalni modeli mogu se testirati mjeranjem ili teorijski, odnosno usporedbom rezultata s već etabliranim numeričkim modelima.

Novi se model može isprobati i na nekom standardnom testnom problemu na kojemu su isprobane i verificirane mnoge numeričke metode ili na nekim kanonskim problemima za koje postoji rješenje u zatvorenoj formi.

## 28.2. Klasifikacija EMC modela

Postoje mnoge moguće klasifikacije EMC računalnih modela koji se upotrebljavaju u istraživanjima te za praktične svrhe [1].

S obzirom na odgovarajuće teorijske podloge, EMC modeli klasificiraju se kao:

- modeli teorije krugova zasnovani na konceptu koncentriranih električnih parametara
- modeli prijenosnih linija kod kojih se upotrebljavaju distribuirani parametri koji vrijede za spregu s poljima niskih frekvencija
- modeli zasnovani na teoriji antena (engl. *Antenna theory models, full-wave models*) kod kojih se uzimaju u obzir efekti zračenja za rješavanje problema propagacije elektromagnetskih valova.

Nadalje, ako se uzmu u obzir različita obilježja izvora smetnji, EMC probleme [1] može se specificirati kao:

- stacionarne probleme (engl. *continuous wave (CW) problems*)
- prijelazne pojave (engl. *Transients*).

Najopćenitija klasifikacija izvora smetnji odnosi se na prirodne i umjetne izvore. Među prirodnim se izvorima najčešće razmatra udar munje.

Ako se razmatra staza sprege, smetnje se mogu podijeliti u dvije velike grupe:

- vođene smetnje (npr. inducirani prenaponi, harmonici)
- zračene smetnje (naponi inducirani udarom munje, zračenjem antenskih sustava, prisluškivanjem).

## 28.3. Općenito o EMC modeliranju

U svrhu pouzdanog odvajanja izvora elektromagnetske smetnje od potencijalne žrtve nužno je odrediti određene norme. Pravilnikom se postavljaju ograničenja koja se odnose na prihvatljive razine susceptibilnosti i omogućuje se individualno testiranje opreme. Mjerenja i proračuni elektromagnetskih smetnji odnose se na zračenu i vođenu emisiju, odnosno susceptibilnost.

Fizikalne pojave koje čine izvore elektromagnetske smetnje, žrtvu i stazu sprege između izvora smetnje i susceptibilnog uređaja mogu se djelomice modelirati. Jedno od najvažnijih pitanja u vezi s tim odnosi se na preciznost koju se može postići u sklopu danog modela. Osnovna ograničenja EMC modeliranja proizlaze iz fizikalne kompleksnosti razmatranog problema. Katkad je gotovo nemoguće odrediti električna svojstva sustava ili je broj neovisnih parametara nužnih za razvoj EMC modela prevelik za praktični računalni program.

Pristup EMC modeliranju koji se razmatra u ovom dijelu knjige zasniva se na modeliranju jednadžbi antena i jednadžbi prijenosnih linija. Rabe se metoda rubnih elemenata, metoda konačnih elemenata te metoda konačnih diferencija u vremenskom području, FDTD (engl. *Finite Difference Time Domain*).

## 29. Modeliranje praktičnih antenskih sustava

Tankožičane se (linearne) antene upotrebljavaju u komunikacijskim sustavima od niskih do ultravisokih frekvencija, bilo u obliku zasebnih ili antenskih faznih nizova, a često se rabe i kao sonde pri istraživanju nepoznatog tla.

Analiza linearnih antena, uz to što je važna u radiokomunikacijama u smislu modela, široko je rasprostranjena i u različitim primjenama u elektromagnetskoj kompatibilnosti (engl. *Electromagnetic compatibility* – EMC). Jedna je od najčešćih konfiguracija žičanih antena horizontalni niz takvih antena.

Proučavanje antenskih nizova ima važnu praktičnu ulogu u nizovima sastavljenima od različitih tankožičanih elemenata s paralelnim longitudinalnim osima. Pri tome elementi niza mogu biti napajani ili parazitni, kao u široko rasprostranjenom Yagi-Uda antenskom nizu. Budući da analitičko rješenje takve konfiguracije nije dostupno, u prošlosti su se primjenjivale mnoge tehnike aproksimacije.

Druga iznimno važna primjena u radiokomunikacijama odnosi se na strukturu logaritamsko-periodnog niza dipol antena (engl. *logarithmic-periodic dipole array* – LPDA), vrlo važnu u mnogim primjenama vezanim za frekvencijski neovisne antene (npr. u kontroli leta zračnog prometa). S obzirom pak na analizu zračenja i raspršenja na žicama horizontalno postavljenima iznad konačno vodljivog poluprostora, taj problem zbog velike teorijske i praktične važnosti kontinuirano privlači pozornost mnogih poznatih istraživača u posljednjih 60-ak godina.

Elektromagnetsko modeliranje složenijih žičanih konfiguracija iznad konačno vodljivog poluprostora ima važnu ulogu u projektiranju antena i rješavanju mnogih problema u elektromagnetskoj kompatibilnosti. Naime, ta je analiza primjenjiva na području propagacije površinskih valova, oceanografije, geofizičkih istraživanja, podmorskih komunikacija, detekcije i bioelektromagnetizma. Nadalje, model horizontalnih žičanih antena iznad poluprostora s gubicima također ima mnogo primjena u elektromagnetskoj kompatibilnosti.

Analiza žičanih antena iznad poluprostora s gubicima izravno je primjenjiva na područje oceanografskih i geofizičkih istraživanja te podmorskih komunikacija. Mnoge izvore elektromagnetskih smetnji (EMI), poput podzemnih i nadzemnih kabela, energetskih linija, prijenosnih linija, mobilnih telefona, baznih stanica i dr., moguće je analizirati primjenom modela žičanih antena.

Analiza zračenja ukopane antene u konačno vodljivoj sredini nalazi velike primjene u geosondiranju te elektromagnetskoj kompatibilnosti ukopanih linija i kabela. Model vertikalne antene često se rabi pri modeliranju ekvivalentnog kanala groma.

Naposljetu, tankožičane antene proizvoljnog oblika široko su rasprostranjene u mnogim EMC primjenama poput analize povijenih nadzemnih linija ili pak tranzijentne analize složenih uzemljivačkih sustava.

Sve navedene primjene impliciraju rigoroznu analizu dane antenske strukture koja implicira proračun stvarne, a ne prepostavljene raspodjele struje uzduž zračeće strukture.

U matematičkom se smislu taj problem svodi na rješavane odgovarajuće integralne jednadžbe električnog polja s nepoznatom strujom kao podintegralnom funkcijom.

## 29.1. Formulacija zasnovana na sustavu integrodiferencijalnih jednadžbi

Analiza proizvoljnih žičanih struktura temelji se na sustavu spregnutih Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi [2]:

$$\begin{aligned} E_{sm}^{\text{exc}}(s) = & \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \sum_{n=1}^{N_w} \int_0^{L_n} \left\{ \left[ k^2 \vec{e}_{s_m} \vec{e}_{s'_n} - \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s'_n} \right] g_{0n}(s_m, s'_n) + \right. \\ & + R_{\text{TM}} \left[ k^2 \vec{e}_{s_m} \vec{e}_{s_n^*} - \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s_n^*} \right] g_{in}(s_m, s_n^*) + \\ & \left. + (R_{\text{TE}} - R_{\text{TM}}) \vec{e}_{s_m} \vec{e}_p \cdot \left[ k^2 \vec{e}_p \vec{e}_{s^*} - \frac{\partial^2}{\partial p \partial s^*} \right] g_i(s_m, s_n^*) \right\} I(s'_n) ds', \end{aligned} \quad (29.1.)$$

gdje je  $N_w$  ukupan broj žica, a  $I_n(s'_n)$  je nepoznata raspodjela struje inducirane na  $n$ -toj žici. Greenove su funkcije  $g_{0mn}(x, x')$  i  $g_{imn}(s, s')$  sljedećeg oblika:

$$g_{0mn}(s_m, s'_n) = \frac{e^{-jkR_{1mn}}}{R_{1mn}}, \quad g_{imn}(s_m, s'_n) = \frac{e^{-jkR_{2mn}}}{R_{2mn}}, \quad (29.2.)$$

gdje su  $R_{1mn}$  i  $R_{2mn}$  odgovarajuće udaljenosti od izvora, odnosno njegove slike do točke promatranja.

Utjecaj impedancije razmatra se putem modificiranog uvjeta kontinuiteta za tangencijalne komponente električnog polja na površini žice:

$$E_s^{\text{inc}} + E_s^{\text{sct}} = Z'_L I(s), \quad (29.3.)$$

gdje je  $Z'_L$  odgovarajuća impedancija po metru duljine vodiča.

Modificirana je Pocklingtonova jednadžba za žicu s opteretnom impedancijom sljedećeg oblika:

$$\begin{aligned} E^{\text{inc}}(s) = & -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \int_0^L \left\{ \left[ k_1^2 \vec{e}_s \vec{e}_{s'} - \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \right] g_0(s, s') + \right. \\ & \left. + R_{\text{TM}} \left[ k_1^2 \vec{e}_s \vec{e}_{s^*} - \frac{\partial^2}{\partial s \partial s^*} \right] g_i(s, s^*) \right\} I(s') ds' + Z'_L I(s). \end{aligned} \quad (29.4.)$$

Sustav integralnih jednadžbi (29.4.) numerički se rješava primjenom GB-IBEM-a.

Ukupno izračeno polje konfiguracije žica proizvoljnog oblika dano je izrazom [2]:

$$\vec{E} = \sum_{n=1}^{N_w} \left[ \vec{E}_{0n} + R_{\text{TM}} \vec{E}_{in} + (R_{\text{TE}} - R_{\text{TM}}) (\vec{E}_{in} \cdot \vec{e}_p) \vec{e}_p \right], \quad (29.5.)$$

gdje je

$$\vec{E}_{0n} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \left[ k_1^2 \int_0^{L_n} \vec{e}_{s'_n} I(s'_n) g_{0n}(\vec{r}, \vec{r}') ds' + \int_0^{L_n} \frac{\partial I(s'_n)}{\partial s'_n} \nabla g_{0n}(\vec{r}, \vec{r}') ds'_n \right] \quad (29.6.)$$

$$\vec{E}_{in} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \left[ k_1^2 \int_0^{L_n} \vec{e}_{s_n^*} I(s_n^*) g_{in}(\vec{r}, \vec{r}^*) dw' - \int_0^{L_n} \frac{\partial I(s_n^*)}{\partial s_n^*} \nabla g_{in}(\vec{r}, \vec{r}^*) ds' \right]. \quad (29.7.)$$

Indeks 0, odnosno  $i$ , odnosi se na stvarnu, odnosno preslikanu, žicu.

Zračeno je magnetsko polje žice proizvoljnog oblika dano izrazom [2]

$$\vec{H} = \sum_{n=1}^{N_y} \left[ \vec{H}_{Sn} + R_{TE} \vec{H}_{In} + (R_{TM} - R_{TE}) (\vec{H}_{In} \cdot \vec{e}_p) \vec{e}_p \right], \quad (29.8.)$$

gdje je:

$$\vec{H}_{Sn} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{L_n} I(s'_n) \vec{e}_{s'} \times \nabla g_{0n}(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (29.9.)$$

$$\vec{H}_{In} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{L_n} I(s'_n) \vec{e}_{s^*} \times \nabla g_{in}(\vec{r}, \vec{r}^*) ds'. \quad (29.10.)$$

Utjecaj konačno vodljive zemlje razmatra se putem Fresnelova koeficijenta refleksije za TM i TE polarizaciju [2]

$$R'_{TM} = \frac{n \cos \theta' - \sqrt{n - \sin^2 \theta'}}{n \cos \theta' + \sqrt{n - \sin^2 \theta'}} \quad (29.11.)$$

$$R'_{TE} = \frac{\cos \theta' - \sqrt{n - \sin^2 \theta'}}{\cos \theta' + \sqrt{n - \sin^2 \theta'}}, \quad (29.12.)$$

gdje je  $\theta'$  kut upada, a  $n$  indeks loma:

$$n = \frac{\epsilon_{eff}}{\epsilon_0}, \quad \epsilon_{eff} = \epsilon_r \epsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega}, \quad (29.13.)$$

pri čemu je  $\epsilon_{eff}$  kompleksna permitivnost zemlje.

## 29.2. Numeričko rješenje sustava integrodiferencijalnih jednadžbi primjenom MRE

Serija Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi (29.1.), odnosno (29.4.), rješava se primjenom Galerkin-Bubnovljeve inačice indirektnе metode rubnih elemenata (GB-IBEM). Detaljniji opis metode moguće je pronaći u različitim publikacijama, primjerice u [3].

Primjenom GB-IBEM-a u frekvencijskom se području serija spregnutih integrodiferencijalnih jednadžbi (29.1.) odnosno (29.4.) transformira u sljedeću matričnu jednadžbu [2]:

$$\sum_{n=1}^M \sum_{i=1}^{N_n} [Z]_{ji}^e \{I\}_i^e = \{V\}_j^e, \quad (29.14.)$$

pri čemu je generalizirana matrica međuimpedancije [2]

$$\begin{aligned} [Z]_{ij}^e = & - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{D\}_j \{D'\}_i^T g_{0nm}(s_n, s'_m) \frac{ds'_m}{d\xi'} d\xi' \frac{ds_n}{d\xi} d\xi + \\ & + k_1^2 \vec{e}_{s_n} \vec{e}_{s_m} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i^T g_{0nm}(s_n, s'_m) \frac{ds'_m}{d\xi'} d\xi' \frac{ds_n}{d\xi} d\xi - \\ & - R_{TM} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{D\}_j \{D'\}_i^T g_{inm}(s_n, s^*_m) \frac{ds'_m}{d\xi'} d\xi' \frac{ds_n}{d\xi} d\xi + \end{aligned} \quad (29.15.)$$

$$+ R_{\text{TM}} k_1^2 \vec{e}_{s_n} \vec{e}_{s_m^*} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i^T g_{imm}(s_n, s_m^*) \frac{ds'_m}{d\xi'} d\xi' \frac{ds_n}{d\xi} d\xi + \\ + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_{-1}^1 Z'_T \{f\}_j \{f'\}_i^T \frac{ds_n}{d\xi} d\xi,$$

a vektor napona ima oblik [2]

$$\{V\}_j^n = -j4\pi\omega\epsilon_0 \int_{-1}^1 E_{s_n}^{\text{exc}}(s_n) f_{jn}(s_n) \frac{ds_n}{d\xi} d\xi. \quad (29.16.)$$

Nakon što se izračuna raspodjela struje, formalizam rubnih elemenata može poslužiti i pri proračunu zračenog polja [2]. Tako se ukupno izračeno električno polje složene konfiguracije žica može izračunati na sljedeći način:

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^N \left[ \vec{E}_{Sk}^e + R_{\text{TM}} \vec{E}_{Ik}^e + (R_{\text{TE}} - R_{\text{TM}}) (\vec{E}_{Ik}^e \cdot \vec{e}_p) \vec{e}_p \right]. \quad (29.17.)$$

Pri tome je:

$$\vec{E}_{Sk}^e = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \left[ k^2 \int_{-1}^1 \vec{e}_{ks} \cdot I_{ik}^e f_i(\xi) g_{0k}(\vec{r}, \vec{r}') \frac{ds'_k}{d\xi} d\xi + \right. \\ \left. + \int_{-1}^1 I_{ik}^e \frac{\partial f_i(\xi)}{\partial \xi} \nabla g_{0k}(\vec{r}, \vec{r}') \frac{s'_k}{d\xi} d\xi \right] \quad (29.18.)$$

$$\vec{E}_I^e = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \left[ k^2 \int_{-1}^1 \vec{e}_{ks^*} \cdot I_{ik}^e f_i(\xi) g_{ik}(\vec{r}, \vec{r}^*) \frac{ds'_k}{d\xi} d\xi - \right. \\ \left. - \int_{-1}^1 I_{ik}^e \frac{\partial f_i(\xi)}{\partial \xi} \nabla g_{ik}(\vec{r}, \vec{r}^*) \frac{ds'_k}{d\xi} d\xi \right] \quad (29.19.)$$

Ukupno magnetsko polje koje izrači proizvoljna konfiguracija žica dano je izrazom [2]:

$$\vec{H} = \sum_{k=1}^N \left[ \vec{H}_{Sk}^e + R_{\text{TE}} \vec{H}_{Ik}^e + (R_{\text{TM}} - R_{\text{TE}}) (\vec{H}_{Ik}^e \cdot \vec{e}_p) \vec{e}_p \right], \quad (29.20.)$$

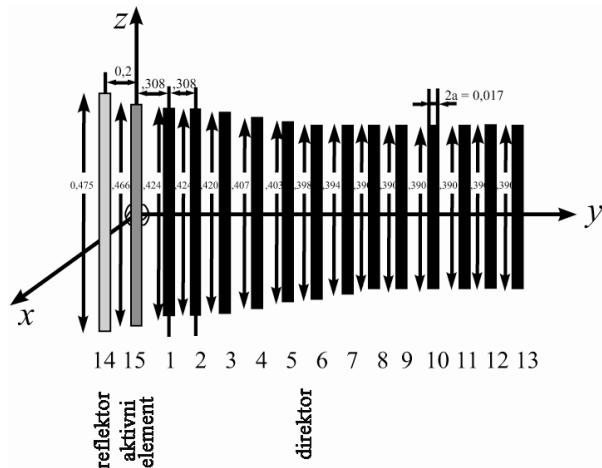
gdje je [2]

$$\vec{H}_{Sk}^e = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n \int_{-1}^1 I_{ik}^e f_i(\xi) \vec{e}_{s_k^*} \times \nabla g_{0k}(\vec{r}, \vec{r}') \frac{ds'_k}{d\xi} d\xi \quad (29.21.)$$

$$\vec{H}_{Ik}^e = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n \int_{-1}^1 I_{ik}^e f_i(\xi) \vec{e}_{ks^*} \times \nabla g_{ik}(\vec{r}, \vec{r}^*) \frac{ds'_k}{d\xi} d\xi. \quad (29.22.)$$

### Primjer 29.1.

Potrebno je analizirati Yagi-Uda antenski niz koji rabi NBS za pokrivanje VHF TV programa. Taj se Yagi-Uda antenski niz sastoji od 15 elemenata, i to reflektora, napajanoga elementa te 13 usmjerivača (direktora) za što bolju usmjerenuost antene, odnosno što veću koncentraciju izračene snage u željenom smjeru (sl. 29.1.).



**Slika 29.1.** Praktični antenski niz – konfiguracija NBS Yagi antene s 15 elemenata

S obzirom na to da je riječ o nizu ravnih žica, izraz (29.1.) se pojednostavljuje:

$$E_x^{\text{exc}} = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \sum_{n=1}^M \int_{-L_n/2}^{L_n/2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + k_1^2 \right] [g_{0mn}(x, x') - R'_{\text{TM}} g_{imn}(x, x')] I_n(x') dx',$$

$$m = 1, 2, \dots, M,$$

gdje je  $I_n(x')$  nepoznata struja inducirana na  $n$ -toj žici, a  $g_{0mn}(x, x')$  Greenova funkcija slobodnog prostora

$$g_{0mn}(x, x') = \frac{e^{-jk_1 R_{1mn}}}{R_{1mn}}.$$

Greenova funkcija  $g_{imn}(x, x')$  dobivena je metodom preslikavanja i sljedećeg je oblika:

$$g_{imn}(x, x') = \frac{e^{-jk_1 R_{2mn}}}{R_{2mn}}.$$

Udaljenosti  $R_{1mn}$  i  $R_{2mn}$  dane su izrazima:

$$R_{1mn} = \sqrt{(x - x')^2 + a_m^2}, \quad m = n$$

$$R_{2mn} = \sqrt{(x - x')^2 + 4h^2}$$

$$R_{1mn} = \sqrt{(x - x')^2 + D_{mn}^2}, \quad m \neq n.$$

$$R_{2mn} = \sqrt{R_{1mn}^2 + 4h^2}$$

gdje je  $k$  fazna konstanta slobodnog prostora, a  $D_{mn}$  udaljenost između  $m$ -te i  $n$ -te antene.

Koeficijent refleksije ima oblik

$$R'_{\text{TM}} = \frac{n \cos \theta' - \sqrt{n - \sin^2 \theta'}}{n \cos \theta' + \sqrt{n - \sin^2 \theta'}},$$

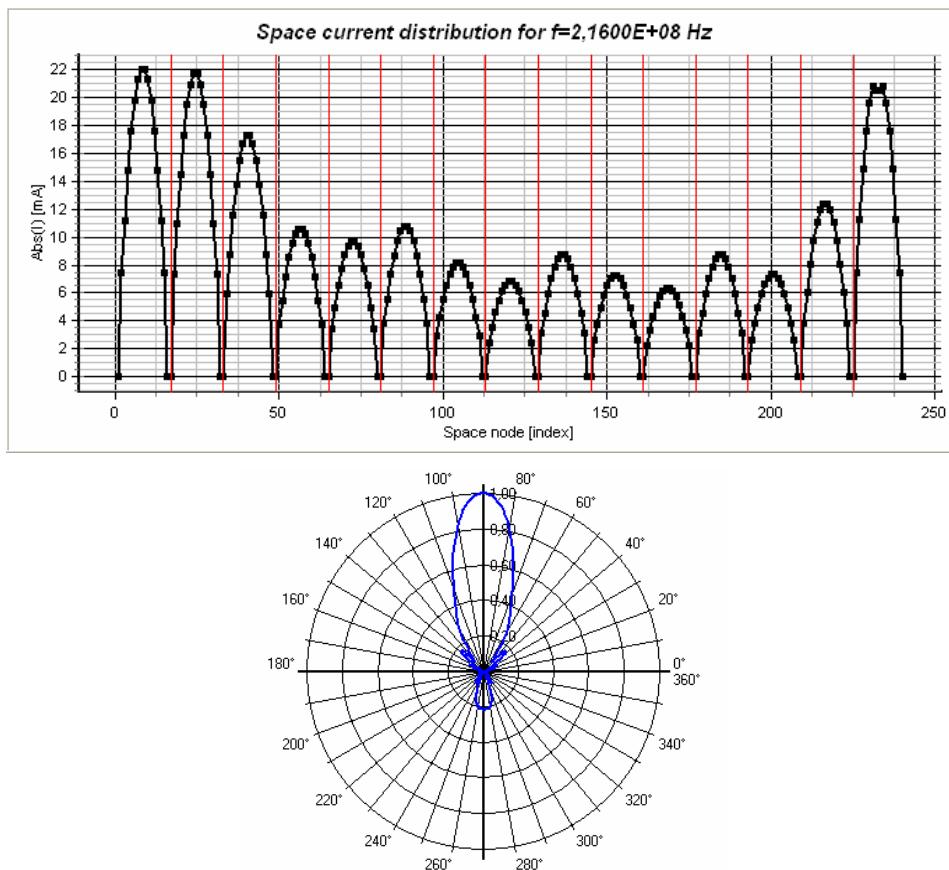
gdje su argument  $\theta'$  i indeks refrakcije  $n$  definirani na sljedeći način:

$$\theta' = \arctan \frac{|x - x'|}{2h} \cdots m = n, \quad \theta' = \arctan \frac{R_{lmn}}{2h} \cdots m \neq n, \quad \underline{n} = \frac{\epsilon_{\text{eff}}}{\epsilon_0}.$$

Serija ulaznih podataka za konfiguraciju sa slike 29.1. jest sljedeća:

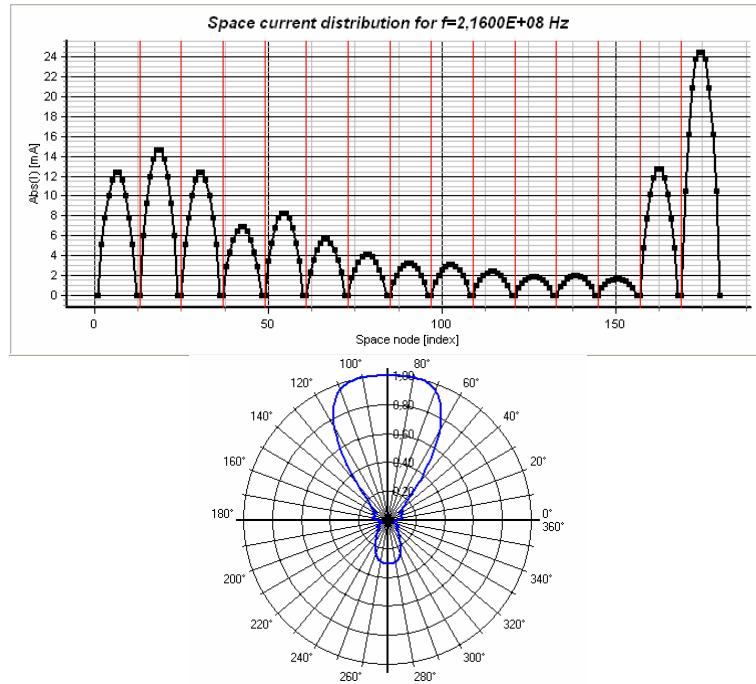
- $f = 216 \text{ MHz}$  (frekvencija 13. TV kanala)
- broj elemenata  $N = 15$
- radijus svakog elementa  $a = 0.0085 \lambda = 0.0118 \text{ m}$
- duljine usmjerivača  $l_1 = l_2 = 0.424 \lambda = 0.589 \text{ m}$ ,  $l_3 = 0.420 \lambda = 0.583 \text{ m}$ ,  
 $l_4 = 0.407 \lambda = 0.565 \text{ m}$ ,  $l_5 = 0.403 \lambda = 0.56 \text{ m}$ ,  $l = 0.398 \lambda = 0.553 \text{ m}$ ,  $l_7 = 0.394 \lambda = 0.547 \text{ m}$ ,  
 $l_8 - l_{13} = 0.390 \lambda = 0.542 \text{ m}$
- duljina reflektora  $l_{14} = 0.475 \lambda = 0.66 \text{ m}$
- duljina napajajućeg elementa  $l_{15} = 0.466 \lambda = 0.647 \text{ m}$
- udaljenost između usmjerivača je  $0.308 \lambda = 0.427 \text{ m}$
- udaljenost između reflektora i napajajućeg elementa je  $0.2 \lambda = 0.278 \text{ m}$ .

Vrijedi napomenuti da je na segmentu nužno zadovoljiti uvjet  $\Delta l \geq 2a$ , gdje je  $\Delta l$  duljina segmenta. Na slici 29.2. prikazana je ukupna raspodjela struje uzduž opisane zračeće konfiguracije u slobodnom prostoru uz pripadni dijagram zračenja u XY ravnini.

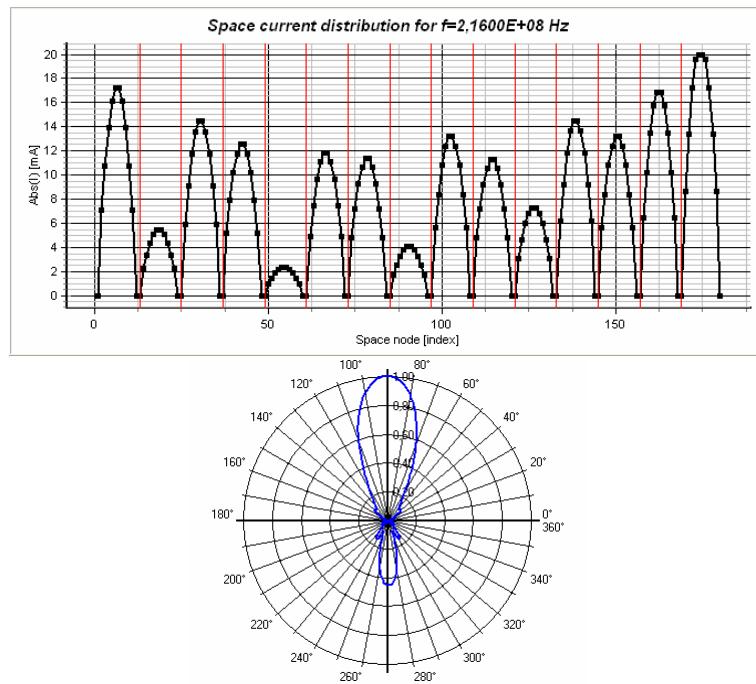


**Slika 29.2.** Praktični antenski niz u slobodnom prostoru – konfiguracija NBS Yagi antene s 15 elemenata

Na slikama 29.3. i 29.4. prikazana je raspodjela struje po istom antenskom nizu na visini  $h = 0.2$  m iznad idealno vodljive ravnine, odnosno konačno vodljive ravnine.



Slika 29.3. Praktični antenski niz iznad idealno vodljive ravnine – konfiguracija NBS Yagi antene s 15 elemenata



Slika 29.4. Praktični antenski niz iznad konačno vodljive ravnine – konfiguracija NBS Yagi antene s 15 elemenata

Svi su rezultati dobiveni primjenom softverskog paketa TwiNS [4].

### Primjer 29.2.

Potrebno je analizirati logaritamsko-periodsku dipol antenu, a zatim i niz od 14 takvih antena u 14 Yagi-Uda antenski niz koji se rabi u sustavima za automatsko slijetanje pri kontroli zračnog prometa. Logaritamsko-periodska dipol antena prikazana je na slici 29.5. Raspodjela apsolutnih vrijednosti struja uzduž logaritamsko-periodske dipol antene prikazana je na slici 29.6. Parametri su antene sljedeći:

$$\tau = 0.983,$$

$$L_1 = 1.27 \text{ m},$$

$$d_1 = 0.4756 \text{ m} \text{ (udaljenost između prva dva dipola),}$$

$$N = 7 \text{ (broj dipola), } a = 4 \text{ mm (radijus dipola),}$$

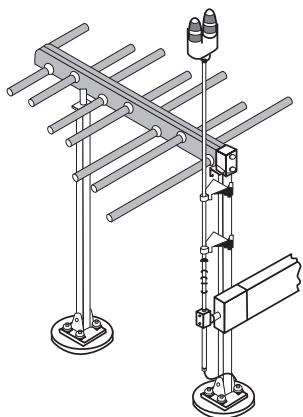
$$N_{\text{seg}} = 11 \text{ (broj segmenta duž dipola)}$$

$$h = 1.82 \text{ m (visina iznad zemlje),}$$

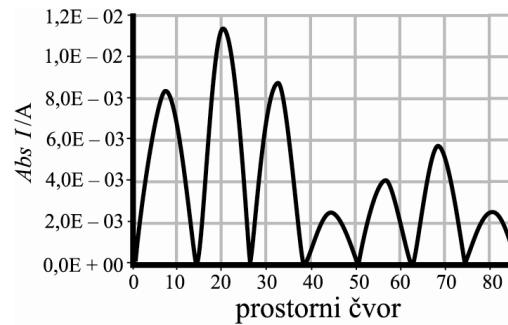
$$\sigma = 5 \text{ M}^{\text{S/m} \text{ (vodljivost zemlje),}}$$

$$\epsilon_r = 13 \text{ (relativna permitivnost zemlje),}$$

$$f = 110 \text{ MHz.}$$

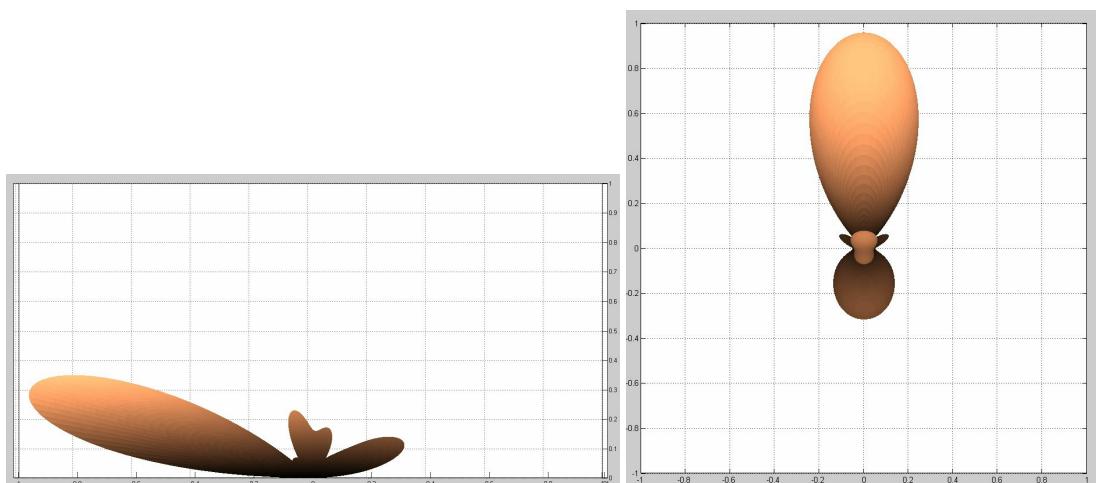


Slika 29.5. Logaritamsko-periodska dipol antena



Slika 29.6. Apsolutna vrijednost struja induciranih uzduž logaritamsko-periodske dipol antene

Odgovarajući dijagram zračenja prikazan je na slici 29.7.

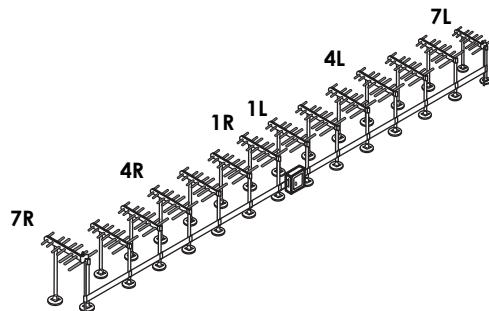


a) pogled s boka

b) pogled odozgo

Slika 29.7. Dijagram zračenja logaritamsko-periodske dipol antene

Na slici 29.8. prikazana je realistična konfiguracija logaritamsko-periodske dipol antene koja se rabi u kontroli leta (*localizer antenna system*). Odgovarajući je dijagram zračenja prikazan na slici 29.9.



**Slika 29.8.** Konfiguracija niza logaritamsko-periodske dipol antene od 14 elemenata

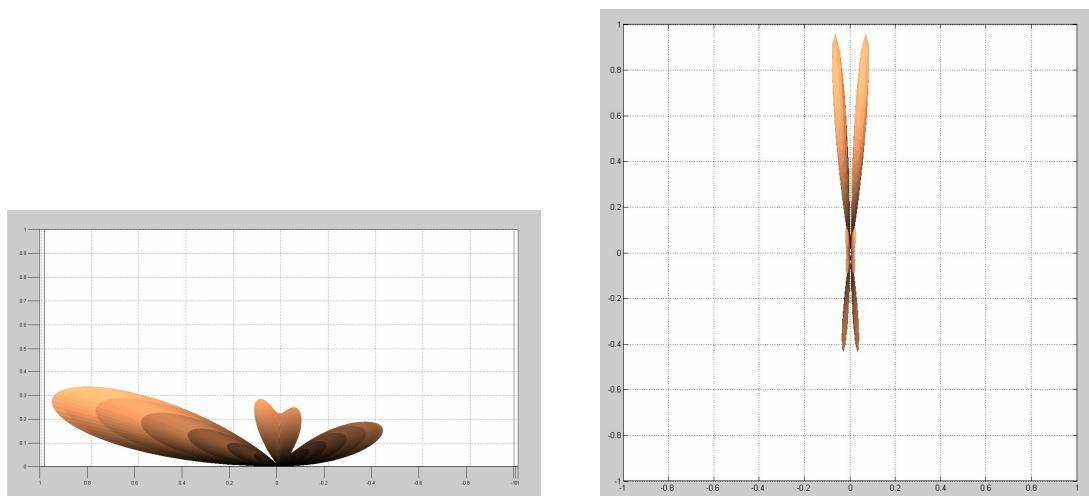
Antenski je sustav simetrično pozicioniran preko  $y$ -osi. Koordinate svakog elementa zajedno s odgovarajućim iznosima pobuda u obliku naponskih izvora prikazane su u tablici 29.1., pri čemu je  $V_s$  naponski izvor, a 1L se odnosi na prvu antenu na lijevoj strani (najbljiše središtu niza).

Nadalje, 1R je prva antena na desnoj strani niza uz  $y = 0.8128$ ,  $V_s = 0.122$  V itd. Svaki par antena, primjerice 4L i 4R, napajan je naponskim izvorom jednake amplitude, ali različite faze.

**Tablica 29.1.** Parametri antenskog niza

Antenski element	$y$ -koordinata/m	$V_s$ /V
7L	-15.113	-0.307
6L	-12.5476	-0.605
5L	10.16	-0.8465
4L	-7.47	-1
3L	-5.3594	-0.95
2L	-2.9464	-0.597
1L	-0.8128	-0.122

Odgovarajući je dijagram zračenja prikazan na slici 29.9.

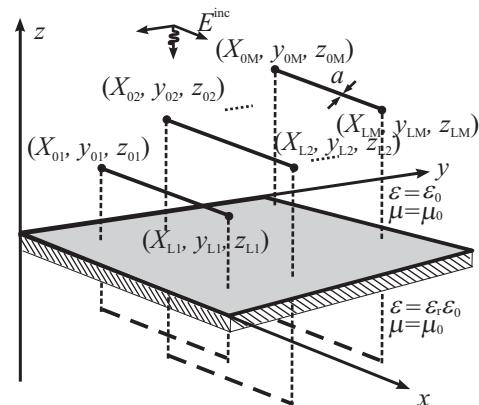


Slika 29.9. Dijagram zračenja antenskog niza

## 30. Elektromagnetske smetnje na nadzemnim električnim vodovima

Uzrok elektromagnetskih smetnji na zračnim vodovima jest neželjena sprega vanjskoga elektromagnetskog polja s vodovima. Modeliranje tih problema može biti aproksimativno, primjenom teorije prijenosnih linija, ili rigorozno, primjenom teorije antena. U ovom se poglavlju razmatra pristup pomoću teorije prijenosnih linija i teorije antena, i to u frekvencijskom području. Metode teorije antena koje se rabe u ovom poglavlju potpuno su objašnjene u 3. dijelu ove knjige i u poglavlju 29. Dalje će se kratko izložiti osnovne jednadžbe teorije prijenosnih linija koje se ovdje primjenjuju.

Sustav nadzemnih vodova može se modelirati kao niz horizontalnih žica iznad zemlje na različitim visinama iznad zemlje. Za danu konfiguraciju nadzemnih vodova u ovom se poglavlju najprije razmatra analiza u frekvencijskome, a zatim i u vremenskom području.



Slika 30.1. Horizontalne žice na različitim visinama iznad zemlje

### 30.1. Jednadžbe prijenosnih linija u frekvencijskom području

Naponi i struje koji se induciraju uzduž višežičane prijenosne linije zbog sprege s vanjskim pobudnim poljem mogu se odrediti primjenom sljedećih jednadžbi prijenosnih linija u frekvencijskom području [2]:

$$\frac{d}{dx} [\hat{V}(x)] + [\hat{Z}] \cdot [\hat{I}(x)] = -j\omega\mu_0 \int_0^h [\hat{H}_y^{exc}(x,z)] dz \quad (30.1.)$$

$$\frac{d}{dx} [\hat{I}(x)] + [\hat{Y}] \cdot [\hat{V}(x)] = -j\omega\mu_0 \int_0^h [\hat{E}_z^{exc}(x,z)] dz, \quad (30.2.)$$

gdje je longitudinalna matrica impedancije dana relacijom

$$[\hat{Z}] = j\omega [L] + [\hat{Z}_w] + [\hat{Z}_g], \quad (30.3.)$$

a transverzalna je matrica admitancije oblika

$$[\hat{Y}] = j\omega [C] + [G], \quad (30.4.)$$

pri čemu je  $[L]$  poduzna matrica induktiviteta,  $[C]$  poduzna matrica kapacitivnosti, a  $[G]$  poduzna matrica vodljivosti višežičane prijenosne linije. Nadalje,  $[\hat{Z}_w]$  je matrica unutarnje impedancije vodiča po metru duljine,  $[\hat{Z}_g]$  je matrica impedancije zemlje po metru duljine. Nапослјетку,  $[\hat{H}_y^{exc}(x,z)]$  i  $[\hat{E}_z^{exc}(x,z)]$  su vektori izvora smetnje u obliku upadnoga magnetskog, odnosno električnog polja.

Rješenje jednadžbi (30.1.) – (30.2.) dostupno je u [2]. Više detalja o frekvencijskoj ali i vremenskoj analizi nadzemnih vodova primjenom teorije prijenosnih linija i teorije antena moguće je pronaći u različitim publikacijama, primjerice u [3].

### 30.2. Jednadžbe prijenosnih linija u vremenskom području

U vremenskom su području jednadžbe prijenosnih linija koje uključuju spregu vanjskog polja na višežičanu strukturu sljedeće [2]:

$$\frac{\partial}{\partial x} [v(x,t)] + [R][i(x,t)] + [L] \cdot \frac{\partial}{\partial t} [i(x,t)] = [E_F(x,t)] - [z'(t)] * [i(x,t)] \quad (30.5.)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [i(x,t)] + [G] \cdot [V(x,t)] + [C] \cdot \frac{\partial}{\partial t} [V(x,t)] = [H_F(x,t)] \quad (30.6.)$$

gdje  $*$  označuje konvoluciju,  $[z'(t)]$  inverznu Fourierovu transformaciju impedancije zemlje i impedancije vodiča  $[\hat{Z}_w(s) + \hat{Z}_g(s)]$ , a  $s = j\omega$  je Laplaceova varijabla.

Pobudne su funkcije  $[E_F(x,t)]$  i  $[H_F(x,t)]$  sljedećeg oblika [2]:

$$[E_F(x,t)] = -\frac{\partial}{\partial x} [v_T(x,t)] + [E_L(x,t)] \quad (30.7.)$$

$$[H_F(x,t)] = -[G][v_T(x,t)] - [C]\frac{\partial}{\partial t}[v_T(x,t)], \quad (30.8.)$$

gdje je  $[v_T(x,t)]$  napon koji je posljedica transverzalne komponente pobudnoga upadnog polja [2], a  $[E_L(x,t)]$  označuje longitudinalno pobudno električno polje.

Članovi su matrice induktivnosti  $[L]$  sljedećeg oblika:

$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{a_i}\right); \quad L_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right), \quad (30.9.)$$

gdje  $h_i$  označuje visinu, a  $a_i$  radijus  $i$ -tog vodiča,  $D_{ij}$  je udaljenost između  $i$ -tog vodiča i slike  $j$ -tog vodiča, a  $d_{ij}$  je udaljenost između  $i$ -tog i  $j$ -tog vodiča.

Matrica kapacitivnosti  $[C]$  može se dobiti iz matrice induktivnosti  $[L]$  na način  $[C] = \epsilon_0 \mu_0 [L]^{-1}$ .

### 30.2.1. Rješavanje jednadžbi prijenosnih linija metodom konačnih diferencija u vremenskom području

Diskretizacijom svakog vodiča višežičane prijenosne linije na  $N_x$  sekcija duljine  $\Delta x$  i diskretizacijom ukupnoga vremenskog intervala na inkremente trajanja  $\Delta t$  te primjenom metode konačnih diferencija u vremenskom području (FDTD) slijedi:

$$\begin{aligned} [Z^+] [I_k^{n+1/2}] &= -[Z^-] [I_k^{n-1/2}] + [V_{k-1/2}^n] + [V_{T,k-1/2}^n] - \\ &\quad - [V_{k+1/2}^n] - [V_{T,k+1/2}^n] + ([E_{L,k}^n] - [S_k^n]) \Delta x \\ \text{za } 0 \leq k \leq N_x - 1, n \geq 1, \end{aligned} \quad (30.10.)$$

gdje je

$$[Z^\pm] = \frac{[R]}{2} \pm \frac{[L] + [Z_0(1)] \Delta t}{\Delta t} \quad (30.11.)$$

$$\begin{aligned} [Y^+] ([V_{k+1/2}^{n+1}] + [V_{T,k+1/2}^{n+1}]) &= -[Y^-] ([V_{k+1/2}^n] + [V_{T,k+1/2}^n]) - [I_{k+1}^{n+1/2}] + [I_k^{n+1/2}] \\ \text{za } 0 \leq k \leq N_x - 1, n \geq 1 \end{aligned} \quad (30.12.)$$

$$[Y^\pm] = \frac{[G]}{2} \pm \frac{[C]}{\Delta t}. \quad (30.13.)$$

Izrazi za  $[V]$ ,  $[I]$ ,  $[V_T]$ ,  $[E_L]$ , i  $[S]$  dani su za vremena  $n \geq 1$  i za prostorne čvorove  $k \geq 0$ :

$$\begin{aligned} [V_{k+1/2}^n] &= [V((k+1/2)\Delta x, n\Delta t)] \\ 0 \leq k \leq N_x - 1. \end{aligned} \quad (30.14.)$$

Prostorno-vremenski ovisni napon i pripadna struja tada iznose:

$$\begin{aligned} [I_k^{n-1/2}] &= [I(k\Delta x, (n-1/2)\Delta t)] \\ [V_{T,k+1/2}^n] &= [V_T((k+1/2)\Delta x, n\Delta t)] \\ [E_{L,k}^n] &= [E_L(k\Delta x, n\Delta t)] \\ [S_k^n] &= [S(k\Delta x, n\Delta t)] \\ 0 \leq k \leq N_x. \end{aligned} \quad (30.15.)$$

Izraz  $[S_k^n]$  može se pisati na sljedeći način:

$$\left[ S_k^n \right] = \left[ Z_0(2) \right] \left[ I_k^{n-1/2} \right] + \sum_{l=1}^{n-1} \left[ Z_0(l+1) - Z_0(l) \right] \left[ I_k^{n-l+1/2} \right] - \left[ Z_0(n) \right] \left[ I_k^{1/2} \right], \quad (30.16.)$$

gdje je

$$\left[ Z_0(l) \right] = \left[ Z_{0w}(l) \right] + \left[ Z_{0g}(l) \right] = \int_{l-1}^l \left[ Z_w + Z_g \right] (u \Delta t) du, \quad 1 \leq l \leq n, \quad (30.17.)$$

pri čemu je  $t = n\Delta$ ,  $N_x$  je broj prostornih segmenata, a  $n$  je broj vremenskih koraka.

Odgovarajuće su komponente  $M \times 1$  vektora  $[E_{T,k}^n]$ ,  $[E_{L,k}^n]$ , kako slijedi:

$$[E_{T,k}^n]_i = y_i E_y^{\text{inc}}(x_i = k\Delta x, y_i, z_i, n\Delta t) + z_i E_z^{\text{inc}}(x_i = k\Delta x, y_i, z_i, n\Delta t). \quad (30.18.)$$

$$[E_{L,k}^n]_i = E_x^{\text{inc}}(x_i = k\Delta x, y_i, z_i, n\Delta t) - E_z^{\text{inc}}(x_i = k\Delta x, 0, 0, n\Delta t). \quad (30.19.)$$

Jednadžbe vrijede za  $1 \leq i \leq M$ , gdje je  $M$  broj vodiča, a  $y_i$ , i  $z_i$  su pozicije  $i$ -tog vodiča konduktor,  $E_x^{\text{inc}}, E_y^{\text{inc}}, E_z^{\text{inc}}$  su komponente upadnoga električnog polja elektromagnetskog vala koje postoji u odsutnosti vodiča, a  $[R]$ ,  $[L]$ ,  $[G]$  i  $[C]$ , su matrice podužne otpornosti, induktivnosti, vodljivosti te kapacitivnosti dimenzija  $M \times M$ .

Veličina  $[Z_g(t)]$  je tranzijentna otpornost zemlje, a odgovara inverznoj Fourierovoj transformaciji izraza  $[Z_g(s)/s]$ :

$$Z_{gij}(t) = F^{-1} \left( \frac{Z_{gij}(s)}{s} \right), \quad (30.20.)$$

gdje je impedancija zemlje u frekvencijskom području dana Carsonovom formulom

$$\frac{Z_{gij}(s)}{s} = \frac{\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-(h_i+h_j)\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + \gamma_g^2} + \lambda} \cos(d_{ij}\lambda) d\lambda. \quad (30.21.)$$

Veličina  $[Z_w(t)]$  je dijagonalna matrica koja odgovara tranzijentnoj otpornosti vodiča, pri čemu je svaki element sljedećeg oblika:

$$Z_{wi}(t) = \frac{1}{\pi \sigma_{wi} a_i^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-x_m^2 \frac{t}{\tau_{wi}}}, \quad (30.22.)$$

gdje je  $\tau_{wi} = \mu_0 \sigma_{wi} a_i^2$ , a  $h_i$ ,  $h_j$ , i  $d_{ij}$  (30.21) su odgovarajuće visine dvaju vodiča, odnosno udaljenosti između vodiča  $i$ , odnosno  $j$ .

Članovi  $x_m$  označuju nul-točke Besselove funkcije prve vrste  $J_1$ . Naponsjetku,  $\gamma_g$  je konstanta propagacije:

$$\gamma_g^2 = s \mu_0 (\sigma_g + s \epsilon_0 \epsilon_{rg}), \quad (30.23.)$$

gdje su  $\sigma_g$  i  $\epsilon_{rg}$  vodljivost, odnosno dielektričnost zemlje.

Ako je riječ o otvorenim linijama na oba kraja, struje na krajevima iščezavaju, odnosno može se pisati [2]

$$\left[ V_0^n \right] = \left[ V_{1/2}^n \right], \quad \left[ V_{N_x}^n \right] = \left[ V_{N_x-1/2}^n \right] \quad (30.24.)$$

$$\left[ I_0^n \right] = [0], \quad \left[ I_{N_x}^n \right] = [0]. \quad (30.25.)$$

### 30.2.2. Granični uvjeti za liniju zaključenu omskim otporima

Ako je riječ o linijama zaključenima omskim otporima na početku i kraju, granični se uvjeti mogu pisati na sljedeći način [5]:

$$[v_i(0,t)] = -[R_A][i(0,t)] + \int_0^{h_i} E_z^e(0,h,t) dz \quad (30.26.)$$

$$[v_i(L,t)] = [R_B][i(L,t)] + \int_0^{h_i} E_z^e(L,h,t) dz, \quad (30.27.)$$

gdje su  $[R_A]$  i  $[R_B]$  matrice zaključnih otpornih opterećenja na liniji.

Ako je riječ o linijama bez gubitaka, moguće je dobiti analitička rješenja za tranzijentni odziv prijenosne linije na vanjsko pobudno polje [5]. U tom primjeru konstanta propagacije postaje imaginarna  $\gamma = j\omega/c$ , a karakteristična je impedancija realna veličina  $Z_c = \sqrt{L'/C'}$ . Nadalje, pretpostavimo li da su zaključne impedancije omske prirode, koeficijenti refleksije  $\rho_1$  i  $\rho_2$  također su realne veličine.

Tranzijentni je napon na početku linije sljedećeg oblika [5]:

$$v(0,t) = (1 + \rho_1) \sum_{n=0}^{\infty} (\rho_1 \rho_2)^n \frac{1}{2} [\rho_2 v_s(t_1) - v_s(t_2)], \quad (30.28.)$$

gdje je

$$t_1 = t - \frac{2(n+1)L - x_s}{c} \quad (30.29.)$$

$$t_2 = t - \frac{2nL + x_s}{c}, \quad (30.30.)$$

a na kraju prijenosne linije

$$v(L,t) = (1 + \rho_2) \sum_{n=0}^{\infty} (\rho_1 \rho_2)^n \frac{1}{2} [v_s(t_1) - \rho_1 v_s(t_3)], \quad (30.31.)$$

pri čemu je

$$t_3 = t - \frac{2(L+1) + x_s}{c}. \quad (30.32.)$$

Raspršni je napon  $v_s(t)$  definiran izrazom [5]:

$$v_s(t) = \int_0^L E_x^e(x_s, h, t) dx_s + \int_0^{h_i} E_z^e(0, z, t) dz - \int_0^{h_i} E_z^e(L, z, t) dz, \quad (30.33.)$$

pri čemu je  $x_s$  mjesto na liniji gdje se nalazi izvor napona,  $E_x^e(x, h, t)$ ,  $E_z^e(0, z, t)$ ,  $E_z^e(L, z, t)$  su komponente pobudnog polja u vremenskom području, koeficijent refleksije na početku linije je

$$\rho_1 = \frac{Z_A - Z_C}{Z_A + Z_C}, \quad (30.34.)$$

a koeficijent refleksije na kraju linije  $\rho_2$  je oblika

$$\rho_2 = \frac{Z_B - Z_C}{Z_B + Z_C}, \quad (30.35.)$$

pri čemu su  $Z_A$  i  $Z_B$  impedancije na početku, odnosno kraju linije, a  $Z_C$  je karakteristična impedancija linije.

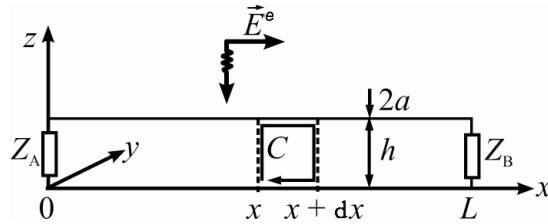
### Primjer 30.1.

Traži se inducirani napon na krajevima prijenosne linije iznad idealno vodljive ravnine u vremenskom području. Razmatra se nadzemna prijenosna linija na koju, zbog indirektnog udara munje, upada val okomite incijacije (sl. 30.2.).

Treba razmotriti primjere:

- prilagođene linije na oba kraja,
- na jednom od krajeva prilagođene, a na drugom kraju otvorene linije.

Pretpostavka je da je linija duljine  $L = 20 \text{ m}$  i karakteristične impedancije  $Z_C = 75 \Omega$ . Promatra se vremenski interval od  $10 \mu\text{s}$ .



**Slika 30.2.** Prijenosna linija iznad idealno vodljive zemlje pobuđena elektromagnetskim poljem koje dolazi okomito na nju

Raspršni se napon definira relacijom

$$v_s(t) = \int_0^L E_x^e(x_s, h, t) dx_s,$$

a pobudno je polje sljedećeg oblika:

$$E(t) = E_0(e^{-at} - e^{-bt}),$$

gdje je  $E_0$  amplituda pobudnoga električnog polja, a  $a$  i  $b$  su odgovarajuće konstante. Parametri upadnog polja su:  $E_0 = 1.1043 \text{ kV/m}$ ,  $a = 0.07924 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ , i  $b = 4.0011 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

Nadalje, prema relacijama (30.29.) – (30.30.) slijedi:

$$t_1 = t - \frac{2(n+1)L - x_s}{c}, \quad t_2 = t - \frac{2nL + x_s}{c},$$

a raspršni je napon sljedećeg oblika

$$\begin{aligned} v_{s1}(t_1) &= \int_0^L E_x^e(x_s, h, t_1) dx_s = \int_0^L E_0(e^{-at_1} - e^{-bt_1}) dx_s = cE_0 \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) (e^{-at_{1L}} - e^{-bt_{10}}) \\ v_{s2}(t_2) &= \int_0^L E_x^e(x_s, h, t_2) dx_s = \int_0^L E_0(e^{-at_2} - e^{-bt_2}) dx_s = -cE_0 \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) (e^{-at_{2L}} - e^{-bt_{20}}). \end{aligned}$$

Naposljeku, prema relaciji (30.32.)

$$t_3 = t - \frac{2(L+1) + x_s}{c},$$

raspršni je napon sljedećeg oblika:

$$v_{s3}(t_3) = \int_0^L E_x^e(x_s, h, t_3) dx_s = \int_0^L E_0(e^{-at_3} - e^{-bt_3}) dx_s = -cE_0 \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) (e^{-at_{3L}} - e^{-bt_{30}}).$$

Napon na početku prijenosne linije dan je izrazom:

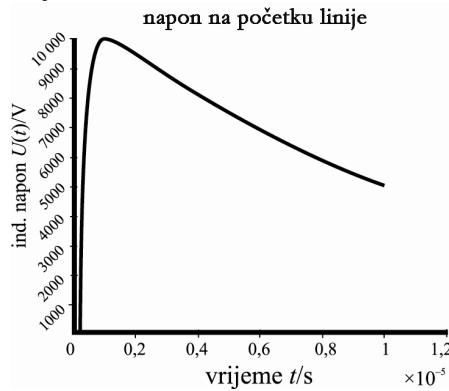
$$v(0,t) = (1 + \rho_1) \sum_{n=0}^{\infty} (\rho_1 \rho_2)^n \frac{1}{2} [\rho_2 v_s(t_1) - v_s(t_2)],$$

a napon na kraju prijenosne linije sljedećeg je oblika

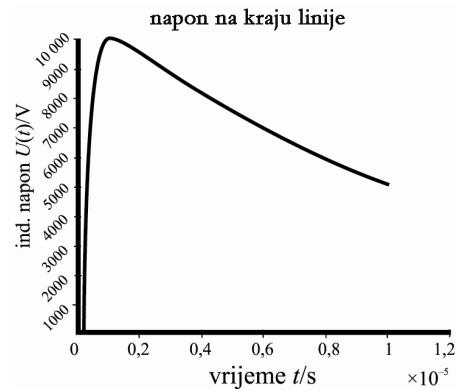
$$v(0,t) = (1 + \rho_1) \sum_{n=0}^{\infty} (\rho_1 \rho_2)^n \frac{1}{2} [\rho_2 v_s(t_1) - v_s(t_2)].$$

Pretpostavka je da se izvor napona nalazi na početku linije, tj.  $x_s = 0$ .

Najprije se razmatra slučaj prilagođene linije. Linija je prilagođena ako su opteretne impedancije na krajevima linije jednake karakterističnoj impedanciji. U ovom je primjeru linija prilagođena ako vrijedi  $Z_A = Z_B = 75 \Omega$ . Na slikama 30.3. i 30.4. prikazan je inducirani napon na početku, odnosno na kraju prilagođene linije.



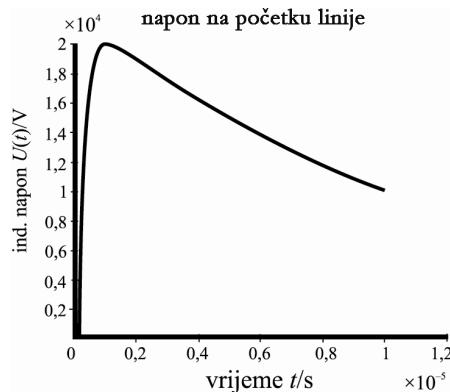
Slika 30.3. Inducirani napon na početku prilagođene linije



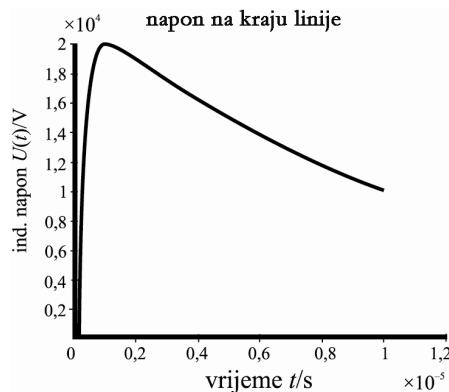
Slika 30.4. Inducirani napon na kraju prilagođene linije

Vidljivo je da u slučaju prilagođene linije inducirani napon ima jednak oblik na početku i na kraju linije te nema refleksiju napona. Maksimalnu amplitudu napon dosegne za oko  $1 \mu\text{s}$ , nakon čega počinje opadati.

Sljedeći se primjer odnosi na liniju koja je na početku prilagođena i na kraju otvorena. Dakle, impedanca na početku linije jednaka je karakterističnoj impedanciji, a drugi je kraj otvoren. Inducirani napon na početku, odnosno na kraju takve linije, prikazan je na slici 30.5., odnosno 30.6.

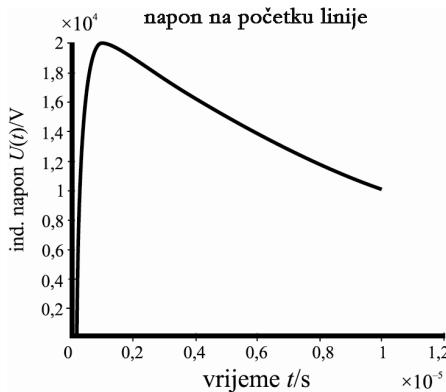


Slika 30.5. Inducirani napon na početku linije koja je na početku prilagođena i na kraju otvorena

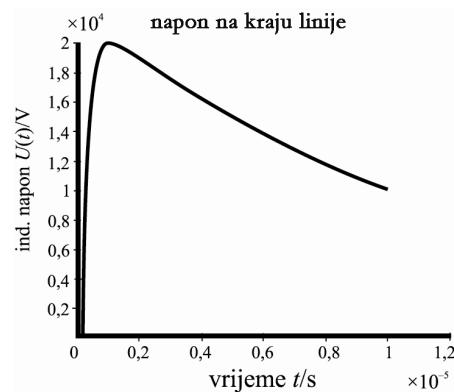


Slika 30.6. Inducirani napon na kraju linije koja je na početku prilagođena i na kraju otvorena

Iz rezultata je vidljivo da je oblik napona jednak na početku i na kraju linije te nema refleksiju napona. Maksimum napona dosegne se za otprilike  $1 \mu\text{s}$ , nakon čega počinje opadati. U odnosu prema prilagođenoj liniji, vidljivo je golemo povećanje maksimalne vrijednosti inducirano napona. Naposljetku, razmatra se slučaj linije koja je na početku otvorena i na kraju prilagođena. Inducirani napon na početku, odnosno na kraju takve linije, prikazan je na slici 30.7., odnosno 30.8.



Slika 30.7. Inducirani napon na početku linije koja je na početku otvorena i na kraju prilagođena



Slika 30.8. Inducirani napon na kraju linije koja je na početku otvorena i na kraju prilagođena

Primjenom analitičkih i numeričkih postupaka treba odrediti struju inducirano uzduž zračnog voda.

### Primjer 30.2.

Vod duljine 10 m, 50 m, odnosno 200 m, radijusa  $a = 6.35$  mm, postavljen je na visini  $h = 1$  m iznad kočačno vodljive zemlje zbog vanjskoga upadnog polja  $E^{\text{inc}} = 1$  V/m na tipičnim frekvencijama radioamaterske stanice  $f = 7$  MHz i  $f = 28$  MHz. Pretpostavljena vodljivost zemlje je  $\sigma = 5$  mS/m, a relativna permittivnost zemlje  $\epsilon_r = 20$ .

Struja duž jednožičane linije određena je Pocklingtonovom integralnom jednadžbom:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \right]_0^L I(x') g(x, x') dx' = -j4\pi \frac{k}{Z_0} E_x^{\text{exc}},$$

gdje je  $Z_0$  impedancija slobodnog prostora, a Greenova je funkcija oblika

$$g(x, x') = g_0(x, x') - \Gamma_{\text{MIT}}^{\text{ref}} g_i(x, x').$$

$\Gamma_{\text{MIT}}^{\text{ref}}$  je pojednostavnjeni koeficijent refleksije koji proizlazi iz modificirane teorije preslikavanja [6]:

$$\Gamma_{\text{MIT}}^{\text{ref}} = \frac{\epsilon_{\text{eff}} - \epsilon_0}{\epsilon_{\text{eff}} + \epsilon_0}.$$

Analitičko je rješenje dano izrazom [6]

$$I(x) = -j \frac{4\pi}{\psi Z_0} \frac{E_x^{\text{exc}}}{k} \left[ 1 - \frac{\cos k(L-x)}{\cos kL} \right],$$

gdje je [6]:

$$\psi = 2 \left( \ln \frac{L}{a} - \Gamma_{\text{MIT}}^{\text{ref}} \ln \frac{L}{2h} \right).$$

Pobudna je funkcija u obliku električnog polja sljedećeg oblika:

$$E_x^{\text{exc}} = E_0 \left( 1 - \Gamma_{\text{Fr}}^{\text{ref}} e^{-j2kh} \right),$$

pri čemu je  $E_0$  polje na površini žice, a Fresnelov koeficijent refleksije [6]

$$\Gamma_{\text{Fr}}^{\text{ref}} = \frac{n \cos \theta - \sqrt{n - \sin^2 \theta}}{n \cos \theta + \sqrt{n - \sin^2 \theta}}, \quad n = \frac{\epsilon_{\text{eff}}}{\epsilon_0},$$

gdje je  $\theta$  kut upada, a kompleksna konstantna permitivnosti zemlje je:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_r \epsilon_0 + \frac{\sigma}{j\omega}.$$

Numeričko rješenje Pocklingtonove jednadžbe primjenom GB-IBEM-a svodi se na rješavanje matričnog sustava:

$$\sum_{i=1}^M [Z]_{ji} \{I\}_i = \{V\}_j, \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

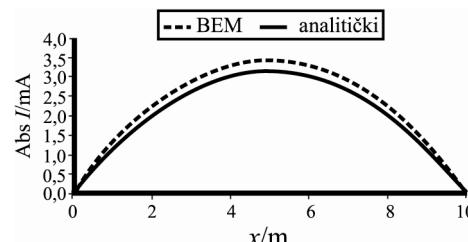
gdje je  $M$  ukupan broj segmenata, a  $[Z]_{ji}$  odgovarajuća matrica međuimpedancije

$$[Z]_{ji} = -\frac{I}{j4\pi\omega\epsilon} \left( \int_{\Delta I_j} \int_{\Delta I_i} \{f\}_j \{f'\}_i^T g(x, x') dx' dx + k^2 \int_{\Delta I_j} \int_{\Delta I_i} \{f\}_j \{f'\}_i^T g(x, x') dx' dx \right).$$

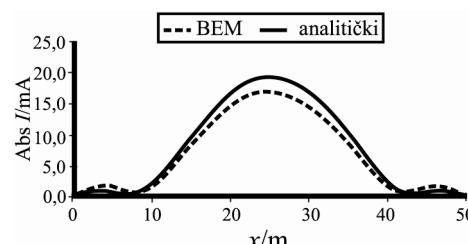
Lokalni je vektor napona na segmentu  $\{V\}_j$  sljedećeg oblika:

$$\{V\}_j = - \int_{\Delta I_j} E_x^{\text{inc}} \{N\}_j dx.$$

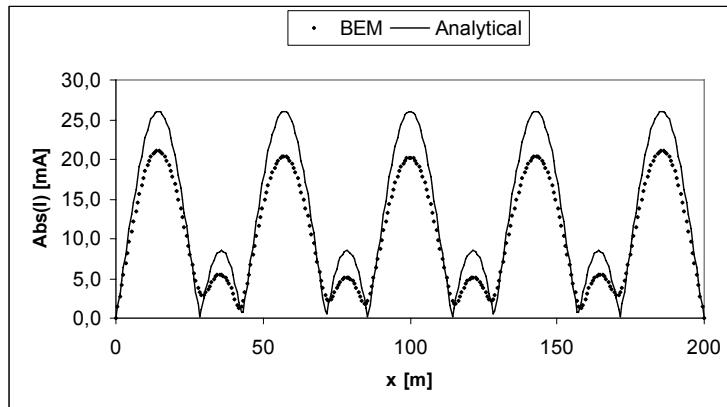
Matrice  $\{f\}$  i  $\{f'\}$  sadržavaju oblikovne funkcije  $f_k(x)$  i  $f'_k(x')$ , a  $\{D\}$  i  $\{D'\}$  sadržavaju njihove derivacije. Rezultati dobiveni primjenom analitičkih i numeričkih postupaka prikazani su na slikama od 30.9. do 30.15.



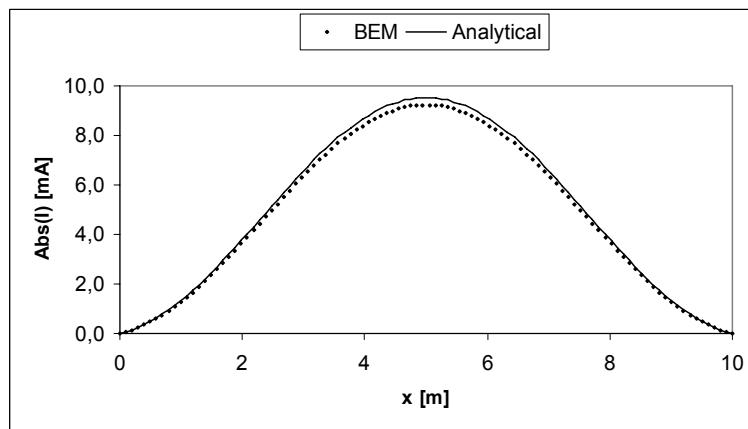
Slika 30.9. Apsolutna vrijednost struje uzduž nadzemnog voda  
( $f = 7$  MHz,  $L = 10$  m,  $a = 6.35$  mm,  $h = 1$  m,  $\sigma = 0.005$  S/m,  $\epsilon_r = 20$ )



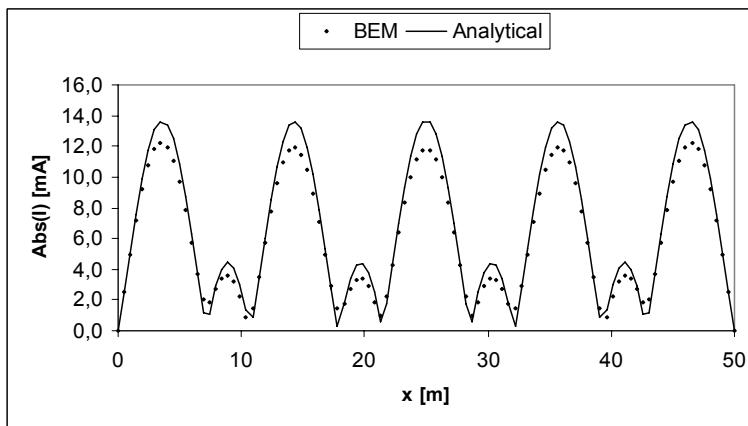
Slika 30.10. Apsolutna vrijednost struje uzduž nadzemnog voda  
( $f = 7$  MHz,  $L = 50$  m,  $a = 6.35$  mm,  $h = 1$  m,  $\sigma = 0.005$  S/m,  $\epsilon_r = 20$ )



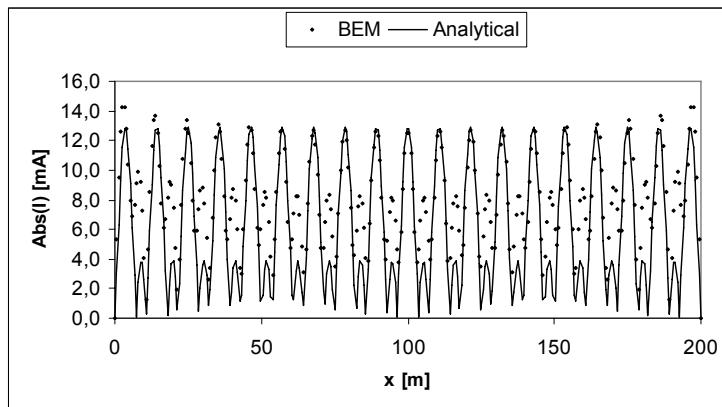
Slika 30.11. Apsolutna vrijednost struje uzduž nadzemnog voda  
( $f = 7 \text{ MHz}$ ,  $L = 200 \text{ m}$ ,  $a = 6.35 \text{ mm}$ ,  $h = 1 \text{ m}$ ,  $\sigma = 0.005 \text{ S/m}$ ,  $\epsilon_r = 20$ )



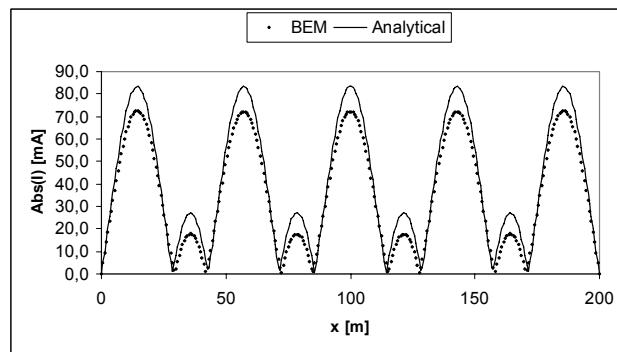
Slika 30.12. Apsolutna vrijednost struje uzduž nadzemnog voda  
( $f = 28 \text{ MHz}$ ,  $L = 10 \text{ m}$ ,  $a = 6.35 \text{ mm}$ ,  $h = 1 \text{ m}$ ,  $\sigma = 0.005 \text{ S/m}$ ,  $\epsilon_r = 20$ )



Slika 30.13. Apsolutna vrijednost struje uzduž nadzemnog voda  
( $f = 28 \text{ MHz}$ ,  $L = 50 \text{ m}$ ,  $a = 6.35 \text{ mm}$ ,  $h = 1 \text{ m}$ ,  $\sigma = 0.005 \text{ S/m}$ ,  $\epsilon_r = 20$ )



Slika 30.14. Apsolutna vrijednost struje uzduž nadzemnog voda  
( $f = 28 \text{ MHz}$ ,  $L = 200 \text{ m}$ ,  $a = 6.35 \text{ mm}$ ,  $h = 1 \text{ m}$ ,  $\sigma = 0.005 \text{ S/m}$ ,  $\epsilon_r = 20$ )



Slika 30.15. Apsolutna vrijednost struje uzduž nadzemnog voda  
( $f = 7 \text{ MHz}$ ,  $L = 200 \text{ m}$ ,  $a = 6.35 \text{ mm}$ ,  $h = 10 \text{ m}$ , idealno vodljiva zemlja)

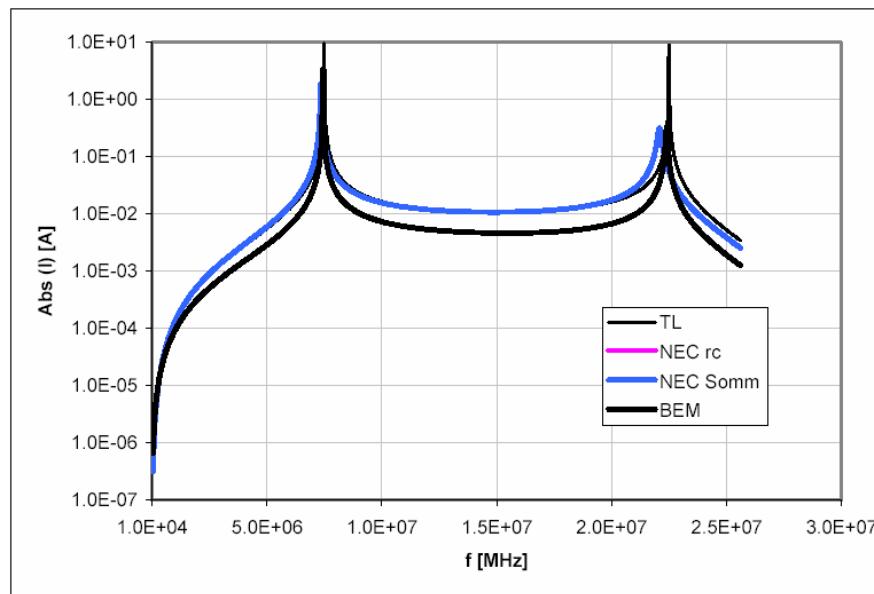
Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata upućuje na dobro slaganje valnih oblika, ali postoji razlike u iznosima amplituda.

### Primjer 30.3.

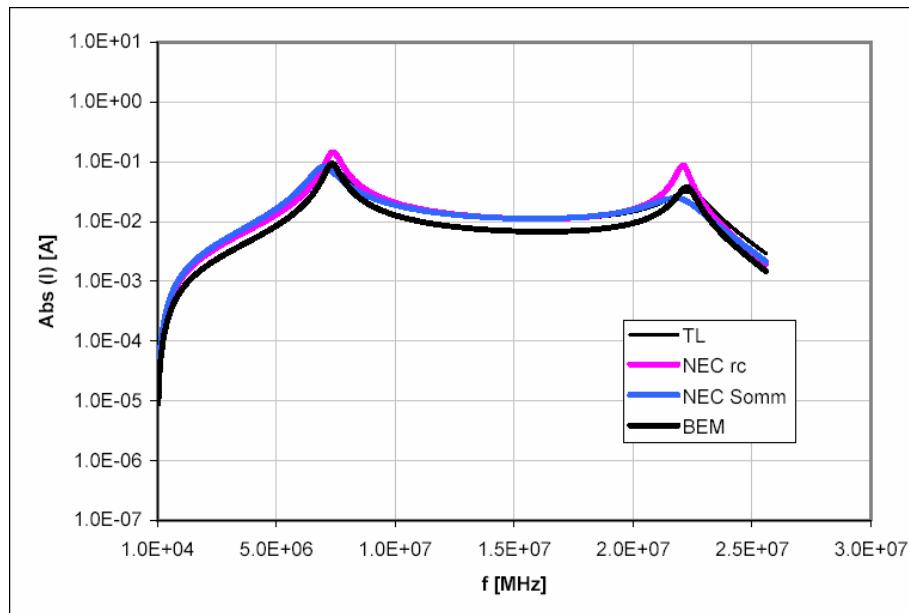
Traži se frekvencijski odziv zračnog voda duljine  $L = 20 \text{ m}$ , radijusa  $a = 0.005 \text{ m}$ , postavljenoga na visini  $h = 1 \text{ m}$  iznad idealno i konačno vodljive zemlje, pobuđenog ravnim valom. Amplituda električnog polja je  $E_0 = 1 \text{ V/m}$ , a polje je paralelno s osi  $x$ .

Treba usporediti rezultate dobivene primjenom GB-IBEM-a i TL-a s rezultatima dobivenima softverom NEC, i to uz aproksimaciju refleksijskim koeficijentom te rigoroznom Sommerfeldovom formulacijom za prisutnost konačno vodljivog poluprostora.

Na slici 30.16. prikazan je frekvencijski odziv u središtu linije iznad idealno vodljive ravnine. Struja u funkciji frekvencije inducirana po istoj liniji, ali iznad konačno vodljive zemlje, prikazana je na slici 30.17.



**Slika 30.16.** Struja inducirana u središtu linije iznad idealno vodljive ravnine u funkciji frekvencije



**Slika 30.17.** Struja inducirana u središtu linije iznad konačno vodljive ravnine u funkciji frekvencije ( $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$ ,  $\epsilon_r = 10$ )

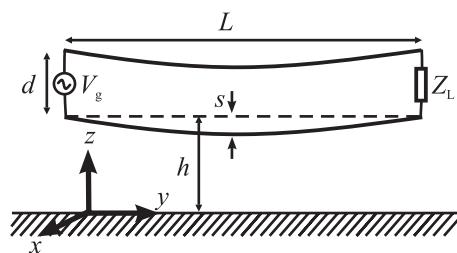
Slaganje rezultata u oba je primjera zadovoljavajuće.

### Primjer 30.4.

Treba izračunati raspodjelu struje te zračeno električno i magnetsko polje jednostavnog komunikacijskog sustava ostvarenoga pomoću energetskog voda (engl. *Power Line Communications (PLC) system*).

Vrijedi istaknuti da PLC tehnologija omoguće korisnicima komunikaciju putem već postojeće energetske mreže i električnim instalacijama u zgradama. Međutim, jedan od glavnih nedostataka te tehnologije vezan je za elektromagnetske smetnje, jer nadzemne linije u PLC frekvencijskom opsegu (od 1 MHz do 30 MHz) djeluju kao odašiljačke, odnosno prijamne antene [2].

Na slici 30.18. prikazana je geometrija jednostavnog PLC sustava koji se sastoji od dva vodiča duljine  $L$  postavljeni paralelno na udaljenosti  $d$ . Zadana je visina  $h$ , a provjes vodiča je  $s$ . Parametri konačno vodljive zemlje su dielektričnost  $\epsilon_r$  i vodljivost  $\sigma$ .

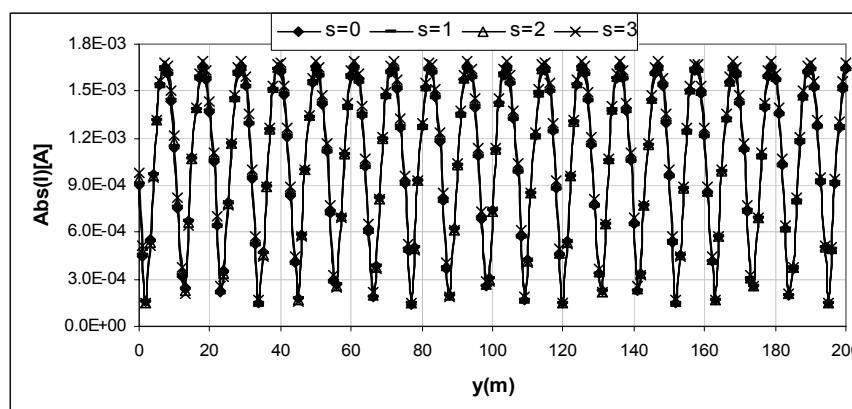


Slika 30.18. Jednostavni PLC sustav

Vodiči se modeliraju kao tanke žice pobuđene na jednom kraju naponskim izvorom  $V_g$  te zaključeni na drugom kraju impedancijom tereta  $Z_L$ .

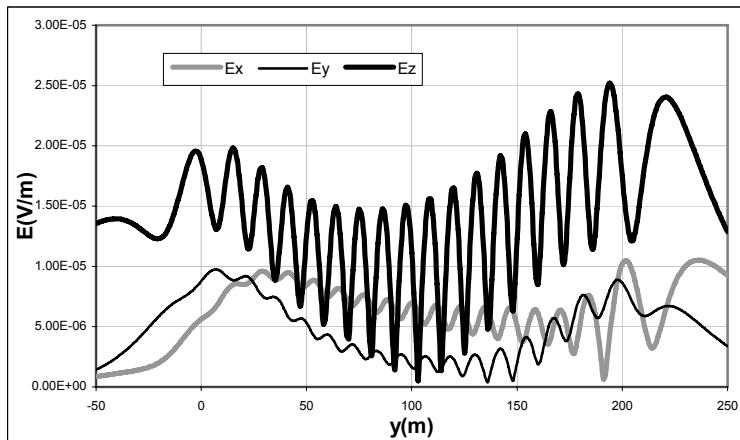
U konkretnom je primjeru udaljenost između dvaju krajeva  $L = 200$  m, radijus žica iznosi  $a = 6.35$  mm, visine žica su  $h_1 = 10$  m i  $h_2 = 11$  m. Maksimalni provjes vodiča je  $s = 2$  m, a parametri zemlje su  $\epsilon_r = 13$  i  $\sigma = 0.005$  S/m. Snaga ekvivalentnoga naponskog izvora je  $2.5 \mu\text{W}$  (minimalna snaga nužna za rad PLC sustava), a radna je frekvencija  $14$  MHz. Impedancija tereta iznosi  $Z_L = 500 \Omega$ .

Rezultati su dobiveni rješavanjem sustava Pocklingtonovih jednadžbi za žice proizvoljnog oblika, kako je prikazano u poglavljiju 29. Na slici 30.19. prikazana je raspodjela struje uzduž jednostavnog PLC sustava za različite vrijednosti provjesa.

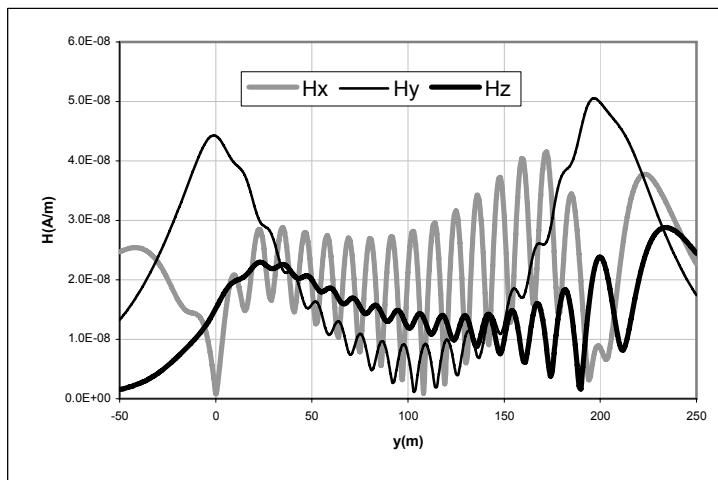


Slika 30.19. Raspodjela struje inducirane uzduž jednostavnog PLC sustava

Zračeno električno i magnetsko polje na udaljenosti 30 m od žica i 10 m iznad zemlje prikazano je na slikama 30.20. i 30.21.



Slika 30.20. Izračeno električno polje



Slika 30.21. Izračeno magnetsko polje

Analiza raspodjela zračenog polja upućuje na to da provjes ne utječe značajno na ponašanje u zoni daljinskog polja, a da je raspodjela u bliskom polju uglavnom određena geometrijom vodiča.

Naposljetku, pretpostavka je da je snaga narinutoga naponskog izvora 1 mW (srednja snaga uzeta za konkretni PLC sustav), a radna se frekvencija mijenja u intervalu od 1 do 30 MHz. Vrijednosti opteretne impedancije su izabrane:  $50 \Omega$ ,  $500 \Omega$  i  $5\,000 \Omega$  pa se na taj način simuliraju različiti uvjeti u energetskoj mreži. Maksimalne vrijednosti zračenoga električnog polja na udaljenosti od 30 m prikazane su u tablici 30.1.

Prema međunarodnim ograničenjima za PLC sustave, kako je istaknuto u [2], zračeno električno polje ne smije na udaljenosti od 30 m prelaziti razinu od  $30 \mu\text{V}/\text{m}$ . Vidljivo je da su granične vrijednosti prekorčene u više primjera.

**Tablica 30.1.** Maksimalne vrijednosti zračenoga električnog polja na udaljenosti 30 m

Frekvencija	$Z_L / \Omega$	$ E _{\text{maks}} / (\text{mV/m})$
7 MHz	50	0.459
	500	0.341
	5 000	0.380
14 MHz	50	0.477
	500	0.458
	5 000	0.541
28 MHz	50	2.394
	500	0.853
	5 000	2.043

## 31. Elektromagnetske smetnje na podzemnim vodovima

Analiza sprege elektromagnetskog polja s podzemnim žičanim strukturama važna je za mnoge EMC aplikacije kao što su projektiranje komunikacijskih i energetskih kabela ili geofizikalna istraživanja. Problem se analizira u frekvencijskome ili vremenskom području primjenom modela prijenosnih linija ili teorije antena [3], [7].

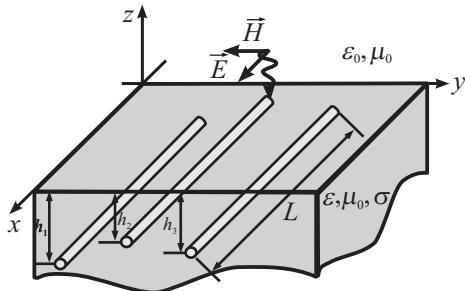
Metoda prijenosnih linija prihvatljiva je aproksimacija za duge ravne vodiče s električki zanemarivim po-prjećnim presjekom, ali ne daje valjane rezultate za žice proizvoljnog oblika i visoke frekvencije kad je nužno koristiti se teorijom antena.

Teorija antena implicira duga vremena računanja, što je osobito izraženo kod složenijih konfiguracija. Isto-dobro, primjenom modificirane metode prijenosnih linija moguće je prebroditi neka ograničenja modela prijenosne linije.

Nadalje, ukratko izlaže modificirana metoda prijenosne linije utemeljena na odgovarajućim telegrafskim jednadžbama i teorija antena za ukopane žice zasnovana na sustavu spregnutih Pocklingtonovih integro-diferencijalnih jednadžbi. Također se za oba modela izlažu odgovarajuće metode rješavanja jednadžbi koje iz modela proizlaze.

U ovom se poglavlju uspoređuje pristup pomoću teorije prijenosnih linija s teorijom antena u frekvencijskom području. U pristupu pomoću teorije antena, zasnovanom na sustavu Pocklingtonovih integralnih jednadžbi, za proizvoljne žice prisutnost poluprostora s gubitcima razmatra se pomoću odgovarajućeg koeficijenta refleksije [8]. Rezultirajuće se integrodiferencijalne jednadžbe numerički rješavaju primjenom frekvencijske inačice Galerkin-Bubnovljeve indirektne metode rubnih elemenata (GB-IBEM). Telegrafske jednadžbe rješavaju se primjenom matričnih metoda (engl. *chain matrix method*).

Promatrana konfiguracija koja se odnosi na višežičanu ukopanu strukturu prikazana je na slici 31.1.



Slika 31.1. Ukopane ravne žice

### 31.1. Jednadžbe prijenosnih linija u frekvencijskom području

Naponi i struje uzduž sustava ukopanih vodiča induciranih zbog pobude vanjskim poljem i prikazanih na slici 30.1. mogu se odrediti rješavanjem jednadžbi prijenosnih linija u frekvencijskom području [1]:

$$\frac{d}{dx} [\hat{V}(x)] + [\hat{Z}] \cdot [\hat{I}(x)] = [\hat{V}_F(x)] \quad (31.1.)$$

$$\frac{d}{dx} [\hat{I}(x)] + [\hat{Y}] \cdot [\hat{V}(x)] = [\hat{I}_F(x)]. \quad (31.2.)$$

Pri tome je:

$$[\hat{V}_F(x)] = -j\omega\mu_0 \int_0^h [\hat{H}_y^{\text{tr}}(x, z)] dz \quad (31.3.)$$

$$[\hat{I}_F(x)] = -j\omega\mu_0 \int_0^h [\hat{E}_z^{\text{tr}}(x, z)] dz, \quad (31.4.)$$

pri čemu se oznaka „tr” odnosi na transmitirana polja.

Procedure za određivanje longitudinalne matrice impedancije  $[\hat{Z}]$  i transverzalne matrice admitancije  $[\hat{Y}]$  detaljno su opisane u [1].

Rješenje jednadžbi prijenosnih linija u frekvencijskom području izloženo je u [9]. Podužni parametri  $R$ ,  $L$ ,  $C$  i  $G$  za ukopane vodiče računaju se iz modalne jednadžbe, kako je prezentirano u [13], i frekvencijski su ovisni. Takav je pristup mnogo precizniji od uporabe poznatih Polaczekovih formula [1]. Također se rabi standardni TL i modificirani TL (MTL) pristup [10].

### 31.2. Sustav Pocklingtonovih jednadžbi za ukopane žice u frekvencijskom području

Sustav Pocklingtonovih jednadžbi za ukopane žice proizvoljnog oblika može se izvesti proširenjem Pocklingtonove integrodiferencijalne jednadžbe za jednu ukopanu žicu uz primjenu uvjeta kontinuiranosti za tangencijalne komponente uzduž površine žice [11].

Uz pretpostavku idealne vodljivosti žice, totalno polje sastavljeno od pobudnog polja  $\vec{E}^{\text{exc}}$  i raspršnog polja  $\vec{E}^{\text{sct}}$  iščezava:

$$\vec{s} \cdot (\vec{E}^{\text{exc}} + \vec{E}^{\text{sct}}) = 0, \quad (31.5.)$$

gdje je  $\vec{s}$  jedinični vektor tangente u točki promatranja.

Polazeći od Maxwellovih jednadžbi i Lorentzova baždarnog uvjeta, raspršno polje izražava se putem vektorskog potencijala  $\vec{A}$ :

$$\vec{E}^{\text{sct}} = -j\omega\vec{A} + \frac{1}{j\omega\mu\epsilon_{\text{eff}}} \nabla(\nabla\vec{A}) \quad (31.6.)$$

koji je dan sljedećim partikularnim integralom

$$\vec{A}(s) = \frac{\mu}{4\pi} \int_C I(s') g_0(s, s') \vec{s}' ds'. \quad (31.7.)$$

Pri tome je  $I(s')$  struja koja se inducira duž linije,  $\vec{s}'$  je jedinični vektor tangente u točki izvora, a  $g_0(s, s')$  je odgovarajuća Greenova funkcija oblika

$$g_0(s, s') = \frac{e^{-jk_1 R_0}}{R_0}, \quad (31.8.)$$

gdje je  $R_0$ :

$$R_0 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 + a^2}. \quad (31.9.)$$

Kombiniranje jednadžbi od (31.5.) do (31.9.) rezultira Pocklingtonovom integrodiferencijalnom jednadžbom po nepoznatoj struci u neograničenom mediju s gubitcima [11]:

$$E^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_C I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_0(s, s') ds'. \quad (31.10.)$$

Integralna jednadžba za neograničeni medij s gubitcima (31.10.) može se proširiti na slučaj žice smještene u poluprostor s gubitcima modificiranjem jezgre uzme li se u obzir refleksija električnog polja od granice sredina.

Pobudno se polje sastoji od upadne komponente  $\vec{E}^{\text{inc}}$  i reflektivne komponente  $\vec{E}^{\text{ref}}$ , odnosno:

$$\vec{E}^{\text{exc}} = \vec{E}^{\text{inc}} + \vec{E}^{\text{ref}}, \quad (31.11.)$$

gdje je reflektirano polje  $\vec{E}^{\text{ref}}$  dano integralnom relacijom:

$$\vec{E}^{\text{ref}}(s) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left[ \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_C I(s') \cdot \vec{s}^* \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_i(s, s^*) ds' + \right. \\ \left. + \int_C I(s') \cdot \vec{s}^* \cdot G_s(s, s') ds' \right]. \quad (31.12.)$$

Greenova funkcija  $g_i(s, s^*)$  proizlazi iz teorije preslikavanja i sljedećeg je oblika:

$$g_i(s, s^*) = \frac{e^{-jk_1 R_1}}{R_1}. \quad (31.13.)$$

Pri tome je  $R_1$  udaljenost od točke preslikane žice do točke promatranja,  $\vec{s}^*$  je jedinični vektor tangente u točki na površini preslikane žice, a  $k_0$  i  $k_1$  konstante su propagacije zraka, odnosno medija s gubitcima:

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad (31.14.)$$

$$k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_{\text{eff}}. \quad (31.15.)$$

Kompleksna je permitivnost medija s gubitcima  $\epsilon_{\text{eff}}$  sljedeća:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_r \epsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega}, \quad (31.16.)$$

gdje su  $\epsilon_r$  i  $\sigma$  relativna permitivnost, odnosno vodljivost zemlje, a  $\omega$  je radna frekvencija.

Jezgra  $G_s(s, s')$  jest oblika:

$$\vec{G}_s(s, s') = (\vec{e}_x \cdot \vec{s}') \cdot (G_\rho^H \cdot \vec{e}_\rho + G_\phi^H \cdot \vec{e}_\phi + G_z^H \cdot \vec{e}_z) + (\vec{e}_z \cdot \vec{s}') \cdot (G_\rho^V \cdot \vec{e}_\rho + G_z^V \cdot \vec{e}_z), \quad (31.17.)$$

a predstavlja korekcijski član koji sadržava Sommerfeldove integrale i uključuje sljedeće komponente za horizontalni, odnosno vertikalni dipol [7], [12]:

$$G_\rho^V = \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} k_0^2 V^R \quad (31.18.)$$

$$G_z^V = \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right) k_0^2 V^R \quad (31.19.)$$

$$G_\rho^H = \cos \phi \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} k_1^2 V^R + k_1^2 U^R \right) \quad (31.20.)$$

$$G_\phi^H = -\sin \phi \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} k_1^2 V^R + k_1^2 U^R \right) \quad (31.21.)$$

$$G_z^H = -j 4\pi \omega \epsilon_{\text{eff}} \cos \phi G_\rho^V. \quad (31.22.)$$

Sommerfeldovi su integrali sljedećeg oblika:

$$U^R = \int_0^\infty D_1(\lambda) e^{-\gamma_1 |z+z'|} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \quad (31.23.)$$

$$V^R = \int_0^\infty D_2(\lambda) e^{-\gamma_1 |z+z'|} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda. \quad (31.24.)$$

Pri tome je:

$$D_1(\lambda) = \frac{2}{\gamma_0 + \gamma_1} - \frac{2k_1^2}{\gamma_1 (k_1^2 + k_0^2)} \quad (31.25.)$$

$$D_2(\lambda) = \frac{2}{k_1^2 \gamma_0 + k_0^2 \gamma_1} - \frac{2}{\gamma_1 (k_1^2 + k_0^2)} \quad (31.26.)$$

$$\gamma_0 = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}; \quad \gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}. \quad (31.27.)$$

Naposljeku, kombiniranjem jednadžbi (31.5.), (31.10.) – (31.12.) daje Pocklingtonovu integrodiferencijalnu jednadžbu za nepoznatu struju jedne ukopane žice u mediju s gubitcima:

$$E_s^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left[ \begin{array}{l} \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_0(s, s') ds' + \\ + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}^* \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_i(s, s^*) ds' + \\ + \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}^* \cdot G_s(s, s') ds' \end{array} \right]. \quad (31.28.)$$

Da bi se izveo odgovarajući sustav spregnutih Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi za  $N_W$  žica proizvoljnog oblika, treba razmotriti utjecaj svake antene, pa slijedi:

$$E_{sm}^{\text{exc}}(s_m) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{n=1}^{N_W} \left[ \begin{array}{l} \int_{C'_n} I_n(s'_n) \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}'_n \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_{0mn}(s_m, s'_n) ds'_n + \\ + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'_n} I_n(s'_n) \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}_n^* \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_{imn}(s_m, s_n^*) ds'_n + \\ + \int_{C'_n} I_n(s'_n) \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}_n^* \cdot G_s(s_m, s'_n) ds'_n \end{array} \right]. \quad (31.29.)$$

$$m = 1, 2, \dots, N_W$$

Aproksimativna pojednostavljena Greenova funkcija sadržava koeficijent refleksije koji se može deducirati iz rigorozne formulacije Sommerfeldovim integralima [11]. Proširenjem formulacije na slučaj više žica dobiva se sustav integralnih jednadžbi [11]:

$$E_{sm}^{\text{exc}}(s_m) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{n=1}^{N_W} \left[ \begin{array}{l} \int_0^{L_n} \left\{ \left[ k_1^2 \vec{s}_m \vec{s}_n^* - \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s_n^*} \right] g_{0mn}(s_m, s'_n) + \right. \\ + R_{\text{TM}} \left[ k_1^2 \vec{s}_m \vec{s}_n^* - \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s_n^*} \right] g_{imn}(s_m, s_n^*) + \\ \left. + (R_{\text{TE}} - R_{\text{TM}}) \vec{s}_m \cdot \vec{p}_m \left[ k_1^2 \vec{p}_m \cdot \vec{s}_n^* - \frac{\partial^2}{\partial p_m \partial s_n^*} \right] g_{imn}(s_m, s_n^*) \right\} I_n(s'_n) ds' \end{array} \right]. \quad (31.30.)$$

$$m = 1, 2, \dots, N_W.$$

Pri tome su  $R_{\text{TM}}$  i  $R_{\text{TE}}$  odgovarajući koeficijenti refleksije za slučaj transverzalno magnetske, odnosno transverzalno električne polarizacije [11]:

$$R_{\text{TM}} = \frac{\frac{1}{n} \cos \theta' - \sqrt{\frac{1}{n} - \sin^2 \theta'}}{\frac{1}{n} \cos \theta' + \sqrt{\frac{1}{n} - \sin^2 \theta'}} \quad (31.31.)$$

$$R_{\text{TE}} = \frac{\cos \theta' - \sqrt{\frac{n}{1} - \sin^2 \theta'}}{\cos \theta' + \sqrt{\frac{n}{1} - \sin^2 \theta'}} \quad (31.32.)$$

gdje je  $I_n(s_n')$  nepoznata raspodjela struje po  $n$ -toj žici,  $E_m^{\text{exc}}(s)$  je funkcija pobude na  $m$ -toj žici,  $g_{0,nm}(s_m, s_n')$  je Greenova funkcija homogenog medija s gubitcima, a  $g_{i,nm}(s_m, s_n')$  je Greenova funkcija preslikanog izvora te  $n = \epsilon_{\text{eff}} / \epsilon_0$ .

Osnovna je prednost pristupa putem koeficijenta refleksije u odnosu prema rigoroznom pristupu preko Sommerfeldovih integrala jednostavnost formulacije i mnogo kraće vrijeme računanja. Općenito, pristup preko koeficijenta refleksije u rezultatima pokazuje 10% odstupanja u odnosu prema rezultatima dobivenima rigoroznim Sommerfeldovim integralnim pristupom [14].

### 31.2.1. Numeričko rješenje rubnim elementima

Serija integralnih jednadžbi (31.30.) rješava se Galerkin-Bubnovljevom inačicom indirektnе metode rubnih elemenata (GB-IBEM). Osnova metode izložena je u [3], a posebni aspekti modeliranja izoparametarskim elementima izloženi su u [12].

Nepoznata struja  $I_n^e(\zeta)$  uzduž segmenta  $n$ -te žice izražava se linearnom kombinacijom oblikovnih funkcija  $f_{ni}$ , s nepoznatim kompleksnim koeficijentima  $I_{ni}$

$$I_n^e(s') = \sum_{i=1}^n I_{ni} f_{ni}(s') = \{f\}_n^T \{I\}_n, \quad (31.33.)$$

a primjena izoparametarskih elemenata daje:

$$I_n^e(\zeta) = \sum_{i=1}^n I_{ni} f_{ni}(\zeta) = \{f\}_n^T \{I\}_n, \quad (31.34.)$$

gdje je  $n$  broj lokalnih čvorova po elementu.

Veoma se često rabi linearna aproksimacija na segmentu žice [12], pri čemu su oblikovne funkcije:

$$f_1 = \frac{1-\zeta}{2} \quad \text{i} \quad f_2 = \frac{1+\zeta}{2}. \quad (31.35.)$$

Ta se aproksimacija često pokazala optimalnom u modeliranju različitih žičanih struktura [3].

Primjenom metode težinskih odstupanja uz implementaciju Galerkin-Bubnovljeve procedure serija Pocklingtonovih jednadžbi transformira se u sustav algebarskih jednadžbi oblika [13]:

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & - \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} \frac{df_{jm}(s_m) df_{in}(s'_n)}{ds_m ds'_n} g_{0nm}(s_m, s'_n) ds'_n ds_m + \\ & + k_1^2 \cdot \widehat{s_m} \cdot \widehat{s_n} \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} f_{jm}(s_m) f_{in}(s'_n) g_{0nm}(s_m, s'_n) ds'_n ds_m + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \left[ \begin{aligned} & - \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} \frac{df_{jm}(s_m) df_{in}(s'_n)}{ds_m ds'_n} g_{inm}(s_m, s'_n) ds'_n ds_m + \\ & + k_1^2 \cdot \widehat{s_m} \cdot \widehat{s_n^*} \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} f_{jm}(s_m) f_{in}(s'_n) g_{inm}(s_m, s^*) ds'_n ds_m \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} + \{I\}_{ni} = \\ & + \widehat{s_m} \cdot \widehat{s_n} \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} f_{jm}(s_m) f_{in}(s'_n) G_{sm}(s_m, s'_n) ds'_n ds_m \\ & = -j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}} \int_{\Delta l_m} E_{sm}^{tr}(s_m) f_{jm}(s_m) ds_m \quad m = 1, 2, \dots, N_w; \quad j = 1, 2, \dots, N_m \quad (31.36.) \end{aligned}$$

Pri tome je  $N_m$  broj elemenata na  $m$ -toj anteni, a  $N_n$  je broj elemenata na  $n$ -toj anteni.

Jednadžbu (31.36.) uputno je zapisati u matričnom obliku:

$$\sum_{n=1}^{N_w} \sum_{i=1}^{N_n} [Z]_{ji}^e \{I_n\}_i = \{V_m\}_j, \quad m = 1, 2, \dots, N_w; \quad j = 1, 2, \dots, N_m, \quad (31.37.)$$

gdje je  $[Z]_{ji}$  matrica međuimpedancije  $j$ -og segmenta promatranja na  $m$ -toj žici i  $i$ -og segmenta izvora na  $n$ -toj žici.

Uporaba izoparametarskih elemenata rezultira sljedećim izrazom za matricu međuimpedancije:

$$\begin{aligned} [Z]_{ji}^e = & - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{D\}_j \{D'\}_i^T g_{0nm}(s_m, s'_n) \frac{ds_n}{ds'} d\zeta' \frac{ds_m}{ds} d\zeta + \\ & + k_1^2 \cdot \widehat{s_m} \cdot \widehat{s_n} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i^T g_{0nm}(s_m, s'_n) \frac{ds_n}{ds'} d\zeta' \frac{ds_m}{ds} d\zeta + \\ & + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \left[ - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{D\}_j \{D'\}_i^T g_{inm}(s_m, s_n^*) \frac{ds_n}{ds'} d\zeta' \frac{ds_m}{ds} d\zeta + \right. \\ & \left. + k_1^2 \cdot \widehat{s_m} \cdot \widehat{s_n^*} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i^T g_{inm}(s_m, s_n^*) \frac{ds_n}{ds'} d\zeta' \frac{ds_m}{ds} d\zeta \right] + \\ & + \widehat{s_m} \cdot \widehat{s_n} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i^T G_{snm}(s_m, s'_n) \frac{ds_n}{ds'} d\zeta' \frac{ds_m}{ds} d\zeta. \end{aligned} \quad (31.38.)$$

Matrice  $\{f\}$  i  $\{f'\}$  sadržavaju oblikovne funkcije, a  $\{D\}$  i  $\{D'\}$  sadržavaju njihove derivacije.

Vektor napona ima oblik:

$$\begin{aligned} \{V\}_j^m = & -j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}} \int_{-1}^1 E_{s_m}^{\text{inc}}(s_m) f_{jm}(s_m) \frac{ds_m}{ds} d\zeta_m, \\ m = 1, 2, \dots, N_w; \quad j = 1, 2, \dots, N_m \end{aligned} \quad (31.39.)$$

i može se izračunati analitički [13].

### Primjer 31.1.

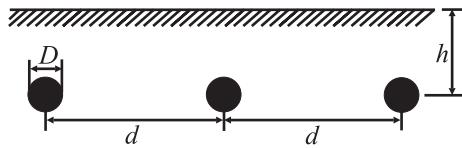
Traži se frekvencijski odziv sustava dugih ukopanih žica za različite konfiguracije triju vodiča. Pobudno električno polje dano je u formi transmitiranog polja ravnog vala [6]:

$$E^{\text{tr}} = E_0 \Gamma_{\text{TM}} e^{-jk_1|z|}.$$

Pri tome je  $E_0$  amplituda polja, a referentna točka nalazi se na granici dviju sredina u  $z = 0$ . Prepostavljena je jedinična amplituda  $E_0 = 1$  V/m.

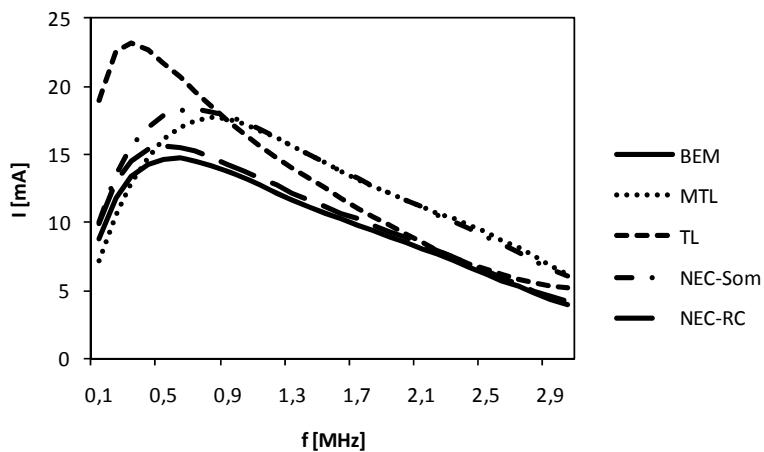
Frekvencijski odziv treba izračunati primjenom TL-a, MTL-a i GB-IBEM-a i dobivene rezultate usporediti s rezultatima dobivenima primjenom softvera NEC-a [15], uz Sommerfeldov pristup i aproksimaciju koeficijentom refleksije.

Prva promatrana konfiguracija prikazana je na slici 31.2. Radijus svih vodiča je 10.25 mm, udaljenost između susjednih vodiča iznosi 106 mm, a dubina ukopa je 1 m.



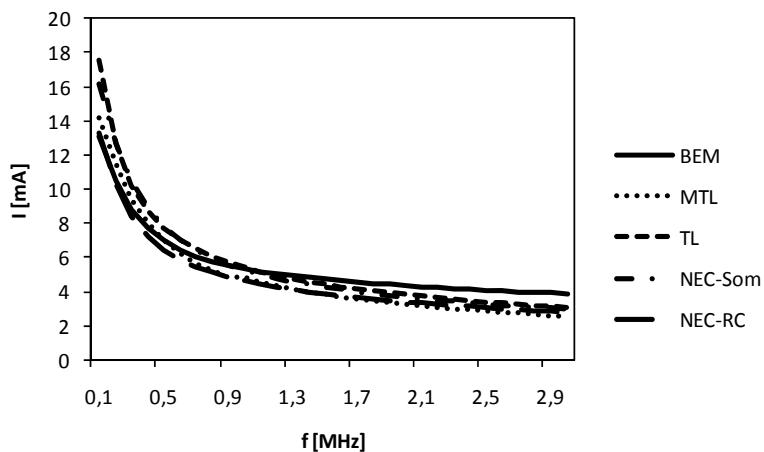
Slika 31.2. Prva konfiguracija:  $D = 20.5$  mm,  $d = 106$  mm,  $h = 1$  m

Numerički rezultati za struju inducirano u središtu srednje žice (1. konfiguracija) prikazani su na slici 31.3. Duljina vodiča iznosi 50 m, a parametri zemlje su:  $\sigma = 0.001$  S/m i  $\epsilon_r = 10$ .



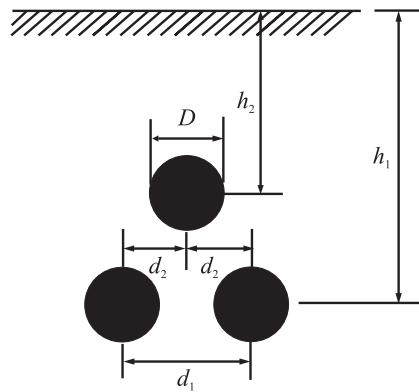
Slika 31.3. Frekvencijski odziv u središtu srednje žice (prva konfiguracija);  
 $L = 50$  m,  $\epsilon_r = 10$ ,  $\sigma = 0.001$  S/m)

Na slici 31.4. prikazana je struja inducirana u središtu srednje žice (prva konfiguracija) za duljinu vodiča 50 m uz veću vodljivost ( $\sigma = 0.01$  S/m) i nepromijenjenu permitivnost ( $\epsilon_r = 10$ ).



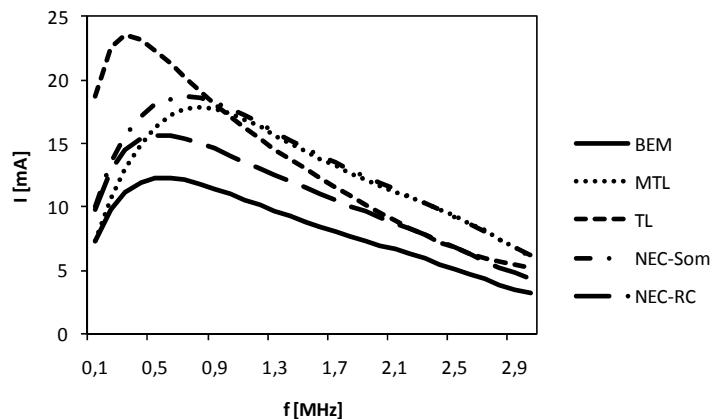
Slika 31.4. Frekvencijski odziv u središtu srednje žice (prva konfiguracija),  
 $L = 50$  m,  $\epsilon_r = 10$ ,  $\sigma = 0.01$  S/m)

Druga promatrana konfiguracija prikazana je na slici 31.5. Radijus svih vodiča iznosi 10.25 mm, udaljenosti između susjednih vodiča su  $d_1 = 36$  mm,  $d_2 = 18$  mm, a dubine ukopa su  $h_1 = 1$  m,  $h_2 = 0.97$  m.



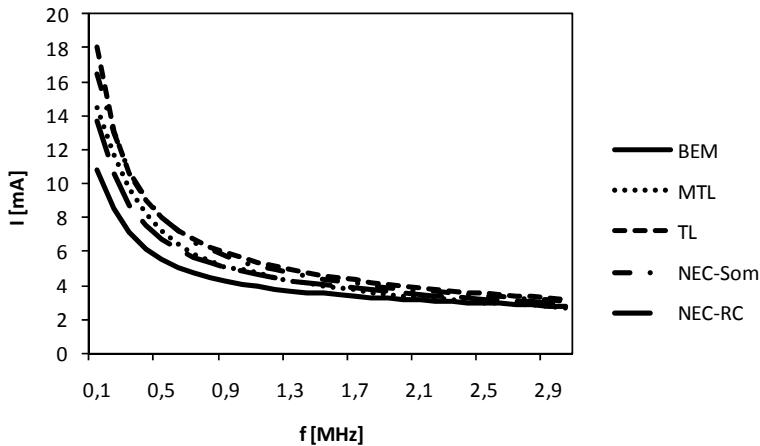
**Slika 31.5.** Druga konfiguracija:  $D = 20.5$  mm,  $d_1 = 36$  mm,  $d_2 = 18$  mm,  $h_1 = 1$  m,  $h_2 = 0.97$  m

Na slici 31.6. prikazani su numerički rezultati za struju inducirana u središtu srednje žice (druga konfiguracija) za vodič duljine 50 m uz vodljivost  $\sigma = 0.001$  S/m i permitivnost  $\epsilon_r = 10$ .



**Slika 31.6.** Frekvencijski odziv u središtu srednje žice (prva konfiguracija,  $L = 50$  m,  $\epsilon_r = 10$ ,  $\sigma = 0.001$  S/m)

Numerički rezultati za struju inducirana u središtu srednje žice (druga konfiguracija) prikazani su na slici 31.7. za vodič duljine 50 m. Parametri zemlje su  $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$  i  $\epsilon_r = 10$ .



Slika 31.7. Frekvencijski odziv u središtu srednje žice (prva konfiguracija,  $L = 50 \text{ m}$ ,  $\epsilon_r = 10$ ,  $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ )

Iako su svi valni oblici slični, dobivene vrijednosti uvelike variraju. Općenito, numerički rezultati dobiveni primjenom različitih metoda bolje se slažu kad je riječ o višim iznosima vodljivosti i duljim žicama.

## 32. Modeliranje kanala munje

Pod pojavom udara munje razumijeva se atmosfersko pražnjenje između električki nabijenog oblaka i zemlje. Jedna je od popratnih posljedica udara groma generiranje odgovarajućih električnih i magnetskih polja.

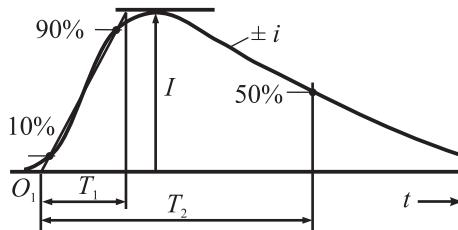
Udar munje zapravo je izboj statičkog elektriciteta nakupljenoga u oblacima koji dosežu i do 15 km visine, čije je podnožje udaljeno od tla oko 2 do 3 km. Uobičajeno se formiraju u toplijim razdobljima godine kad se od zagrijanog tla diže topao zrak i giba prema hladnjim i višim slojevima atmosfere. Pri određenoj brzini vjetra kapi kiše usmjerene prema tlu gibaju se i međusobno sudaraju pri čemu nastaju veće i manje kapljice. Tako nastale manje kapljice postaju električki negativne, a veće kapljice bivaju nabijene pozitivno. Manje, a ujedno i lakše kapljice, vjetar odnosi u gornji dio oblaka koji stoga postaje uglavnom električki negativan, dok se u donjem dijelu oblaka akumulira pozitivni naboj.

Između tako nanelektriziranog oblaka i površine Zemlje stvara se jako električno polje. Ako iznos polja dostigne vrijednost od 15 do 20 kV/m dolazi do probroja i udara munje. Osnovni parametar pomoću kojega se opisuje udar munje je tzv. *struja kanala munje*.

### 32.1. Struja munje

Struja munje implicira jedan ili više različitih udara pri čemu se kratkim udarima smatraju oni trajanja kraćega od 2 ms, a dugi udari traju dulje od 2 ms. Parametri kratkog udara munje [16] (sl. 32.1.) su:  $O_1$  – virtualni početak,  $I$  – vršna vrijednost struja,  $T_1$  – trajanje čela i  $T_2$  – polovica vremena hrpta udarnog vala. Parametri dugog udara su trajanje  $T_d$  i naboj dugog udara  $Q_d$  [16].

Struja munje može biti pozitivnoga i negativnog polariteta. Negativni udari munje stvaraju strujne valove koji se prema obliku razmjerno razlikuju jedan od drugoga. Trajanje čela negativnog strujnog vala u prvom izbijanju iznosi do 15  $\mu\text{s}$ . Već je pri drugom izbijanju trajanje čela takvog strujnog vala kraće. Vršne su vrijednosti strujnog vala u drugom izbijanju manje od vršnih vrijednosti strujnog vala prvog izbijanja.



Slika 32.1. Parametri kratkog udara ( $T_2 < 2 \text{ ms}$ ). [16]

Pozitivni udari munje obično se sastoje od jednog izbijanja koje traje do 0,2 s, a trajanje čela razmjerno je dugo u usporedbi s negativnim udarom i traje do 50  $\mu\text{s}$ . Istodobno vršne vrijednosti pozitivnih strujnih valova mogu poprimiti i vrijednosti više od 1 000 kA.

Osnovni su parametri struje munje:

vršna vrijednost struje munje  $I$ , (kA),

strmina struje munje  $s$ , (kA/ $\mu\text{s}$ ),

naboj struje munje  $Q$ , (A s)

i trajanje udara munje  $T$ , ( $\mu\text{s}$ ).

Strujni valovi, pozitivni ili negativni, koji nastaju pri udaru, imaju svoje karakteristične veličine. Jedna je od njih vršna vrijednost ili amplituda strujnog vala, pod kojom se razumijeva najveća trenutačna vrijednost struje  $I$ . Iako su strujni valovi pri svakom udaru groma slična oblika, nisu jednake veličine, pa ni njihove vršne vrijednosti nisu jednake u svim primjerima. Svaki udar ima neku vršnu vrijednost struje.

Jedna od karakterističnih vrijednosti struje munje je strmina  $s$  koja se definirana kao porast struje  $\Delta i$  tijekom vremena  $\Delta t$ . Sve se struje munje na svom čelu ne mijenjaju jednakom brzinom, tj. strmina je veća ili manja. Vršne vrijednosti struja mogu biti različite, a jednako tako i pripadajuće strmine na čelu strujnog vala. Između vršnih vrijednosti struja groma i pripadajućih strmina na njihovu čelu nema čvrsto definirane korelacije, što znači da struja munje velike vršne vrijednosti nužno ne implicira i veliku strminu.

Kako je već navedeno, osim vršne vrijednosti struje  $I$  i strmine  $s$  za struju munje, važna su još obilježja ukupni naboj  $Q$  koji se neutralizira prilikom udara te trajanje udara munje.

## 32.2. Električna i magnetska polja generirana udarom munje

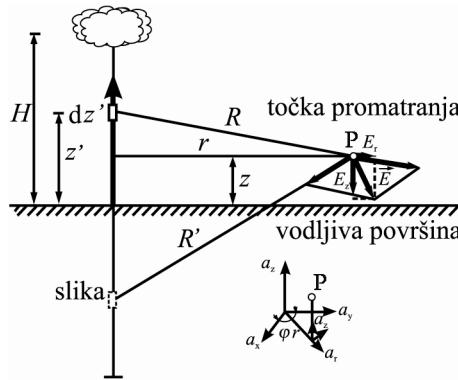
Popratne su pojave pri nastanku, gibanju i udaru munje s propadna električna i magnetska polja. U fazi nastanka groma i njegova gibanja prema zemlji jednakom se brzinom pojavljuje sve jače električno polje na zemlji sve dok čelo predvodnika ne dotakne zemlju te polje posljedično naglo oslabi. U trenutku kad munja dotakne tlo nestaje električno polje i počinje teći struja koja oko sebe stvara pripadno magnetsko

polje. Iz kanala kojim teku vremenski promjenjive struje visokog intenziteta zrači jako magnetsko polje razmjerno velike valne duljine.

Proračun električnih i magnetskih polja u frekvencijskom području koje generira uzlazni udar temelji se na sljedećim pretpostavkama.

- Kanal munje reprezentira se vertikalnom ravnom žičanom antenom uzduž koje se uzlazni udar groma širi u visinu.
- Tlo se smatra idealno vodljivom ravninom.

Jednostavni model kanala munje, koji se temelji na vertikalno orientiranoj žičanoj anteni visine  $H$  iznad idealno vodljive zemlje, prikazan je na slici 32.2. U točki promatranja  $P$  razmatra se doprinos električnom i magnetskom polju koje stvara elementarni strujni element.



Slika 32.2. Model uzlaznog kanala munje [17]

Ukupno električno i magnetsko polje dobiva se sumiranjem svih elementarnih doprinosa uzduž kanala groma. Odgovarajuće je električno i magnetsko polje sljedećeg oblika:

$$E_z(r, z, j\omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H}^{+H} I(z', j\omega) \left[ \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^5 j\omega} + \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^4 c} - \frac{r^2}{R^3 c^2} j\omega \right] e^{-jkR} dz' \quad (32.1.)$$

$$E_r(r, z, j\omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H}^{+H} I(z', j\omega) \left[ \frac{3r(z-z')^2}{R^5 j\omega} + \frac{3r(z-z')^2}{R^4 c} - \frac{r(z-z')^2}{R^3 c^2} j\omega \right] e^{-jkR} dz' \quad (32.2.)$$

$$H_\phi(r, z, j\omega) = \frac{1}{4\pi} \int_{-H}^{+H} I(z', j\omega) \left[ \frac{r}{R^3} + \frac{r}{R^2 c} j\omega \right] e^{-jkR} dz'. \quad (32.3.)$$

Pri tome je:

$E_r$  – radijalno električno polje

$E_z$  – aksijalno električno polje

$H_\phi$  – azimutalno magnetsko polje

$I(z', j\omega)$  – struja uzduž elementarnog dipola u frekvencijskom području

$c$  – brzina svjetlosti

$R$  – udaljenost od izvora do točke motrenja;  $R = \sqrt{(z'-z)^2 + r^2}$

$R$  – horizontalna udaljenost točke promatranja od kanala munje.

Prva dva člana u izrazima (32.1.) i (32.2.) odnose se na djelovanje u zoni bliskog polja, a treći se član u podintegralnoj funkciji odnosi na zračenje i dominantan je u zoni daljinskog polja. Također, prvi je član u jednadžbi (32.3.) induktivan i dominantan u bliskoj zoni, a drugi je član radijacijski i dominantan je na većim udaljenostima od izvora.

Prisutnost idealno vodljivog tla razmatra se putem teorije preslikavanja.

Naposljetku, za proračun elektromagnetskog polja definiranog izrazima (32.1.) – (32.3.) nužno je poznavanje prostorno-frekvencijski ovisne raspodjele struje  $I(z', j\omega)$  duž kanala. Raspodjelu struje moguće je pretpostaviti ili je izračunati rješavanjem odgovarajuće integralne jednadžbe.

### 32.3. Modeli struje uzlaznog udara munje uz pretpostavljenu raspodjelu struje

Modeli struje kanala munje uz pretpostavljenu raspodjelu struje mogu se podijeliti u četiri kategorije:

- fizički modeli
- elektromagnetski modeli
- modeli s raspodijeljenim parametrima
- inženjerski modeli.

U ovom se poglavlju razmatraju neki inženjerski modeli s obzirom na to da se odlikuju jednostavnosću. pa je potrebno razmjerno malo parametara (*struja baze kanala munje, brzina uzlaznog udara munje*) i zato što je struja uzlaznog udara na nekoj visini kanala munje  $I(z', j\omega)$  povezana sa *strujom baze kanala munje*  $I(0, j\omega)$  koja se smatra poznatom. Štoviše, struja baze kanala munje može se odrediti mjeranjem.

#### 32.3.1. Inženjerski modeli raspodjele struje kanala munje – pretpostavljena raspodjela struje

Prvi model koji se razmatra je *Bruce-Goldeov model* (engl. BG model). U sklopu tog modela pretpostavlja se da je raspodjela struje duž kanala munje jednostavno jednaka struci baze kanala munje:

$$I(z', j\omega) = I(0, j\omega). \quad (32.4.)$$

Drugi je model *model prijenosne linije* (engl. *Transmission line model* – TL model) pri kojemu je pretpostavljeno da se kanal munje može prikazati prijenosnom linijom bez gubitaka, odnosno raspodjela struje duž kanala munje može se pisati na način:

$$I(z', j\omega) = I(0, j\omega) e^{-\frac{z'}{v}}, \quad (32.5.)$$

gdje je  $v$  brzina propagacije uzlaznog udara munje.

U modificirano modelu prijenosne linije s eksponencijalnim opadanjem struje (engl. MTLE – *The Modified Transmission Line model with exponential decay*) jakost struje eksponencijalno opada s povećanjem visine kanala, što se može izraziti relacijom:

$$I(z', j\omega) = I(0, j\omega) e^{-\frac{z'}{v}} e^{-\frac{z'}{\lambda}}, \quad (32.6.)$$

gdje je  $\lambda$  konstanta opadanja koja omogućuje smanjenje amplitude struje s visinom. Ta je konstanta određena pomoću eksperimentalnih podataka te iznosi oko 2 km.

U modificirano modelu prijenosne linije s linearnim opadanjem struje (engl. MTLL – *The Modified Transmission Line model with linear current decay*) struja linearno opada s povećanjem visine kanala, što se izražava na način:

$$I(z', j\omega) = I(0, j\omega) e^{-\frac{z'}{v}} \times \frac{1-z'}{H_{\text{tot}}} \quad (32.7.)$$

gdje je  $H_{\text{tot}}$  ukupna visina kanala.

### 32.3.2. Struja baze kanala munje

U svim modelima izloženim u odjeljku 32.3.1., odnosno u izrazima (32.4.) – (32.7.) nužno je poznавanje struje baze kanala munje  $I(0, j\omega)$ . Postoji više relacija kojima se opisuje ta struja, a jedna od najjednostavnijih je funkcija tzv. dvostrukog eksponencijala u vremenskom području:

$$I(0, t) = I_0 (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}). \quad (32.8.)$$

U frekvencijskom području struja baze kanala munje (32.8.) dana je izrazom

$$I(0, j\beta) = I \left( \frac{1}{j\omega + \alpha} - \frac{1}{j\omega + \beta} \right), \quad (32.9.)$$

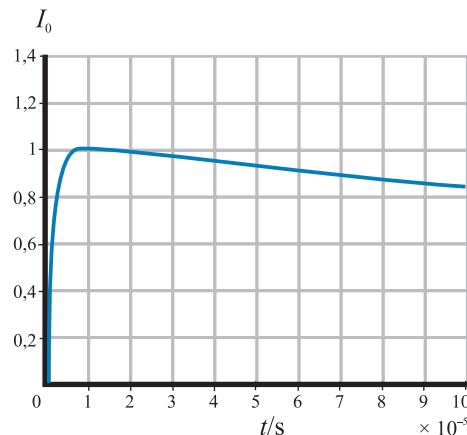
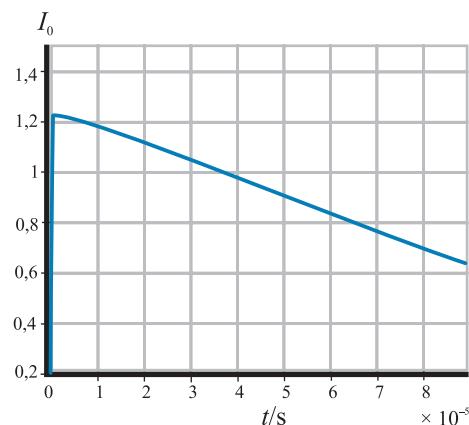
gdje su  $I_0$  vršna struja, a  $\alpha$  i  $\beta$  konstante dvostrukog eksponencijalne funkcije.

Vrijednost parametara za valne oblike struje prvog kratkog udara i naknadnih kratkih udara dana je u tablici 32.1.

**Tablica 32.1.** Vrijednost parametara prvoga i naknadnoga kratkog udara

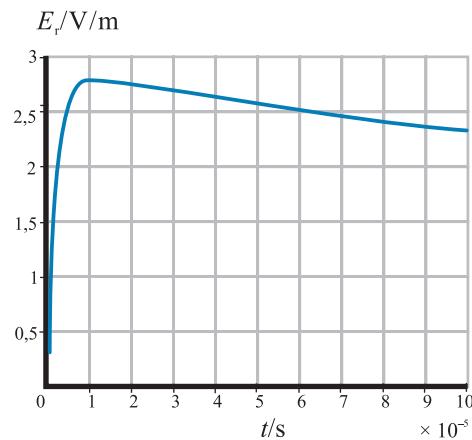
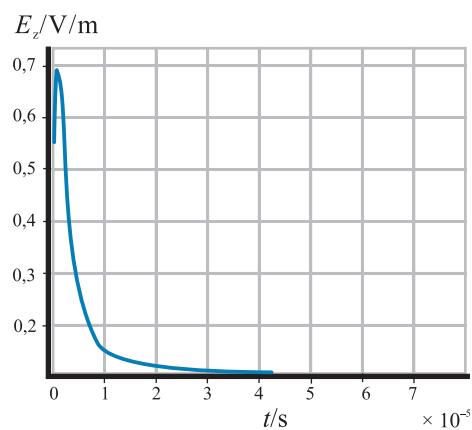
	Prvi kratki udar 10/350 μs	Sljedeći kratki udar 0.25/100 μs
$I_0 / \text{kA}$	1.025	1.002
$\alpha / (\text{1/s})$	$2.05 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$
$\beta / (\text{1/s})$	$5.04 \cdot 10^5$	$3.4 \cdot 10^7$

Valni oblik prvog kratkog udara munje u vremenskom području prikazan je na slici 32.3., a odgovarajući je valni oblik naknadnog udara prikazan na slici 32.4.

Slika 32.3. Prvi kratki udar munje (10/350)  $\mu$ sSlika 32.4. Naknadni kratki udar munje (0.25/350)  $\mu$ s

### Primjer 32.1.

Treba izračunati električno polje generirano zbog udara munje primjenom TL modela na  $r = 50$  m od kanala munje i na visini  $h = 1$  m iznad tla. Pretpostavljena je visina kanala munje  $H = 7\ 000$  m. Komponente izračenoga električnog polja za TL model raspodjele struje duž kanala munje prikazane su slikama 32.5. i 32.6.

Slika 32.5. Radijalno električno polje  $E_r$  prvoga kratkog udara munjeSlika 32.6. Aksijalno električno polje  $E_z$  prvoga kratkog udara munje

## 32.4. Rigorozno modeliranje udara munje

Elektromagnetski modeli označuju matematički rigoroznu analizu kanala munje s obzirom na to da se izvode izravno iz Maxwellovih jednadžbi uz minimum aproksimacija. Raspodjela struje uzduž kanala munje u tom se slučaju ne pretpostavlja, već se računa iz odgovarajućih jednadžbi primjenom numeričkih tehnika kao što su metoda momenata (MoM) ili metoda konačnih diferencija (FDM).

U takvim je modelima kanal munje obično označen ekvivalentnom monopol antenom iznad idealno vodljive zemlje. Takva se ekvivalentna antena „napaja“ idealnim strujnim izvorom [18] – [20] ili naponskim izvorom [21] – [25]. Formulacija se može izvesti izravno u vremenskom području, primjerice, [21], [23], ili indirektnim pristupom u frekvencijskom području, primjerice, [18], [26]. Pritom se tranzijentni odziv dobiva primjenom inverzne Fourierove transformacije. Često se za proračun raspodjele struje rabi numerički softverski paket (NEC) [15].

U ovom se poglavlju kanal munje modelira pomoću tankožičane dipol antene konačne vodljivosti uronjene u dielektrični medij da bi se reducirala brzina propagacije.

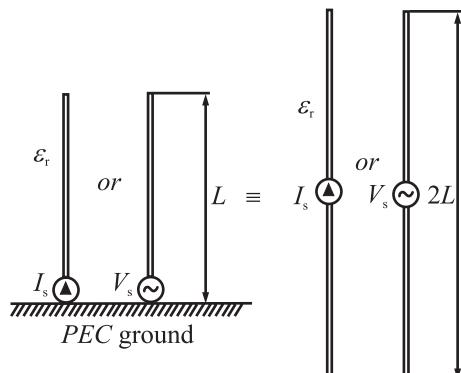
Dipol je pobuđen na dva načina: idealnim strujnim izvorom i idealnim naponskim izvorom. Odgovarajuća Pocklingtonova integrodiferencijalna jednadžba za konačno vodljivu dipol antenu rješava se Galerkin-Bubnovljevom inačicom indirektne metode rubnih elemenata.

U svrhu proračuna tranzijentnog odziva nužno je najprije izračunati frekvencijski spektar raspodjele struje uzduž kanala. Za razliku od uobičajenoga jednolikog uzorkovanja, rabi se adaptivna tehnika uzorkovanja [18,19] da bi se reduciraо broј uzoraka u frekvenciji nužдан za prihvatljivu konvergenciju rezultata u vremenskom području. U adaptivnom je uzorkovanju ideja da se pronađu vršci u spektru, dok se ostali dijelovi spektra koji se sporije mijenjaju mogu interpolirati. Da bi se potpuno iskoristila takva tehnika rabi se hibridna inverzna Fourierova transformacija (engl. *Hybrid Inverse Fourier Transform – HIFT*) [27], [28], zasnovana na kontinuiranoj Fourierovoj transformaciji i aproksimaciji frekvencijskog spektra struje Lagrangeovim interpolacijskim polinomima.

### 32.4.1. Antenski model povratnog udara munje

Kanal munje predstavlja se centralno napajanom dipol antenom konačne vodljivosti, duljine  $2L$ , radijusa  $a$ , postavljene u neograničenome mediju bez gubitaka relativne permitivnosti  $\epsilon_r$  da bi se reducirala brzina struje uzduž kanala.

Dipol, koji je zapravo monopol iznad idealno vodljive zemlje, napajan je strujnim ili naponskim izvorom, kako je prikazano na slici 32.7.



Slika 32.7. Monopolna i dipolna reprezentacija kanala munje  
uz pobudu strujnim, odnosno naponskim generatorom

Pocklingtonova integrodiferencijalna jednadžba za raspodjelu struje po konačno vodljivoj dipol anteni dobiva se kao specijalan slučaj jednadžbe (29.4.) [3] i oblika je

$$E_z^{\text{inc}}(z) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{-L}^L I(z') \cdot \left[ k^2 + \frac{d^2}{dz'^2} \right] g_0(z, z') dz' + Z_s I(z), \quad (32.10.)$$

gdje je  $I(z')$  nepoznata raspodjela struje uzduž žice,  $E_z^{\text{inc}}(z)$  je funkcija pobude, a  $g_0(z, z')$  je Greenova funkcija za neograničeni medij bez gubitaka:

$$g_0(z, z') = \frac{e^{-jkR}}{R}. \quad (32.11.)$$

Pri tome je:

$$R = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}. \quad (32.12.)$$

Nadalje,  $k$  je konstanta propagacije, a  $Z_s$  je opteretna impedancija putem koje se promatraju gubitci.

U slučaju naponskog izvora upadno je polje  $E_z^{\text{inc}}(z)$  dano omjerom ulaznog napona i raspora za napajanje, a u slučaju napajanja strujnim izvorom taj se izvor uključuje u formulaciju u obliku Dirichletova rubnog uvjeta.

### 32.4.1.1. Numeričko rješenje Pocklingtonove integralne jednadžbe

Jednadžba (32.10.) numerički se rješava primjenom GB-IBEM-a [3]. Postupak rješavanja dipol antene s naponskim izvorom postupak rješavanja adekvatan je proceduri opisanoj u odjeljku 27.6.8., a procedura za slučaj strujnog izvora malo se razlikuje i bit će ukratko opisana u ovom poglavlju.

Ekvivalentna antena podijeli se na  $N$  elemenata, a nepoznata se aksijalna struja na svakom elementu izrazi linearnom kombinacijom dviju oblikovnih funkcija s kompleksnim koeficijentima  $I_i^e$ :

$$I^e(z) = I_1^e \frac{z_2 - z}{\Delta z} + I_2^e \frac{z - z_1}{\Delta z}, \quad (32.13.)$$

gdje je  $\Delta z$  duljina segmenta, a  $z_1$  i  $z_2$  su početna i krajnja koordinata elementa.

Primjenom algoritma rubnih elemenata Pocklingtonova integralna jednadžba (32.10.) transformira se u matrični sustav

$$\sum_{n=1}^M \sum_{i=1}^{N_n} [Z]_{ji}^e \{I\}_i^e = 0, \quad (32.14.)$$

gdje je:

$$[Z]_{ji} = - \int_{\Delta l_j} \{D\}_j \int_{\Delta l_i} \{D'\}_i^T g_0(z, z') dz' + k^2 \int_{\Delta l_j} \{f\}_j \int_{\Delta l_i} \{f'\}_i^T g_0(z, z') dz' dz. \quad (32.15.)$$

pri čemu matrice  $\{f\}$   $\{f'\}$  sadržavaju oblikovne funkcije, matrice  $\{D\}$  i  $\{D'\}$  sadržavaju njihove derivacije, a  $\Delta l_i$ ,  $\Delta l_j$  su širine  $i$ -tog i  $j$ -tog rubnog elementa.

Kako je već istaknuto, pobuda u obliku strujnog izvora promatra se putem Dirichletova (prisilnoga) rubnog uvjeta.

### 32.4.1.2. Određivanje frekvencijskog spektra primjenom hibridne Fourierove transformacije (HIFT)

U svrhu dobivanja tranzijentnog odziva spektar struje  $I(f)$  treba izračunati uz zadovoljavajuću preciznost. Ako se rabi jedinična pobuda s nultom fazom za sve frekvencije (neovisno o tome je li riječ o struji ili naponu), dobiveni frekvencijski spektar predstavlja prijenosnu funkciju.

Dipol, koji predstavlja kanal munje, visoko je rezonantna struktura, što rezultira potrebom za velikim brojem uzoraka u frekvenciji potrebnih za precizno prikazivanje prijenosne funkcije  $I(f)$ . Tako je, umjesto izračunavanja struje na istovjetno uzorkovanim frekvencijama, mnogo učinkovitije primijeniti neki adaptivni algoritam u kojemu se proračun fokusira na frekvencije s velikim doprinosom u pripadnom rezultatu. Time se posljedično smanjuje ukupan broj uzoraka u frekvencijskom području.

Dakle, problem se svodi na traženje vršaka prijenosne funkcije. U tom je smislu jedan od prikladnih postupaka algoritam adaptivnog uzorkovanja opisan u [27], [28].

Za dobivanje vremenskog odziva, umjesto uporabe IFFT-a, u kojemu postoji striktan zahtjev na maksimalnu frekvenciju i broj uzoraka u broju frekvencijskih i vremenskih uzoraka, može se rabiti hibridna inverzna Fourierova transformacija (*Hybrid Inverse Fourier Transform*).

Kod HIFT-a ne samo da nema restrikcija kao u IFFT-u, već je riječ o mnogo stabilnijem algoritmu za signale koji se pojavljuju u fenomenu udara munje, posebno kad se metodu kombinira s nekim od adaptivnih algoritama za proračun frekvencijskog spektra. HIFT se zasniva na kontinuiranoj Fourierovoj transformaciji (engl. *Continuous Fourier Transform – CFT*) u kojoj se prijenosna funkcija  $I(f)$  između dva uzorka (izračunata primjenom adaptivnog algoritma) aproksimira primjenom Lagrangeova interpolacijskog polinoma preko  $K$  točaka:

$$\tilde{I}(f) = \sum_{i=1}^{K^e} I_i^e N_i^e(f). \quad (32.16.)$$

Nadalje, CFT se može pisati pomoću beskonačne sume definirane integralima koji su analitički rješivi:

$$i(t) = \sum_{e=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{K^e} I_i^e \int_{f_1^e}^{f_2^e} N_i^e(f) \cdot e^{2\pi f t} df. \quad (32.17.)$$

U primjeni izraza (32.17.) sumiranje se provodi tako da se obuhvati dio signala koji sadržava najveći dio energije (ako je riječ o udaru munje, do 10 MHz). Ako je riječ o jediničnom strujnom izvoru, postupak je jednostavan, odnosno HIFT se provodi na umnošku prijenosne funkcije  $I(f)$  i spektra struje na bazi kanala  $I_B(f)$ :

$$i(t) = \text{HIFT}[I(f) \cdot I_B(f)]. \quad (32.18.)$$

Istodobno, ako je riječ o jediničnom naponskom izvoru, procedura zahtijeva dodatni korak. Naime, spektar struje baze kanala  $I_B(f)$  nužno je pomnožiti s ulaznom impedancijom antene  $Z_{in}(f)$  koja se može jednostavno izračunati iz raspodjele struje.

Tako je za slučaj jediničnog naponskog izvora tranzijentna struja dana izrazom:

$$i(t) = \text{HIFT}[I(f) \cdot I_B(f) \cdot Z_{in}(f)]. \quad (32.19.)$$

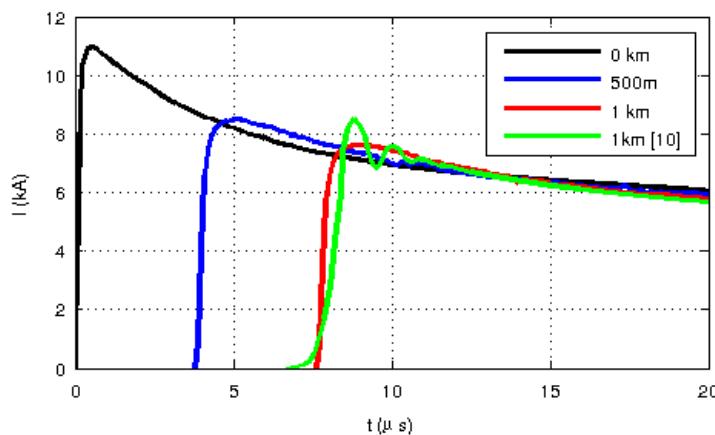
### Primjer 32.2.

Treba odrediti raspodjelu struje po ekvivalentnoj dipol anteni duljine  $2L = 4$  km (koja odgovara kanalu munje duljine 2 km) uz radijus  $a = 0.05$  m i distribuirani otpor  $R_D = 0.07 \Omega/\text{m}$ .

Struja kanala munje ima valni oblik koji obilježava vršna vrijednost od oko 11 kA i brzina porasta struje od oko  $105 \text{ kA}/\mu\text{s}$  [18]. Pretpostavljena je dielektrična konstanta  $\epsilon = 5.3 \epsilon_0$  da bi se reducirala brzina propagacije struje na oko  $0.43 c$ .

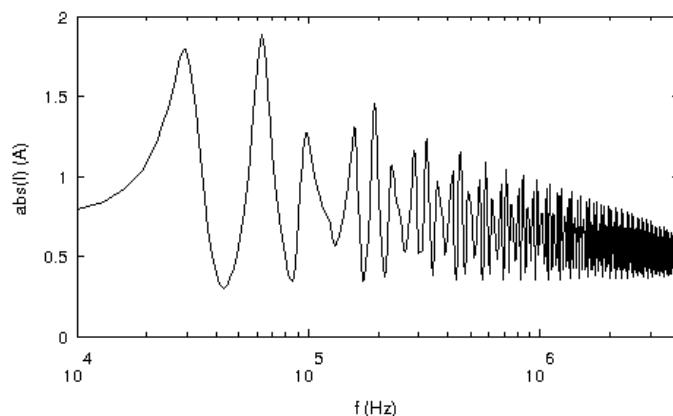
Antena, koja je kanal munje, razdijeli se u elemente duljine oko 3 m.

Na slici 32.8. prikazani su valni oblici struje uzduž kanala munje na različitim visinama od baze kanala dobiveni primjenom modela koji se zasniva na strujnom izvoru [26]. Proračun u frekvencijskom području proveden je na 720 frekvencija zaključno do frekvencije 4 MHz, što je pet puta manje nego u [18] (za isti frekvencijski spektar) ili [19], gdje je promatran dio spektra [19].

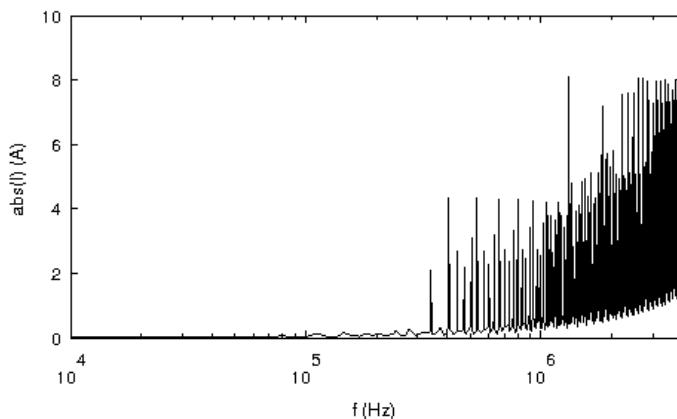


Slika 32.8. Tranzijentna struja na različitim visinama duž kanala

Na slikama 32.9. i 32.10. prikazan je frekvencijski spektar struje na visini 500 m za model kanala munje sa strujnim, odnosno naponskim izvorom.



Slika 32.9. Frekvencijski spektar struje na visini od 500 m (jedinični strujni izvor)



Slika 32.10. Frekvenčni spektar struje na visini od 500 m (jedinični naponski izvor)

Kako je vidljivo iz slike 32.9. i 32.10., riječ je o visokorezonantnim spektrima. Međutim, model s naponskim izvorom iskazuje rezonantnije ponašanje u smislu vrlo uskih i oštih vršaka koje nije lako detektirati, čak i uz uporabu adaptivnih algoritama. Istodobno je spektar kanala munje, koji proizlazi iz pobude strujnim izvorom, ipak pravilnijeg oblika jer pokazuje određenu razinu periodičnosti. Posljedično ga je stoga mnogo lakše izračunati uz prihvatljivu preciznost.

## 33. Modeliranje udara munje

Udar munje može direktno izravno pogoditi električno postrojenje ili nastaje sprega s elektromagnetskim valom generiranim zbog udara munje. Jedan od uobičajenih scenarija odnosi se na udar munje u električne tornjeve, pa je u svrhu projektiranja adekvatne zaštite nužno provesti analizu interakcije između atmosferskog pražnjenja i električnog tornja. S obzirom na to da su mjerena tog fenomena vrlo skupa, a i razmjerno teško provediva, analiza se uglavnom svodi na što preciznije postupke modeliranja.

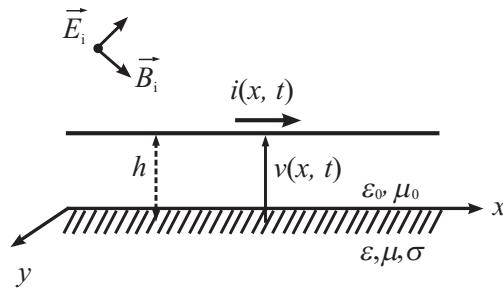
Modeliranje sprege elektromagnetskog vala s nadzemnim vodovima, kako je već opisano u prethodnim poglavljima, može se strogo provesti primjenom teorije antena. Istodobno, duljina kanala munje iznosi oko 7.5 km, a precizno modeliranje takve geometrije implicira dugo vrijeme izračunavanja i velike zahtjeve za memoriju računala. Stoga se veoma često primjenjuje alternativni pristup u obliku teorije prijenosnih linija i metoda konačnih diferencija u vremenskom području (FDTD).

### 33.1. Jednadžbe prijenosnih linija

Na slici 33.1. prikazan je jednožični vod na koji upada elektromagnetski val.

Modeliranje interakcije između elektromagnetskog vala i nadzemnog voda može se analizirati u frekvenčnom području primjenom Taylorova pristupa u sklopu teorije prijenosnih linija obilježenoga sljedećim jednadžbama [4]:

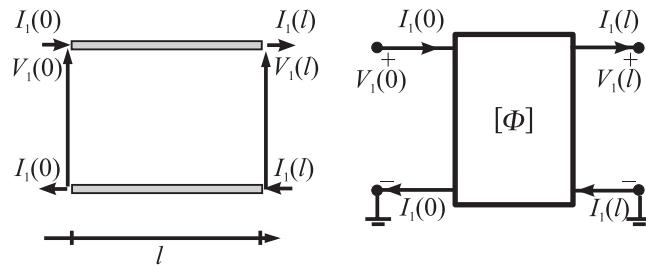
$$\frac{d\hat{V}(x)}{dx} + \hat{Z} \cdot \hat{I}(x) = \hat{V}_F(x) \quad (33.1.)$$



Slika 33.1. Nadzemni vod pobuden elektromagnetskim valom

$$\frac{d\hat{I}(x)}{dz} + \hat{Y} \cdot \hat{V}(x) = \hat{I}_F(x), \quad (33.2.)$$

gdje  $\hat{Z}$  i  $\hat{Y}$  se odnose na impedanciju, odnosno admitanciju linije. Jednadžbe (33.1.) i (33.2.) moguće je prikazati ekvivalentnim četveropolom, predstavljenim matricom  $[\Phi]$  [5], kako je prikazano na slici 33.2.



Slika 33.2. Prikazivanje segmenta prijenosne linije ekvivalentnim četveropolom

Četveropolu sa slike 33.2. odgovara sljedeća matrična jednadžba:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}(l) \\ \hat{I}(l) \end{bmatrix} = [\Phi] \begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{I}(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{V}_F(l) \\ \hat{I}_F(l) \end{bmatrix}, \quad (33.3.)$$

pri čemu su  $\hat{V}(0)$ ,  $\hat{I}(0)$  i  $\hat{V}(l)$ ,  $\hat{I}(l)$  naponi i struje na oba kraja linije, a  $\hat{V}_F(l)$ ,  $\hat{I}_F(l)$  ekvivalentni izvorovi pobudnog elektromagnetskog polja na liniji.

U pojednostavnjenoj se obliku sustav jednadžbi (33.1.) – (33.2.) može napisati u vremenskom području:

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + R(x) i(x,t) + L(x) \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} = v_s(x,t) \quad (33.4.)$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + C(x) \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = i_s(x,t). \quad (33.5.)$$

Vrijedi napomenuti da se u sklopu ovog modela ne razmatra varijacija podužnih parametara linije  $L(x)$ ,  $R(x)$  i  $C(x)$ . Veličine  $v_s(x,t)$  opisuju  $i_s(x,t)$  pobudu uslijed elektromagnetskog vala generiranog munjom [5] i definirane su relacijama

$$v_s(x,t) = -\frac{\partial \xi_T(x,t)}{\partial x} + \xi_L(x,t) \quad (33.6.)$$

$$i_s(x,t) = -C \cdot \frac{\partial \xi_T(x,t)}{\partial t}, \quad (33.7.)$$

pri čemu je:

$$\xi_T(x, t) = \int_0^h E_z^e(x, z, t) dz \quad (33.8.)$$

$$\xi_L(x, t) = E_x^e(x, h, t), \quad (33.9.)$$

gdje indeks e upućuje na pobudno električno polje sastavljeno od upadnoga i reflektiranog polja.

Ako nema pobude od vanjskoga elektromagnetskog polja, jednadžbe (33.4.) – (33.5.) poprimaju jednostavniji oblik:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + R(x) i(x, t) + L(x) \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (33.10.)$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} + C(x) \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = 0. \quad (33.11.)$$

### 33.2. Rješenje metodom konačnih diferencija u vremenskom području

U skladu s algoritmom metode konačnih diferencija, parcijalne derivacije zamjenjuju se konačnim diferencijama upotrebljavajući sljedeću notaciju:

$$v_k^n \equiv v[(k-1)\Delta x, n\Delta t] \quad (33.12.)$$

$$i_k^n \equiv i\left[\left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta x, \left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t\right] \quad (33.13.)$$

$$\xi_{Tk}^n \equiv \xi_T\left[(k-1)\Delta x, n\Delta t\right] \quad (33.14.)$$

$$\xi_{Lk}^n \equiv \xi_L\left[\left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta x, \left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t\right] \quad (33.15.)$$

pa sustav jednadžbi (33.10.) – (33.11.) postaje

$$\begin{aligned} \frac{v_{k+1}^n - v_k^n}{\Delta x} + R \frac{i_k^{n+1/2} + i_k^{n-1/2}}{2} + L \frac{i_k^{n+1/2} - i_k^{n-1/2}}{\Delta t} = \\ = -C \frac{(\xi_T)_{k+1}^n - (\xi_T)_k^n}{\Delta x} + \frac{(\xi_L)_k^{n+1/2} + (\xi_L)_k^{n-1/2}}{2} \end{aligned} \quad (33.16.)$$

$$\frac{i_k^{n-1/2} - i_{k-1}^{n-1/2}}{\Delta x} + C \frac{v_k^n - v_k^{n-1}}{\Delta t} = -C \frac{(\xi_T)_k^n - (\xi_T)_k^{n-1}}{\Delta t}. \quad (33.17.)$$

Indeksi  $n$  i  $k$  upućuju na diskretizaciju vremena i prostora, a ukupna je duljina linije  $L$  jednostavno dana izrazom  $L = k_{\max} \cdot \Delta x$ . Nadalje, slijedi:

$$\left(\frac{C}{\Delta t}\right)v_1^n = \left(\frac{C}{\Delta t}\right)v_1^{n-1} - \frac{i_1^{n-1/2} - i_0^{n-1/2}}{\Delta x/2} - C \frac{(\xi_T)_1^n - (\xi_T)_1^{n-1}}{\Delta t} \quad (33.18.)$$

$$\left(\frac{C}{\Delta t}\right)v_{k_{\max}+1}^n = \left(\frac{C}{\Delta t}\right)v_{k_{\max}+1}^{n-1} - \frac{i_{k_{\max}+1}^{n-1/2} - i_{k_{\max}}^{n-1/2}}{\Delta x/2} - C \frac{(\xi_T)_{k_{\max}+1}^n - (\xi_T)_{k_{\max}+1}^{n-1}}{\Delta t}. \quad (33.19.)$$

U sklopu opisane FDTD diskretizacije nužno je definirati vrijednosti na krajevima linije pa se dalje može pisati:

$$v_1^n = (v(0))^n \quad (33.20.)$$

$$i_0^{n-1/2} = (i(0))^{n-1/2} \quad (33.21.)$$

$$v_{k_{\max}+1}^n = [v(L)]^n \quad (33.22.)$$

$$i_{k_{\max}+1}^{n-1/2} = [i(L)]^{n-1/2} \quad (33.23.)$$

Uz aproksimacije

$$[i(0)]^{n-1/2} = \frac{[i(0)]^n + [i(0)]^{n-1}}{2} \quad (33.24.)$$

$$[i(L)]^{n-1/2} = \frac{[i(L)]^n + [i(L)]^{n-1}}{2}, \quad (33.25.)$$

naposljeku se dobiva tražena relacija za početak linije  $k=1 \cdot (x=0)$

$$\left(\frac{C}{\Delta t}\right)[v(0)]^n - \frac{1}{\Delta x}[i(0)]^n = \left(\frac{C}{\Delta t}\right)[v(0)]^{n-1} + \frac{1}{\Delta x}[i(0)]^{n-1} - \frac{2i_1^{n-1/2}}{\Delta x} - C \frac{(\xi_T)_1^n - (\xi_T)_1^{n-1}}{\Delta t}. \quad (33.26.)$$

Za kraj linije  $k=k_{\max}+1 \cdot (x=L)$  slijedi

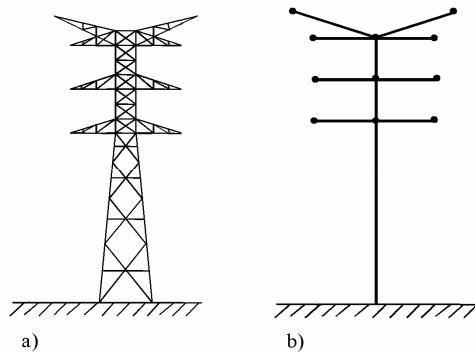
$$\begin{aligned} \left(\frac{C}{\Delta t}\right)[v(L)]^n + \frac{1}{\Delta x}[i(L)]^n &= \left(\frac{C}{\Delta t}\right)[v(L)]^{n-1} - \frac{1}{\Delta x}[i(L)]^{n-1} + \\ &+ \frac{2i_{k_{\max}+1}^{n-1/2}}{\Delta x} - C \frac{(\xi_T)_{k_{\max}+1}^n - (\xi_T)_{k_{\max}+1}^{n-1}}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (33.27.)$$

što se, u skladu s četveropolnom reprezentacijom, može napisati u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{C}{\Delta t}\right) & -\frac{1}{\Delta x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{C}{\Delta t}\right) & \frac{1}{\Delta x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (v(0))^n \\ (i(0))^n \\ (v(L))^n \\ (i(L))^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{C}{\Delta t}\right)[v(0)]^{n-1} + \frac{1}{\Delta x}[i(0)]^{n-1} - \frac{2i_1^{n-1/2}}{\Delta x} - C \frac{(\xi_T)_1^n - (\xi_T)_1^{n-1}}{\Delta t} \\ \left(\frac{C}{\Delta t}\right)[v(L)]^{n-1} - \frac{1}{\Delta x}[i(L)]^{n-1} + \frac{2i_{k_{\max}+1}^{n-1/2}}{\Delta x} - C \frac{(\xi_T)_{k_{\max}+1}^n - (\xi_T)_{k_{\max}+1}^{n-1}}{\Delta t} \end{bmatrix}. \quad (33.28.)$$

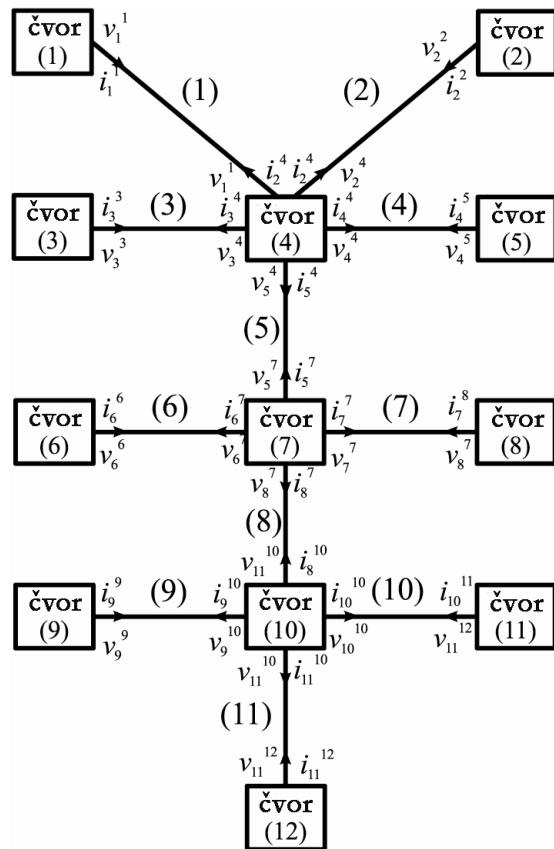
### 33.3. Diskretizacija tornja za zračne vodove

Na slici 33.3. prikazan je električni toranj i njegova reprezentacija sustavom linijskih vodiča.



Slika 33.3. a) Samostojeći toranj za zračne vodove,  
b) reprezentacija tornja odgovarajućom mrežom linijskih segmenata

Indeksacija napona i struja za segment i čvor provodi se na sljedeći način:  $v_i, i^{indeks \ čvora}_{indeks linije}$ . Slika 33.4. ilustrira toranj sustavom linijskih segmenata spojenih u zajedničkim čvorovima.



Slika 33.4. Topološki prikaz tornja

U svrhu analize propagacije tranzijentnih signala uzduž električnog tornja zbog upada elektromagnetskog vala treba riješiti sljedeći matrični sustav:

$$[A][X] = [B], \quad (33.29.)$$

gdje je  $[A]$  matrica koja proizlazi iz topologije mreže i označuje međuodnose napona i struja u čvorovima,  $[X]$  vektor nepoznatih struja i napona u svim čvorovima, a  $[B]$  je vektor pobude koji se odnosi na struju munje ili elektromagnetski val generiran od udara munje.

Nadalje, matrica  $[A]$  sastoji se od dvije submatrice  $[A_1]$  i  $[A_2]$ , pri čemu submatrica  $[A_1]$  sadržava podatke o linijskim segmentima, a  $[A_2]$  je određena strujno-naponskim odnosima u čvorovima. Vektor  $[B]$  također se sastoji od dva subvektora  $[B_1]$  i  $[B_2]$  koji sadržavaju informacije vezane za odgovarajuće pobudne funkcije. Submatrica  $[A_1]$  je oblika [29], [30]:

$$[A_1] = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \left( \frac{C}{\Delta t} \right) & -\frac{1}{\Delta x} & 0 & 0 & \cdots \\ [0] & [0] & \left( \frac{C}{\Delta t} \right) & \frac{1}{\Delta x} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}. \quad (33.30.)$$

Submatrica  $[A_2]$  konstruira se primjenom Kirchhoffovih zakona, pa se, primjerice, za spojni čvor  $m$  može pisati [31]:

$$\sum_{k=1}^N \left( [Y_k^m] [v_k^m] + [Z_k^m] [i_k^m] \right) = [P^m], \quad (33.31.)$$

gdje su  $[Z_k^m]$  i  $[Y_k^m]$  odgovarajuće matrice impedancija, odnosno admitancija, a  $[P^m]$  je vektor struja, napona ili pobuda zbog vanjskoga elektromagnetskog polja.

Vektor  $[X]$  sadržava nepoznate struje i napone u svim čvorovima mreže, a za  $m$ -ti čvor uz  $t = n \Delta t$ , slijedi:

$$[X] = \begin{bmatrix} \vdots \\ (v_i(0))^n \\ (i_i(0))^n \\ (v_i(L))^n \\ (i_i(L))^n \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (33.32.)$$

Vektor  $[B]$  je oblika [29], [30]:

$$[B] = \begin{bmatrix} [B_1] \\ [B_2] \end{bmatrix}. \quad (33.33.)$$

Subvектор  $[B_1]$  za  $i$ -ti vodič, uz  $t = n \Delta t$ , jest:

$$[B_1] = \begin{bmatrix} \vdots \\ \left( \frac{C}{\Delta t} \right) (v_i(0))^{n-1} + \frac{1}{\Delta x} (i_i(0))^{n-1} - \frac{2 \cdot i_{i1}^{n-1/2}}{\Delta x} - C \frac{(\xi_{Ti})_1^n - (\xi_{Ti})_1^{n-1}}{\Delta t} \\ \left( \frac{C}{\Delta t} \right) (v_i(L))^{n-1} - \frac{1}{\Delta x} (i_i(L))^{n-1} + \frac{2 \cdot i_{i1}^{n-1/2}}{\Delta x} - C \frac{(\xi_{Ti})_{k_{\max}+1}^n - (\xi_{Ti})_{k_{\max}+1}^{n-1}}{\Delta t} \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (33.34.)$$

Struje  $i_{i1}^{n-1/2}$  i  $i_{ik_{\max}}^{n-1/2}$  izračunavaju se iz rekurzivnih relacija (33.16.) i (33.17.). Nadalje, ako je riječ o indirektnom udaru munje, proizlazi:

$$[B_2] = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (33.35.)$$

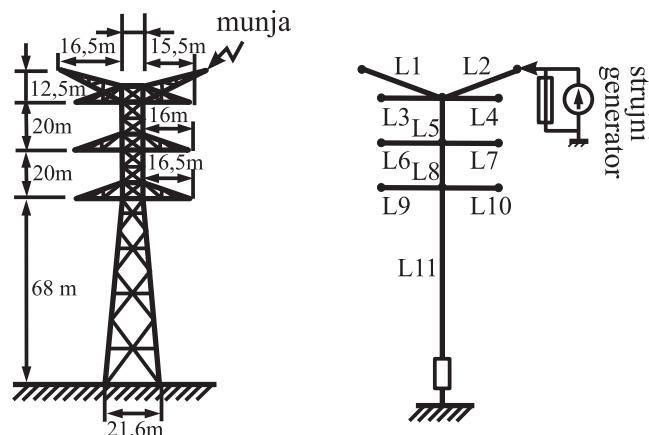
Ako je riječ o direktnom udaru munje za  $i$ -ti čvor, subvektor  $[B_1]$  je nula, a subvektor  $[B_2]$  u vremenu  $t = n \Delta t$  jest:

$$[B_2] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_0 \left( e^{-\alpha n(\Delta t)} - e^{-\beta n(\Delta t)} \right) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (33.36.)$$

gdje su  $I_0$ ,  $\alpha$  i  $\beta$  parametri dvostrukog eksponencijala.

### Primjer 33.1.

Traži se tranzijentni napon induciran po visokonaponskom električnom tornju zbog direktnog udara munje primjenom modela prijenosne linije i metode konačnih diferencija u vremenskom području. Dimenzije tornja prikazane su na slici 33.5.



Slika 33.5. Konfiguracija električnog tornja uz ekvivalentnu reprezentaciju sustava linijskih segmenata pobudenih strujnim izvorom

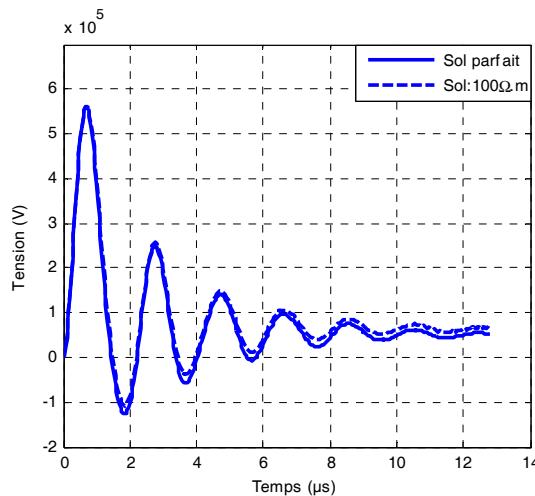
Direktni udar munje modelira se ekvivalentnim strujnim izvorom oblika dvostrukog eksponencijala:

$$i(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}),$$

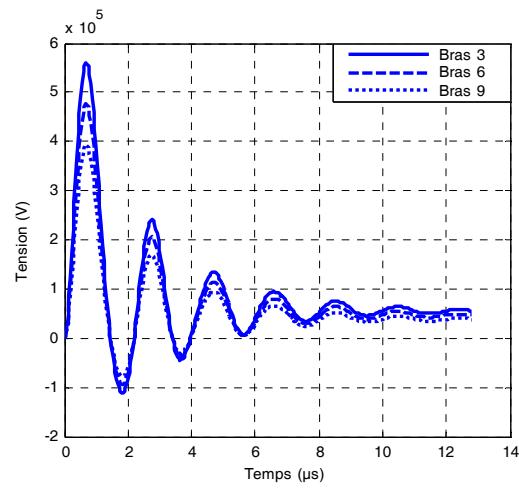
gdje je  $I_0 = 1.06537 \text{ kA}$ ,  $\alpha = 1.88 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta = 1.6 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

Toranj je spojen na uzemljivač dimenzija  $21.6 \text{ m} \times 21.6 \text{ m}$ . Radijus vertikalnog stupa je  $0.15 \text{ m}$ , a radijus horizontalne šipke je  $0.1 \text{ m}$ .

Tranzijentni napon inducirani na vrhu tornja zbog udara groma za slučaj idealno vodljive zemlje i tla specifičnog otpora  $100 \Omega \text{ m}$  prikazan je na slici 33.6., a napon inducirani u drugim točkama tornja prikazan je na slici 33.7.



Slika 33.6. Tranzijentni napon na vrhu tornja



Slika 33.7. Tranzijentni napon u različitim točkama tornja

### Primjer 33.2.

Za toranj iz primjera 33.2. traže se inducirani naponi i struje zbog indirektnog udara munje. Rezultate dobivene metodom prijenosnih linija treba usporediti s rezultatima dobivenima primjenom softvera NEC-4.

Razmatra se toranj visine 62 m postavljen iznad idealno vodljive zemlje i spojen na uzemljivač otpora  $R_t = 60 \Omega$ . Toranj je iluminiran elektromagnetskim valom zbog udara munje na udaljenosti 50 m. Udar munje predočen je strujom baze kanala munje

$$i(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}),$$

gdje je:

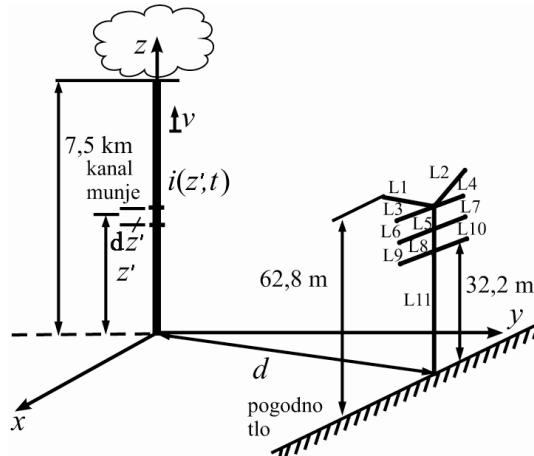
$$\alpha = 3 \times 10^4 \text{ s}^{-1}, \dots, \beta = 10^7 \text{ s}^{-1}, \dots, I_0 = 10 \text{ kA}$$

Elektromagnetsko polje izračunava se primjenom MTL modela kanala munje izloženoga u poglavljiju 32. Kanal munje reprezentiran je vertikalnom antenom 7.5 km visine, brzina propagacije iznosi

$$v = 1.3 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

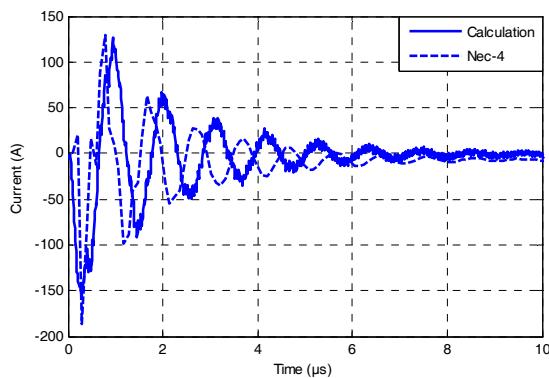
a konstanta opadanja intenziteta struje je  $\lambda = 2 \text{ km/s}$ .

Geometrija promatranog problema prikazana je na slici 33.8

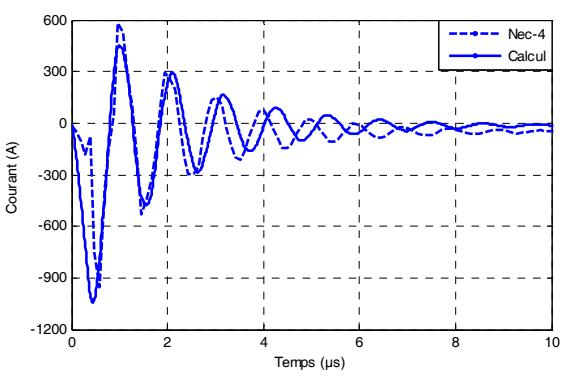


Slika 33.8. Indirektni udar munje u električni toranj

Struja inducirana u linijskom segmentu 5, odnosno u podnožju tornja, dobivena modelom prijenosne linije, prikazana je na slikama 33.9., odnosno 33.10.



Slika 33.9. Inducirana struja u segmentu 5



Slika 33.10. Inducirana struja u podnožju tornja

Uočene razlike u rezultatima dobivenima primjenom metode prijenosnih linija i softvera NEC-4 proizlaze iz ograničenja metode prijenosnih linija vezanih za efekte zračenja [2].

## 34. Tranzijentna analiza uzemljivačkih sustava

Uzemljenje je jedan od ključnih elemenata u sustavu zaštite ljudi i opreme od opasnosti koje mogu prouzročiti struje i naponi povišenog iznosa, a svodi se na galvansku povezanost zemlje i metalnih dijelova koji u načelu nisu pod naponom. Uzemljenje se realizira sustavom uzemljivačkih elektroda čija geometrija u kombinaciji s konfiguracijom okolnog tla služi sprječavanju štete kad se takvi metalni dijelovi nađu pod naponom [32].

Temeljna je funkcija uzemljivačkog sustava odvod i disipacija struje u zemlju uz *režim normalnog rada* i *režim kvara*, pri čemu je nužno ne prekoračiti ih kako se ne bi oštetila oprema ili stradali ljudi. S obzirom na izvedbu, postoje horizontalne uzemljivačke elektrode (trakasti uzemljivači), vertikalne uzemljivačke elektrode (štapni uzemljivači), prstenasti uzemljivači te složeni uzemljivači koji se realiziraju kao kombinacija navedenih jednostavnih uzemljivača. Porast broja telekomunikacijskih i industrijskih instalacija postavlja sve kompleksnije i složenije zahtjeve za planiranje i projektiranje odgovarajućih sustava zaštite od groma, a posebno sustava uzemljenja.

Primjena koja je danas posebno važna odnosi se na projektiranje cjelovitog sustava zaštite od groma za vjetroelektrane [33] – [39]. Naime, vjetroelektrane su sve više u upotrebi s obzirom na to da su atraktivne u ekološkom smislu jer ne uzrokuju onečišćenje, a vjetar je besplatan izvor energije. Jedan je od negativnih učinaka te tehnologije buka koju stvaraju vjetroelektrane. Istodobno, iznimno su izložene udarima munje s obzirom na posebitost njihova oblika i na činjenicu da su obično postavljene na izoliranim lokacijama, uglavnom na višim nadmorskim visinama. Naime, zbog položaja tih elektrana na brdovitim područjima često ih pogađa munja. Usprkos činjenici da je metodologija zaštite vjetroelektrana definirana u [33], ali objavljena i u ostalim publikacijama, primjerice, [34] – [37], standardizirano rješenje još ne postoji. Dostupna relevantna statistika upućuje na činjenicu da na godinu između 4% i 8% vjetroelektrana u Europi trpi štete zbog udara munje [38]. Situacija je još gora u južnim dijelovima Europe zbog povećanog broja olujnih grmljavina. Stoga je uzemljivački sustav niske impedancije glavni uvjet za učinkovitu zaštitu opreme vjetroelektrane od udara munje. Naime, adekvatno uzemljenje za zaštitu vjetroelektrana treba projektirati tako da se postigne otpor uzemljivača po mogućnosti manji od  $10 \Omega$  (za izoliranu vjetroelektranu, bez doprinosa ostatka uzemljivačkog sustava). Tu je zadaću iznimno teško ostvariti kad je riječ o visokoj električnoj otpornosti tla, pa je postavljanje optimalnoga matematičkog modela u svezi točnosti i učinkovitosti iznimno važno.

Analice uzemljivačkih sustava uglavnom se odnose na procjenu ponašanja uzemljivača u stacionarnom stanju, pa se i praktični aspekti projektiranja mnogih uzemljivačkih sustava uvelike zasnivaju na stacionarnoj analizi. Takve pak analize ne obuhvaćaju impulsni režim rada uzemljivača u slučaju atmosferskih pražnjenja. Istodobno, poznavanje impulsnih obilježja uzemljivača predstavlja teorijsku osnovu za projektiranje zaštite od munje, ali i za najveći dio ostalih aspekata zaštite, dok su za analizu uzemljenja u stacionarnom režimu rada osnovni parametri otpor rasprostiranja raspodjela potencijala na površini iznad uzemljivača.

Važnost tranzijentne analize uzemljenja krije se u činjenici da pojava impulsnih struja velikih jakosti dovodi do povećanja potencijala uzemljivača u odnosu prema neutralnoj zemlji tijekom prijelaznog stanja, što je opasno za ljude i opremu.

U tranzijentnoj analizi uzemljivačkog sustava osnovni je parametar tranzijentna (impulsna) impedancija. Treba napomenuti da se rabe tri različito definirane veličine:

- *tranzijentna impedancija* – odnos vremenskih funkcija napona i struja na mjestu pobude
- *konvencionalna tranzijentna impedancija* – odnos između maksimalnog napona i struje na mjestu pobude
- *impulsni koeficijent* – odnos konvencionalne tranzijentne impedancije i otpora rasprostiranja u stacionarnom stanju.

Vrijedi napomenuti da se posljednje dvije veličine zasnivaju na odnosu dvaju maksimuma, koji se u općem slučaju ne pojavljuju istodobno.

U ovom se poglavlju rabi koncept tranzijentne impedancije koja se definira omjerom vremenskih funkcija napona točke u koju se injektira struja prema neutralnoj zemlji i struja pobude.

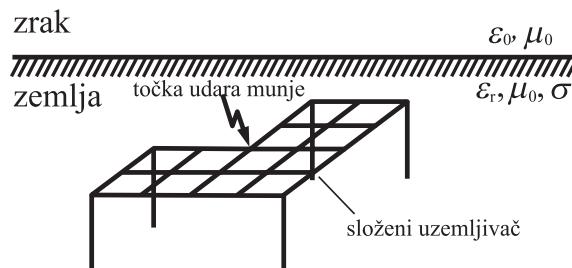
U sklopu tranzijentne analize uzemljivački se sustavi mogu modelirati primjenom pojednostavnjenih modela električnih krugova [40] – [41], zatim modela zasnovanih na teoriji prijenosnih linija (engl. *Transmission Line Model* – TLM) [42] – [43] ili modelima zasnovanim na teoriji antena (engl. *Antenna Model* – AM) [1], [44] – [50]. Dok se metode strujnih krugova mogu smatrati previše pojednostavnjenima, TLM metode predstavljaju bolju aproksimaciju te i dalje imaju prednost s obzirom na jednostavnost i razmjerno kratko vrijeme izračunavanja u usporedbi s rigoroznim postupkom utemeljenim na teoriji antena. Međutim, iako prikladan za duge vodiče, pojednostavljeni TL pristup nije pogodan za vertikalne sonde i mrežu elektroda. I utjecaj granice zemlja-zrak obično se u takvu pristupu zanemaruje [21]. Štoviše, u sklopu TL metode efekt se međusobne sprege među dijelovima uzemljivačkog sustava zanemaruje. Općenito, rješenja zasnovana na TLM-u ograničena su do neke gornje granične frekvencije, ovisno o električnim svojstvima zemlje i konfiguraciji danog uzemljivača.

Istodobno, rigorozni elektromagnetski modeli zasnovani na teoriji antena su najprecizniji. AM pristup temelji se na rješenju serije spregnutih integrodiferencijalnih jednadžbi Pocklingtonova oblika za probleme dviju sredina.

Utjecaj granice zemlja-zrak razmatra se putem Sommerfeldovih integrala [1], [45], [51], [53], primjene određenih aproksimacija poput modificirane teorije preslikavanja (engl. *Modified Image Theory* – MIT) [54] ili aproksimacije refleksijskim koeficijentom (RC) [46], [47], [50]. Glavni je nedostatak formulacije putem Sommerfeldovih integrala razmjerno dugo vrijeme računanja, osobito ako je riječ o širokom frekvencijskom pojasu.

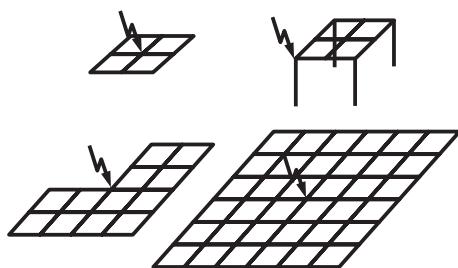
Pristupom putem modificirane teorije preslikavanja [54] razmatraju se samo električna svojstva tla, a ne i dubina ukopa, dok aproksimacija refleksijskim koeficijentom (engl. *Reflection Coefficient* – RC) donosi pogrešku od 10% u usporedbi s rigoroznim rješenjem u formi Sommerfeldovih integrala.

U ovom je poglavlju izložena tranzijentna analiza uzemljivačkih sustava primjenom teorije prijenosnih linija i teorije antena. Razmatra se složeni mrežasti uzemljivač ukopan u zemlju, izložen udaru munje u određenoj točki, kako je prikazano na slici 34.1.

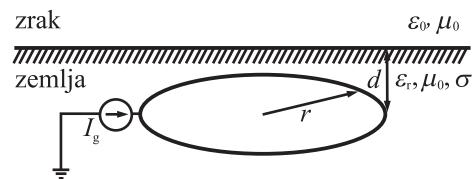


Slika 34.1. Složeni uzemljivač izložen udaru munje

Nadalje, na slici 34.2. prikazane su različite konfiguracije mrežastih uzemljivača, a na slici 34.3. prikazan je uzemljivač u obliku prstena napajan strujnim izvorom.



Slika 34.2. Različite konfiguracije mrežastih uzemljivača



Slika 34.3. Geometrija prstenastog uzemljivača

### 34.1. Analiza uzemljivača primjenom teorije prijenosnih linija

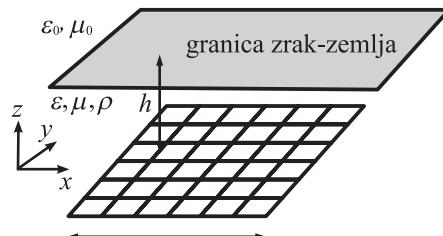
Metoda prijenosnih linija omogućuje pojednostavljen postupak analize uzemljivačkih sustava, u odnosu prema pristupu putem teorije antena. Ta teorija implicira rješavanje odgovarajuće integralne jednadžbe koja u Greenovoj funkciji sadržava Fresnelove koeficijente refleksije, a koji proizlaze iz modificirane teorije preslikavanja ili pak Sommerfeldove integrale [39].

Hibridni pristup uz koji se kombinira pristup s Hertzovim dipolom za određivanje raspršnoga električnoga i magnetskog polja u okolišu uzemljivačke strukture i približni pristup s prijenosnom linijom za određivanje raspodjele struje po uzemljivaču izloženi su u [41]. U sklopu formulacije putem Hertzova dipola utjecaj granice zemlja-zrak razmatra se u modificiranoj teoriji preslikavanja [41].

Predloženi pristup za određivanje elektromagnetskog odziva uzemljivačkog sustava ima nedvojbene prednosti s obzirom na smanjenje složenosti proračuna.

Za određivanje totalnoga elektromagnetskog polja koje se raspršuje na uzemljivaču nužno je poznavanje raspodjele struje uzduž uzemljivačke strukture. Struje koje teku po vodičima uzemljivačke rešetke mogu se odrediti u dva koraka. Najprije se rješava dvodimenzionalna parcijalna diferencijalna jednadžba za skalarni potencijal primjenom metode konačnih diferencija u frekvencijskom području. Sljedeći se korak odnosi na integraciju odgovarajuće telegrafske jednadžbe. Odgovarajući tranzijentni odziv dobiva se primjenom inverzne Fourierove transformacije.

Geometrija problema prikazana je na slici 34.4.



Slika 34.4. Uzemljivačka struktura

Parcijalna je diferencijalna jednadžba koju zadovoljava napon po uzemljivačkoj strukturi u vremenskom području sljedećeg oblika [55]:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} - 2RGu - 2(RC + LG)\frac{du}{dt} - 2LC\frac{d^2u}{dt^2} = 0. \quad (34.1.)$$

U frekvencijskom je području jednadžba (34.1.) sljedeća [55]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - 2RGU - 2j\omega(RC + LG)U + 2LC\omega^2U = 0. \quad (34.2.)$$

Kad se odredi napon, moguće je odrediti struju integracijom telegrafske jednadžbe [55]:

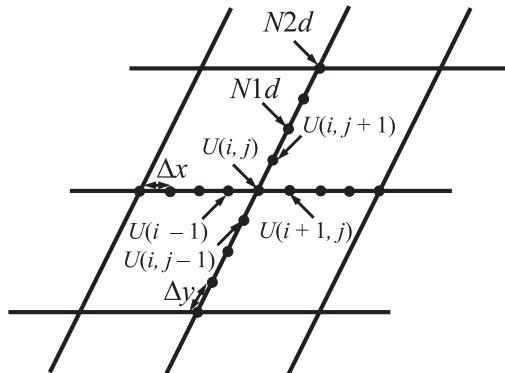
$$\frac{\partial U}{\partial \eta} + Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} = 0, \quad \eta = x \text{ ili } y. \quad (34.3.)$$

U frekvencijskom području izraz (34.3.) poprima jednostavniji oblik:

$$\frac{\partial U}{\partial \eta} + (R + jL\omega)I = 0, \quad \eta = x \text{ ili } y. \quad (34.4.)$$

### 34.1.1. Rješavanje parcijalne diferencijalne jednadžbe za skalarni potencijal konačnim diferencijama

Prostorna diskretizacija diferencijalnog operatara drugog reda u određenoj točki  $(i, j)$  primjenom aproksimacije konačnim diferencijama prikazana je na slici 34.5.



Slika 34.5. Prostorna diskretizacija pravokutne mreže

Aproksimacija parcijalnih derivacija u određenoj je točki  $(i, j)$  primjenom jednostavnih konačnih diferencija dana izrazima:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} (U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}) \quad (34.5.)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2} (U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}). \quad (34.6.)$$

Uvrštavanjem izraza (34.5.) i (34.6.) u jednadžbu (34.2.) dobiva se sljedeći sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1k} & \cdots & A_{1l} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2k} & \cdots & A_{2l} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{kk} & A_{2k} & \cdots & A_{kk} & \cdots & A_{kl} & \cdots & A_{kN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{l1} & A_{l2} & \cdots & A_{lk} & \cdots & A_{ll} & \cdots & A_{lN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{Nk} & \cdots & A_{Nl} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_k \\ \vdots \\ U_l \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_k \\ \vdots \\ B_l \\ \vdots \\ B_N \end{bmatrix}, \quad (34.7.)$$

gdje je  $[A]$  matrica koeficijenata,  $[U]$  je nepoznati vektor napona,  $[B]$  je ukupni vektor desne strane, a  $N$  je ukupni broj čvorova.

Dijagonalni elementi matrice  $[A]$  su oblika

$$A_{kk} = -\frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2}{(\Delta y)^2} - 2RG - 2j\omega(RC + LG) + 2\omega^2LC, \quad (34.8.)$$

a nedijagonalni su elementi matrice  $[A]$ , kako slijedi:

$$A_{kl} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \quad \text{ako je } l \text{ susjedni čvor } k \text{ čvoru u } x \text{ smjeru} \quad (34.9.)$$

$$A_{kl} = \frac{1}{(\Delta y)^2} \quad \text{ako je } l \text{ susjedni čvor } k \text{ čvoru u } y \text{ smjeru} \quad (34.10.)$$

$$A_{kl} = 0 \quad \text{inače} \quad (34.11.)$$

Elementi vektora  $[B]$  jednostavno su dani izrazom:

$$B_k = 0. \quad (34.12.)$$

Rješenje jednadžbe (34.2.) zahtijeva poznavanje pobudne funkcije te uvjete na rubovima uzemljivačke rešetke.

Nadalje, primjena Kirchhoffovih zakona za struje omogućuje proračun napona u točki injektiranja (napajanja) te u čvorovima lociranim na rubovima mreže [55]. U točki pobuđivanja strujom vrijedi:

$$Y \cdot U = I, \quad (34.13.)$$

gdje  $I$  označuje struju munje koja se injektira u uzemljivačku strukturu, a  $Y$  je odgovarajuća čvorna impedancija.

Kad se napon na danoj frekvenciji izračuna u svim promatranim točkama, struje u vodičima uzemljivačke strukture izračunaju se numeričkom integracijom telegrafske jednadžbe:

$$\frac{\partial U}{\partial \eta} + (R + jL\omega) I = 0 \quad \eta = x \text{ ili } y. \quad (34.14.)$$

Opisana se procedura ponavlja za svaku frekvenciju spektra.

### 34.1.2. Elektromagnetsko polje horizontalnog dipola u poluprostoru s gubitcima

Kad se jedanput odredi raspodjela struje po mrežastom uzemljivaču, odgovarajuće se raspršeno polje može opisati pristupom putem Hertzova dipola u frekvencijskom području [39].

Elektromagnetsko polje dipola u homogenom prostoru s gubitcima dano je izrazima [55]:

$$E_r = \frac{hI_d}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} e^{-\gamma r} \left( \frac{\gamma}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \cos \theta \quad (34.15.)$$

$$E_\theta = \frac{hI_d}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} e^{-\gamma r} \left( \frac{\gamma^2}{r} + \frac{1}{r^3} + \frac{\gamma}{r^2} \right) \sin \theta \quad (34.16.)$$

$$H_\phi = \frac{hI_d}{4\pi} e^{-\gamma r} \left( \frac{\gamma}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \theta. \quad (34.17.)$$

Pri tome je:

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}, \quad (34.18.)$$

a  $r$  je udaljenost od dipola do točke promatranja.

Električno polje strujnog elementa uronjenog u poluprostor s gubitcima može se izračunati primjenom modificirane teorije preslikavanja (MIT) [10]. Naime, odgovarajuće se električno polje može izračunati kao suma polja zbog originalne struje  $I$  te struje  $I'$  po preslikanom dipolu. Preslikana struja računa se po relaciji:

$$I'_d = \frac{\epsilon_g - \epsilon_0}{\epsilon_g + \epsilon_0} I_d. \quad (34.19.)$$

Pri tome je:

$$\underline{\epsilon}_g = \epsilon_g + \frac{\sigma_g}{j\omega}. \quad (34.20.)$$

U skladu s izloženim pristupom, mrežasti se uzemljivač razmatra kao superpozicija konačnog broja Hertzovih dipola, a totalno elektromagnetsko polje dobiva se sumiranjem doprinosa pojedinih dipola. Stoga se proračun elektromagnetskog polja koje generira uzemljivački sustav dobiva primjenom principa superpozicije na sve dipole [55].

Izložena dekompozicija mrežastog uzemljivača na Hertzove dipole u biti je ekvivalentna primjeni metode momenata (MoM) i strukturiranju generalizirane matrice impedancija  $Z_{mn}$  [40].

#### Primjer 34.1.

Treba odrediti raspodjelu potencijala po uzemljivačkoj rešetki ukopanoj na dubini  $h = 0.5$  m, dimenzija  $60 \text{ m} \times 60 \text{ m}$  (otvor oka  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ ), radijusa  $a = 5$  mm primjenom teorije prijenosnih linija koristeći se analizom u frekvencijskom i vremenskom području.

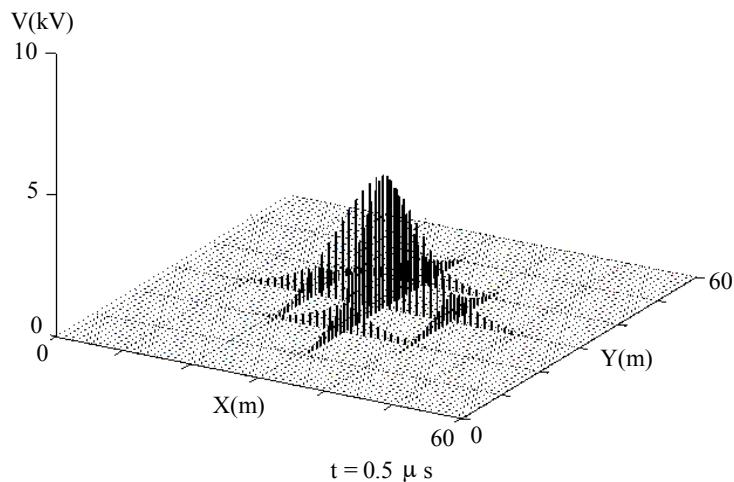
Električna otpornost zemlje je  $\rho = 100 \Omega \text{ m}$ , a relativna permitivnost  $\epsilon_{rg} = 36$ .

Pretpostavka je da se udar munje oblika

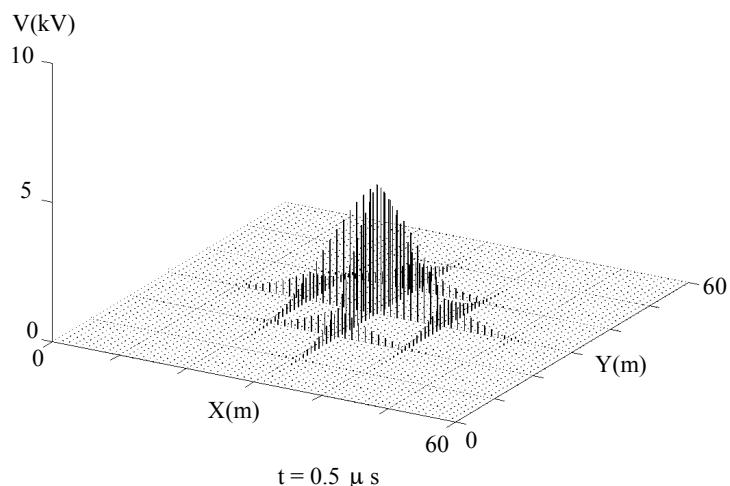
$$I(t) = I_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}),$$

gdje su  $I_0 = 1.0167 \text{ kA}$ ,  $\alpha = 0.0142 \mu\text{s}^{-1}$ ,  $\beta = 5.073 \mu\text{s}^{-1}$ , događa u središtu uzemljivačke rešetke, a zatim u jednom kutu rešetke.

Na slikama 34.6. i 34.7. prikazana je raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 0.5 \mu\text{s}$ , primjenom frekvencijske, odnosno vremenske analize za slučaj udara munje u središte rešetke.

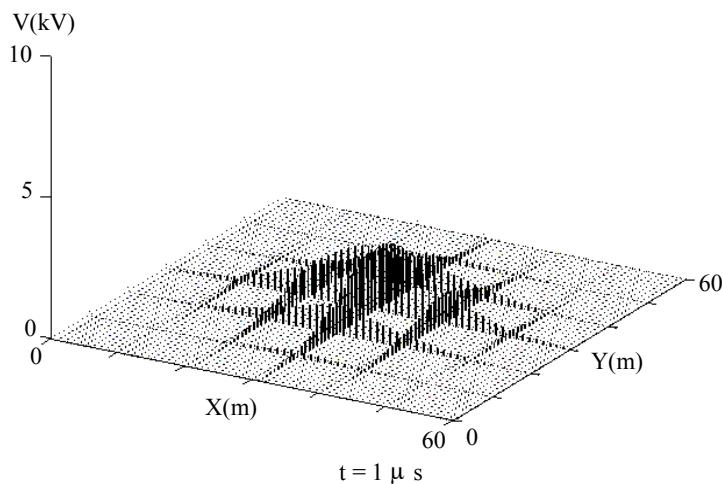


**Slika 34.6.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 0.5 \mu\text{s}$  – indirektna frekvencijska analiza (udar munje u središte rešetke)

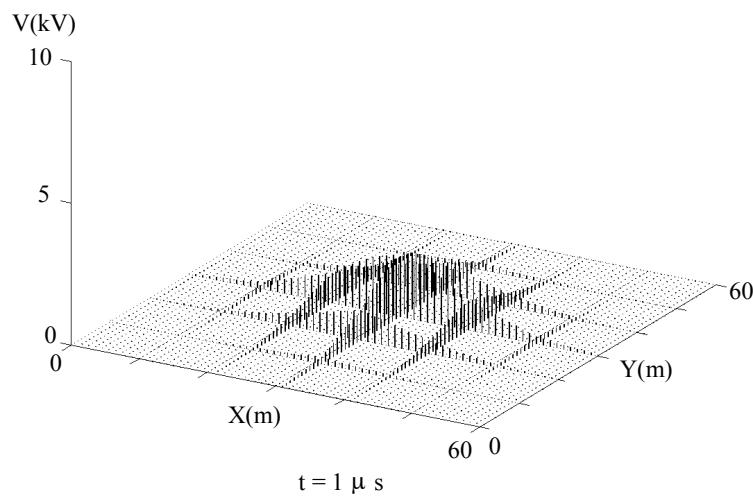


**Slika 34.7.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 0.5 \mu\text{s}$  – direktna vremenska analiza (udar munje u središte rešetke)

Na slikama 34.8. i 34.9. prikazana je raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 1 \mu s$  primjenom frekvencijske, odnosno vremenske analize za udar munje u središte rešetke.

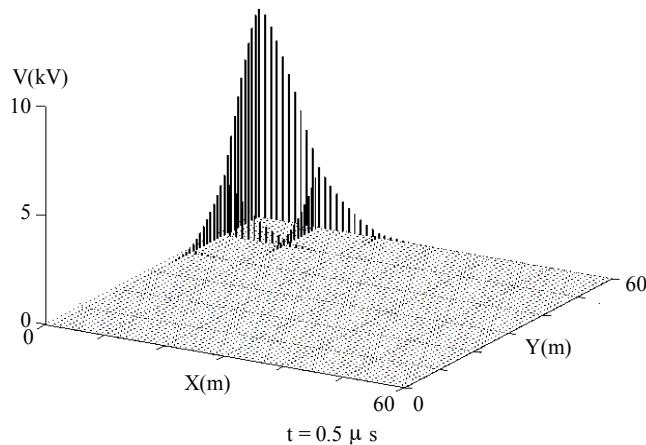


**Slika 34.8.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 1 \mu s$  – indirektna frekvencijska analiza (udar munje u središte rešetke)

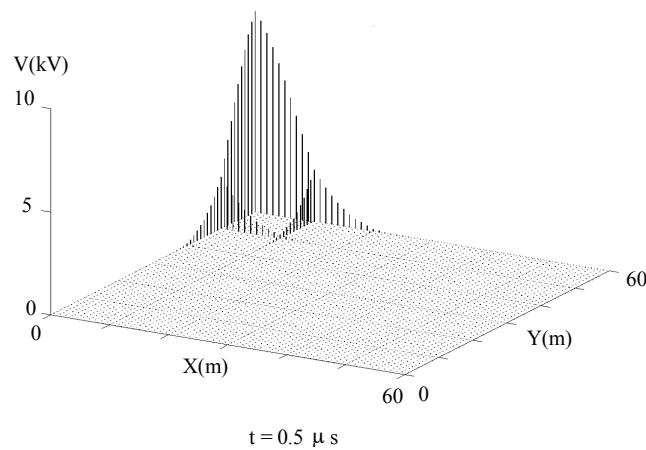


**Slika 34.9.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 1 \mu s$  – direktna vremenska analiza (udar munje u središte rešetke)

Na slikama 34.10. i 34.11. prikazana je raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača primjenom frekvencijske odnosno vremenske analize pri udaru munje u kut rešetke.

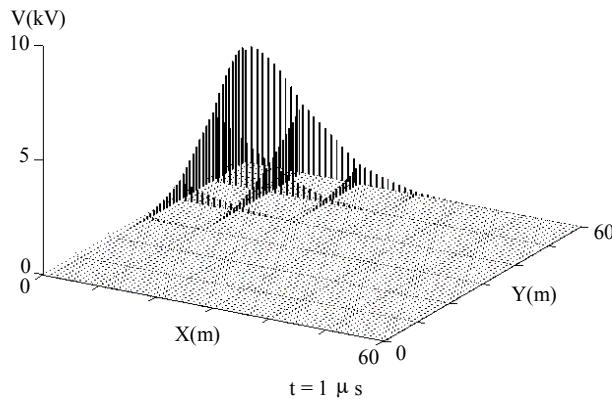


**Slika 34.10.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 0.5 \mu s$  – indirektna frekvencijska analiza (udar munje u kut rešetke)

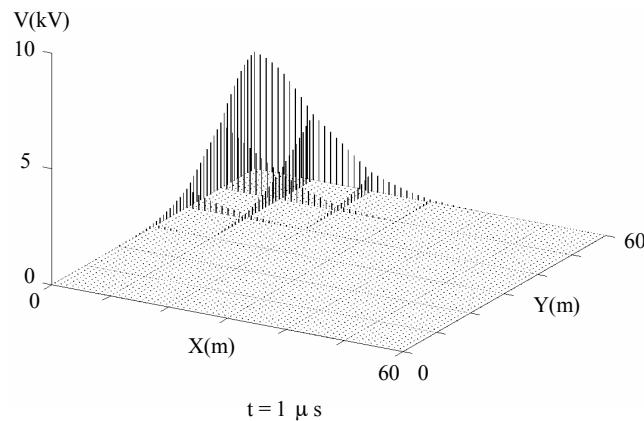


**Slika 34.11.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 0.5 \mu s$  – direktna vremenska analiza (udar munje u kut rešetke)

Na slikama 34.12. i 34.13. prikazana je raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača  $t = 1 \mu s$  primjenom frekvencijske, odnosno vremenske analize, za slučaj udara munje u kut rešetke.



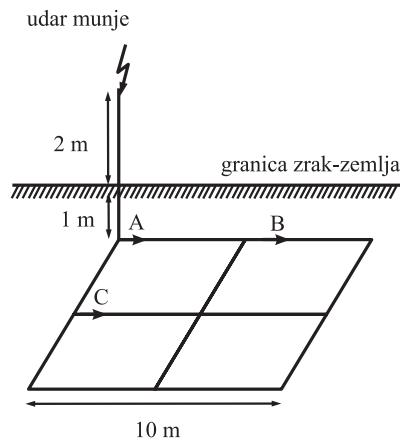
**Slika 34.12.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 1 \mu s$  – indirektna frekvencijska analiza (udar munje u kut rešetke)



**Slika 34.13.** Raspodjela tranzijentnog napona na površini uzemljivača u trenutku  $t = 1 \mu s$  – direktna vremenska analiza (udar munje u kut rešetke)

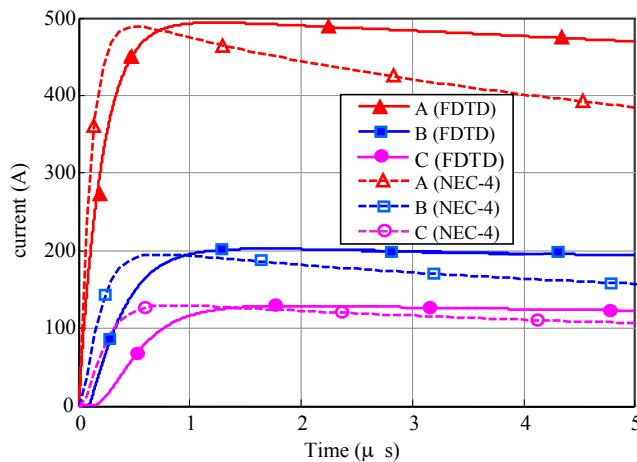
### Primjer 34.2.

Traži se tranzijentna struja u točkama A, B i C jednostavnog uzemljivača prikazanoga na slici 34.14. primjenom teorije prijenosnih linija. Dobivene je rezultate nužno usporediti s rezultatima dobivenim primjenom softvera NEC-4 [56].



**Slika 34.14.** Jednostavni uzemljivač energiziran strujom munje u točki A

Tranzijentna struja dobivena primjenom metode prijenosnih linija/Hertzova dipola prikazana je na slici 34.15.



Slika 34.15. Tranzijentna struja inducirana u točkama A, B i C uzemljivača sa slike 34.14.

## 34.2. Rigorozna analiza uzemljivača primjenom teorije antena

Pristup koji se rabi u ovoj studiji zasniva se na rješavanju serije integrodiferencijalnih jednadžbi Pocklingtonovog oblika u frekvencijskom području.

U svrhu točnosti proračuna za dani model primjenjuje se proračun pomoću Sommerfeldovih integrala pri čemu se tako razmatraju efekti granice dviju sredina (zemlja-zrak) na rigorozan način.

Odgovarajući sustav Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi riješen je primjenom Galerkin-Bubnovljeve varijante indirektnе metode rubnih elemenata (GB-IBEM) [3]. Poznavanje raspodjele struje kao temeljnog parametra u analizi raspršenja na žičanim strukturama omogućuje proračun svih ostalih promatranih parametara. Stoga se proračunava izračeno električno polje, zatim napon u točki udara groma te spektar ulazne impedancije. Svi se ti proračuni obavljaju u frekvencijskom području.

Naposljeku, tranzijentni se odziv uzemljivačkog sustava dobiva primjenom algoritma inverzne brze Fourierove transformacije.

### 34.2.1. Formulacija pomoću integralnih jednadžbi polja

Uzemljivački je sustav reprezentiran odgovarajućom konfiguracijom žičanih antena. Najprije se općenito razmatra sustav žica proizvoljnog oblika, a zatim se deduciraju specijalni slučajevi jedne horizontalne (trakasti uzemljivač) i vertikalne (štapni uzemljivač) uzemljivačke elektrode.

Struje koje teku uzduž konfiguracije složenog uzemljivača određene su serijom spregnutih Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi za žice proizvoljnog oblika. Taj se sustav Pocklingtonovih jednadžbi može izvesti iz Maxwellovih jednadžbi tako da se električno polje izrazi putem magnetskoga vektorskoga i električnoga skalarnog potencijala uz primjenu i Lorentzova baždarnog uvjeta te zadovoljavanjem uvjeta za kontinuirani prolaz tangencijalnih komponenti električnog polja na površini elektrode [3].

Nadalje, serija Pocklingtonovih jednadžbi za konfiguraciju složenog uzemljivača može se dobiti kao proširenje Pocklingtonove integrodiferencijalne jednadžbe za jednu ukopanu žicu proizvoljnog oblika [11], [13]. Pocklingtonova jednadžba za jednu ukopanu žicu proizvoljnog oblika može se izvesti primjenom uvjeta za kontinuitet tangencijalnih komponenti električnog polja uzduž površine žice. Radi jednostavnosti najprije se razmatra žica u homogenom mediju s gubitcima, a tada se formulacija proširi na problem konačno vodljivog poluprostora.

Za idealno vodljivu žicu totalno polje, koje se sastoji od pobudnog polja  $\vec{E}^{\text{exc}}$  i raspršnog polja  $\vec{E}^{\text{sct}}$ , na površini žice iščeza:

$$\vec{s} \cdot (\vec{E}^{\text{exc}} + \vec{E}^{\text{sct}}) = 0 \quad \text{na površini žice} \quad (34.21.)$$

gdje je  $\vec{s}$  jedinični vektor tangente u točki promatranja. Polazeći od prve Maxwellove jednadžbe za harmonijski promjenjiva električna i magnetska polja

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B}, \quad (34.22.)$$

slijedi da se električno polje može izraziti putem magnetskoga vektorskoga i električnoga skalarnog potencijala:

$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} - \nabla \varphi. \quad (34.23.)$$

Primjenom Lorentzova baždarnog uvjeta

$$\nabla \vec{A} + j\omega \mu \epsilon_{\text{eff}} \varphi = 0, \quad (34.24.)$$

gdje je  $\epsilon_{\text{eff}}$  kompleksna permitivnost zemlje, raspršno električno polje može se izraziti isključivo pomoću vektorskog potencijala  $\vec{A}$ :

$$\vec{E}^{\text{sct}} = -j\omega \vec{A} + \frac{1}{j\omega \mu \epsilon_{\text{eff}}} \nabla (\nabla \cdot \vec{A}). \quad (34.25.)$$

Vektorski potencijal definira se partikularnim integralom:

$$\vec{A}(s) = \frac{\mu}{4\pi} \int_C I(s') g_0(s, s') \vec{s}' ds', \quad (34.26.)$$

gdje je  $I(s')$  inducirana struja uzduž žice,  $\vec{s}'$  je jedinični vektor tangente u točki izvora, a  $g_0(s, s')$  je odgovarajuća Greenova funkcija za neograničeni medij s gubitcima oblika

$$g_0(s, s') = \frac{e^{-jk_1 R_0}}{R_0}. \quad (34.27.)$$

Pri tome je  $k_1$  konstanta propagacije u mediju s gubitcima:

$$k_1 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_{\text{eff}}} = \omega \sqrt{\mu_0 (\epsilon_0 \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega})}, \quad (34.28.)$$

gdje je  $\epsilon_r$  relativna permitivnost,  $\sigma$  vodljivost zemlje, a  $\omega$  kružna frekvencija.

Radius  $R_0$  označuje udaljenost od točke izvora do točke promatranja:

$$R_0 = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 + a^2}. \quad (34.29.)$$

Kombiniranjem jednadžbi od (34.25.) do (34.29.), nakon određenih matematičkih manipulacija, slijedi izraz za raspršno električno polje oblika:

$$E_{\tan}^{\text{sc}}(s) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_0(s, s') ds', \quad (34.30.)$$

a zatim se iz jednadžbi (34.21.) i (34.30.) dobiva Pocklingtonova integrodiferencijalna jednadžba po nepoznatoj raspodjeli struje uzduž žice u neograničenome mediju s gubitcima:

$$E_{\tan}^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_0(s, s') ds'. \quad (34.31.)$$

Ona se može napisati i u sljedećem obliku:

$$E_{\tan}^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{C'} I(s') \cdot [\vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}] g_0(s, s') ds'. \quad (34.32.)$$

Integralna jednadžba za neograničenu sredinu (34.32.) može se proširiti na slučaj žice proizvoljne geometrije ukopane blizu granice sredina modificiranjem jezgre integralne jednadžbe tako da se uzme u obzir polje reflektirano od granice sredina.

Iako postoje mnoge aproksimacije primjenom različitih refleksijskih koeficijenata, u ovoj se studiji u svrhu što preciznijeg proračuna, koristi rigoroznim pristupom putem Sommerfeldovih integrala. Komponenta pobudnog polja može se napisati u obliku sume upadnog polja  $\vec{E}^{\text{inc}}$  i polja reflektiranog od granice sredina  $\vec{E}^{\text{ref}}$ :

$$\vec{E}^{\text{exc}} = \vec{E}^{\text{inc}} + \vec{E}^{\text{ref}}. \quad (34.33.)$$

Tada je jednadžbu (34.21.) moguće pisati u obliku

$$\vec{s} \cdot \vec{E}^{\text{sc}} = -\vec{s} \cdot (\vec{E}^{\text{inc}} + \vec{E}^{\text{ref}}), \quad (34.34.)$$

pri čemu je komponenta električnog polja zbog refleksije od granice sredina  $\vec{E}^{\text{ref}}$  [13]:

$$\vec{E}^{\text{ref}}(s) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left[ \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s}^* [k_1^2 + \nabla\nabla] g_i(s, s^*) ds' + \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s}^* \cdot G_s(s, s') ds' \right]. \quad (34.35.)$$

Stoga se može pisati:

$$\vec{E}^{\text{ref}}(s) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left[ \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'} I(s') \cdot \left[ \vec{s}^* \cdot k_1^2 + \nabla \frac{\partial}{\partial s^*} \right] g_i(s, s^*) ds' + \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s}^* \cdot G_s(s, s') ds' \right]. \quad (34.36.)$$

Pri tome je  $k_0$  konstanta propagacije slobodnog prostora

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0, \quad (34.37.)$$

a  $g_i(s, s^*)$  je Greenova funkcija koja slijedi direktno iz teorije preslikavanja:

$$g_i(s, s^*) = \frac{e^{-jk_1 R^*}}{R^*}. \quad (34.38.)$$

Pri tome je  $R^*$  udaljenost od točke na preslikanoj žici do točke promatranja:

$$R^* = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}, \quad (34.39.)$$

a  $\vec{s}^*$  je jedinični vektor tangente u točki izvora preslikane žice.

Jezgra  $G_s(s, s')$

$$G_s(s, s') = (\vec{e}_x \cdot \vec{s}') \cdot (G_\rho^H \cdot \vec{e}_\rho + G_\phi^H \cdot \vec{e}_\phi + G_z^H \cdot \vec{e}_z) + (\vec{e}_z \cdot \vec{s}') \cdot (G_\rho^V \cdot \vec{e}_\rho + G_z^V \cdot \vec{e}_z) \quad (34.40.)$$

označuje korekcijski član koji sadržava i Sommerfeldove integrale i sastoji se od komponenti za horizontalne ( $H$ ) i vertikalne ( $V$ ) dipole oblika [13], [32]:

$$G_\rho^V = \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} k_0^2 V^R \quad (34.41.)$$

$$G_z^V = \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right) k_0^2 V^R \quad (34.42.)$$

$$G_\rho^H = \cos \phi \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} k_1^2 V^R + k_1^2 U^R \right) \quad (34.43.)$$

$$G_\phi^H = -\sin \phi \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} k_1^2 V^R + k_1^2 U^R \right) \quad (34.44.)$$

$$G_z^H = -j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}} \cos \phi G_\rho^V. \quad (34.45.)$$

Pri tome su Sommerfeldovi integrali dani izrazima

$$U^R = \int_0^\infty D_1(\lambda) e^{-\gamma_1 |z+z'|} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda \quad (34.46.)$$

$$V^R = \int_0^\infty D_2(\lambda) e^{-\gamma_1 |z+z'|} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda, \quad (34.47.)$$

gdje je:

$$D_1(\lambda) = \frac{2}{\gamma_0 + \gamma_1} - \frac{2k_1^2}{\gamma_1(k_1^2 + k_0^2)} \quad (34.48.)$$

$$D_2(\lambda) = \frac{2}{k_1^2 \gamma_0 + k_0^2 \gamma_1} - \frac{2}{\gamma_1(k_1^2 + k_0^2)} \quad (34.49.)$$

i

$$\gamma_0 = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}; \quad \gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}. \quad (34.50.)$$

Naposljetku, kombiniranjem jednadžbi (34.31.) i (34.35.), odnosno (34.32.) i (34.36.), dobiva se Pocklingtonova integrodiferencijalna jednadžba za nepoznatu raspodjelu struje uzduž ukopane žičane antene proizvoljnog oblika:

$$E_s^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left[ \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_0(s, s') ds' + \right. \\ \left. + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}^* \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_i(s, s^*) ds' + \right. \\ \left. + \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}^* G_s(s, s') ds' \right], \quad (34.51.)$$

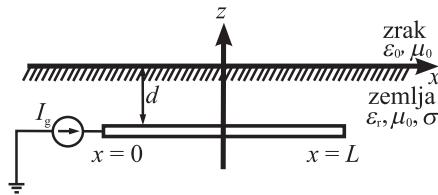
odnosno:

$$E_s^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left[ \int_{C'} I(s') \cdot \left[ \vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \right] g_0(s, s') ds' + \right. \\ \left. + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'} I(s') \cdot \left[ \vec{s} \cdot \vec{s}^* \cdot k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial s \partial s^*} \right] g_i(s, s^*) ds' + \right. \\ \left. + \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}^* \cdot G_s(s, s') ds' \right]. \quad (34.52.)$$

Iz jednadžbe (34.52.) lako se deduciraju odgovarajuće integrodiferencijalne jednadžbe za specijalni slučaj vertikalne, odnosno horizontalne elektrode.

### 34.2.2. Pocklingtonova integrodiferencijalna jednadžba za horizontalnu elektrodu (trakasti uzemljivač)

Geometrija horizontalne uzemljivačke elektrode napajane idealnim strujnim izvorom prikazana je na slici 34.16.



Slika 34.16. Horizontalna uzemljivačka elektroda pobudena strujnim generatorom  $I_g$

Za trakasti uzemljivač integrodiferencijalna jednadžba (34.52.) se pojednostavnjuje:

$$E_x^{\text{exc},H} = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left\{ \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} [g_0(x, x') - g_i(x, x') + k_1^2 V_{11}] I(x') dx' + \right. \\ \left. + k_1^2 \int_0^L [g_0(x, x') - g_i(x, x') + U_{11}] I(x') dx' \right\}, \quad (34.53.)$$

pri čemu je  $g_0$  Greenova funkcija u neograničenom mediju s gubticima (34.27.), a  $g_i$  je Greenova funkcija zbog primjene teorije preslikavanja (34.38.).

Naposljeku,  $U_{11}$  i  $V_{11}$  su Sommerfeldovi integrali oblika

$$U_{11} = 2 \int_0^\infty \frac{e^{-\gamma_1(d-z)}}{\gamma_1 + \gamma_0} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda \quad (34.54.)$$

$$k_1^2 V_{11} = \frac{\partial W_{11}}{\partial z} + U_{11}, \quad (34.55.)$$

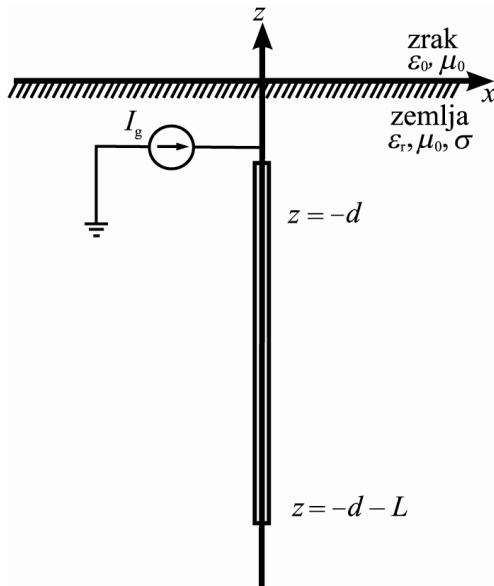
gdje je:

$$W_{11} = 2 \int_0^\infty \frac{(\gamma_1 - \gamma_0) e^{-\gamma_1(d-z)}}{k_0^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_0} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda. \quad (34.56.)$$

Rješavanjem integrodiferencijalne jednadžbe (34.53.) dobiva se raspodjela struje po horizontalnoj uzemljivačkoj elektrodi.

### 34.2.3. Pocklingtonova integrodiferencijalna jednadžba za vertikalnu elektrodu (štapni uzemljivač)

Štapni uzemljivač duljine  $L$ , radijusa  $a$ , zakopan u mediju s gubicima na dubini  $d$ , prikazan je na slici 34.17.



Slika 34.17. Vertikalna uzemljivačka elektroda pobuđena strujnim izvorom  $I_g$

Za štapni uzemljivač integrodiferencijalna jednadžba (34.52.) se pojednostavljuje i oblika je:

$$E_z^{\text{exc},V} = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{-d-L}^{-d} \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right] [g_0(z, z') - g_i(z, z') + V_{11}] I(z') dz', \quad (34.57.)$$

gdje je struja  $I(z')$  nepoznata raspodjela struje po vertikalnoj elektrodi,  $g_0(x, z, z')$  je Greenova funkcija neograničenog prostora s gubicima oblika (34.27.), a  $g_i(x, z, z')$  slijedi iz teorije preslikavanja (34.38.). Struja po štapnom uzemljivaču dobiva se rješavanjem integrodiferencijalne jednadžbe (34.57.).

### 34.2.4. Sustav Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi za višežičanu konfiguraciju

Da bi se dobio skup spregnutih Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi za  $N_W$  žica proizvoljnog oblika, treba sumirati utjecaj svih vodiča, tj. dobiva se:

$$E_{sm}^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{n=1}^{N_w} \left[ \int_{C'_n} I_n(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}' \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_{0n}(s_m, s'_n) ds' + \right. \\ \left. + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'_n} I(s'_n) \vec{s} \cdot \vec{s}^* \cdot [k_1^2 + \nabla\nabla] g_{in}(s_m, s_n^*) ds' + \right. \\ \left. + \int_{C'_n} I_n(s') \cdot \vec{s} \cdot \vec{s}^* \cdot G_s(s_m, s'_n) ds' \right] \\ m = 1, 2, \dots, N_w, \quad (34.58.)$$

odnosno može se pisati

$$E_{sm}^{\text{exc}}(s) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{n=1}^{N_w} \left[ \int_{C'_n} I_n(s') \cdot \left[ \vec{s}_m \cdot \vec{s}'_n \cdot k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s'_n} \right] g_{0n}(s_m, s'_n) ds' + \right. \\ \left. + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'_n} I(s'_n) \cdot \left[ \vec{s}_m \cdot \vec{s}_n^* \cdot k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s_n^*} \right] g_{in}(s_m, s_n^*) ds' + \right. \\ \left. + \int_{C'_n} I_n(s') \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}_n^* \cdot G_s(s_m, s'_n) ds' \right] \\ m = 1, 2, \dots, N_w. \quad (34.59.)$$

U rigoroznoj elektromagnetskoj analizi uzemljivačkih sustava pobudivanih ekvivalentnim strujnim izvorom lijeva strana jednadžbe (34.59.) iščezava i odgovarajuća se Pocklingtonova jednadžba pojednostavljuje i reducira na homogenu jednadžbu oblika:

$$-\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \in \sum_{n=1}^{N_w} \left[ \int_{C'_n} I_n(s') \cdot \left[ \vec{s}_m \cdot \vec{s}'_n \cdot k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s'_n} \right] g_{0n}(s_m, s'_n) ds' + \right. \\ \left. + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'_n} I(s'_n) \cdot \left[ \vec{s}_m \cdot \vec{s}_n^* \cdot k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial s_m \partial s_n^*} \right] g_{in}(s_m, s_n^*) ds' + \right. \\ \left. + \int_{C'_n} I_n(s') \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}_n^* \cdot G_s(s_m, s'_n) ds' \right] = 0 \\ m = 1, 2, \dots, N_w. \quad (34.60.)$$

U skladu s tim, pobuda se uključuje u formulaciju putem rubnog uvjeta:

$$I_1 = I_g, \quad (34.61.)$$

gdje  $I_g$  predstavlja strujni generator, a  $I_1$  je struja u čvoru u kojem se injektira pobudna struja koja reprezentira udar groma.

Na spoju dvaju ili više segmenata moraju se zadovoljiti svojstva kontinuiteta za električno polje [13], što se osigurava implementiranjem prvoga Kirchhoffova zakona

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (34.62.)$$

i jednadžbe kontinuiteta za harmonijski promjenljive veličine

$$\nabla \vec{J} = -j\omega\rho, \quad (34.63.)$$

koja se može pisati u sljedećem obliku:

$$\frac{\partial I}{\partial s} = -j\omega q_1. \quad (34.64.)$$

Stoga je drugi uvjet kontinuiteta dan izrazom:

$$\left[ \frac{\partial I_1}{\partial s'_1} \right]_{\text{na spoju}} = \left[ \frac{\partial I_2}{\partial s'_2} \right]_{\text{na spoju}} = \cdots = \left[ \frac{\partial I_n}{\partial s'_n} \right]_{\text{na spoju}}. \quad (34.65.)$$

Vrijedi istaknuti kako uvjet (34.62.) osigurava efikasno tretiranje diskontinuiteta linijske gustoće naboja pri prolasku s jednog vodiča na drugi pomoću spoja više vodiča.

Za slučaj otvorenog kraja vodiča ukupna struja iščezava, tj. prisilni rubni uvjet glasi da je struja na kraju vodiča jednaka nuli.

### 34.2.5. Numeričko rješenje sustava spregnutih Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi

Serija Pocklingtonovih integrodiferencijalnih jednadžbi (34.60.) rješava se numerički, primjenom Galerkin-Bubnovljeve inačice indirektnе metode rubnih elemenata (GB-IBEM) [3].

Nepoznata struja  $I_n^e(\zeta)$  po segmentu  $n$ -te žice izrazi se u obliku konačne sume linearne neovisnih oblikovnih funkcija  $f_{ni}$ , uz nepoznate kompleksne koeficijente  $I_{ni}$ :

$$I_n^e(s') = \sum_{i=1}^n I_{ni} f_{ni}(s') = \{f\}_n^T \{I\}_n. \quad (34.66.)$$

Uz uporabu izoparametarskih elemenata slijedi:

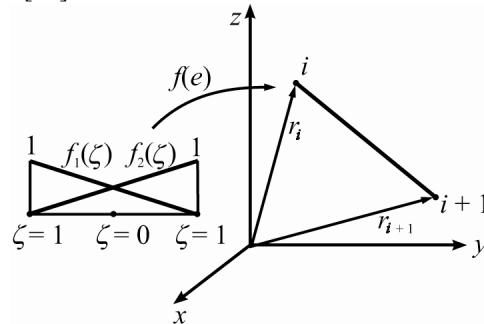
$$I_n^e(\zeta) = \sum_{i=1}^n I_{ni} f_{ni}(\zeta) = \{f\}_n^T \{I\}_n, \quad (34.67.)$$

gdje je  $n$  broj lokalnih čvorova na elementu.

U sklopu ove studije za ravne vodiče rabi se linearna aproksimacija raspodjele struje (sl. 34.18.) po rubnom elementu uzduž  $n$ -te žice, a odgovarajuće su oblikovne funkcije stoga dane izrazima:

$$f_1 = \frac{1-\zeta}{2}, \quad f_2 = \frac{1+\zeta}{2}, \quad (34.68.)$$

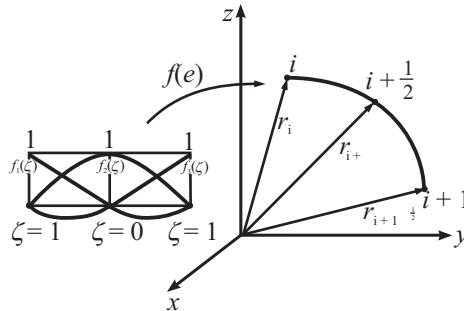
što je optimalan izbor ako se traži kompromis između točnosti proračuna i složenosti postupka kad je riječ o modeliranju žičanih struktura [13].



Slika 34.18. Linearni izoparametarski element i pripadna koordinatna transformacija

S obzirom na modeliranje zakrivljenih žica, uputno je koristiti se kvadratičnim izoparametarskim elementima (sl. 34.19.) jer se time omogućuje veća preciznost rezultata za različite geometrije žica. Kako je sa slike vidljivo, približno rješenje nad elementom gradi se iz tri oblikovne funkcije:

$$f_1(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta(\zeta-1); \quad f_2(\zeta) = 1 - \zeta^2; \quad f_3(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta(\zeta+1). \quad (34.69.)$$



Slika 34.19. Kvadratni izoparametarski element i pripadna koordinatna transformacija

Dakle, primjenom izoparametarskih elemenata, iste se funkcije rabe za aproksimaciju nepoznate struje i za transformaciju geometrije elementa iz lokalnoga koordinatnog sustava u globalni.

Primjenom pristupa putem integrala težinskih odstupanja, uz Galerkin-Bubnovljev postupak, niz Pocklingtonovih jednadžbi (34.60.) transformira se u sustav algebarskih jednadžbi. U svrhu preglednosti sustav integrodiferencijalnih jednadžbi (34.6.) može se pisati u operatorskoj formi:

$$\sum_{n=1}^{N_w} L(I_n) = 0. \quad (34.70.)$$

Primjenom osnovne leme varijacijskog računa slijedi zahtjev da integral težinskih odstupanja iščezava:

$$\int_C L[I_n(s_m)] W_{jm}(s_m) ds_m = 0. \quad (34.71.)$$

Uz Galerkin-Bubnovljevu proceduru, odnosno uz izbor istih oblikovnih i težinskih funkcija

$$W_{jm}(s_m) = f_{jm}(s_m), \quad (34.72.)$$

te nakon određenih matematičkih postupaka dobiva se sljedeća matrična jednadžba:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} \frac{df_{jm}(s_m)}{ds_m} \frac{df_{in}(s'_n)}{ds'_n} g_{0nm}(s_m, s'_n) ds'_n ds_m \\ + k_1^2 \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}' \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} f_{jm}(s_m) f_{in}(s'_n) g_{0nm}(s_m, s'_n) ds'_n ds_m \\ \sum_{n=1}^{N_w} \sum_{i=1}^{N_n} \left[ \begin{array}{l} \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \left[ - \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} \frac{df_{jm}(s_m)}{ds_m} \frac{df_{in}(s'_n)}{ds'_n} g_{inm}(s_m, s^*) ds'_n ds_m \right. \\ \left. + k_1^2 \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}^* \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} f_{jm}(s_m) f_{in}(s'_n) g_{inm}(s_m, s^*) ds'_n ds_m \right] \\ + \vec{s}_m \cdot \vec{s}' \int_{\Delta l_m} \int_{\Delta l_n} f_{jm}(s_m) f_{in}(s'_n) G_{smn}(s_m, s'_n) ds'_n ds_m \end{array} \right] \end{array} \right\} \{I\}_{ni} = 0; \quad (34.73.)$$

$$M = 1, 2, \dots, N_w; \quad j = 1, 2, \dots, N_m,$$

gdje je  $N_w$  ukupan broj žica,  $N_m$  ukupan broj elemenata na  $m$ -toj anteni, a  $N_n$  je broj elemenata na  $n$ -toj anteni. Izraz (34.73.) može se izraziti i u matričnom obliku:

$$\sum_{n=1}^{N_w} \sum_{i=1}^{N_n} [Z]_{ji}^e \{I_n\}_i = 0, \quad m = 1, 2, \dots, N_w; j = 1, 2, \dots, N_m, \quad (34.74.)$$

gdje je  $[Z]_{ji}$  matrica međuimpedancije za  $j$ -ti rubni element promatranja na  $m$ -toj anteni i  $i$ -ti rubni element izvora na  $n$ -toj anteni.

Implementacija izoparametarskih elemenata daje sljedeći izraz za matricu međuimpedancije:

$$\begin{aligned} [Z]_{ji}^e = & - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{D\}_j \{D'\}_i g_{0nm}(s_m, s'_n) \frac{ds_n}{d\zeta'} d\zeta' \frac{ds_m}{d\zeta} d\zeta \\ & + k_1^2 \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}'_n \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i g_{0nm}(s_m, s'_n) \frac{ds_n}{d\zeta'} d\zeta' \frac{ds_m}{d\zeta} d\zeta + \\ & + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \left[ \begin{aligned} & - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{D\}_j \{D'\}_i g_{inm}(s_m, s_n^*) \frac{ds_n}{d\zeta'} d\zeta' \frac{ds_m}{d\zeta} d\zeta + \\ & + k_1^2 \cdot \vec{s}_m \cdot \vec{s}_n^* \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i g_{inm}(s_m, s_n^*) \frac{ds_n}{d\zeta'} d\zeta' \frac{ds_m}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \right] + \\ & + \vec{s}_m \cdot \vec{s}'_n \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{f\}_j \{f'\}_i G_{snm}(s_m, s'_n) \frac{ds_n}{d\zeta'} d\zeta' \frac{ds_m}{d\zeta} d\zeta. \end{aligned} \quad (34.75.)$$

Matrice  $\{f\}$  i  $\{f'\}$  sadržavaju oblikovne funkcije, a matrice  $\{D\}$  i  $\{D'\}$  sadržavaju njihove derivacije.

Pobudna se funkcija u formi strujnog izvora  $I_g$  razmatra kao prisilni rubni uvjet u određenom čvoru  $i$  uzemljivačkog sustava:

$$I_i = I_g. \quad (34.76.)$$

Treba naglasiti da je tretman spojeva više žica vezan za prvi Kirchhoffov (34.72.) zakon i jednadžbu kontinuiteta (34.65.).

### 34.2.6. Proračun tranzijentne impedancije

Uz odvođenje struje kvara važna je uloga uzemljivačkog sustava odvođenje struje munje koja predstavlja pulsni signal trajanja nekoliko mikrosekunda ( $\mu s$ ) i jakosti više desetaka kiloampera (kA). Otpor koji pruža uzemljivački sustav rasprostiranju struje groma naziva se tranzijentna impedancija, a često se rabi i naziv udarni otpor ili se tranzijentna analiza uzemljivača naziva impulsnim obilježjima uzemljenja. S obzirom na iznos, ta tranzijentna impedancija može varirati od 0.1 do nekoliko desetaka puta u odnosu prema impedanciji u stacionarnom režimu rada [3].

Stoga je precizno određivanje tranzijentne impedancije iznimno važno u svrhu izbjegavanja mogućih štetnih posljedica za ljude i opremu prilikom udara groma. Iako postoji nekoliko definicija tog fizikalnog fenomena, u ovom je poglavlju tranzijentna impedancija definirana omjerom vremenski ovisnog napona i struje na mjestu pobude uzemljivačke elektrode strujom groma.

$$z(t) = \frac{v(t)}{i(t)}. \quad (34.77.)$$

Tranzijentni se napon uzemljivača može dobiti primjenom Fourierove transformacije na spektar napona

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j2\pi ft} d\omega, \quad (34.78.)$$

što se u praktičnoj izvedbi svodi na primjenu inverzne brze Fourierove transformacije:

$$v(t) = \text{IFFT}[V(f)]. \quad (34.79.)$$

Primjena diskretnog Fourierova transformatora nužno unosi pogrešku, kako zbog postupka diskretizacije tako i zbog ograničavanja spektra (teorijski neograničenog) signala napona. Skup diskretnih vrijednosti napona na uzemljivaču u vremenskom području definiran je izrazom [32]:

$$v(n\Delta t) = F \cdot \sum_{k=0}^{N-1} V(k\Delta f) e^{jk\Delta f n \Delta t}, \quad (34.80.)$$

gdje je  $F$  najveća frekvencija koja se razmatra,  $\Delta f$  korak u frekvenciji, a  $\Delta t$  vremenski korak.

Spektar napona dan je izrazom:

$$V(f) = I(f) \cdot Z(f), \quad (34.81.)$$

gdje je  $I(f)$  spektar struje groma, a  $Z_{in}(f)$  spektar ulazne impedancije.

Nadalje, ulazna je impedancija dana sljedećim izrazom:

$$Z_{in}(f) = \frac{V_g(f)}{I_g}, \quad (34.82.)$$

gdje su  $V_g$  i  $I_g$  vrijednosti struje u točki udara struje munje. Vrijedi napomenuti da je  $I_g$  jedinična struja, odnosno frekvencijski transformat Diracova impulsa.

Kad je jedanput izračunata raspodjela struje po uzemljivaču, odgovarajući se napon u točki udara struje dobiva integriranjem normalne komponente električnog polja od referentne točke na udaljenoj zemlji do površine elektrode:

$$V_g = - \int_{-\infty}^a \vec{E}^{sct} d\vec{l}. \quad (34.83.)$$

Pri tome je raspršeno polje  $\vec{E}^{sct}$  dano izrazom:

$$\vec{E}_s^{sct}(s) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{eff}} \left[ \begin{aligned} & \left[ \int_{C'} I(s') \cdot \left[ \vec{s}' \cdot k_1^2 + \nabla \frac{\partial}{\partial s'} \right] g_0(s, s') ds' + \right. \\ & \left. + \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} \int_{C'} I(s') \cdot \left[ \vec{s}^* \cdot k_1^2 + \nabla \frac{\partial}{\partial s^*} \right] g_i(s, s^*) ds' + \right. \\ & \left. + \int_{C'} I(s') \cdot \vec{s}^* \cdot G_s(s, s') ds' \right] \end{aligned} \right]. \quad (34.84.)$$

Važno je istaknuti da je direktni proračun integrala (34.83.) iznimno zahtjevan s gledišta vremena računanja. Istodobno, primjenom koncepta poopćenih telegrafskih jednadžbi vrijeme računanja može se uvelike smanjiti [57].

Općenito govoreći, proračun tranzijentne impedancije iznimno je važan pri projektiranju uzemljivačkih sustava jer u određenim situacijama maksimalni iznos tranzijentne impedancije može višestruko nadma-

šiti iznos stacionarnog otpora uzemljenja. Takav scenarij nije moguće predvidjeti isključivo na temelju stacionarne ili kvazistacionarne analize uzemljivača. Drugim riječima, tranzijentna se analiza pokazuje nužnom.

### 34.2.6.1 Trakasti uzemljivač

Za slučaj jedne horizontalne uzemljivačke elektrode raspršno polje (34.84.) poprima jednostavniji oblik:

$$E_x^{\text{sct}} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \left\{ \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ g_0(x, x') - \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} g_i(x, x') \right] I(x') dx' + \right. \\ \left. + k_1^2 \int_0^L \left[ g_0(x, x') - \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} g_i(x, x') \right] I(x') dx' - \int_0^L I(x') \cdot G_s^H(x, x') dx' \right\}. \quad (34.85.)$$

Pri tome je  $G_s^H$  Greenova funkcija koja proizlazi iz Sommerfeldova pristupa:

$$G_s^H(x, x') = G_\rho^H \cdot \vec{e}_\rho + G_\phi^H \cdot \vec{e}_\phi + G_z^H \cdot \vec{e}_z, \quad (34.86.)$$

a Sommerfeldovi integrali određeni su relacijama (34.41.) – (34.50.).

Raspršni se napon uzduž horizontalne elektrode, definiran linijskim integralom vertikalne komponente raspršnog polja (34.83.) od udaljene točke u zemlji do površine vodiča, tada može pisati na sljedeći način:

$$V^{\text{sct}}(x) = - \int_{-\infty}^d E_z^{\text{sct}}(x, z) dz. \quad (34.87.)$$

Nadalje, vertikalna se komponenta raspršnoga električnog polja može izraziti pomoću gradijenta skalarног potencijala, pa zatim slijedi

$$E_z^{\text{sct}} = - \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (34.88.)$$

odnosno raspršni je napon tada dan relacijom:

$$V^{\text{sct}}(x) = \int_{-\infty}^d \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = \frac{d}{dz} \int_{-\infty}^d \varphi(x, z) dz. \quad (34.89.)$$

Jednostavno slijedi:

$$V^{\text{sct}}(x) = \varphi(x, z) \Big|_{z=-\infty}^{z=h}. \quad (34.90.)$$

Uz pretpostavku da je vrijednost skalarnog potencijala nula u beskonačnoj zemlji dalje proizlazi:

$$V^{\text{sct}}(x) = \varphi(x, h). \quad (34.91.)$$

Budući da se pri proračunu potencijala dio električnog polja, koje je posljedica Sommerfeldove korekcije, može zanemariti jer je mnogo manji od ukupnoga, skalarni se potencijal  $\varphi$  može definirati partikularnim integralom oblika

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_{\text{eff}}} \int_0^L q(x') G^H(x, x') dx', \quad (34.92.)$$

gdje je  $q(x)$  raspodjela linijske gustoće naboja uzduž trakastog uzemljivača, a  $G^H(x,x')$  proširena Greenova funkcija oblika:

$$G^H(x,x') = g_0(x,x') - \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} g_i(x,x'). \quad (34.93.)$$

Linearna gustoća naboja i odgovarajuća raspodjela struje po elektrodi povezane su jednadžbom kontinuiteta (34.63.). Ako je riječ o ukopanoj horizontalnoj žici, jednadžba (34.63.) poprima oblik [57]

$$q = -\frac{1}{j\omega} \frac{dI}{dx}, \quad (34.94.)$$

a uvrštavanje jednadžbe (34.94.) u (34.92.) daje:

$$\varphi(x) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_0^L \frac{\partial I(x')}{\partial x'} G^H(x,x') dx'. \quad (34.95.)$$

Integracija od beskonačne zemlje do vodiča, uz pretpostavku da je potencijal u beskonačnosti jednak nuli, uz primjenu relacija (34.91.) i (34.95.), naposljetku rezultira izrazom za raspršni napon uzduž elektrode:

$$V^{\text{sc}}(x) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_0^L \frac{\partial I(x')}{\partial x'} G^H(x,x') dx'. \quad (34.96.)$$

Raspodjela inducirane struje dobiva se rješavanjem jednadžbe (34.75.) primjenom Galerkin-Bubnovljeve indirektne metode rubnih elemenata (GB-IBEM).

Kad je poznata raspodjela struje, raspršni se napon definiran relacijom (34.40.) može izračunati primjenom formalizma rubnih elemenata.

Uz pretpostavku linearne aproksimacije po segmentu žice, oblikovne su funkcije dane sljedećim izrazima:

$$f_i = \frac{x_{i+1} - x'}{\Delta x} \quad f_{i+1} = \frac{x' - x_i}{\Delta x}. \quad (34.97.)$$

Dakle, derivacija je struje

$$\frac{\partial I(x')}{\partial x'} = I_i \frac{\partial f_i}{\partial x'} + I_{i+1} \frac{\partial f_{i+1}}{\partial x'} \quad (34.98.)$$

pa slijedi:

$$\frac{\partial I(x')}{\partial x'} = \frac{I_{i+1} - I_i}{\Delta x}. \quad (34.99.)$$

Raspršni se napon tada može izraziti putem sume po svim segmentima vodiča, odnosno dobiva se:

$$V^{\text{sc}}(x) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{i=1}^M \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{I_{i+1} - I_i}{\Delta x} G^H(x,x') dx', \quad (34.100.)$$

gdje je  $M$  ukupni broj segmenata uzduž horizontalne elektrode.

### 34.2.6.2 Štapni uzemljivač

Za slučaj vertikalne uzemljivačke elektrode, raspršno polje (34.84.) poprima jednostavniji oblik:

$$E_z^{\text{sct}} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{-d-L}^{-d} \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right] G^V(z, z') I(z, z') dz', \quad (34.101.)$$

gdje je  $G^V(z, z')$  totalna Greenova funkcija oblika

$$G^V(z, z') = g_0^V(z, z') - g_i^V(z, z') + V_{11}. \quad (34.102.)$$

Raspršni se napon uzduž vertikalne elektrode, definiran linijskim integralom komponente raspršnog polja paralelne s granicom sredina (34.83) od udaljene točke u zemlji do površine vodiča, može pisati:

$$V_g(z) = - \int_{-\infty}^a E_x^V(x, z) dx. \quad (34.103.)$$

Horizontalno se raspršno polje može izraziti putem derivacije skalarnog potencijala:

$$E_x^{\text{sct}} = - \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (34.104.)$$

Stoga se raspršni napon po vertikalnoj elektrodi dalje može pisati

$$V^{\text{sct}}(z) = \int_{-\infty}^d \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx = \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^d \varphi(x, z) dx, \quad (34.105.)$$

odnosno, jednostavno slijedi:

$$V^{\text{sct}}(z) = \varphi(x, z) \Big|_{x=-\infty}^{x=0}. \quad (34.106.)$$

Uz pretpostavku da je vrijednost skalarnog potencijala nula u beskonačno udaljenoj točci u unutrašnjosti zemlje proizlazi:

$$V^{\text{sct}}(z) = \varphi(z, a). \quad (34.107.)$$

Skalarni je potencijal definiran partikularnim integralom:

$$\varphi(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{-d-L}^{-d} q(z') G^V(z, z') dz', \quad (34.108.)$$

gdje  $q(z)$  označuje raspodjelu linijske gustoće naboja uzduž vertikalne elektrode.

Linearna gustoća naboja i odgovarajuća raspodjela struje po vertikalnoj elektrodi povezane su jednadžbom kontinuiteta (34.63.) koja u tom slučaju poprima oblik [47]:

$$q = -\frac{1}{j\omega} \frac{dI}{dz}. \quad (34.109.)$$

Uvrštavanje jednadžbe (34.53.) u (34.52.) daje

$$\varphi(z) = - \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{-d-L}^{-d} \frac{\partial I(z')}{\partial z'} G^V(z, z') dz' \quad (34.110.)$$

pa pretpostavka da skalarni potencijal  $\varphi$  iščezava za  $x \rightarrow \infty$  naposljetu daje izraz za raspršni napon:

$$V^{\text{sct}} = - \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_{-d-L}^{-d} \frac{\partial I(z')}{\partial z'} G^V(x, z, z') dz'. \quad (34.111.)$$

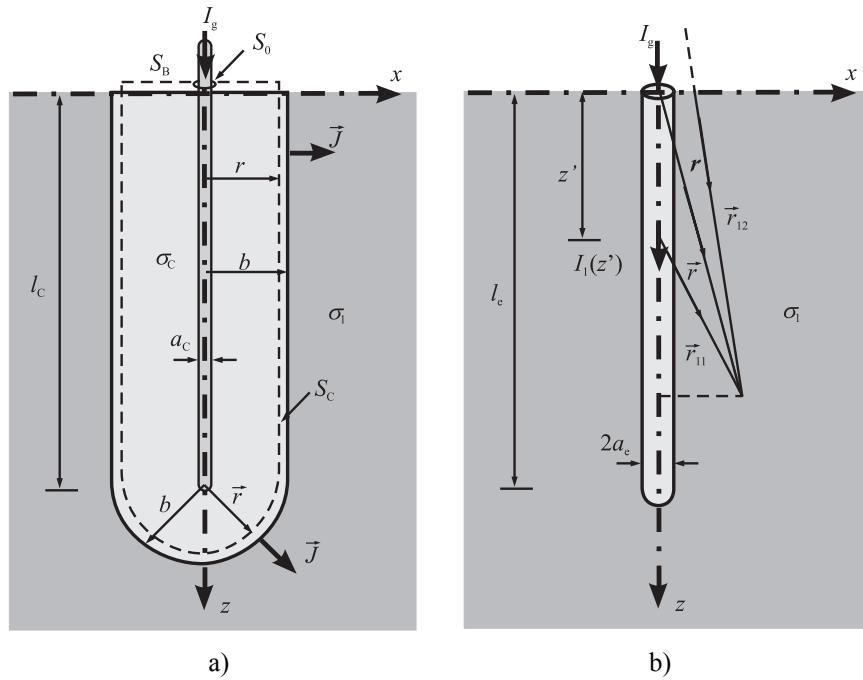
Postupak numeričkog rješavanja provodi se metodom rubnih elemenata kao u slučaju horizontalne elektrode. Ideničnim ponavljanjem numeričke procedure opisane u 34.2.6.1. raspršni se napon uzduž vertikalne elektrode može izraziti sumom:

$$V^{\text{set}}(z) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{i=1}^M \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{I_{i+1} - I_i}{\Delta z} G^V(z, z') dz', \quad (34.112.)$$

gdje je  $M$  ukupan broj segmenata uzduž vertikalne elektrode.

Vrijedi istaknuti da je usporedba tranzijentne analize provedene metodom prijenosnih linija i antenskog modela opisanoga u sklopu ove studije izložena u [58]. Analiza frekvencijskog odziva horizontalne uzemljivačke elektrode primjenom antenskog modela i modela zasnovanoga na modificiranoj teoriji prijenosnih linija iznesena je u [50].

Često se u praksi vertikalne elektrode postavljaju unutar cilindričnih bušotina radijusa višestruko većega od radijusa elektrode (sl. 34.20.a).



**Slika 34.20.** a) Vertikalna uzemljivačka elektroda postavljena u cilindričnoj ispuni i  
b) ekvivalentna elektroda u homogenom tlu

Prostor oko elektrode ispunjava se materijalom veće vodljivosti od okolnog tla (najčešće glinom, betonom ili, u novije vrijeme, različitim gelovima) u svrhu smanjenja otpora uzemljenja.

Modeliranje takve izvedbe štapnog uzemljivača moguće je ako se takva konfiguracija zamijeni ekvivalentnom elektrodom u homogenom tlu (sl. 34.16.b), pri čemu se korigiraju duljina i poprečni presjek originalne elektrode [59].

Primjenom kvazistatičke aproksimacije te zadovoljavanjem jednadžbe kontinuiteta duž granice ispune cilindričnog oblika otpor uzemljenja može se izraziti u obliku [59]:

$$R_g = \frac{\ln\left(1 + \frac{l_c}{a_c}\right)}{\frac{2\pi l_c}{\rho_i}} \left[ \frac{\rho_c}{\rho_i} + \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_i}\right) \frac{\ln\left(1 + \frac{l_c}{b}\right)}{\ln\left(1 + \frac{l_c}{a_c}\right)} \right], \quad (34.113.)$$

gdje su  $l_c$  i  $a_c$  duljina, odnosno radijus uzemljivačke elektrode,  $b$  radijus cilindrične ispune, a  $\rho_c$  i  $\rho_i$  električne otpornosti ispune, odnosno okolnog tla.

Jednakim se postupkom dobiva i otpor ekvivalentne elektrode [59]:

$$R_{ge} = \frac{\rho_i}{2\pi l_e} \ln\left(1 + \frac{l_e}{a_e}\right) = \frac{1}{K_e} \frac{\rho_i}{2\pi l_c} \ln\left(1 + \frac{l_c}{a_c}\right), \quad (34.114.)$$

pri čemu su

$$l_e = K_e l_c \quad (34.115.)$$

i

$$a_e = K_e a_c \quad (34.116.)$$

duljina, odnosno radijus ekvivalentne elektrode.

Iz uvjeta da je otpor originalnog uzemljivača  $R_g$  (34.57.) jednak otporu ekvivalentne elektrode  $R_{ge}$  (34.58.) slijedi izraz za korekcijski faktor  $K_e$ :

$$K_e = \left[ \frac{\rho_c}{\rho_i} + \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_i}\right) \frac{\ln\left(1 + \frac{l_c}{b}\right)}{\ln\left(1 + \frac{l_c}{a_c}\right)} \right]^{-1}. \quad (34.117.)$$

### 34.2.6.2. Proračun napona koraka i napona dodira pri frekvenciji od 50 Hz

Jedan je od važnih parametara pri projektiranju uzemljivača raspodjela potencijala na površini zemlje te pripadajući naponi koraka i dodira. Poznavanje tih parametara potrebno je pri pojavi kvara te odvođenju struje kvara na radnoj frekvenciji putem uzemljivača.

Nakon što je određena raspodjela struje po uzemljivaču na danoj frekvenciji, u ovom primjeru  $f = 50$  Hz, može se pristupiti proračunu raspodjele potencijala. Pri tome se polazi od definicije napona u određenoj točki u odnosu prema dalekoj zemlji u skladu s izrazom (34.83.).

Budući da se proračun provodi za niske frekvencije, jednadžba za raspršeno polje (34.23.) reducira se na jednadžbu:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi. \quad (34.118.)$$

Kako rezultat integriranja u izrazu (34.83.) ne ovisi o putu integracije, odabirom povoljne staze integracije, primjerice, duž  $z$ -osi i s obzirom na jednadžbu (34.118.) izraz (34.83.) postaje:

$$V = \int_{\infty}^r \left( \vec{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \vec{e}_z dz, \quad (34.119.)$$

tj.:

$$V = \varphi(r') \Big|_{\infty}^r = \varphi(r). \quad (34.120.)$$

Skalarni se potencijal tada može definirati partikularnim integralom sljedećeg oblika:

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_{\text{eff}}} \int_C q(s') G(s, s') ds', \quad (34.121.)$$

pri čemu  $q(s')$  predstavlja raspodjelu linijske gustoće naboja uzduž uzemljivača, a  $G(s, s')$  predstavlja proširenu Greenovu funkciju oblika

$$G(s, s') = g_0(s, s') - \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 + k_1^2} g_i(s, s'). \quad (34.122.)$$

Proširena Greenova funkcija ne sadržava Sommerfeldov korekcijski član (34.40.) jer je utjecaj tog člana na proračun potencijala, posebice na niskim frekvencijama, uglavnom zanemariv.

Linijska su gustoća naboja i struja po uzemljivaču vezane jednadžbom kontinuiteta za harmonijski promjenjive veličine (34.64.).

Uvrštavanje jednadžbe (34.64.) u (34.24.) daje:

$$\varphi(r) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \int_C \frac{\partial I}{\partial s'} G(s, s') ds'. \quad (34.123.)$$

To je izraz za proračun potencijala u bilo kojoj točki u zemlji, pa tako i na površini zemlje.

Kako je raspodjela struje duž uzemljivača poznata, potencijal definiran relacijom (34.123.) može se izračunati primjenom formalizma rubnih elemenata [3], [11].

Uz pretpostavku linearne aproksimacije po segmentu žice, slijedi:

$$\frac{\partial I}{\partial s'} = \frac{I_{i+1} - I_i}{\Delta s}, \quad (34.124.)$$

gdje je  $\Delta s$  duljina segmenta.

Potencijal se može izraziti preko sume po svim segmentima žice, odnosno dobiva se:

$$\varphi(r) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{i=1}^M \int_i^{i+1} \frac{I_{i+1} - I_i}{\Delta s} G(s, s') ds'. \quad (34.125.)$$

Naposljeku, kako se složeni uzemljivač sastoji od više žica, treba zbrojiti doprinose svih žica pa izraz za ukupni potencijal u bilo kojoj točki prostora u zemlji poprima oblik:

$$\varphi_u(r) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_{\text{eff}}} \sum_{k=1}^{N_H} \sum_{i=1}^M \int_i^{i+1} \frac{I_{i+1}^k - I_i^k}{\Delta s_k} G(s, s'_k) ds'_k. \quad (34.126.)$$

Primjenom jednadžbe (34.126.) moguće je izračunati raspodjelu potencijala na površini zemlje kao posljedicu struje radne frekvencije koja protječe uzemljivačem.

Na temelju poznate raspodjele potencijala na površini zemlje na jednostavan se način mogu odrediti vrijednosti napon koraka  $U_k$  i napona dodira  $U_d$ .

Naime, napon dodira definiran je kao dio napona uzemljivača koji čovjek može premostiti dodirom, a napon koraka dio je napona uzemljivača koji čovjek može premostiti normalnim korakom. Pri tome se za

napon dodira kao referentna udaljenost od stupa vjetroturbine pretpostavlja iznos od 1 m, odnosno za napon koraka udaljenost između stopala od također 1 m. Tada slijedi:

$$U_k = \max \left[ |\varphi(x_i, y_j) - \varphi(x_i \pm 1m, y_j)|, |\varphi(x_i, y_j) - \varphi(x_i, y_j \pm 1m)| \right] \quad (34.127.)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n; \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$U_d = \max \left[ |\varphi(x_0, y_0) - \varphi(x_0 \pm 1m, y_0)|, |\varphi(x_0, y_0) - \varphi(x_0, y_0 \pm 1m)| \right], \quad (34.128.)$$

gdje su  $(x_0, y_0)$  koordinate središta uzemljivača, tj. stupa vjetroturbine.

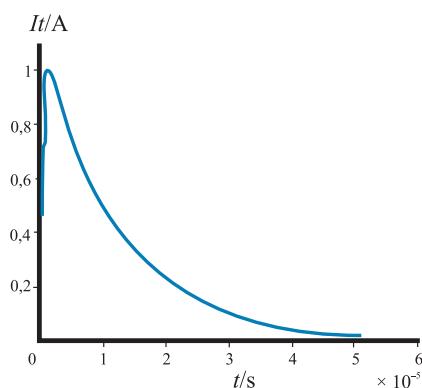
### Primjer 34.3.

Treba provesti tranzijentnu analizu horizontalne i vertikalne uzemljivačke elektrode za slučaj pobude u obliku strujnog impulsa oblika:

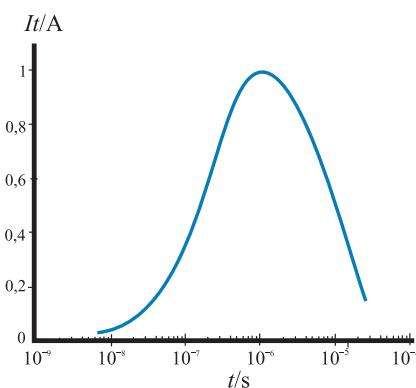
$$i(t) = I_0(e^{-at} - e^{-bt}),$$

jedinične amplitude uz omjer vremena porasta i opadanja 1/10  $\mu$ s. Pri tome je pretpostavljena vrijednost relativne dielektričnosti  $\epsilon_r = 9$ , i električne otpornost tla  $\rho = 1\ 200 \Omega/m$ .

Valni je oblik pobudnog signala prikazan na slikama 34.21. i 34.22.



Slika 34.21. Strujni impuls u vremenu – linearna skala

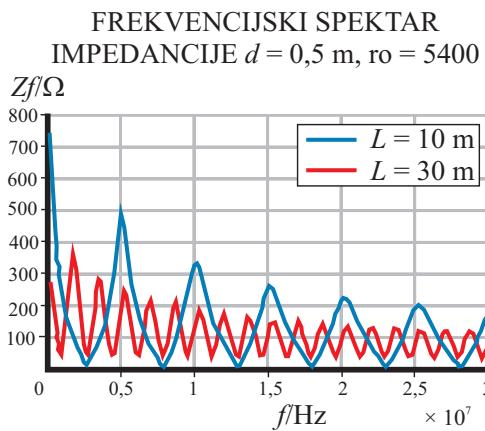


Slika 34.22. Strujni impuls u vremenu – logaritamska skala

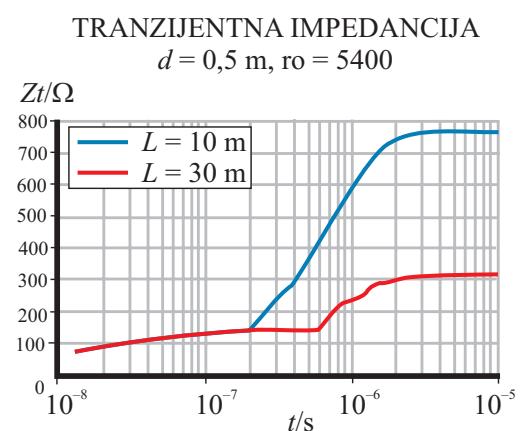
Na slici 34.23. prikazan je frekvencijski spektar ulazne impedancije za horizontalne uzemljivače duljine  $L = 10$  m i  $L = 30$  m ukopane na dubinu od  $d = 0.5$  m u zemlju definirane parametrima:  $\epsilon_r = 9$  i  $\rho = 5\ 400 \Omega\text{-m}$ , a na slici 34.24. prikazane su pripadajuće tranzijentne impedancije.

Tranzijentna impedancija za obje elektrode stalno raste od nule do vrijednosti koju poprima u stacionarnom stanju, odnosno u vremenu u kojem je završilo prijelazno stanje. Ta konačna vrijednost odgovara otporu uzemljenja u istosmjernim uvjetima, odnosno vrijednosti ulazne impedancije za frekvenciju od 0 Hz.

Na slici 34.24., za dulju elektrodu jasno su vidljive refleksije od kraja žice. Te su refleksije još zamjetnije ako se pogleda tranzijentni napon na mjestu injektiranja struje prikazan na slici 34.25.

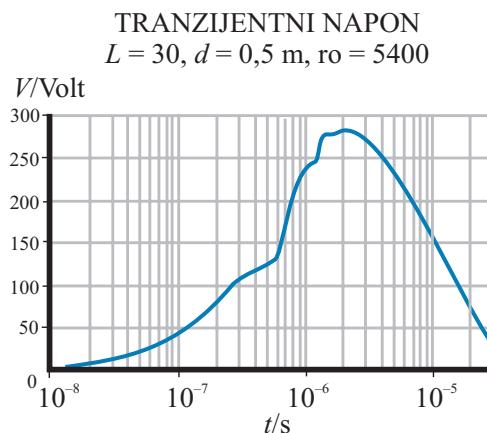


**Slika 34.23.** Spektar ulazne impedancije za horizontalne uzemljivače duljine 10 m i 30 m ukopane 0.5 m ispod površine zemlje

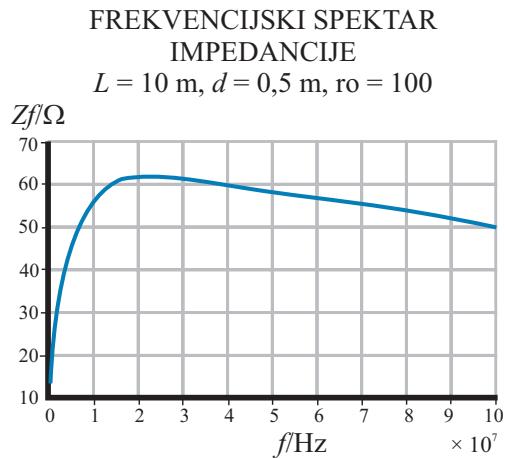


**Slika 34.24.** Tranzijentna impedancija za horizontalne uzemljivače duljine 10 m i 30 m ukopane 0.5 m ispod površine zemlje

Na slici 34.26. prikazan je frekvencijski spektar ulazne impedancije za horizontalni uzemljivač duljine  $L = 10\text{ m}$  ukopan u zemlju, iznimno dobre vodljivosti ( $\sigma = 0.01 \text{ S/m} \equiv \rho = 100 \Omega \text{ m}$ ) na dubini od  $d = 0.5 \text{ m}$ .



**Slika 34.25.** Inducirani tranzijentni napon na horizontalnom uzemljivaču duljine 30 m



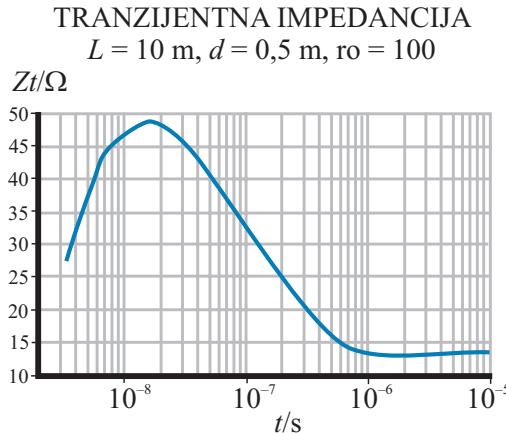
**Slika 34.26.** Spektar ulazne impedancije za horizontalni uzemljivač duljine 10 m ukopan u dobro vodljivu zemlju ( $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ ) na dubini 0.5 m

Za razliku od prethodnog slučaja, krivulja ulazne impedancije raste od stacionarnog stanja do maksimuma koji dosije pri frekvenciji oko  $20 \text{ MHz}$  i nakon toga monotono opada.

Odgovarajući je tranzijentni odziv tog uzemljivača prikazan na slici 34.27. Za taj je odziv karakteristično da za impedanciju, koja u stacionarnom stanju ima vrijednost od niskih  $13 \Omega$ , maksimum tranzijentne impedancije nastaje mnogo prije i iznosi razmjerno visokih  $48.5 \Omega$ .

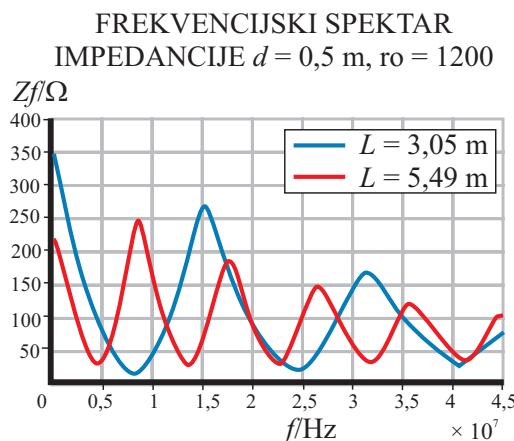
Iz tog je primjera vidljivo kako je proračun tranzijentne impedancije iznimno važan pri projektiranju uzemljivačkih sustava, jer u određenim situacijama maksimalni iznos tranzijentne impedancije može više-strukuo nadmašiti iznos stacionarnog otpora uzemljenja, a to se nikako ne može predvidjeti na temelju stacionarne ili kvazistacionarne analize uzemljivača.

S obzirom na to da se najveće štete na opremi pojavljuju pri udaru groma (dakle u impulsnom režimu rada), očito je da se prilikom projektiranja uzemljivačkog sustava posebna pozornost mora posvetiti tranzijentnoj analizi.

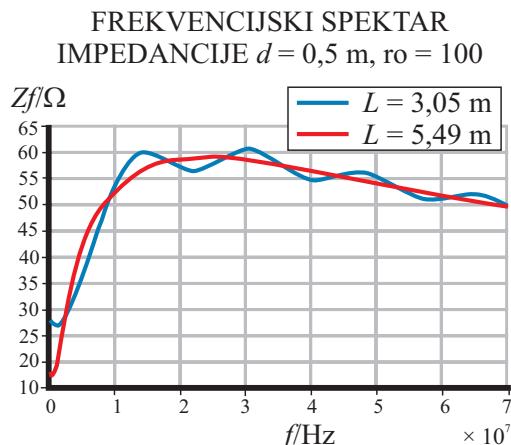


**Slika 34.27.** Tranzijentna impedancija za horizontalni uzemljivač duljine 10 m ukopan u dobro vodljivu zemlju ( $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ ) na dubini od 0.5 m

Na slikama 34.28. i 34.29. prikazan je frekvenički spektar za dvije vertikalne uzemljivačke elektrode duljine  $L = 3.05 \text{ m}$  i  $L = 5.49 \text{ m}$  ukopane na dubinu od  $d = 0.5 \text{ m}$  unutar zemlje definirane parametrima:  $\epsilon_r = 9$  i  $\rho = 1200 \Omega \text{ m}$ , odnosno  $\epsilon_r = 9$  i  $\rho = 100 \Omega \text{ m}$ .

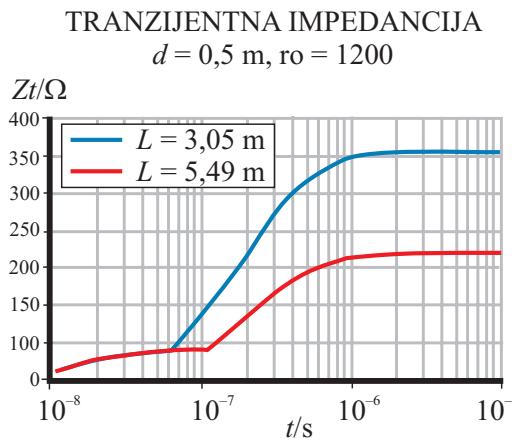


**Slika 34.28.** Spektar ulazne impedancije za vertikalne uzemljivače duljine 3.05 m i 5.49 m ukopane 0.5 m ispod zemlje s parametrima  $\epsilon_r = 9$  i  $\rho = 1200 \Omega \text{ m}$

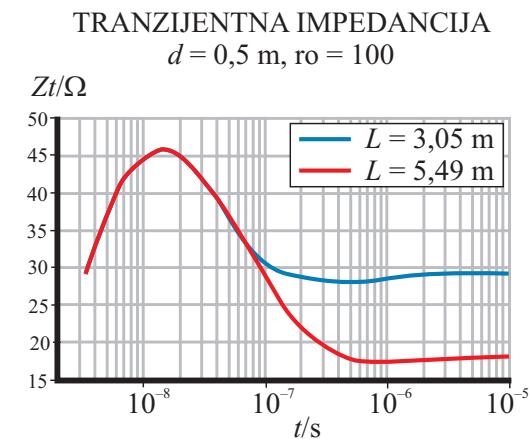


**Slika 34.29.** Spektar ulazne impedancije za vertikalne uzemljivače duljine 3.05 m i 5.49 m ukopane 0.5 m ispod zemlje s parametrima  $\epsilon_r = 9$  i  $\rho = 100 \Omega \text{ m}$

Pripadajući su tranzijentni odzivi opisanih vertikalnih elektroda prikazani na slikama 34.30. ( $\rho = 1200 \Omega \text{ m}$ ) i 34.31. ( $\rho = 100 \Omega \text{ m}$ ). Iz prikazanih se obilježja može zaključiti da duljina elektroda ima mnogo važniju ulogu u stacionarnom stanju nego u području ranog odziva.



Slika 34.30. Tranzijentna impedancija za vertikalne uzemljivačke sonde duljine 3.05 m i 5.49 m ukopane 0.5 m u zemlju (otpornost  $1200 \Omega \text{ m}$ )

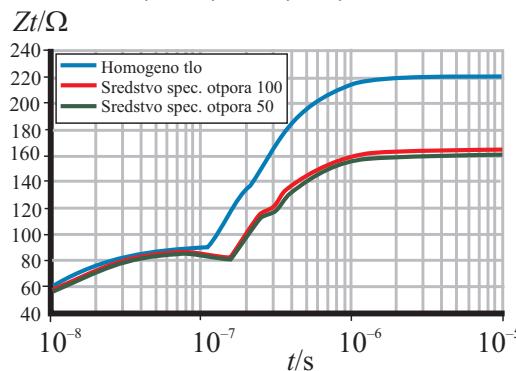


Slika 34.31. Tranzijentna impedancija za vertikalne uzemljivačke sonde duljine 3.05 m i 5.49 m ukopane 0.5 m u zemlju ( $100 \Omega \text{ m}$ )

Kao i u slučaju horizontalnog uzemljivača ukopanog u zemlju dobre vodljivosti, i u slučaju vertikalnih sondi maksimalni iznos tranzijentne impedancije ( $46 \Omega$ ) nastaje u vrlo ranoj fazi prijelazne pojave, tj. prije stacionarnog stanja koje iznosi  $29 \Omega$  za kraću sondu, i  $18 \Omega$  za dužu.

Jasno je da nepoznavanje takvog tranzijentnog odziva može biti opasno i dovesti u pitanje učinkovitosti uzemljivačkog sustava.

TRANZIJENTNA IMPEDANCIJA  
 $L = 5,49 \text{ m}$ ,  $d = 0,5 \text{ m}$ ,  $\rho_0 = 1200$



Slika 34.32. Tranzijentna impedancija za vertikalnu uzemljivačku sondu duljine 5.49 m ukopanu 0.5 m u zemlju ( $1200 \Omega \text{ m}$ ) s materijalom za sniženje otpora i bez njega

Daljnja se analiza odnosi na utjecaj materijala kojim se popunjava prostor oko elektrode unutar bušotine u koju se postavlja vertikalna elektroda. U tu je svrhu analizirana vertikalna uzemljivačka elektroda duljine  $L = 5.49 \text{ m}$ , radijusa 12 mm. Bila je ukopana u zemlju (otpornost  $1200 \Omega \text{ m}$ ) na dubinu od 0.5 m unutar bušotine radijusa 73 mm (sl. 34.32.).

U prvom slučaju (plava linija) oko sonde nalazi se homogena zemlja, u drugom slučaju (crvena linija) prostor oko sonde popunjjen je sredstvom otpornosti  $100 \Omega \text{ m}$  (ekvivalent vlažnoj glini), a u trećem je slučaju (crna linija) uzeto sredstvo električne otpornosti  $50 \Omega \text{ m}$  (npr. određeni gel za smanjenje otpora tla).

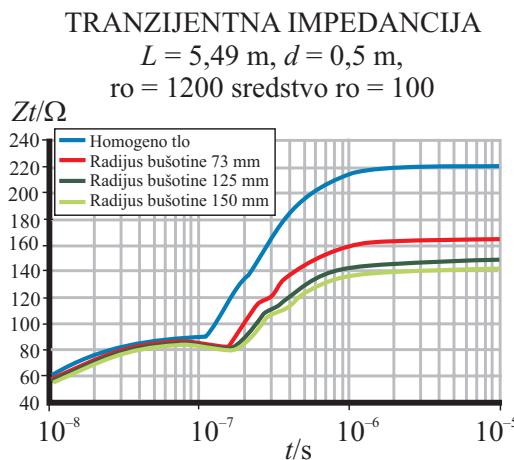
Kako je u ovom ulomku objašnjeno, cilindar od materijala male otpornosti ima oko uzemljivačke elektrode učinak efektivnog povećanja duljine i radiusa elektrode te stoga rezultira povoljnijim tranzijentnim svojstvima. To se jasno uočava sa slike 34.32.

Također je jasno da se snižavanjem otpornosti materijala oko sonde ( $s 100 \Omega m$  na  $50 \Omega m$ ) ne dobiva gotovo nikakav učinak, što znači da nije potrebno rabiti potencijalno skuplja rješenja.

Budući da postoji nekoliko načina bušenja terena za postavljanje sondi, a time i veličine radijusa bušotine u koju se postavlja sonda, provedena je analiza ovisnosti tranzijentne impedancije u odnosu prema količini materijala za snižavanje otpornosti koje okružuje sondu i koji je u direktnoj vezi s radijusom bušotine.

Radius je sonde, kao i u prethodnom primjeru, 12 mm, a radius bušotine diktiran je tehnologijom bušenja i iznosi redom: 73 mm, 125 mm i 150 mm. Valja napomenuti da povećanje radijusa uzrokuje i mnogo višu cijenu radova.

Slika 34.33. prikazuje ovisnost tranzijentne impedancije o radijusu bušotine ispunjene materijalom električne otpornosti od  $100 \Omega m$ . Sonda je duga 5.49 m i ukopana je na dubinu od 0.5 m u zemlju s električnim parametrima:  $\epsilon_r = 9$  i  $\rho = 1200 \Omega m$ .



**Slika 34.33.** Tranzijentna impedancija za vertikalnu uzemljivačku sondu duljine 5.49 m ukopanu u bušotine različitih radijusa s materijalom za snižavanje otpora

Sa slike 34.33. je vidljivo da se proširivanjem bušotine od 73 mm do 125 mm postiže maksimalno poboljšanje od otprilike 11% u stacionarnom stanju (od  $164 \Omega$  do  $146 \Omega$ ), a proširivanje bušotine od 73 mm do 150 mm donosi maksimalno poboljšanje od 14% (od  $164 \Omega$  do  $141 \Omega$ ). U tranzijentnom je području to poboljšanje još i manje. Iz toga se može zaključiti, kako su bušotine radijusa od 125 mm i 150 mm mnogo skuplje od onih radijusa 73 mm, da je bušenje širih bušotina neisplativo, tj. učinak povećanog radijusa bušotine nije dovoljno velik da bi opravdao mnogo veći trošak bušenja.

Kod većih i kompleksnijih uzemljivačkih sustava dodavanje sredstava za smanjenje električne otpornosti tla ima još manji učinak na obilježja cjelevitog sustava.

### Primjer 34.4.

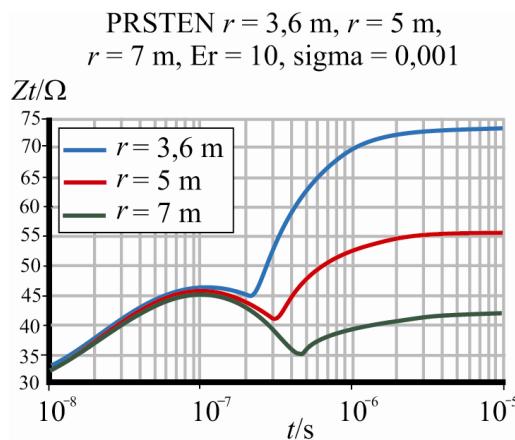
Treba provesti tranzijentnu analizu prstenastog uzemljivača za slučaj pobude u obliku strujnog impulsa oblika:

$$i(t) = I_0(e^{-at} - e^{-bt})$$

jedinične amplitude uz omjer vremena porasta i opadanja 1/10  $\mu\text{s}$ .

Na slici 34.34. prikazana je tranzijentna impedancija prstenaste elektrode ukopane na dubinu 1 m u zemlju sljedećih svojstava:  $\epsilon_r = 10$  i  $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$  za različite radijuse prstena (3.6 m, 5 m i 7 m).

Iz slike 34.34. je jasno da se iznos tranzijentne impedancije u kasnijim vremenima uz povećanje radijusa prstena smanjuje, a istodobno vrlo rani odziv ostaje gotovo nepromijenjen. Zato za elektrode većih radijusa (u ovom slučaju 7 m) maksimalna vrijednost tranzijentne impedancije nastaje prije stacionarnog stanja, pa je poznavanje te veličine iznimno važno za projektiranje učinkovitoga uzemljivačkog sustava.



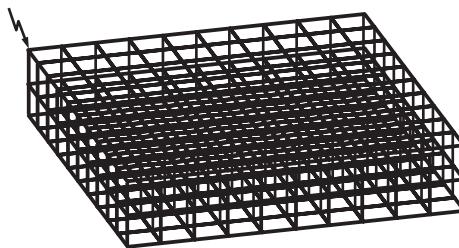
Slika 34.34. Tranzijentna impedancija prstenastog uzemljivača za različite radijuse

### Primjer 34.5.

U ovom primjeru treba analizirati uporabu armature u temeljima vjetroelektrane kao uzemljivačkog sustava. Primjer je umanjeni model armature temelja veličine  $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$  uz armaturne mreže od 20 cm. Armatura se modelira na tri načina:

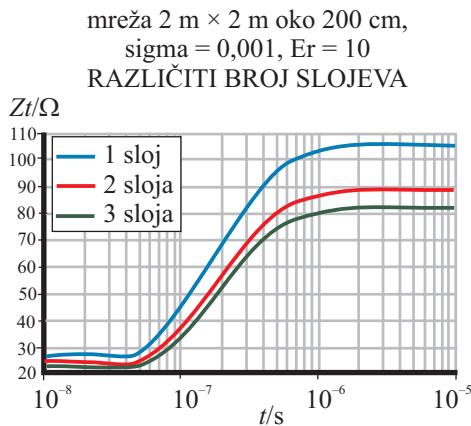
- a) kao jedan sloj mreže,
- b) kao 3D rešetka koja se sastoji od dva sloja mreže,
- c) kao 3D rešetka koja de sastoji od 3 sloja mreže.

Skica armaturne geometrije prikazan je na slici 34.35.



Slika 34.35. Skica geometrije armature, c) način

Na slici 34.36. prikazane su krivulje tranzijentne impedancije za tri različita slučaja armaturne mreže koja se nalazi u homogenoj zemlji sljedećih obilježja:  $\epsilon_r = 10$  i  $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$ . Napajanje je postavljeno u jednom kutu mreže.



Slika 34.36. Tranzijentna impedancija armaturne mreže za različite modele (1, 2 i 3 sloja mreže)

Iz slike 34.36. jasno je da se pri povećanju mreže, tj. dodavanju slojeva, impedancija smanjuje. Međutim, kako se brzina opadanja iznosa impedancije smanjuje, tako svaki dodatni sloj sve manje utječe na smanjenje impedancije.

### Primjer 34.6.

Treba usporediti osnovni uzemljivač vjetroelektrane i odgovarajući prstenasti uzemljivač.

Prema normi IEC 614000-24 „Wind turbine generator systems – Lightning Protection”, armatura temelja može se modelirati kao ekvivalentni prstenasti uzemljivač opisan oko temelja (npr. temelji radijusa 5 m mogu se opisati prstenastom elektrodom radijusa 5 m). Da bi se provjerila ta tvrdnja, načinjena je usporedba između prstenaste elektrode i modela armature temelja.

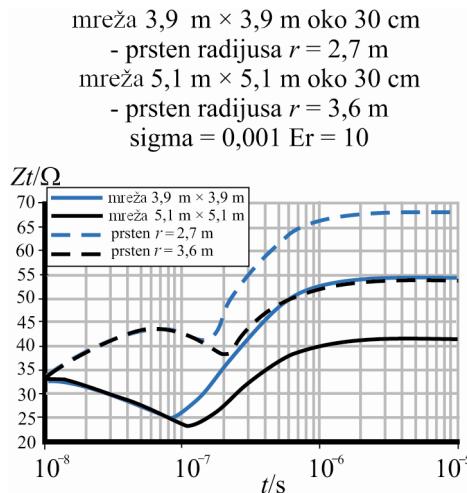
Kao model armature pretpostavljen je najgori primjer jednoslojne armaturne mreže uronjene u homogenu zemlju s parametrima:  $\epsilon_r = 10$  i  $\sigma = 0.001 \text{ S/m}$ .

Promatrana su dva različita primjera dimenzija temelja:

- a)  $3.9 \text{ m} \times 3.9 \text{ m}$  kojemu odgovara prsten radijusa 2.7 m,
- b)  $5.1 \text{ m} \times 5.1 \text{ m}$  kojemu odgovara prsten radijusa 3.6 m.

Slika 34.37. prikazuje usporedbu tranzijentne impedancije modela armaturne mreže i odgovarajućeg prstena za dva prethodno navedena primjera. Vidljivo je da armaturna mreža i odgovarajući prsten imaju potpuno različita, kako tranzijentna, tako i statička svojstva impedancije. Štoviše, kada bi se model armature proširio s više slojeva mreže, što bi odgovaralo stvarnom stanju, vrijednosti impedancije armature dodatno bi se snizile te bi se razlika još povećala.

Iz izložene analize slijedi da bi normu IEC 61400-24 u tom kontekstu trebalo revidirati te provesti opsežnije istraživanje o svojstvima armature temelja kao dijela uzemljivačkog sustava.

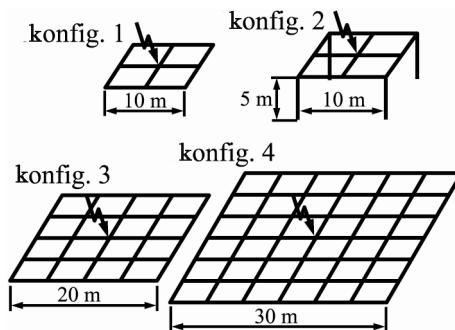


Slika 34.37. Tranzijentna impedancija armaturnih mreža i odgovarajućih prstena

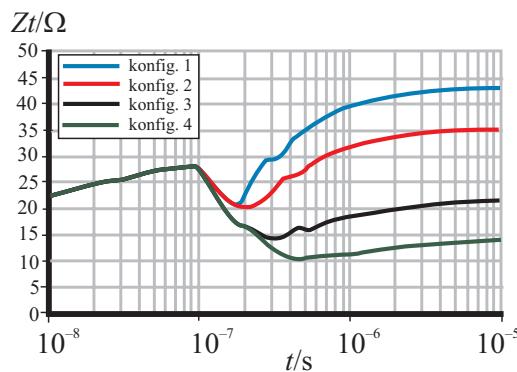
### Primjer 34.7.

Kao primjere složenih uzemljivačkih sustava treba analizirati četiri različite konfiguracije mrežastih uzemljivača dimenzija od  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$  do  $30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$ , s dodatnim vertikalnim elektrodama ili bez njih. Sve se mreže sastoje od žica radijusa 0.005 m te su ukopane na dubinu od 1.5 m u zemlju svojstava  $\epsilon_r = 9$  i  $\rho = 1\,000 \Omega \cdot \text{m}$ . Mjesto pobude u svim je primjerima središte mreže.

Na slici 34.38. prikazane su četiri različite konfiguracije uzemljivača, a na slici 34.39. prikazana je tranzijentna impedancija za četiri različite konfiguracije mrežastih uzemljivača.



Slika 34.38. Različite konfiguracije mrežastih uzemljivača



Slika 34.39. Tranzijentna impedancija mrežastih uzemljivača

Na slici 34.39. jasno se vidi da je u sva četiri primjera vrlo rani odziv nepromijenjen, a kasniji odziv, posebice stacionarno stanje, uvelike ovisi o dimenzijama uzemljivačkog sustava.

Dakle, što su veće dimenzije uzemljivačkog sustava, kasniji odziv poprima niže vrijednosti.

Vrlo rani odziv ne ovisi o veličini mreže jer su sve četiri mreže u ovom primjeru sastavljene od istih tvorbenih jedinica (kvadrat  $5\text{ m} \times 5\text{ m}$ ). Da su ti tvorbeni blokovi različiti, to bi se odrazilo i na vrlo rani odziv.

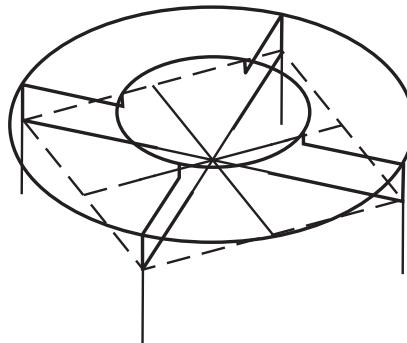
Također, valja primijetiti da u slučaju konfiguracija 3 i 4 maksimalna vrijednost tranzijentne impedancije nastaje prije stacionarnog stanja, što je iznimno bitna spoznaja pri projektiranju uzemljivačkog sustava.

### Primjer 34.8.

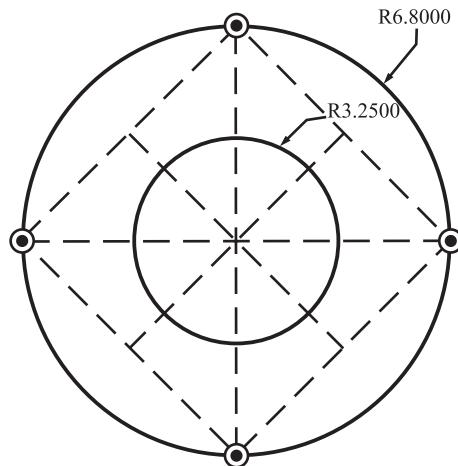
Treba provesti analizu uzemljivača vjetroelektrane. Najprije se analizira osnovna geometrija uzemljivača (sl. 34.40.), koji se sastoji od dva bakrena prstena presjeka  $70\text{ mm}^2$  (Cu  $70\text{ mm}^2$ ) namijenjena ponajprije izjednačavanju potencijala.

Manji je radijusa  $3.25\text{ m}$  i ukopan je na dubini  $5\text{ cm}$ , a veći ima radijus  $6.8\text{ m}$  i ukopan je na dubini  $55\text{ cm}$ . U većem je prstenu postavljen mrežasti kvadratni uzemljivač (Fe/Zn  $30 \times 4\text{ mm}$ ) stranice  $9.6\text{ m}$  na dubini  $2\text{ m}$ .

Na veći je prsten dodana prethodno već spomenuta bakrena užad na način koji prikazuje slika 34.41. Na krajeve kvadrata postavljene su sonde duljine  $3.05\text{ m}$  i radijusa  $12\text{ mm}$ . Svi su dijelovi uzemljivača međusobno povezani, kao na slici 34.41.



Slika 34.40. Geometrija osnovne konfiguracije uzemljivača – skica projekcije



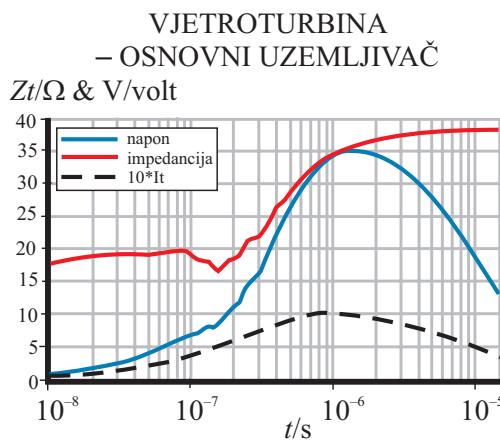
Slika 34.41. Geometrija osnovne konfiguracije uzemljivača – skica tlocrta

Dobiveni rezultati prikazani su na slici 34.42., gdje je tankom isprekidanom linijom prikazan oblik narinute struje pomnožene s faktorom 10 u svrhu usporedivosti s krivuljom induciranih napona i rezultirajuće tranzijentne impedancije.

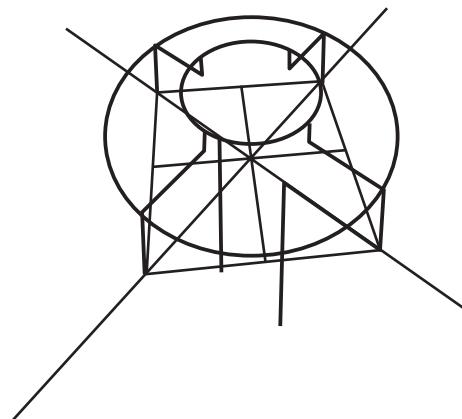
Analizom tih rezultata vidljivo je da inducirani napon neznatno kasni za narinutom strujom te postiže maksimalnu vrijednost od 35 V. Tranzijentna impedancija stalno raste od nule do maksimalnog iznosa od  $38 \Omega$  koji postiže u stacionarnom stanju.

S obzirom na to da postavljeno ograničenje iznosi  $10 \Omega$ , očito je da treba potražiti dodatna rješenja s ciljem snižavanja impedancije uzemljivača.

U sklopu daljnje analize osnovna je geometrija uzemljivača proširena dodavanjem horizontalnih traka te variranjem položaja i broja vertikalnih sondi (sl. 34.43.).



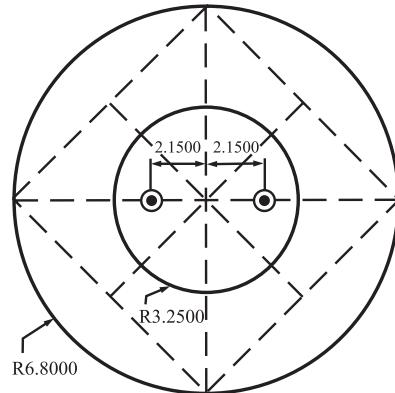
Slika 34.42. Tranzijentni odziv osnovne konfiguracije uzemljivača



Slika 34.43. Izmijenjena konfiguracija uzemljivača – skica projekcije

Nadalje, prilikom analize utjecaja vertikalnih sondi na impulsna obilježja uzemljivača isprobane su dvije konfiguracije:

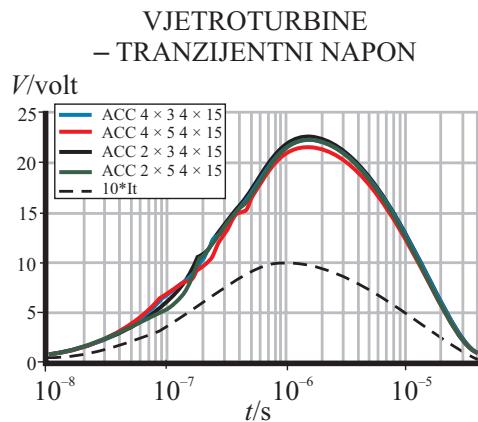
1. originalna, s četiri sonde spojene na vanjski prsten (sl. 34.41.)
2. alternativna, s dvije sonde spojene na dodanu bakrenu užad 4.65 m od ugla kvadrata originalnog uzemljivača (2.15 m od središta, sl. 34.44.).



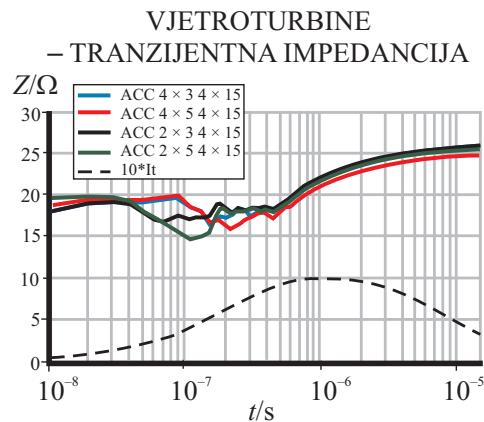
Slika 34.44. Alternativna konfiguracija s dvije sonde

Analiza je provedena na uzemljivaču kojemu su dodane četiri radikalne trake duljine 15 m spojene na kutove originalnoga kvadratnog uzemljivača (sl. 34.41.).

Uz to mijenjala se i duljina sondi, i to za vrijednosti od 3.05 i 5.49 m, a radijus je sondi konstantan i iznosi 0.012 m. Dobiveni su rezultati prikazani na slikama 34.45. i 34.46.



Slika 34.45. Inducirani napon na uzemljivaču za različit broj i duljine vertikalnih sondi



Slika 34.46. Tranzijentna impedancija uzemljivača za različit broj i duljine vertikalnih sondi

Iz grafova prikazanih na slikama 34.45. i 34.46. vidljivo je da se za sve četiri varijante dobiveni rezultati bitno ne mijenjaju, točnije unutar vrijednosti  $1 \Omega$ .

Konfiguracija s četiri sonde daje neznatno niže vrijednosti impedancije u stacionarnom stanju, a konfiguracija s dvije sonde postavljene bliže jedna drugoj pokazuje bolje ponašanje u ranom vremenskom odzivu.

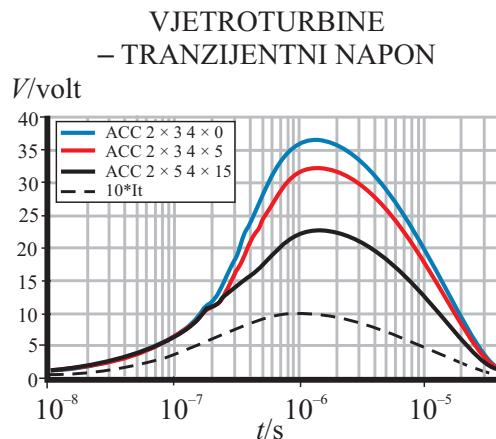
Proizlazi da se povećanjem duljine sondi, odnosno dubine ukopa, ostvaruje minimalno smanjenje tranzijentne impedancije, što je i očekivano s obzirom na svojstva tla.

*Napomena:* prva oznaka na grafičkim prikazima odnosi se broj i duljinu vertikalnih sondi (npr.  $4 \times 5$  znači da su postavljene četiri sonde od 5.49 m, a  $2 \times 3$  znači da su postavljene dvije sonde od 3.05 m); druga je oznaka broj i duljina horizontalnih traka (u ovom primjeru  $4 \times 15$  znači da postoje četiri horizontalne trake duljine po 15 m).

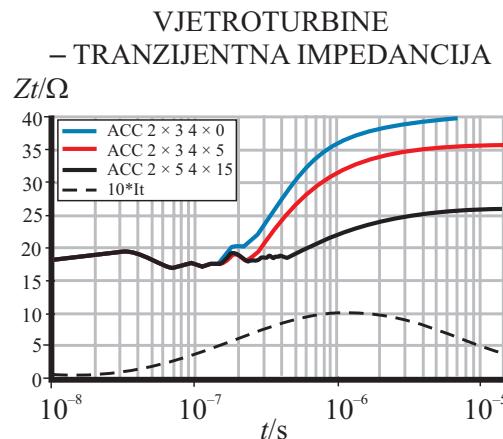
Na slikama 34.47. i 34.48. prikazani su rezultati za inducirani napon, odnosno za tranzijentnu impedanciju uzemljivačkog sustava za različite duljine dodatnih horizontalnih traka (0, 5 i 15 m).

Iz prikazanih rezultata na slikama 34.47. i 34.48. vidljivo je veliko smanjenje maksimalnoga induciranog napona te, u skladu s tim, tranzijentne impedancije s povećanjem duljine horizontalnih traka.

U odnosu prema konfiguraciji bez horizontalnih traka (plava linija na slikama 34.47. i 34.48.) vidljivo je smanjenje maksimalnoga induciranog napona za oko 4 V, odnosno 14 V za horizontalne trake duge 5 m, odnosno 15 m. Jednako se uočava i na grafu tranzijentne impedancije. Sve se tri krivulje dobro slažu do otprilike  $0.15 \mu\text{s}$ .



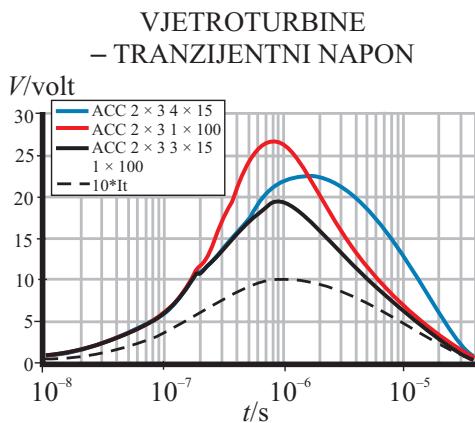
Slika 34.47. Inducirani napon na uzemljivaču za različite duljine horizontalnih traka



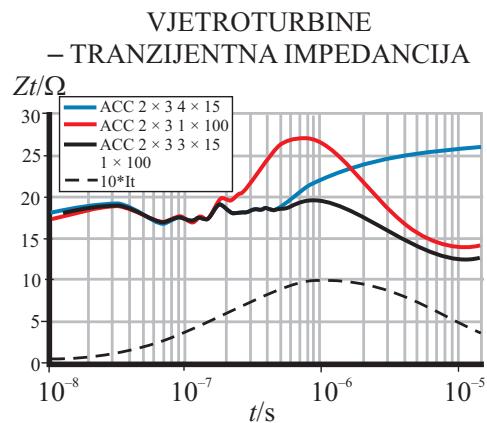
Slika 34.48. Tranzijentna impedancija uzemljivača za različite duljine horizontalnih traka

U daljnjoj se analizi razmatra utjecaj kabelskog užeta na ponašanje uzemljivačkog sustava u impulsnom režimu rada. Na slikama 34.49. i 34.50. prikazani su rezultati uspoređeni za tri različite konfiguracije:

1. uzemljivač sa četiri horizontalne trake duljine 15 m bez užeta (plava linija),
2. uzemljivač bez horizontalnih traka povezan užetom duljine 100 m (crvena linija),
3. uzemljivač s tri horizontalne trake duljine 15 m na četvrtoj strani povezan užetom duljine 100 m (crna linija).



Slika 34.49. Utjecaj užeta na inducirani napon na uzemljivaču



Slika 34.50. Utjecaj užeta na tranzijentnu impedanciju uzemljivača

Na temelju dobivenih rezultata očito slijedi da dodavanje užeta uvelike smanjuje otpor uzemljivača u stacionarnim uvjetima. Istdobno je vidljiv velik porast maksimalnoga induciranog napona i tranzijentne impedancije na konfiguraciji bez horizontalnih traka. Slijedi da je utjecaj užeta bitan ponajprije u stacionarnim uvjetima, a u tranzijentnom je režimu rada gotovo zanemariv.

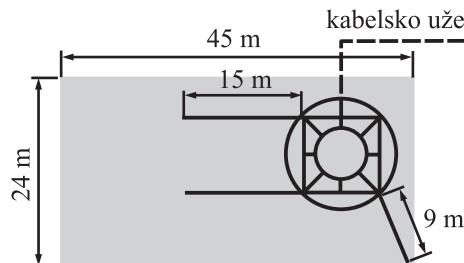
Prema očekivanjima najboljom se pokazala konfiguracija s kombinacijom horizontalnih traka i užeta (crna krivulja na slikama 34.49. i 34.50.) koja ima najbolja svojstva i u prijelaznome i u stacionarnom stanju.

### Primjer 34.9.

Treba provesti tranzijentnu analizu tipske konfiguracije uzemljivača vjetroturbine s dvije vertikalne elektrode duljine 3.05 m (ukopane u bušotinu radiusa 73 mm popunjenu sredstvom otpornosti  $\rho = 100 \Omega \text{ m}$ ), tri horizontalne trake maksimalne izvedive duljine te povezane na uže. Trake su postavljene na dubini od 1 m.

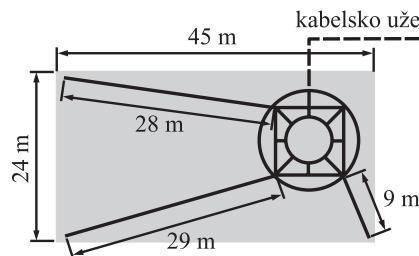
Tri su moguća načina razmještaja horizontalnih traka prikazana na slikama 34.51. do 34.53.

Prva se konfiguracija (sl. 34.51.) sastoji od dvije paralelno postavljene trake duge 15 m, a treća je traka postavljena do kuta platoa kako bi se postigla najveća moguća duljina trake (9 m).



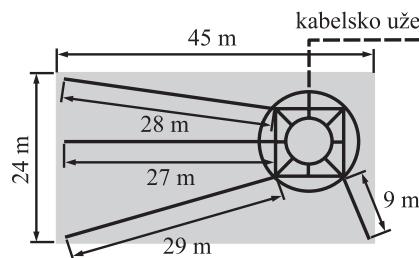
Slika 34.51. Izvedba uzemljivača s tri trake ograničene duljine

Druga konfiguracija (sl. 34.52.) podrazumijeva postavljanje svih triju traka do kutova platoa, čime je postignuta maksimalna duljina traka (28, 29 i 9 m).



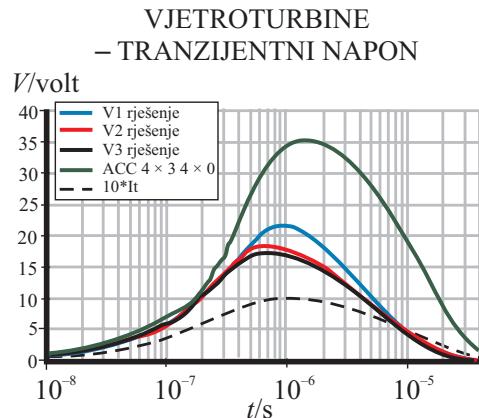
Slika 34.52. Izvedba uzemljivača s tri trake maksimalne duljine

Na trećoj konfiguraciji (sl. 34.53.) između dvije najdulje trake dodana je i četvrta traka.

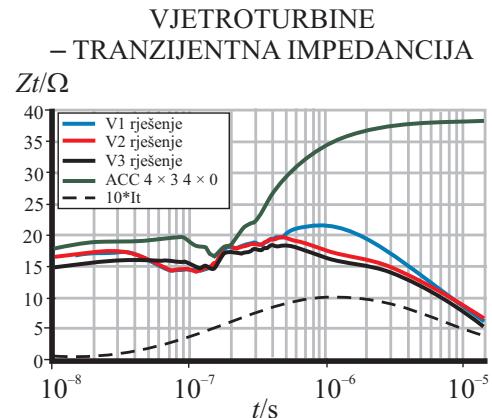


Slika 34.53. Izvedba uzemljivača uz dodavanje četvrte trake

Nakon provedene tranzijentne analize dobiveni rezultati za sve tri konfiguracije prikazani su na slikama 34.54. i 34.55. i uspoređeni s rezultatima dobivenima za početnu konfiguraciju uzemljivača, opisanu u primjeru 34.8. (zelena krivulja).



Slika 3.54. Inducirani napon za različite izvedbe uzemljivača



Slika 3.55. Tranzijentna impedancija za različite izvedbe uzemljivača

Vidljivo je da sve tri predložene konfiguracije imaju mnogo povoljniji tranzijentni odziv od početne konfiguracije. Maksimalan iznos tranzijentne impedancije na konfiguraciji s oznakom V2 (sl. 34.54.) malo je niži od  $20 \Omega$ , a u stacionarnom stanju pada ispod  $10 \Omega$ .

### Primjer 34.10.

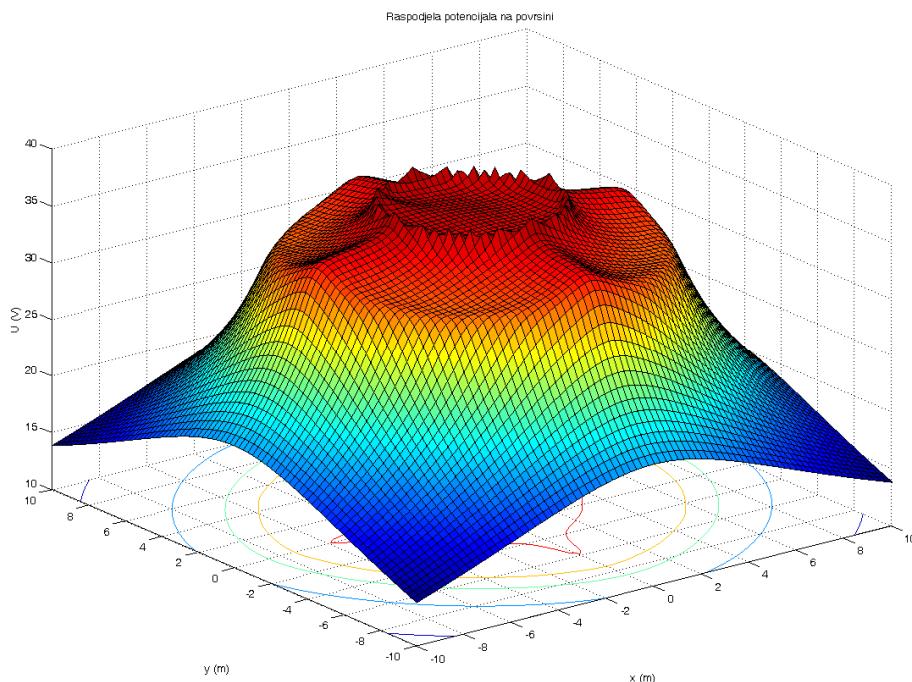
Treba odrediti raspodjelu potencijala pri frekvenciji 50 Hz za sljedeća četiri modela uzemljivača:

- osnovni uzemljivač oznake ACC\_4 × 3\_4 × 0 (dopunjeni prijedlog proizvođača)
- osnovni uzemljivač s kabelskim užetom od 200 m oznake ACC\_4 × 3\_0 × 15\_1 × 200
- predloženi uzemljivač oznake V2\_1 s kabelskim užetom od 200 m
- predloženi uzemljivač oznake V2\_1 s kabelskim užetom od 1 km.

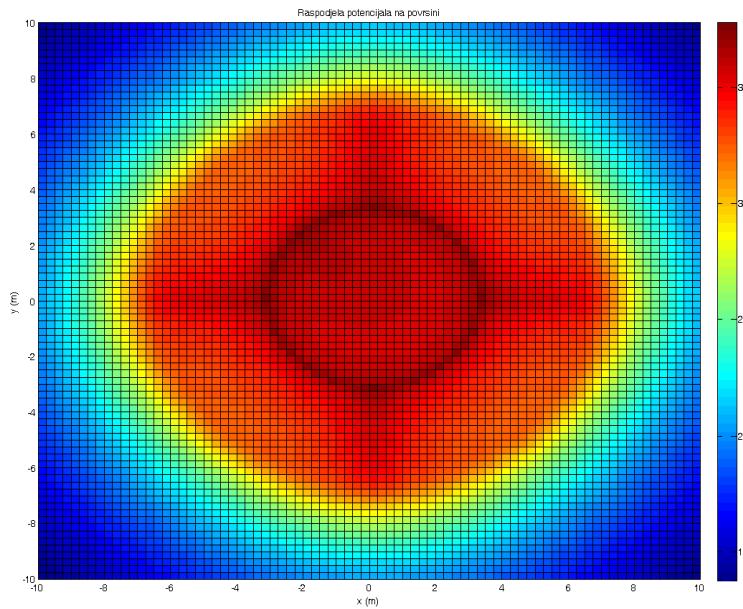
Na slici 34.56. prikazana je raspodjela potencijala na površini iznad osnovnog uzemljivača ACC\_4 × 3\_4 × 0 prikazanoga na slici 34.41. Uzemljivač je pobuđen strujom od 1 A na frekvenciji 50 Hz.

Najveći iznos napona koraka za jediničnu struju iznosi  $U_k = 5.2$  V i nalazi se na lokaciji (-0.25, 7.5), a napon dodira je  $U_d = 0.005$  V.

Budući da je riječ o linearном sustavu, raspodjela potencijala jednaka je pri bilo kojem iznosu ulazne struje, a iznosi potencijala skaliraju proporcionalno amplitudi struje.

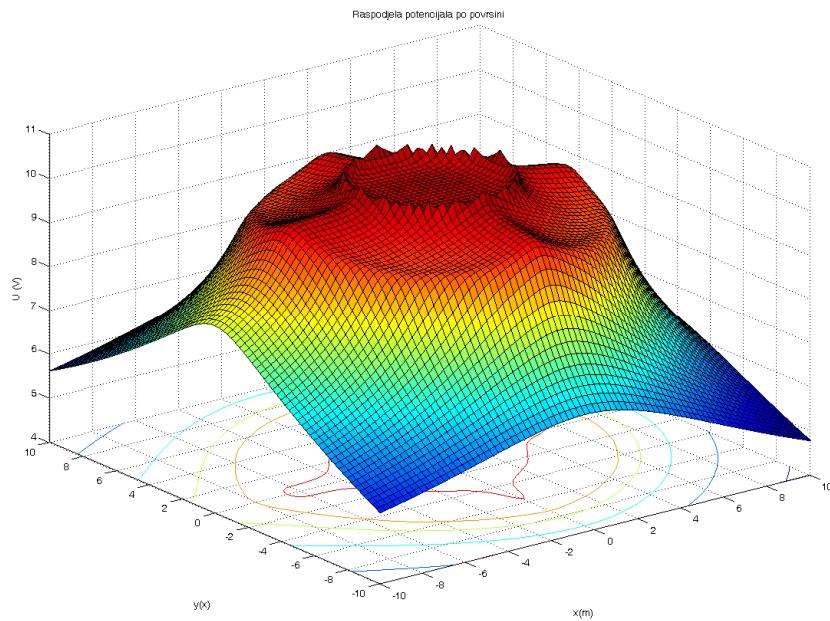


**Slika 34.56.a)** Raspodjela potencijala na površini iznad osnovnog uzemljivača, 3D prikaz

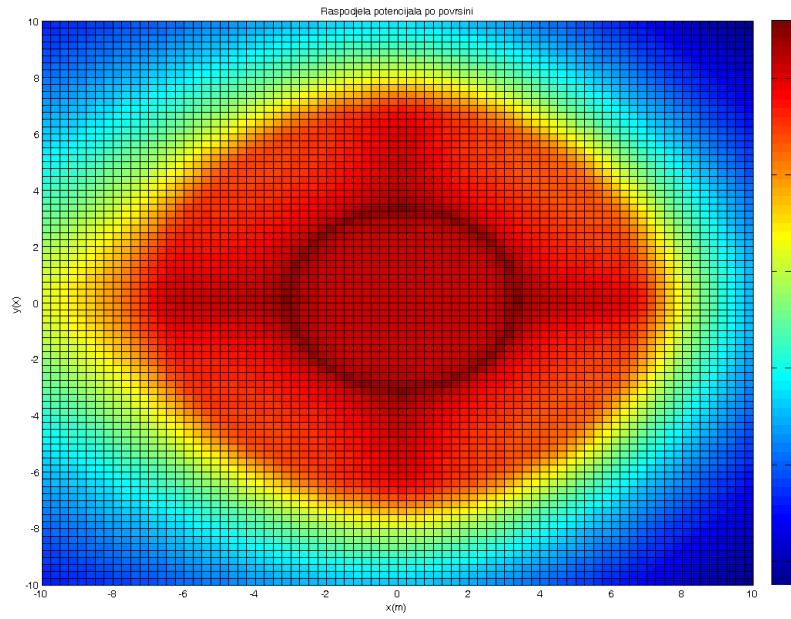


**Slika 34.56.b)** Raspodjela potencijala na površini iznad osnovnog uzemljivača 2D prikaz

Na slici 34.57. prikazana je raspodjela potencijala na površini iznad osnovnog uzemljivača ACC\_4 × 3\_0 × 15\_1 × 200 s dodanim kabelskim užetom dugim 200 m. Najveći napon koraka za jediničnu struju iznosi  $U_k = 1.2 \text{ V}$  i nalazi se na lokaciji  $(-0.25, 7.5)$ , a napon dodira je  $U_d = 0.005 \text{ V}$ .

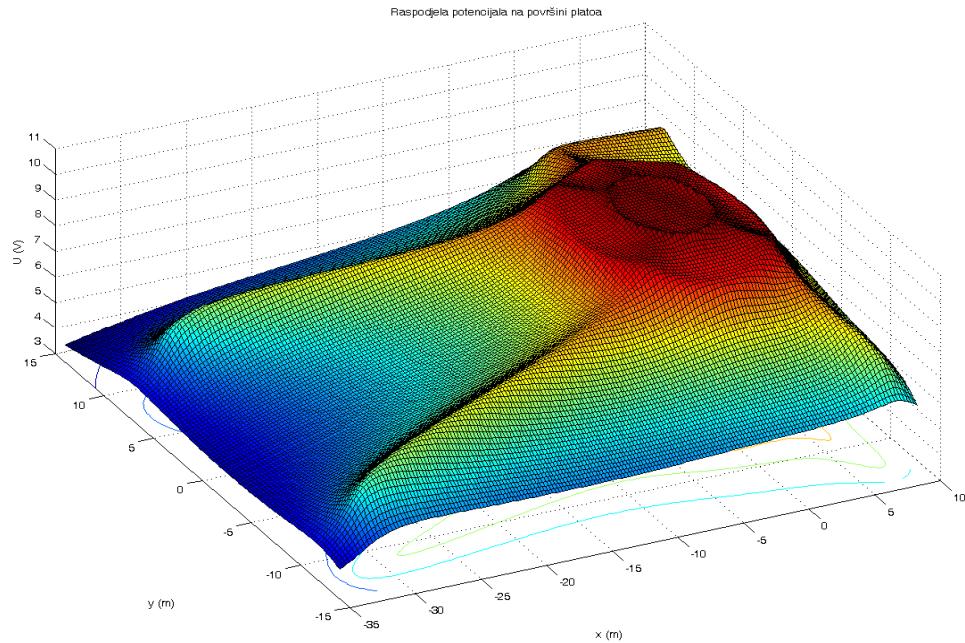


**Slika 34.57.a)** Raspodjela potencijala na površini iznad osnovnog uzemljivača spojenog na kabelsko uže dugo 200 m, 3D prikaz

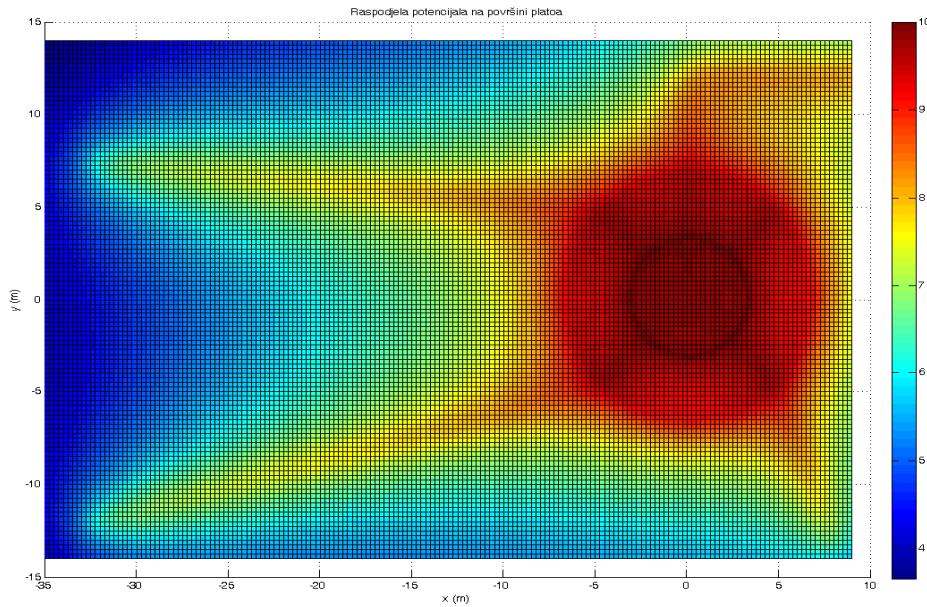


**Slika 34.57.b)** Raspodjela potencijala na površini iznad osnovnog uzemljivača spojenoga na kabelsko uže dugo 200 m, 2D prikaz

Slika 34.58. prikazuje raspodjelu potencijala na površini zemlje iznad predloženog rješenja uzemljivača označe V2\_1 s kabelskim užetom od 200 m.

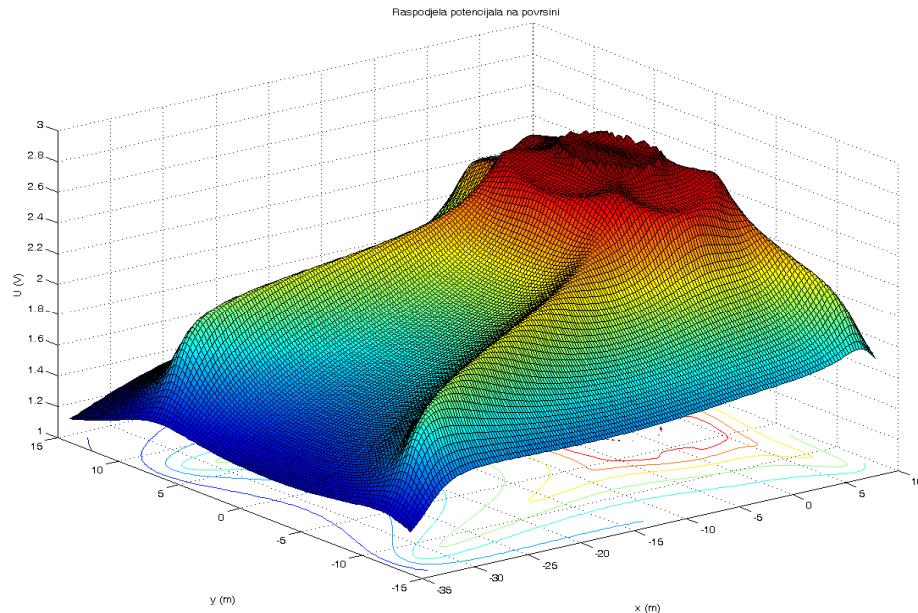


**Slika 34.58.a)** Raspodjela potencijala na površini iznad predložene inačice uzemljivača spojenog na kabelsko uže dugo 200 m, 3D prikaz

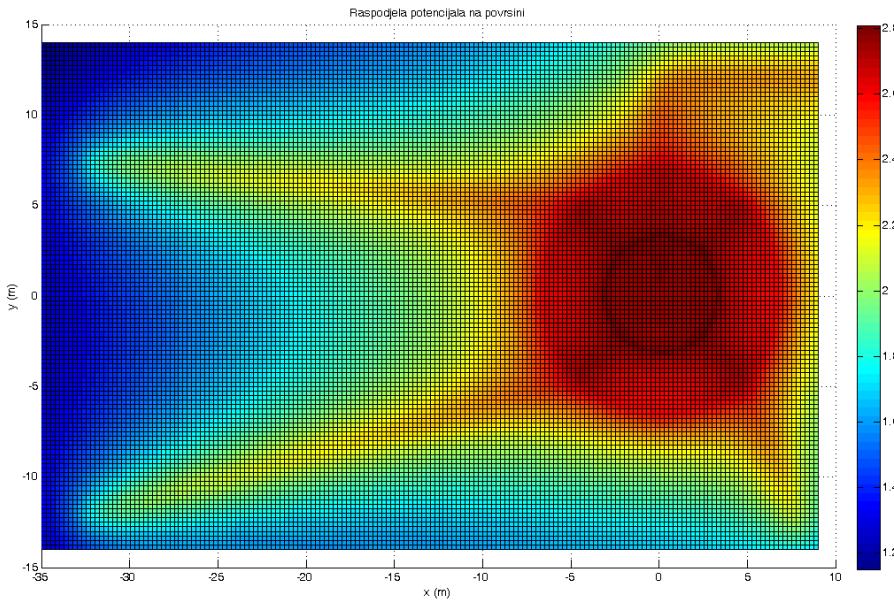


**Slika 34.58.b)** Raspodjela potencijala na površini iznad predložene inačice uzemljivača spojenoga na kabelsko uže duljine 200 m, 2D prikaz

Najveći iznos napona koraka za jediničnu struju iznosi  $U_k = 0.78$  V i nalazi se na lokaciji (-33,12), a napon dodira je  $U_d = 0.27$  V. Slika 34.59. prikazuje raspodjelu potencijala na površini zemlje iznad predloženog uzemljivača označe V2\_1 s kabelskim užetom duljine 1 km.



**Slika 34.59.a)** Raspodjela potencijala na površini iznad konačne inačice uzemljivača V2\_1 spojenoga na kabelsko uže duljine 1 km, 3D prikaz

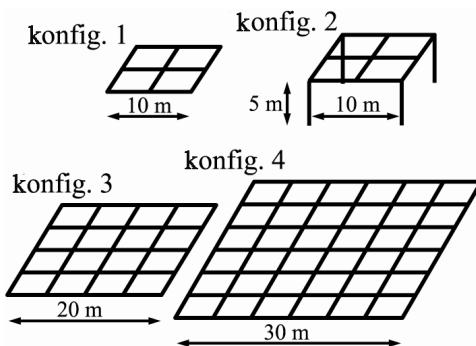


**Slika 34.59.b)** Raspodjela potencijala na površini iznad konačne inačice uzemljivača V2\_1 spojenog na kabelsko uže duljine 1 km, 2D prikaz

Najveći napon koraka za jediničnu struju iznosi  $U_k = 0.2$  V i nalazi se na lokaciji  $(-33, 12)$ , a napon dodira je  $U_d = 0.008$  V.

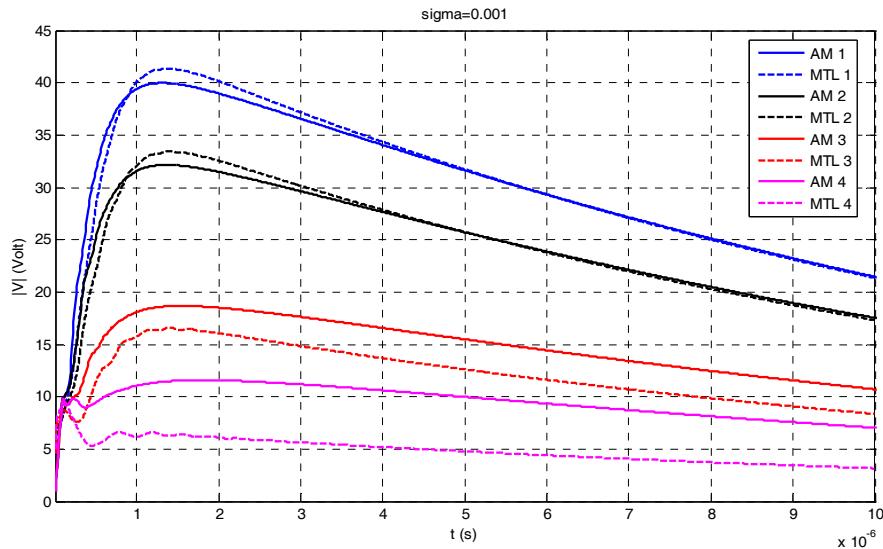
### Primjer 34.11.

Za različite konfiguracije mrežastih uzemljivača dimenzija od  $10 \times 10$  m $^2$  do  $30 \times 30$  m $^2$ , s dodatnim vertikalnim elektrodama ili bez njih, treba provesti tranzijentnu analizu metodom prijenosnih linija i teorije antena te usporediti dobivene rezultate. Sve se mrežaste konfiguracije sastoje od vodiča radijusa  $a = 5$  mm, ukopanih na dubini  $d = 1.5$  m. Različite konfiguracije uzemljivača prikazane su na slici 34.60. Razmatraju se dvije vrijednosti vodljivosti tla;  $\sigma_1 = 0.001$  S/m i  $\sigma_2 = 0.01$  S/m, uz relativnu permitivnost  $\epsilon_r = 9$ . U svim se primjerima struja injektira u središte mreže.



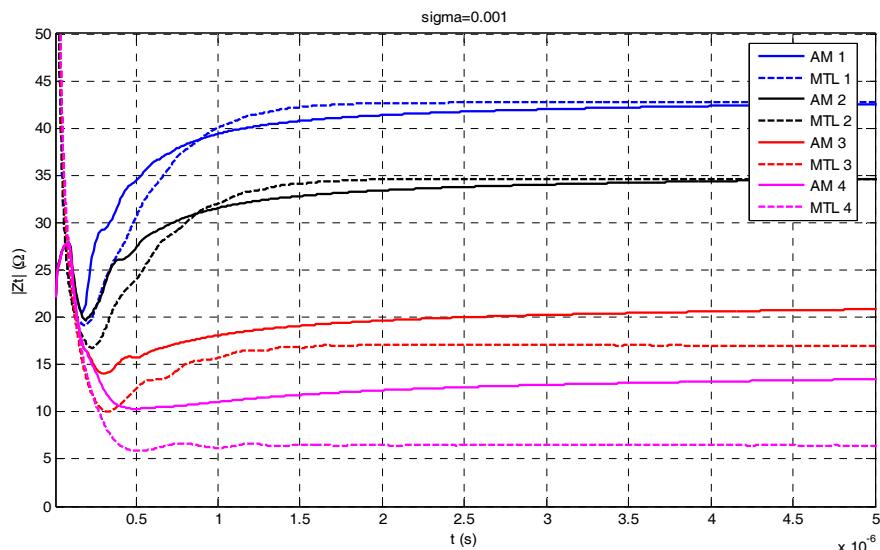
**Slika 34.60.** Različite konfiguracije uzemljivača

Parametri su dvostrukе eksponencijale kojim je reprezentirana struja munje sljedeći:  $I_0 = 1.1043 \text{ kA}$ ,  $\alpha = 0.07924 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta = 0.07924 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Na slici 34.61. prikazan je tranzijentni napon u točki napajanja izračunat primjenom metode prijenosnih linija i teorije antena za sve četiri konfiguracije uzemljivača i vodljivost tla  $\sigma_{IV} = 1 \text{ mS/m}$ , a na slici 34.62. prikazana je odgovarajuća tranzijentna impedancija.



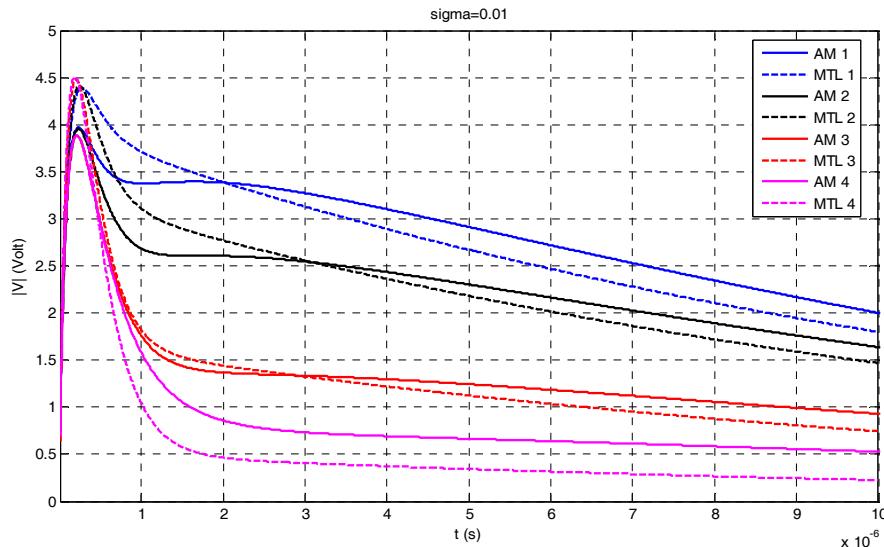
Slika 34.61. Tranzijentni napon u točki pobuđivanja uzemljivača

Rezultati tranzijentnog napona iz različitih pristupa za konfiguracije 1 i 2 zadovoljavajuće se podudaraju. Razmjerno je dobro slaganje primjetno i na konfiguraciji 3, a veće su razlike vidljive na konfiguraciji 4. Neke se razlike pojavljuju u vrlo ranim vremenima (od  $10^{-8}$  do  $10^{-7}$  s) koja odgovaraju visokofrekvencijskom sadržaju spektra ulaznog signala, što se ne može precizno odrediti primjenom modificirane metode prijenosnih linija.

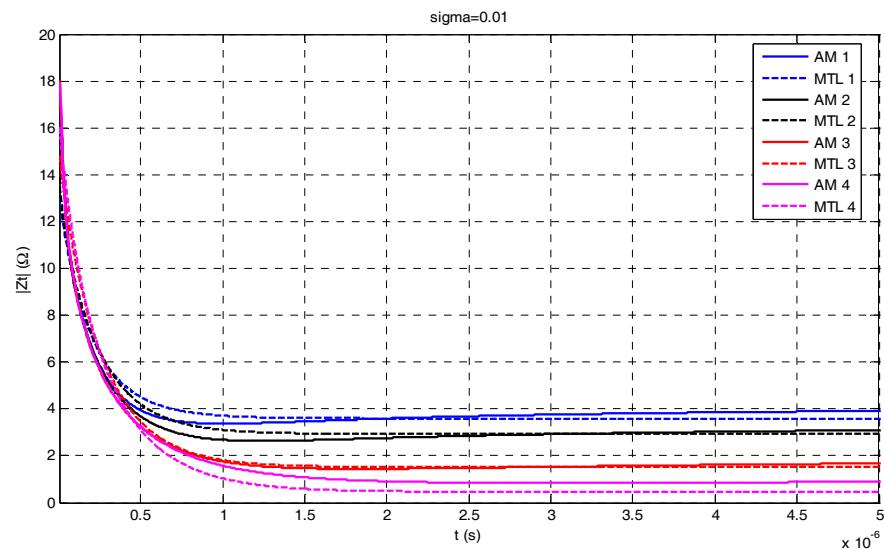


Slika 34.62. Tranzijentna impedancija za suho tlo

Slično se može zaključiti i pri razmatranju tranzijentne impedancije prikazane na slici 34.62. Što je veća dimenzija mreže, lošije je slaganje među rezultatima dobivenima primjenom različitih metoda. Odstupanja rezultata su veća ako su vodljivosti tla manja. Na slikama 34.63. i 34.64. prikazani su tranzijentni naponi u točki napajanja impedancije za vodljivost zemlje  $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$ .



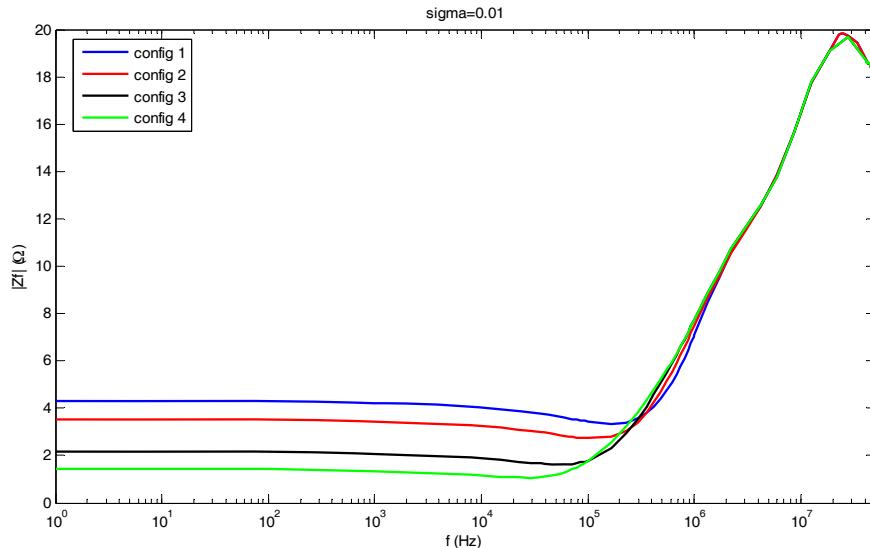
Slika 34.63. Tranzijentni napon u točki napajanja za vlažno tlo



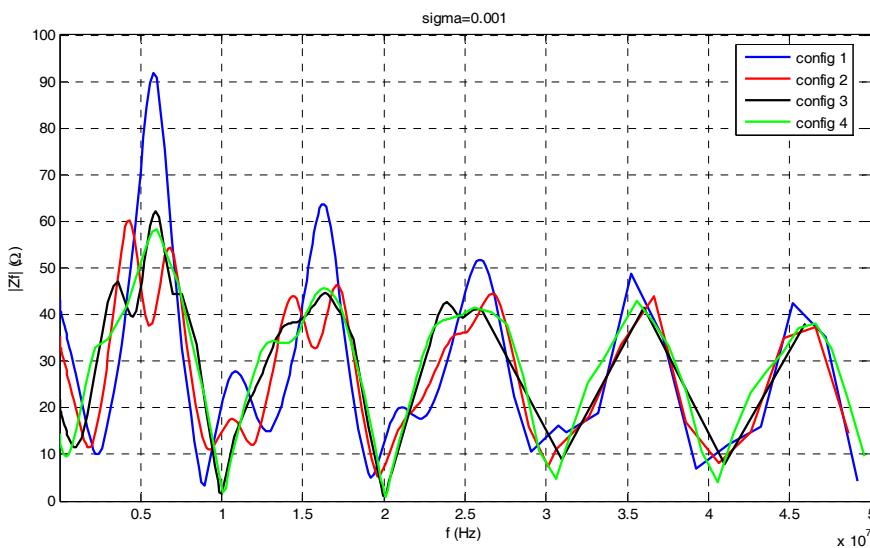
Slika 34.64. Tranzijentna impedancija za vlažno tlo

Slaganje rezultata dobivenih različitim metodama je zadovoljavajuće, posebno za kasnije vremenske trenutke koji odgovaraju niskofrekvenčkom dijelu spektra. Za vrlo rane vremenske trenutke postoji sličnost u rezultatima iako se vršci tranzijentnog napona za sve konfiguracije pomalo razlikuju.

Nadalje, s obzirom na rezultate za spektre impedancija prikazane na slikama 34.65. i 34.66. za  $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$  i  $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$ , zaključuje se da se u okolini veće vodljivosti efektivna duljina uzemljivačkih elektroda skraćuje na višim frekvencijama.



Slika 34.65. Spektar impedancije za  $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$



Slika 34.66. Spektar impedancije za  $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$

Treba napomenuti da su rezultati za spektar impedancija prikazani na slikama 34.65. i 34.66. dobiveni primjenom teorije antena.

## 35. Izloženost ljudi elektromagnetskom zračenju

U ovom se poglavlju razmatra izloženost čovjeka elektromagnetskim poljima u neionizirajućem dijelu spektra, i to od ekstremno niskih do mikrovalnih frekvencija. Ljudsko se tijelo predstavlja realističnim računalnim modelima, i s obzirom na geometriju i na električna svojstva organa. Modeli na niskim frekvencijama temelje se na kvazistatičkim aproksimacijama, Laplaceovoj jednadžbi i numeričkom modeliranju primjenom metode rubnih elemenata. Modeli na visokim frekvencijama zasnovani su na cjelovitom elektromagnetskom modelu i odgovarajućoj Helmholtzovoj jednadžbi. Razmatraju se primjeri vezani za izloženost čovjekove glave elektrostatskom polju monitora, izloženost trudnice i fetusa poljima niskih frekvencija te izloženost oka mikrovalnim frekvencijama. Dobiveni rezultati upozoravaju na činjenicu da su u nekim ekstremnim okolnostima mogući scenariji u sklopu kojih karakteristični parametri polja prelaze granične vrijednosti propisane domaćim i međunarodnim propisima. Primjerice, pri izloženosti trudnice električnom polju dalekovoda u fetusu se inducira višestruko veća gustoća struje od vrijednosti koja se inducira u mozgu trudnice. Također se opisuju i mehanizmi interakcije elektromagnetskih polja s ljudskim tijelom. Naposljetku, iznose se neke dosadašnje spoznaje vezane za biološke učinke polja ekstremno niskih i radiofrekvencija te se raspravlja o zaštitnim mjerama vezanima za međunarodne i domaće sigurnosne smjernice i granice izloženosti.

### 35.1. Uvodna razmatranja

Postojanje umjetno stvorenih elektromagnetskih polja u neionizirajućem dijelu spektra, u ljudskom okolišu od ekstremno niskih (otprilike 1 Hz) do ekstremno visokih frekvencija (do nekoliko stotina GHz), odavno je neodvojiv dio suvremenog društva uz koje se nužno vežu mnoge kontroverze i do danas neodgovorena pitanja vezana za potencijalno štetne efekte na ljude [60] – [69]. U širokom spektru od 0 Hz do 300 GHz najviše se promatra područje ekstremno niskih frekvencija (do 3 kHz) te područje mikrovalnih frekvencija. Dominantan učinak električnih i magnetskih polja niskih frekvencija su neuromišićne stimulacije. Na visokim pak frekvencijama, na kojima valna duljina upadnog polja postaje usporediva s dimenzijama ljudskog tijela ili pojedinih organa u tijelu, presudnu ulogu u biološkim učincima zbog efekta rezonancije imaju toplinski efekti.

U međunarodnim smjernicama osnovni parametar za evaluaciju učinaka električnih i magnetskih polja niskih frekvencija dugo je bila inducirana gustoća struje u ljudskom tijelu, a od 2010. godine razmatra se i inducirano električno polje. U trenutku pisanja ovog poglavlja u Hrvatskoj se legislativi i dalje razmatra gustoća struje.

Na ekstremno niskim frekvencijama zanemaruju se Maxwellove pomačne struje, pa se električna i magnetska polja gotovo uvijek razmatraju posebno. Čovjek tako može biti izložen djelovanju niskonaponskih sustava pri kojima dominantno zračenje dolazi od magnetskog polja, ili pak djelovanju visokonaponskih sustava pri kojima dominantno zračenje dolazi od električnog polja. Te su činjenice vrlo bitne za izradbu modela ljudskog tijela. Naime, ako je riječ o izloženosti magnetskim poljima, inducirane su struje u ljud-

skom tijelu vrtložne, a ako je riječ o izloženosti električnim poljima, struje inducirane u tijelu su aksijalne, tj. ne tvore zatvorene petlje već završavaju na odgovarajućoj površinskoj gustoći naboja na površini tijela.

Ljudi su posebno osjetljivi na elektromagnetska polja visokih frekvencija jer tijelo apsorbira izračenu elektromagnetsku energiju i popratni toplinski učinak postaje dominantan.

Za razliku od analize na niskim frekvencijama koja se temelji na proračunu induciranih gustoća struja u tijelu, na visokim je frekvencijama, zbog apsorbirane energije elektromagnetskog zračenja, stupanj specifične apsorpcije ili specifična gustoća apsorbirane snage (eng. *Specific Absorption Rate – SAR*) osnovni parametar za kvantificiranje toplinskih učinaka. Proračun SAR-a pripada području teorijske dozimetrije koja se obično naziva dozimetrijom unutarnjeg polja (eng. *internal field dosimetry*). Analiza izloženosti ljudi poljima visokih frekvencija odnosi se na cijelo tijelo samo ako se čovjek nalazi dovoljno daleko od izvora zračenja, tj. u daljinskom polju, primjerice, u zračenom polju bazne stanice. U tom slučaju moguće je koristiti pojednostavljenim modelima ljudskog tijela poput paralelopipeda ili cilindra. Istodobno, kad se čovjek nalazi u bliskom polju izvora zračenja, primjerice u polju mobilnog telefona, analizira se dio tijela koji je neposredno izložen zračenju (glava, mozak, oko).

Mjere zaštite uglavnom se odnose na administrativne kontrole, medicinski nadzor te kao fundamentalni korak, smanjenje razine zračenja, odnosno svodenje emisije polja na prihvatljive razine. Međunarodna i domaća regulativa zaštite od elektromagnetskih polja posebno razmatra radnu populaciju te onu koja se sama po sebi smatra vulnerabilnjom – opću populaciju (starci, djeca, bolesnici, trudnice).

U ovom se poglavlju najprije razmatraju postupci elektromagnetske dozimetrije unutarnjeg polja, koji se svode na računalne simulacije gustoće struje, specifičnu gustoću apsorbirane snage i porast temperature u tijelu zbog izloženosti čovjeka vanjskim izvorima niskih, odnosno visokih frekvencija. Podatci o vanjskom polju dobivaju se primjenom teorijskih i/ili eksperimentalnih metoda dozimetrije upadnog polja koje zapravo pripadaju području klasične elektrodinamike i općenito nisu vezane za problematiku izloženosti ljudi elektromagnetskim poljima. Stoga se u ovom poglavlju problematika dozimetrije upadnog polja posebno ne razmatra. Poznavanje vanjskog polja, kojemu je čovjek izložen u smislu ulaznih parametara, omogućuje dozimetriju unutarnjeg polja, odnosno određivanje elektromagnetskih veličina induciranih u čovjeku. Nadalje, iznose se primjeri računalnih simulacija interakcije neionizirajućih polja i ljudi, a koji se odnose na izloženost elektrostatskom polju monitora, izloženost trudnice električnom polju dalekovoda i izloženost oka polju ravnog vala.

U nastavku su izneseni mehanizmi sprege elektromagnetskog polja na niskim i visokim frekvencijama i ljudskog tijela te do danas utvrđeni pripadni biološki učinci. Nапослјетку, obrađene su i zaštitne smjernice dostupne u međunarodnoj i domaćoj legislativi.

## 35.2. Elektromagnetska dozimetrija

Temeljni su koncepti međudjelovanja makroskopskih elektromagnetskih polja s materijalima postavljeni još u 19. stoljeću u obliku skupa Maxwellovih jednadžbi. Istodobno, primjena tih temeljnih zakona elek-

tromagnetizma na žive sustave iznimno je teška zadaća s obzirom na složenost i višestruke razine organizacije bioloških sustava.

Budući da eksperimentiranje na ljudima u režimu visokih doza ozračenosti ili dugotrajne izloženosti elektromagnetskim poljima nije moguće, eksperimenti se provode jedino na fantomima i životinjama. Od teorijskih se pak modela i sofisticiranih računalnih simulacija očekuje da što vjernije interpretiraju i potvrde eksperiment, ali i omoguće razvoj ekstrapolacijskih postupaka i tako uspostave sigurnosne smjernice i granice ozračenosti za ljudska bića.

S obzirom na svojstva analize, dozimetriju možemo podijeliti na teorijsku i eksperimentalnu, a s obzirom na frekvencijsko područje, na niskofrekvenčnu i visokofrekvenčnu. Ovisno o tome određuju li se vanjska polja generirana nekim izvorom zračenja ili polja inducirana unutar ljudskog tijela, dozimetriju dijelimo na dozimetriju vanjskoga, i dozimetriju unutarnjeg polja.

Iznimna je matematička kompleksnost te problematike još prije nekoliko desetljeća, u ranoj fazi razvoja digitalnih računala, diktirala primjenu kanonskih modela, tj. geometrija s visokim stupnjem simetrije putem cilindara, elipsoida, diskova i različitih sfernih konfiguracija. Ograničenja takvih, previše pojednostavljjenih, modela uglavnom su vezana za nedovoljnu preciznost rezultata i razmjerno malo situacija koje se može smatrati realističnima. Na današnjem stupnju razvoja računala uglavnom se rabe sofisticirane numeričke metode analize interakcije ljudskog tijela s elektromagnetskim poljima u smislu proračuna induciranih gustoća struja i polja unutar ljudskog tijela. Pri tretiranju realističnim, anatomske vjernim modelima ljudskog tijela najviše se rabe metoda konačnih diferencija, metoda konačnih elemenata i metoda rubnih elemenata. Te numeričke metode omogućuju precizno modeliranje i složene geometrije ljudskog tijela i heterogenosti njegovih električnih svojstava.

U tim je istraživanjima zasigurno najzastupljenija metoda konačnih diferencija u vremenskom području (FDTD) [70] – [74], malo se manje rabi metoda konačnih elemenata (FEM) [75], a promociju u bioelektromagnetizmu metoda rubnih elemenata (eng. *Boundary Element Method BEM*) [76–78], [80] zapravo se tek doživjava.

Metoda rubnih elemenata mnogo je sofisticiranija tehnika od široko primjenjivane metode konačnih diferencija. Računalno se ipak smatra manje zahtjevnom od metode konačnih elemenata, jer je nužno diskretizirati jedino granicu područja, odnosno potpodručja, ovisno o tome je li riječ o homogenom ili nehomogenom području proračuna.

Općenito, inducirane struje i polja u ljudskom tijelu uzrokuju toplinske i netoplinske učinke. Kad je čovjek izložen poljima niskih frekvencija, toplinski su efekti zanemarivi, a mogući netoplinski efekti odnose se na staničnu razinu. Poznavanje gustoće struje inducirane u tijelu temelj je za razumijevanje interakcije ljudskog tijela s poljima niskih frekvencija.

Gustoća struje unutar tijela može se inducirati zbog vanjskih električnih, odnosno magnetskih polja. Unutarne su gustoće struja zbog vanjskih električnih polja aksijalne, a inducirane gustoće struja zbog vanjskoga magnetskog polja formiraju zatvorene petlje u tijelu.

Unutarnja je gustoća struje  $J$  zbog vanjskoga narinutoga električnog polja definirana Ohmovim zakonom u njegovu diferencijalnom obliku:

$$J = \sigma E \quad (35.1.)$$

gdje je  $\sigma$  vodljivost tkiva, a  $E$  jakost odgovarajućega električnog polja.

Istodobno gustoća struje, koja se inducira u ljudskom tijelu, zbog vanjskoga narinutoga magnetskog polja tvori zatvorene petlje i može se odrediti primjenom relacije [67] – [68]:

$$J = \sigma \pi r f B \quad (35.2.)$$

gdje je  $B$  magnetska indukcija okomita na tijelo,  $f$  je dana frekvencija, a  $r$  radijus kružne petlje.

S obzirom pak na visokofrekvenčni bioelektromagnetizam ključno se pitanje svodi na određivanje iznosa apsorbirane elektromagnetske energije u tijelu i njezine distribucije unutar tijela.

Temeljna je dozimetrijska veličina na visokim frekvencijama specifična gustoća apsorbirane snage ili stupanj specifične apsorpcije koji predstavlja po masi usrednjenu snagu disipiranu u biološkom tkivu [66]:

$$\text{SAR} = \frac{dP}{dm} = \frac{d}{dm} \frac{dW}{dt} = C \frac{dT}{dt}, \quad (35.3.)$$

gdje je  $C$  specifični toplinski kapacitet tkiva,  $T$  je temperatura, a  $t$  vrijeme.

Izraz (35.3.) definicija je SAR-a koja proizlazi iz toplinskog učinka, odnosno iz posljedice zračenja.

Istodobno, promatra li se uzrok porasta temperature u obliku unutarnjega električnog polja, SAR je u tkivu proporcionalan kvadratu unutarnjega električnog polja [66]:

$$\text{SAR} = \frac{dP}{dm} = \frac{dP}{\rho dV} = \frac{\sigma}{\rho} |E|^2, \quad (35.4.)$$

gdje su  $E$  efektivna vrijednost električnog polja,  $\rho$  gustoća tkiva, a  $\sigma$  vodljivost tkiva.

Dakle, SAR je direktno proporcionalan unutarnjem polju, pa se glavna zadaća dozimetrije na visokim frekvencijama svodi na određivanje raspodjele električnog polja unutar tijela.

Raspodjela SAR-a uglavnom se određuje primjenom računalnih modela, ili se na neki način procjenjuje na temelju mjerena u laboratorijima. Općenito, iznos SAR-a ovisi o parametrima upadnog polja, svojstvima tijela te apsorpcijskim i refleksijskim svojstvima okoliša. Induciranje maksimalnog SAR-a u cijelom se tijelu gotovo uvijek događa ako je vanjsko električno polje paralelno s ljudskim tijelom.

Dakle, analiza izloženosti ljudi zračenju elektromagnetskim poljima od ekstremno niskih do mikrovalnih frekvencija implicira primjenu realističnih modela uz implementaciju suvremenih numeričkih metoda.

Nadalje se razmatraju računalne simulacije izloženosti ljudske glave elektrostatskom polju monitora, izloženosti trudnice električnom polju dalekovoda te je iznesena elektromagnetsko-toplinska dozimetrija oka pri čovjekovoj izloženosti zračenju ravnog vala. Rezultati prezentirani u ovom poglavljiju u skladu su s rezultatima dobivenim različitim metodama i objavljenim u ostalim publikacijama, primjerice [73], [75], [81].

### 35.2.1. Izloženost elektrostatskom polju videoterminala

Izloženost ljudi elektrostatskom polju monitora još nije dovoljno istražena ni u potpunosti razjašnjena. Štoviše, ni pitanje graničnih vrijednosti izlaganja nije zadovoljavajuće riješeno.

Uz zanemarivanje gustoće naboja u prostoru između glave čovjeka i monitora, matematički model trodimenzionalnoga elektrostatskog polja između videojedinice i ljudske glave zasniva se na Laplaceovoj jednadžbi za skalarni električni potencijal  $\varphi$  [82]:

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad (35.5.)$$

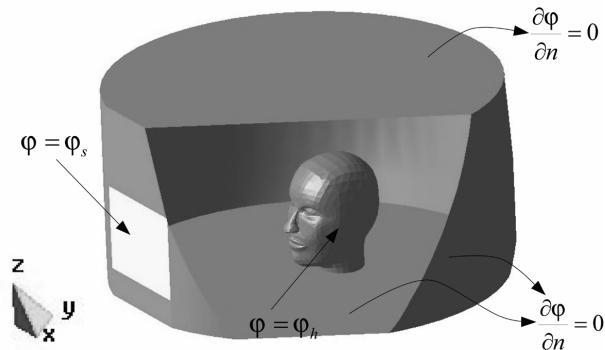
uz pridružene rubne uvjete

$$\varphi = \varphi_s \text{ na ekranu monitora} \quad (35.6.)$$

$$\varphi = \varphi_h \text{ na glavi} \quad (35.7.)$$

$$\nabla \varphi \cdot \vec{n} = 0 \text{ na bočnim granicama.} \quad (35.8.)$$

Važno je napomenuti da se glava smatra ekvipotencijalnom površinom na potencijalu  $\varphi_h$ . Područje proračuna uz pripadne rubne uvjete prikazano je na slici 35.1.

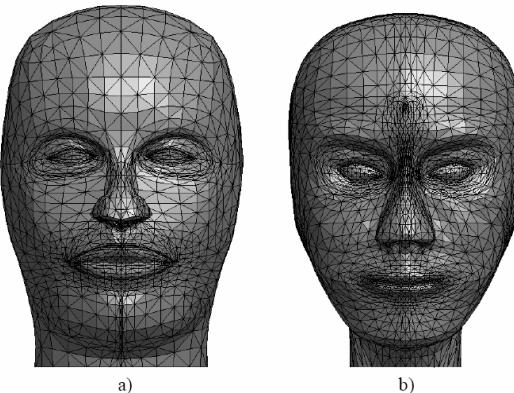


Slika 35.1. Trodimenzionalni model ljudske glave ispred monitora

Izložena formulacija uključuje parametre  $l_s$ ,  $d_s$ ,  $\varphi_s$  i  $\varphi_h$ , koji označuju udaljenost između ekrana i nosa, dijagonalu ekrana, elektrostatski potencijal ekrana i naposljetku potencijal glave.

Vrijednosti su parametara sljedeće:  $l_s = 40$  cm,  $d_s = 17$  in,  $\varphi_s = 15$  kV i  $\varphi_h = 0$  kV. Pretpostavka je da je riječ o monitoru formata 4 : 3, s duljinom ekrana 34.3 cm i visinom 25.7 cm. Također, radijus područja proračuna prikazanoga na slici 35.1 iznosi oko 1 m, uz visinu od oko 0.6 m. Dimenzije su glave 21 cm × 16.5 cm) [82].

Vrijedi napomenuti da se prepostavlja kako su obrve na istom potencijalu kao i lice. Ostali se parametri, poput temperature, vlage i vodljivosti ekrana, ne razmatraju u svrhu pojednostavljenja modela. Ipak, treba naglasiti da je vlažnost zraka vrlo bitan čimbenik, a u ovim se proračunima prepostavlja vrlo niska vrijednost, odnosno suh zrak. Razmatraju se dvije tipične geometrije glave (žena europskoga i azijskog podrijetla) u svrhu potpunije analize utjecaja geometrije lica, kako je prikazano na slici 35.2.



**Slika 35.2.** Mreža rubnih elemenata za različite model glave  
a) europski oblik glave – osoba 1, b) azijski oblik glave 2 – osoba 2

Laplaceova jednadžba (35.5.) rješava se primjenom metode rubnih elemenata uz dekompoziciju potpodručja [3].

Primjenom poopćena Gaussova integralnog teorema, a nakon određenih matematičkih manipulacija, dobiva se Greenova integralna reprezentacija funkcije  $\varphi$  [3], a provođenjem postupka diskretizacije granice na  $N_k$  elemenata rezultira sljedećim izrazom:

$$c_i \varphi_i + \sum_{j=1}^{N_k} \int_{\Gamma_{k,j}} \varphi \frac{\partial \varphi^*}{\partial n} d\Gamma = \sum_{j=1}^{N_k} \int_{\Gamma_{k,j}} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \varphi^* d\Gamma, \quad (35.9.)$$

gdje je  $i$  točka izvora, a  $\Gamma_{k,j}$  odnosi se na  $j$ -ti rubni element  $N_k$ ,  $\partial \varphi^* / \partial n$  označuje derivaciju po normali na granicu fundamentalnog rješenja, a  $\varphi_i$  se odnosi na točke unutar područja.

Nadalje,  $c$  je geometrijski ovisan član pomoću kojega se razmatra Cauchyev oblik singulariteta, a  $\varphi^*$  je Greenova funkcija za trodimenzionalne probleme oblika:

$$\varphi^*(R) = \frac{1}{4\pi R}, \quad (35.10.)$$

pri čemu je  $R$  udaljenost od točke izvora do točke promatranja.

Nakon određenih matematičkih manipulacija dobiva se sustav algebarskih jednadžbi za potpodručje u matričnoj formi [3], [60]:

$$[H]\{\varphi\} - [G] \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right\} = 0, \quad (35.11.)$$

gdje su opći članovi matrica  $[H]$  i  $[G]$  definirani izrazima

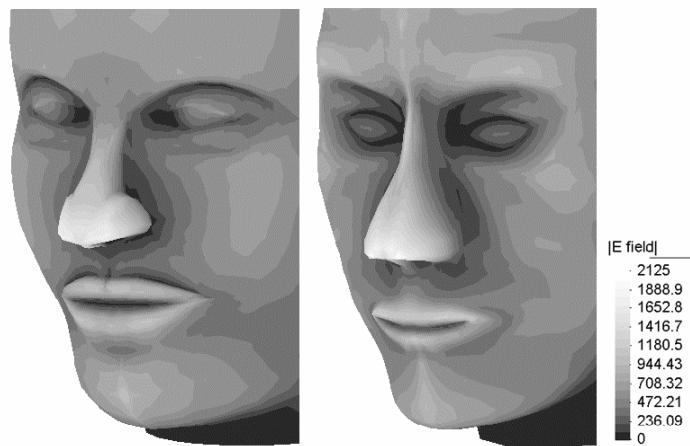
$$H_{ij}^n = \int_{\Gamma_{k,j}} f_n \left( \frac{\partial \varphi^*}{\partial n} \right)_j d\Gamma \quad (35.12.)$$

$$G_{ij}^n = \int_{\Gamma_{k,j}} f_n \varphi^* d\Gamma, \quad (35.13.)$$

pri čemu se  $n$  odnosi na kolokacijske čvorove unutar  $j$ -tog elementa.

Globalni se sustav jednadžbi gradi (asemlira) iz lokalnih sustava pojedinog potpodručja. Rješavanjem sustava jednadžbi (35.11.) dobivaju se nepoznate vrijednosti potencijala, odnosno njegove normalne derivacije na granici. Naposljetku je, primjenom integralne relacije (35.9.), moguće dobiti potencijal u proizvoljnoj točki područja.

Dobiveni se rezultati za jakost polja razlikuju u ta dva primjera, tj. maksimalna vrijednost polja na nosu osobe 1 iznosi 1 760 V/cm, odnosno 176 kV/m i niža je u odnosu prema vrijednosti polja koje se inducira na nosu osobe 2, a iznosi 2 125 V/cm, odnosno 212.5 kV/m. Ta je razlika očito uvjetovana različitostima u obliku lica, osobito u obliku nosa. Za ostatak površine lica ta razlika nije toliko bitna.



**Slika 35.3.** Jakost električnog polja na licu osobe 1 i osobe 2

Iz slike je vidljivo i da je jakost polja oko očiju razmjerno niska u odnosu prema ostalim dijelovima lica te iznosi između 400 i 500 V/cm.

### 35.2.2. Izloženost trudnice električnom polju dalekovoda

Među ugroženim su skupinama opće populacije su sasvim sigurno i trudnice. Izloženost trudnice elektromagnetskim poljima niskih frekvencija predstavlja čini otvoreno polje istraživanja koje zahtijeva posebnu pozornost u svjetlu potencijalnih zdravstvenih implikacija za majku i fetus.

Numeričko je modeliranje gotovo jedini pristup za određivanje induciranih struja i polja unutar tijela trudne žene.

Dva su važna čimbenika koja znatno otežavaju dozimetriju unutar fetusa i trudne žene; prikupljanje podataka o električnim svojstvima fetusa i okolnih tkiva koji su u literaturi rijetki i vrlo raspršeni te činjenica kako je iznimno teško, gotovo nemoguće prikupiti *in vivo* mjerena u sklopu realističnih situacija. Posebno su otežavajući aspekt pri takvoj analizi iznimno složene promjene geometrije i fizikalnih svojstava tijela žene iz tjedna u tjedan tijekom trudnoće. Štoviše, numeričko je modeliranje pri takvoj analizi osobito bitno.

U ovom je poglavlju izložena primjena metode rubnih elemenata pri analizi izloženosti trudnice električnom polju visokonaponskih dalekovoda, tj. provodi se procjena električnih polja i gustoća struja induciranih u fetusu u različitim situacijama vodljivosti, razmatrajući pri tome i različit položaj fetusa unutar maternice.

Različite faze trudnoće relevantne za modeliranje odnose se na varijaciju geometrije trudnice i električnih svojstava tkiva za vrijeme trudnoće. Matematički model zasniva se na kvazistatičkoj aproksimaciji i pri-padnoj Laplaceovoj jednadžbi. Polazeći od jednadžbe kontinuiteta u diferencijalnoj formi

$$\nabla \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (35.14.)$$

gdje je  $\vec{J}$  gustoća struje,  $\rho$  volumna gustoća naboja koja se može izraziti pomoću skalarog potencijala  $\varphi$  za slučaj vremenski-harmonijskih ovisnosti promatranih veličina na ekstremno niskim frekvencijama, do-biva se Laplaceova jednadžba oblika [78] – [80]:

$$\nabla [(\sigma + j\omega\epsilon) \nabla \varphi] = 0, \quad (35.14.a)$$

gdje je  $\omega = 2\pi f$  kružna frekvencija,  $\sigma$  vodljivost, a  $\epsilon$  permitivnost sredine.

Nadalje, na ekstremno niskim frekvencijama dielektrična se svojstva tijela mogu zanemariti, odnosno svi se organi smatraju dobrim vodičima. Laplaceova jednadžba (35.5.) može se riješiti uz poznavanje odgo-varajućih uvjeta na granici područja i uvjeta na prijelazu između dviju električki različitih sredina unutar tijela. Uvjet za tangencijalne komponente električnog polja u okolini granice dviju sredina, ako se elek-trična polja izraze pomoću potencijala, može se napisati u obliku [78] – [80]:

$$\vec{n} \times (\nabla \varphi_b - \nabla \varphi_a) = 0, \quad (35.15.)$$

gdje je  $\vec{n}$  jedinični vektor vanjske normale na površinu, a veličine  $\varphi_a$  i  $\varphi_b$  potencijali u zraku, odnosno u ljudskom tijelu.

Uvjet na granici za normalnu komponentu inducirane gustoće struje tik uz granicu tijelo-zrak dan je re-lacijom [78]–[80]:

$$\sigma_b \vec{n} \nabla \varphi_b = -j\omega \rho_s, \quad (35.16.)$$

gdje je  $\rho_s$  površinska gustoća naboja,  $\sigma_b$  odgovarajuća vodljivost tkiva, a  $\varphi_b$  skalarni potencijal na povr-šini tijela.

Ako se gustoća električnog toka izrazi pomoću skalarog potencijala, uvjet za normalnu komponentu gustoće električnog toka tik uz granicu zrak-tijelo, ima oblik [78] – [80]:

$$\epsilon_0 \vec{n} \nabla \varphi_a = \rho_s, \quad (35.17.)$$

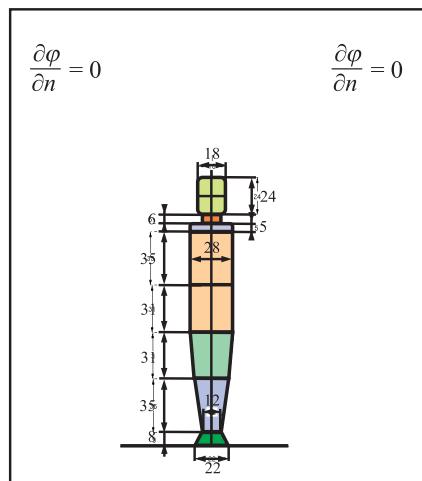
gdje je  $\varphi_a$  potencijal u zraku tik uz površinu tijela.

Područje proračuna uz pripadne rubne uvjete prikazano je na slici 35.4.

$$\varphi = U_0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad \varphi = 0$$

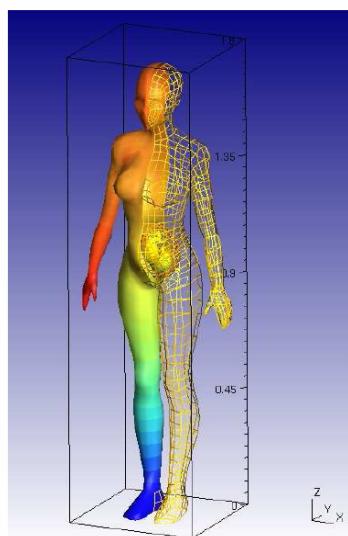
$$\varphi = U_0$$



$$\varphi = 0$$

**Slika 35.4.** Trodimenzionalni model trudnice uz pripadne rubne uvjete

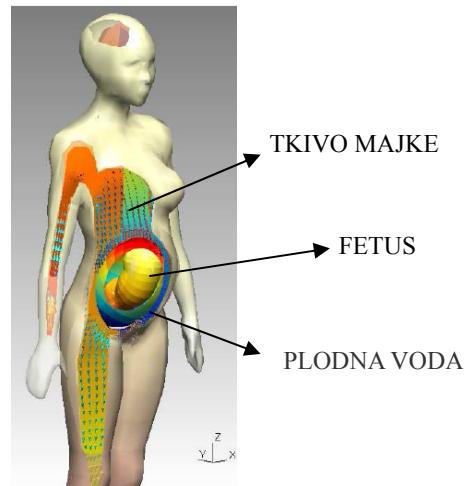
Tijelo je postavljeno između paralelnih elektroda u obliku kružnih ploča u središtu donje ploče koja je na nultom potencijalu, a gornja se ploča nalazi na odgovarajućem potencijalu viskonaponske prijenosne linije. Realistične modele ljudskog tijela, zasnovane na anatomskim karakteristikama tijela, grupa oko autora postupno je razvijala tijekom duljeg razdoblja [66] – [79], [82] – [83]. Model trudne žene prikazan je na slici 35.5. [80].



**Slika 35.5.** Anatomski zasnovani model trudne žene

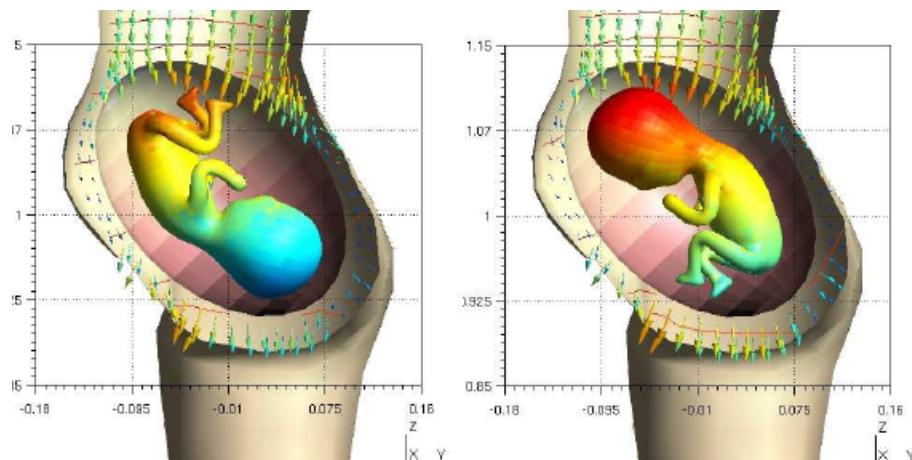
U razdoblju razvoja embrija (od trećeg do osmog tjedna trudnoće) izloženost embrija agensima poput vanjskih elektromagnetskih polja može biti uzrok velikih kongenitalnih malformacija. Tijekom fetalnog razdoblja događa se rast, razvoj i sazrijevanje struktura koje su se već formirale u razdoblju embrija.

Model koji se razmatra u ovom radu odnosi se na četiri različite faze trudnoće koje vremenski odgovaraju 8., 13., 26. i 38. tjednu trudnoće. S obzirom na električna svojstva majčine utrobe i fetusa, problem se razmatra na tri poddomene (sl. 35.6.): tkivo maternice, amnionska tekućina i fetus.



Slika 35.6. Potpodručja u modelu trudnice

Podatci o geometriji za model fetusa dobiveni su pomoću CT snimaka u različitim stadijima trudnoće. Mogući položaji fetusa u utrobi majke prikazani su na slici 35.7.

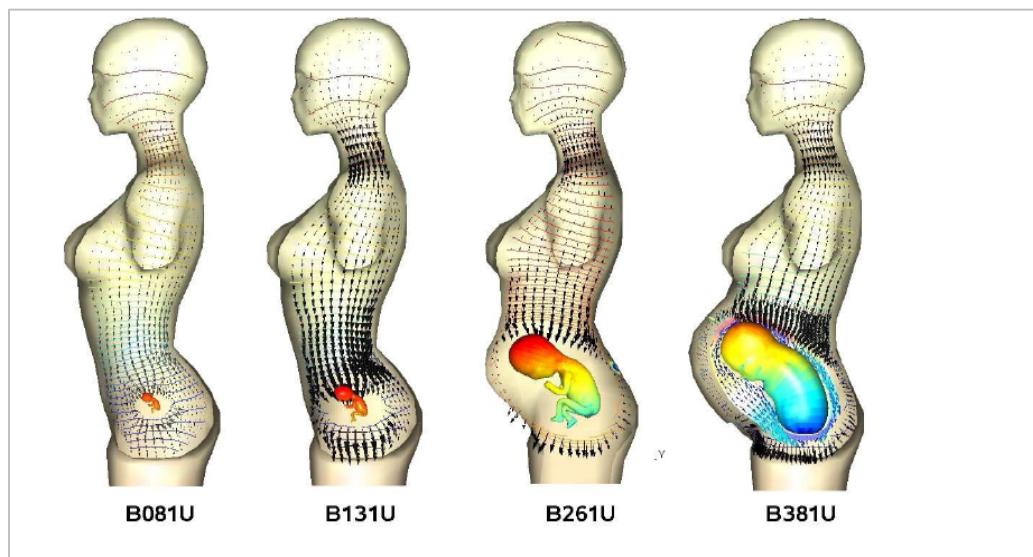


Slika 35.7. Položaj fetusa u majčinoj utrobi

Jednadžba (35.14.) rješava se metodom rubnih elemenata, kako je opisano relacijama (35.9.) – (35.13.). U sklopu numeričke implementacije fizikalnog modela pretpostavlja se da je tijelo trudnice dobro uzemljeno, odnosno postavljeno okomito na idealno vodljivu beskonačnu ravninu nultog potencijala, što predstavlja scenarij najgorega mogućeg slučaja u otvorenom okolišu pri kojemu se očekuju maksimalne struje inducirane u tijelu trudnice. Pretpostavka je da je trudna žena izložena vertikalno polariziranom električnom polju tangencijalnom na tijelo.

U svrhu minimiziranja zahtjeva na memoriju računala rabe se teorija preslikavanja i simetrija problema [80]. Jasno je vidljiv efekt uterusa koji zbog više vodljivosti u usporedbi s okolnim tkivom ima tendenciju koncentriranja linija polja.

Na slici 35.8. prikazane su raspodjele skalarnog potencijala i inducirane gustoće struje u tijelu trudnice izložene vanjskom polju od  $10 \text{ kV/m}$  u različitim razdobljima trudnoće.



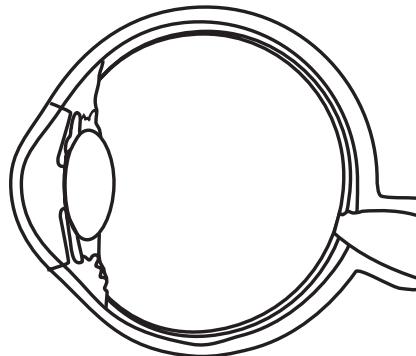
Slika 35.8. Raspodjela potencijala i gustoće struje: bočni pogled u 8., 13., 26. i 38. tjednu trudnoće

Na temelju dobivenih rezultata vidljivo je da se maksimalne vrijednosti gustoće struje pojavljuju u 8. tjednu trudnoće, a zatim, razvojem fetusa progresivno opadaju. To se može objasniti kao posljedica činjenice da se i fetus i vodljivost amnionske tekućine smanjuju starenjem, ali i tendencije fetusa da se, kako raste, postavi u karakterističan položaj ekstremiteta povučenih prema središtu prsa i glave okrenute prema prsimu tako da je njegova vanjska površina glađa, a površina poprečnog presjeka postaje jednolikija.

Maksimalna se gustoća struje u fetusu inducira tijekom osmog tjedna trudnoće i pri vrijednosti upadnog polja od  $10 \text{ kV/m}$  iznosi oko  $7.4 \text{ mA/m}^2$ . Ta vrijednost prelazi ograničenja po ICNIRP-u (eng. *International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection*) [74] od  $10 \text{ mA/m}^2$  za profesionalnu, odnosno  $2 \text{ mA/m}^2$  za opću populaciju. Istodobno inducirana struja u mozgu majke (inducirana je struja u mozgu relevantan parametar za temeljna ograničenja, prema ICNIRP-u) ne prelazi  $0.5 \text{ mA/m}^2$ .

### 35.2.3. Izloženost oka polju ravnog vala

Oko je posebno osjetljivo na izloženost poljima visokih frekvencija i na odgovarajući porast temperature jer je slabo prokrvljeno, te nema dobru prirodnu termoregulaciju. Pojednostavljeni je dvodimenzionalni model ljudskog oka prikazan na slici 35.9.



Slika 35.9. Pojednostavljeni 2D model ljudskog oka

Elektromagnetsko polje unutar oka može se odrediti rješavanjem skupa parcijalnih diferencijalnih jednadžbi Helmholtzova oblika za električno i magnetsko polje [85]:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\omega\mu} \nabla \times \bar{E} \right) + (j\sigma - \omega\epsilon) \bar{E} = 0 \quad (35.18.)$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} \nabla \times \bar{H} \right) + j\omega\mu \bar{H} = 0. \quad (35.19.)$$

Taj je oblik jednadžbi pogodan za numeričko modeliranje i rubnim i konačnim elementima.

Upadni je elektromagnetski val definiran sljedećim relacijama:

$$\bar{E}_z^{\text{inc}} = \bar{e}_z E_0^{\text{inc}} e^{jk \cdot \bar{r}} \quad (35.20.)$$

$$\bar{H}_z^{\text{inc}} = \bar{e}_z H_0^{\text{inc}} e^{jk \cdot \bar{r}}. \quad (35.21.)$$

Problem apsorpcije elektromagnetske energije u dvodimenzionalnom modelu oka riješen je primjenom hibridne metode rubnih i konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata korištena je pri modeliranju područja proračuna (oka), a metoda rubnih elemenata pri modeliranju okolnog prostora. Obje su metode spregnute primjenom pogodnih rubnih uvjeta na danoj granici. Takav je hibridni pristup koji implicira kombiniranje dviju numeričkih metoda prihvaćen zbog činjenice da je metoda konačnih elemenata pogodna za modeliranje nehomogenog područja proračuna, a metoda rubnih elemenata idealna je za modeliranje problema s otvorenim granicama pri kojima se može izbjegći rješavanje integrala po području.

Integralne jednadžbe po rubu područja za dinamička polja uobičajeno se izvode primjenom drugoga Greenova teorema [3].

Dvodimenzionalni problem elektromagnetskog raspršenja može se opisati jednadžbama:

$$E_z(\bar{r}) = E_z^{\text{inc}}(\bar{r}) + \oint_{\Gamma} \left[ E_z \frac{\partial G(\bar{r}, \bar{r}')}{\partial n} - G(\bar{r}, \bar{r}') \frac{\partial E_z}{\partial n} \right] d\Gamma \quad (35.22.)$$

$$H_z(\bar{r}) = H_z^{\text{inc}}(\bar{r}) + \oint_{\Gamma} \left[ H_z \frac{\partial G(\bar{r}, \bar{r}')}{\partial n} - G(\bar{r}, \bar{r}') \frac{\partial H_z}{\partial n} \right] d\Gamma, \quad (35.23.)$$

gdje je  $\Gamma$  granica područja proračuna koja uključuje raspršivač i njegovo blisko polje.

Greenova je funkcija za dvodimenzionalni slučaj sljedećeg oblika [3], [60]:

$$G(\bar{r}, \bar{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) = \frac{j}{4} H_0^{(2)}(kR), \quad (35.24.)$$

gdje je  $H_0^{(2)}$  Hankelova funkcija nultog reda, a  $R$  udaljenost od točke izvora do točke promatranja.

Diskretiziranjem granice  $\Gamma$  na  $N$  izoparametarskih diskontinuiranih rubnih elemenata segmenata, jednadžbe postaju:

$$\alpha_i H_{zi} + H_{zi}^{\text{inc}} + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \frac{\partial G}{\partial n} H_z d\Gamma = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \frac{\partial H_z}{\partial n} G d\Gamma \quad (35.25.)$$

$$\alpha_i E_{zi} + E_{zi}^{\text{inc}} + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \frac{\partial G}{\partial n} E_z d\Gamma = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \frac{\partial E_z}{\partial n} G d\Gamma, \quad (35.26.)$$

gdje je konstanta  $\alpha_i$  oblika

$$\alpha_i = 1 - \frac{\theta}{2\pi} \quad (35.27.)$$

i ovisi o obliku singulariteta [3]. U sklopu tog proračuna radilo se s diskontinuiranim elementima u svrhu efikasnog tretiranja oštrih rubova [68].

Pri numeričkome modeliranju problema raspršenja metodom konačnih elemenata primijenjen je Galerkin-Bubnovljev postupak [3], koji implicira izbor istih probnih funkcija  $W_j$  te funkcija aproksimacije rješenja po konačnom elementu. U skladu s metodom težinskih odstupanja [60], [91], Helmholtzove jednadžbe (35.18.) i (35.19.) množe se skupom težinskih funkcija, nakon čega slijedi integracija po području  $\Omega$ .

Prema metodi težinskih odstupanja postavlja se uvjet iščezavanja integrala po području:

$$\int_{\Omega} \left[ \nabla \times \left( \frac{1}{\omega\mu} \nabla \times \bar{E} \right) + (j\sigma - \omega\epsilon) \bar{E} \right] W_j d\Omega = 0 \quad (35.28.)$$

$$\int_{\Omega} \left[ \nabla \times \left( \frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} \nabla \times \bar{H} \right) + j\omega\mu \bar{H} \right] W_j d\Omega = 0. \quad (35.29.)$$

Primjenom prvoga Greenova identiteta uz neke matematičke postupke proizlazi:

$$\int_{\Omega_e} \left[ \frac{1}{\omega\mu} \nabla E_z \cdot \nabla W_j + (j\sigma - \omega\epsilon) E_z W_j \right] d\Omega = \int_{\Gamma_e} \frac{1}{\omega\mu} W_j \frac{\partial E_z}{\partial n} d\Gamma \quad (35.30.)$$

$$\iint_{\Omega_e} \left[ \frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} \nabla H_z \cdot \nabla W_j + j\omega\mu H_z W_j \right] d\Omega = \int_{\Gamma_e} \frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} W_j \frac{\partial H_z}{\partial n} d\Gamma. \quad (35.31.)$$

Slijedi diskretizacija područja proračuna  $\Omega$  na  $M$  izoparametarskih trokutnih konačnih elemenata, a električna i magnetska polja po trokutnom elementu mogu se aproksimirati izrazima:

$$E_z = \sum_{i=1}^3 W_i E_{zi} \quad (35.32.)$$

$$H_z = \sum_{i=1}^3 W_i H_{zi}, \quad (35.33.)$$

gdje su  $W_i$  oblikovne funkcije po trokutnom elementu. Nakon određenih matematičkih operacija slijedi [3], [60]:

$$\sum_{i=1}^3 E_{zi} \iint_e \left[ \frac{1}{\omega\mu} \nabla W_j \cdot \nabla W_i + (j\sigma - \omega\varepsilon) W_j W_i \right] |J| d\xi_1 d\xi_2 \quad (35.34.)$$

$$\sum_{i=1}^3 H_{zi} \iint_e \left[ \frac{1}{\sigma + j\omega\varepsilon} \nabla W_j \cdot \nabla W_i + j\omega\mu W_j W_i \right] |J| d\xi_1 d\xi_2, \quad (35.35.)$$

gdje su  $\xi_1$  i  $\xi_2$  lokalne izoparametarske koordinate na trokutu, a  $|J|$  je Jakobian transformacije koordinata [9]. Sprega tih dviju metoda detaljno je objašnjena u [60].

Kako se područje proračuna tretira metodom konačnih elemenata, a vanjski prostor primjenom metode rubnih elemenata, te su dvije metode spregnute pomoću implementacije rubnih uvjeta za kontinuitet električnih i magnetskih polja na granici  $\Gamma$ , danih izrazima:

$$\bar{n} \times \bar{H}^{\text{ext}} = \bar{n} \times \bar{H}^{\text{int}} \quad (35.36.)$$

$$\bar{n} \times \bar{E}^{\text{ext}} = \bar{n} \times \bar{E}^{\text{int}}, \quad (35.37.)$$

gdje se indeksi *ext* i *int* odnose na vanjski, odnosno unutarnji prostor.

Porast temperature u oku može se izračunati rješavanjem Pennesove diferencijalne jednadžbe za prijenos topline u organskoj tvari.

Prostorno-vremenski ovisna jednadžba prijenosa topline u biološkom tkivu (eng. *bio-heat transfer equation*) sljedećeg je oblika:

$$\nabla(\lambda\nabla T) + Q_b + Q_m + Q_{EM} = C_v\rho \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (35.38.)$$

gdje je  $\lambda$  toplinska vodljivost biološkog tkiva.  $Q_m$  je metabolizmom generirana toplina u jedinici vremena po jedinici volumena, a  $Q_{EM}$  generirana toplina u jedinici vremena po jedinici volumena zbog apsorbirane elektromagnetske energije.

Ovaj član koji predstavlja gustoću vanjskih toplinskih izvora može se izraziti relacijom:

$$Q_{EM} = \rho \cdot SAR, \quad (35.39.)$$

gdje je SAR definiran izrazom (35.4.).

Volumna se prokrvljenost tkiva  $Q_b$  može izraziti relacijom:

$$Q_b = W_b C_{pb} (T_a - T), \quad (35.40.)$$

gdje je  $T$  temperatura tkiva,  $T_a$  temperatura arterijske krvi,  $W_b$  stupanj prožimanja tkiva krvlju po jedinici volumena ( $\text{kg/m}^3$ ), a  $C_{pb}$  specifični toplinski kapacitet krvi ( $\text{J/(kg } ^\circ\text{C)}$ ).

Stacionarna je inačica jednadžbe prijenosa topline u biološkom materijalu sljedećeg oblika:

$$\nabla(\lambda\nabla T) + W_b C_{pb} (T_a - T) + Q_m + Q_{EM} = 0. \quad (35.41.)$$

Jednadžbom (35.41.) izražava se energijska ravnoteža između: prijenosa topline provođenjem, prijenosa topline krvotokom, generirane topline u jedinici vremena po jedinici volumena kao posljedice metabolizma te generirane topline u jedinici vremena po jedinici volumena zbog apsorbirane elektromagnetske energije.

Biotoplinska jednadžba (35.38.), odnosno (35.41.), može se, za slučaj složene geometrije ljudskog tijela (ili dijela ljudskog tijela), riješiti numerički, uz pripadni Neumannov rubni uvjet oblika [60], [73] – [74]:

$$q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = H(T_s - T_a), \quad (35.42.)$$

pri čemu se parametri  $H$ ,  $T_s$  i  $T_a$  odnose na koeficijent konvekcije, temperaturu kože i temperaturu zraka.

Primjenom metode težinskih odstupanja, odnosno množenjem jednadžbe (35.41.) sa skupom težinskih funkcija  $W_j$  i integriranjem po području proračuna  $\Omega$  dobiva se sljedeća integralna relacija:

$$\int_{\Omega} [\nabla(k\nabla T) + W_b C_{pb} \cdot (T_a - T) + Q_m + \rho \cdot SAR] \cdot W_j d\Omega = 0, \quad (35.43.)$$

gdje je  $W_j$  skup težinskih (testnih) funkcija. Nadalje, s obzirom na Neumannov rubni uvjet

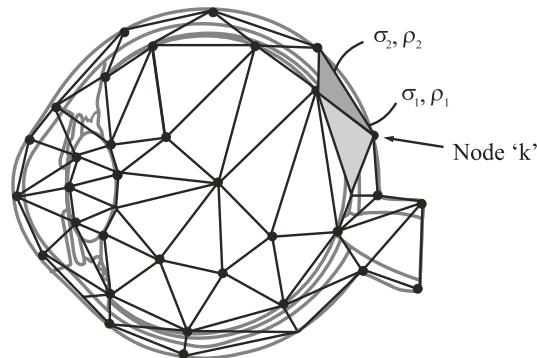
$$q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = H(T_s - T_a), \quad (35.44.)$$

za granicu područja  $\Gamma$  proizlazi:

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} [\lambda \nabla T \cdot \nabla W_j + W_b C_{pb} \cdot T \cdot W_j] d\Omega + \int_{\Gamma} h_c T \cdot W_j d\Gamma = \\ & = \iint_{\Omega} (W_b C_{pb} \cdot T_a + Q_m + \rho \cdot SAR) \cdot W_j d\Omega + \int_{\Gamma} h_c T_e \cdot W_j d\Gamma. \end{aligned} \quad (35.45.)$$

Jednadžba (35.45.) označuje integralnu formulaciju Pennesove diferencijalne biotoplinske jednadžbe (35.41.) pogodnu za implementaciju metode konačnih elemenata.

Područje proračuna  $\Omega$  diskretizira se na  $N$  trokutnih konačnih elemenata. Mreža konačnih elemenata trokutnog oblika za model oka prikazana je na slici 35.10.



Slika 35.10. Mreža konačnih elemenata ljudskog oka

Polje temperature na jednom trokutnom elementu može se izraziti putem aproksimacijskih funkcija  $f_i$ :

$$T = \sum_{i=1}^{N_e} f_i T_i, \quad (35.46.)$$

gdje je  $N_e$  broj čvorova na elementu.

Primjenom Galerkin-Bubnovljeve procedure biraju se iste težinske funkcije kao bazne funkcije, tj.  $W_j = f_j$ , a uz standardni postupak diskretizacije jednadžbe (35.45) metodom konačnih elemenata slijedi lokalna matrična jednadžba [60]:

$$[K] \{T\} = \{M\} + \{P\}, \quad (35.47.)$$

gdje je  $[K]$  matrica konačnog elementa

$$K_{ji} = \int_{\Omega_e} \nabla f_j (\lambda \nabla f_i) d\Omega_e + \int_{\Omega_e} W_b C_{pb} f_j f_i d\Omega_e, \quad (35.48.)$$

$\{M\}$  označuje vektor tokova

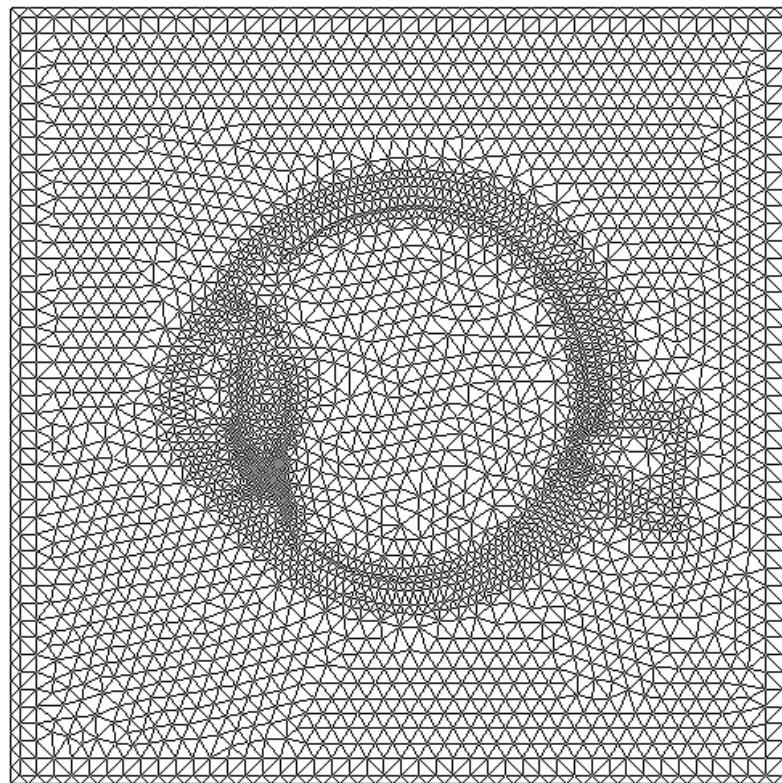
$$M_j = \int_{\Gamma_e} \lambda \frac{\partial T}{\partial n} f_j d\Omega_e, \quad (35.49)$$

a  $\{P\}$  se odnosi na vektor izvora:

$$P_{ji} = \int_{\Omega_e} (W_b C_{pb} T_a + Q_m + Q_{EM}) f_j d\Omega_e \quad (35.50.)$$

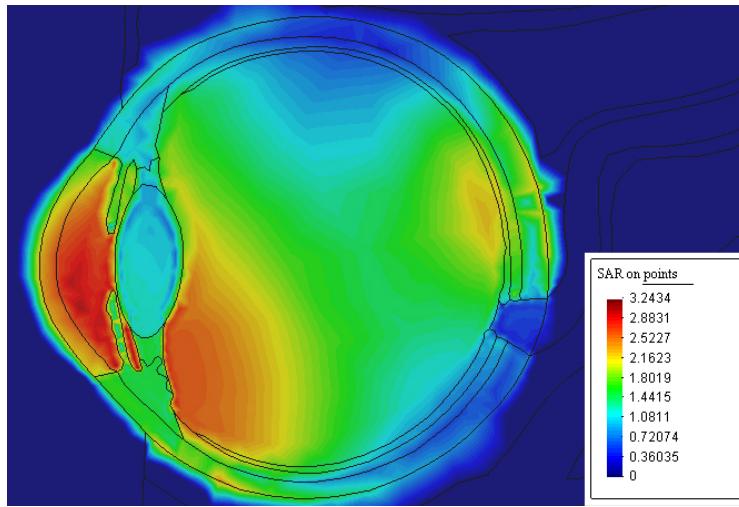
Asemliranjem svih matrica konačnih elemenata formira se globalna matrica sustava, kao što se asemliranjem vektora tokova i izvora formiraju odgovarajući globalni vektori.

Na slici 35.11. prikazana je mreža konačnih i rubnih elemenata primijenjena u sklopu opisanoga hibridnog modela. Električni parametri različitih dijelova ljudskog oka dostupni su u [85].



Slika 35.11. Mreža konačnih i rubnih elemenata

Taj dvodimenzionalni model sadržava 3 540 globalnih čvorova, 6 898 trokutnih elemenata te 180 rubnih elemenata. Raspodjela SAR-a unutar dvodimenzionalnog modela oka pri frekvenciji  $f = 1.05$  GHz i gustoći snage ravnog vala  $P_d = 5 \text{ mW/cm}^2$  prikazana je na slici 35.12.



Slika 35.12. Raspodjela SAR-a unutar ljudskog oka za slučaj izloženosti ravnom valu TM polarizacije na frekvenciji  $f = 1.05$  GHz

Iz dobivenih je rezultata vidljivo da neke vrijednosti prelaze vrijednosti dopuštene međunarodnim [84], [86] i domaćim normama [87]. Taj rezultat ipak treba promatrati suzdržano, kao početnu smjernicu vezanu za problematiku određivanja raspodjele SAR-a u oku, a tek razvoj trodimenzionalnog modela na kojem se intenzivno radi može pružiti relevantnu i pouzdanu informaciju.

Na slici 35.13. prikazan je porast temperature u ljudskom oku čovjeka zbog zračenja ravnim valom (TE polarizacija) na frekvenciji  $f = 0.85$  GHz i gustoći snage ravnog vala. Pri tome je pretpostavljeni iznos arterijske temperature  $T_a = 37^\circ\text{C}$ , koeficijent prijenosa topline iznosi  $h_c = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C})$  a temperatura okoline je sobna temperatura, odnosno  $T_{amb} = 22^\circ\text{C}$ . Ostali parametri koji se odnose na gustoće tkiva, toplinske vodljivosti i podatke o metabolizmu dostupni su u [85].

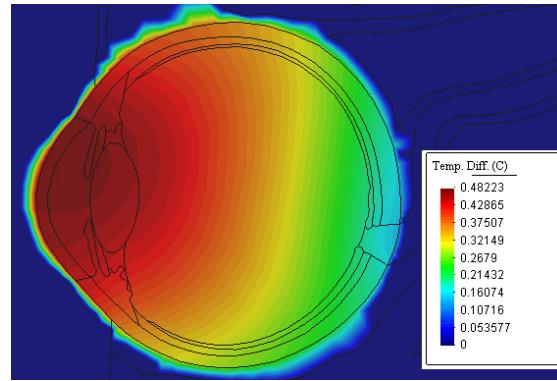
Iz slike 35.13. vidljivo je da izračunan porast temperature za dvodimenzionalni model oka iznosi malo manje od  $0.5^\circ\text{C}$ , što je iviše od dopuštenih vrijednosti propisanih međunarodnim normama. Važno je istaknuti da je oko organ za koji postoji poseban rizik zbog izloženosti elektromagnetskom zračenju jer je slabo prokrvljeno i nema prirodnu termoregulaciju.

U svrhu točnije procjene stvarnog porasta temperature u oku razvijen je trodimenzionalni model oka zasnovan na matematičkom modelu izloženom u ovom poglavljju.

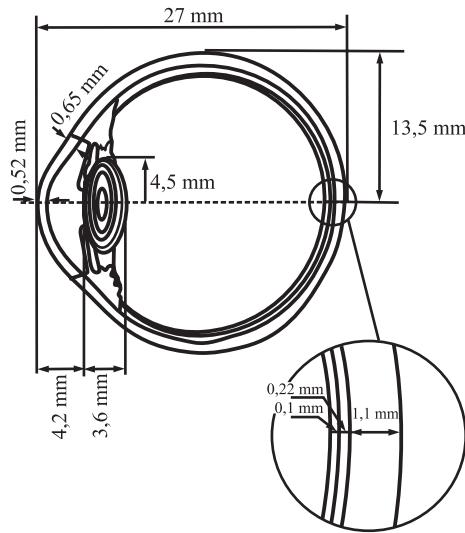
Trodimenzionalno je modeliranje geometrije ljudskog oka omogućeno odnedavno, primjenom tehnika među kojima su MRI, UBM, CT [91] – [93]. Shema 27 mm modela oka prikazana je na slici 35.14. Površina rožnice modelirana je u skladu sa sljedećom relacijom [93]:

$$x_{cor}(y, z) = \frac{c_y y^2 + c_z z^2}{1 - \sqrt{1 - (1 + Q_y)c_y^2 y^2 - (1 + Q_z)c_z^2 z^2}}, \quad (35.51.)$$

gdje je  $x_{\text{cor}}$  udaljenost uzduž optičke osi (isprekidana crta na slici 35.14.),  $Q_y$  i  $Q_z$  su koničke konstante, a  $c_y = 1/R_y$ ,  $c_z = 1/R_z$ .  $R_y$  i  $R_z$  su ortogonalne krivulje rožnice.



**Slika 35.13.** Porast temperature u ljudskom oku zbog zračenja ravnim valom (TE polarizacija) na frekvenciji  $f = 0.85 \text{ GHz}$ .



**Slika 35.14.** 27 mm – model oka

U radu [94], slično kao i u [93], prepostavlja se da je  $R_y = R_z = 7.83 \text{ mm}$ , a konička konstanta je  $Q_y = Q_z = -0.66 \text{ mm}$ . Geometrija leće izračunava se na sljedeći način [94]:

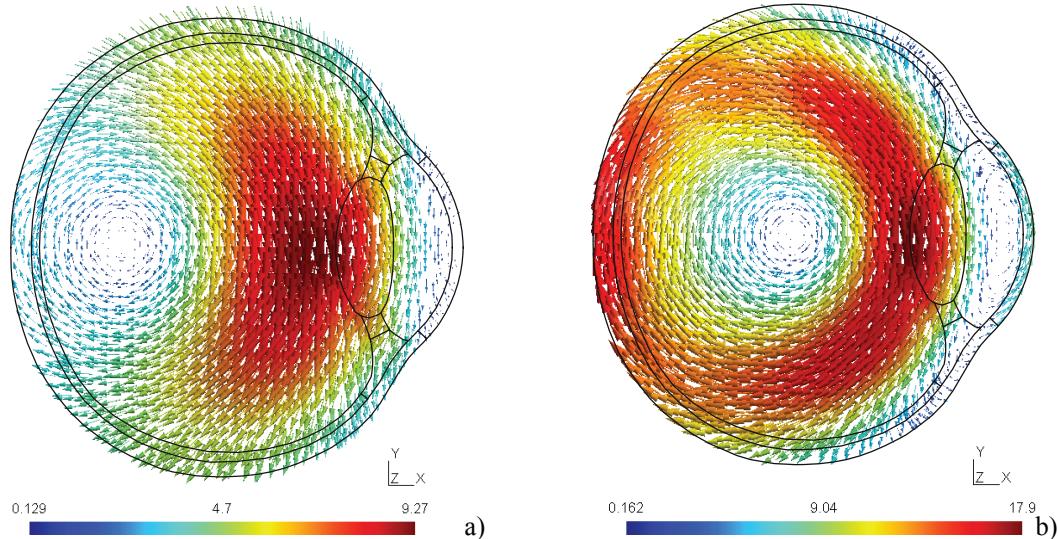
$$\eta(x, y, z) = 1.371 + n_1(\cos n_2 x - 1) + n_3 \sin n_4 x + n_5(y^2 + z^2). \quad (35.52.)$$

Pri tome su parametri  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_4$ ,  $n_5$  dobno ovisni i izračunavaju se na sljedeći način [94]:

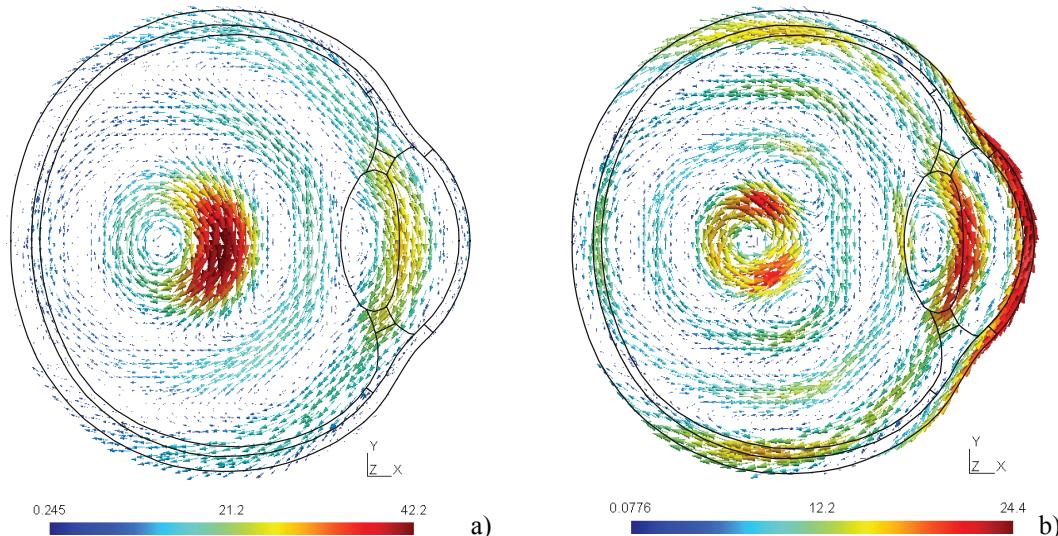
$$\begin{aligned} n_1 &= 0.0394 - 0.000355 \times \text{godine} \\ n_2 &= 1.238 - 0.00561 \times \text{godine} \\ n_3 &= 0.1092 - 0.00077 \times \text{godine} \\ n_4 &= 0.79 - 0.00312 \times \text{godine} \\ n_5 &= -0.0023 + 1.32 \cdot 10^{-5} \times \text{godine}. \end{aligned} \quad (35.53.)$$

U jednadžbi (35.53.) parametar dobi iskazan je u godinama. Jednadžba (35.52.) rješava se numerički za  $\mu(x,y,z) = 1.371$  u svrhu dobivanja vanjskog oblika leća [94].

Na slikama 35.15. i 35.16. prikazani su rezultati za inducirano električno polje zbog izloženosti ravnom valu gustoće snage  $10 \text{ W/m}^2$  primjenom hibridne tehnike rubnih/konačnih elemenata na frekvencijama 1 GHz, 2 GHz, 4 GHz i 6 GHz.

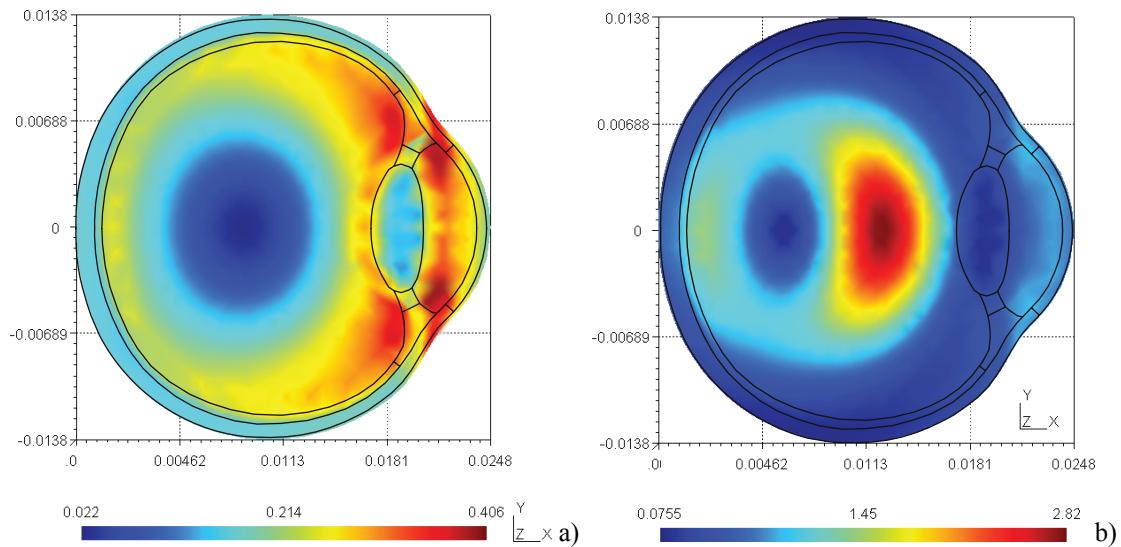


**Slika 35.15.** Vektorsko prikazivanje električnog polja u x,y ravnini unutar oka induciranoz bog izloženosti ravnom valu gustoće snage  $10 \text{ W/m}^2$  na frekvencijama: a) 1 GHz, b) 2 GHz

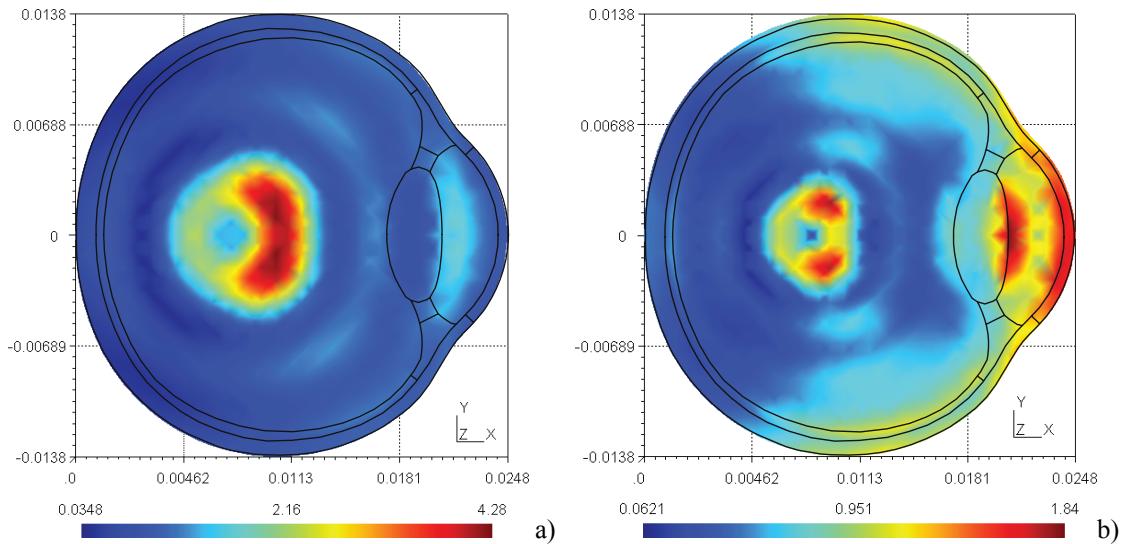


**Slika 35.16.** Vektorski prikaz električnog polja u xy ravnini unutar oka induciranoz bog izloženosti ravnom valu gustoće snage  $10 \text{ W/m}^2$  na frekvencijama a) 4 GHz i b) 6 GHz

Na temelju poznavanja raspodjele električnog polja unutar oka proveden je proračun SAR-a. Rezultati prikazani na slikama 35.17., odnosno 35.18., u skladu su s rezultatima objavljenima u [95].



Slika 35.17. Raspodjela SAR-a u oku zbog izloženosti ravnom valu gustoće snage  $10 \text{ W/m}^2$  na frekvenciji a) 1 GHz i b) 2 GHz



Slika 35.18. Raspodjela SAR-a u oku zbog izloženosti ravnom valu gustoće snage  $10 \text{ W/m}^2$  na frekvenciji a) 4 GHz i b) 6 GHz

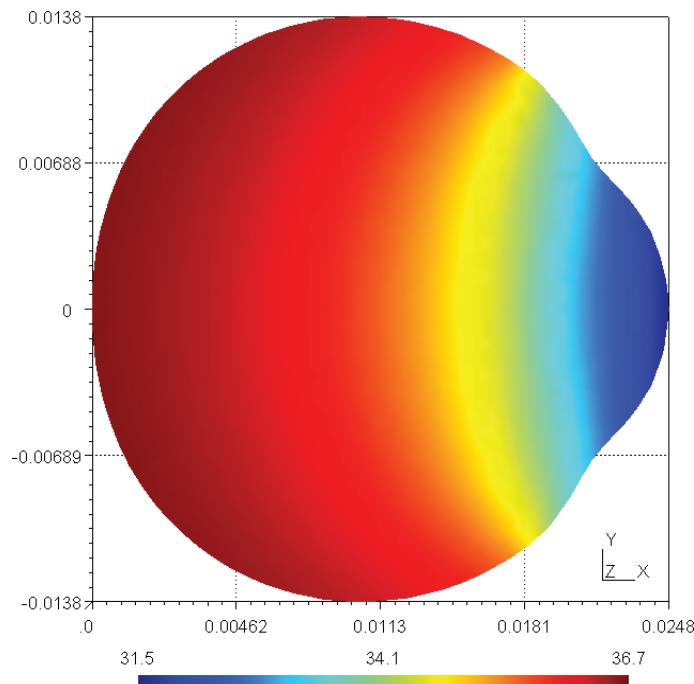
Rezultati za usrednjeni SAR cijelog oka prikazani su u tablici 35.1.

**Tablica 35.1.** Usrednjeni SAR oka za 1 GHz, 2 GHz, 4 GHz i 6 GHz

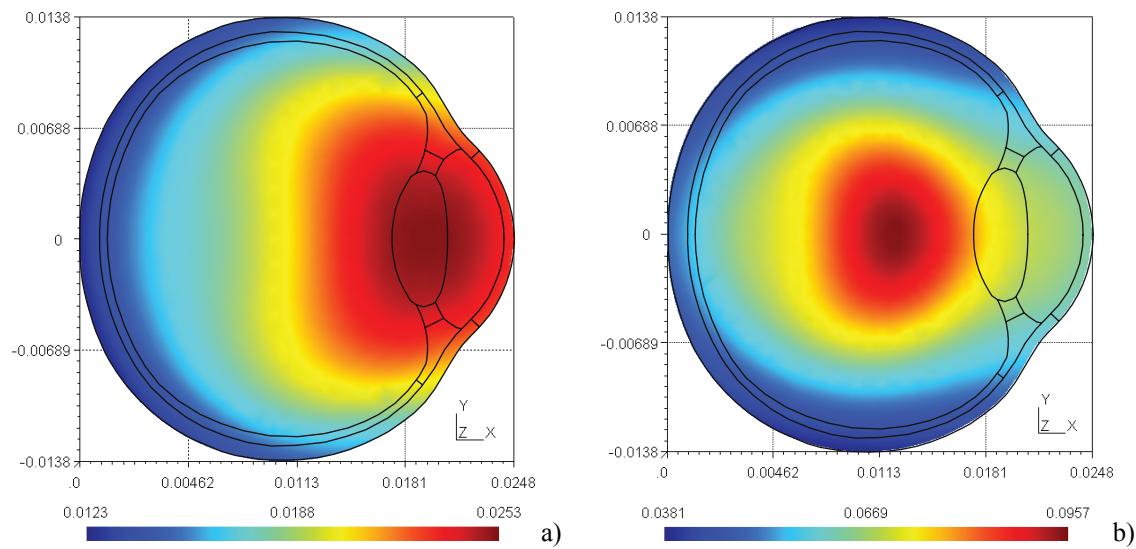
Frekvencija GHz	SAR W/kg
1	0.3352
2	0.6189
4	1.2617
6	1.0689

Naposljetku, na temelju poznate raspodjele SAR-a riješena je biotoplinska jednadžba (35.41.). Na slici 35.19. prikazana je fiziološka raspodjela temperature u oku koje nije izloženo elektromagnetskom zračenju.

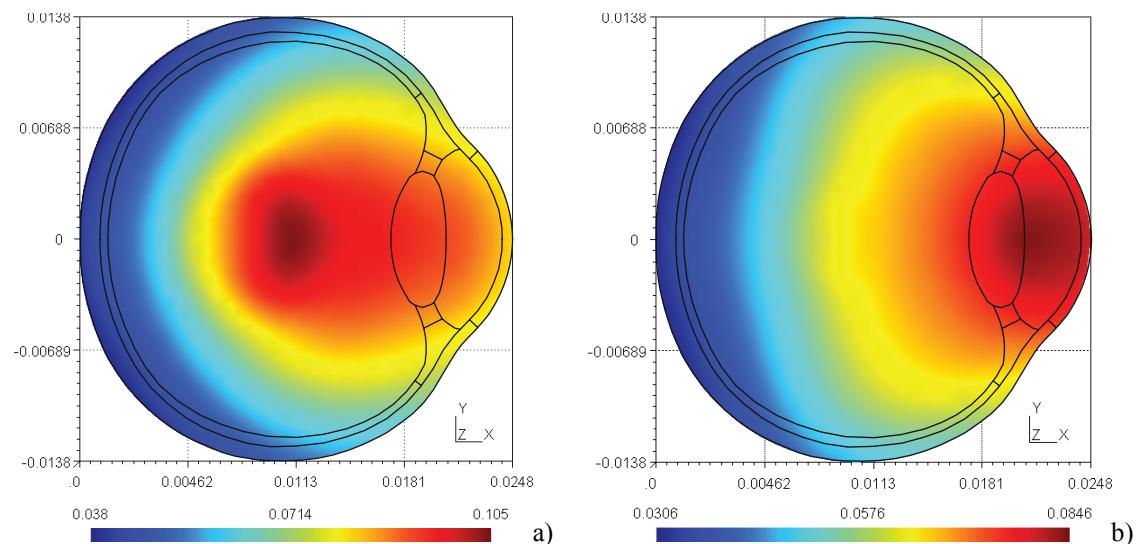
Na slikama 35.20. i 35.21. prikazan je porast temperature u oku zbog izloženosti elektromagnetskom valu gustoće snage  $10 \text{ W/m}^2$  na frekvencijama 1 GHz, 2 GHz, 4 GHz i 6 GHz.



**Slika 35.19.** Raspodjela temperature u oku u odsutnosti izvora elektromagnetskog zračenja



**Slika 35.20.** Porast temperature u oku zbog izloženosti elektromagnetskom valu gustoće snage  $10 \text{ W/m}^2$  na frekvenciji a) 1 GHz i b) 2 GHz



**Slika 35.21.** Porast temperature u oku zbog izloženosti elektromagnetskom valu gustoće snage  $1 \text{ W/m}^2$  na frekvenciji a) 4 GHz b) 6 GHz

Iz prikazanih rezultata slijedi da se vruće točke (eng. *hot spots*) pojavljuju uz vrijednosti manje od 6 GHz. Uz gustoću upadne snage  $10 \text{ W/m}^2$  maksimalni porast temperature iznosi  $0.1 \text{ }^\circ\text{C}$  na frekvenciji od 4 GHz. Istodobno, usrednjeni SAR cijelog oka i porast temperature manji su od ograničenja koja propisuje ICNIRP [94].

### 35.3. Mehanizmi sprege

Interakcija elektromagnetskih polja s biološkim materijalima razmatra se primjenom mikroskopskih i makroskopskih modela. Budući da je razmatranje međudjelovanja na mikroskopskoj razini s nabojima u materijalu veoma teško, taj se proces uobičajeno opisuje makroskopski, putem sljedećih fenomena [67], [84]:

- polarizacije vezanih naboja
- orijentacije permanentnih električnih dipola
- gibanja prostornog naboja.

U radiofrekvencijskom (RF) području organska se materija ponaša poput otopina elektrolita koje sadržavaju polarne molekule, pa RF polja reagiraju sa živim organizmima putem kondukcije iona i rotacije polarnih molekula vode. Apsorbirana se radiofrekvencijska energija pri tome transformira u kinetičku energiju molekula, što rezultira porastom temperature u ozračenom tkivu. Stoga se zagrijavanje tkiva smatra dominantnim biološkim učinkom u području radiofrekvencija.

Općenito, postoje tri temeljna mehanizma sprege putem kojih vremenski promjenjiva elektromagnetska polja intereagiraju s organskom materijom. To su:

- sprega s električnim poljima niskih frekvencija
- sprega s magnetskim poljima niskih frekvencija
- apsorpcija energije elektromagnetskog zračenja na visokim frekvencijama.

#### 35.3.1. Sprega s električnim poljima niskih frekvencija

Međudjelovanje električnih polja niskih frekvencija s ljudskim bićima rezultira induciranjem električne struje, stvaranjem električnih dipola i reorientacijom već postojećih električnih dipola u tkivu. Intenzitet tih efekata ovisi o jakosti električnog polja, električnim svojstvima danog tkiva i o frekvenciji narinutog polja. Električno polje koje upada okomito na tijelo inducira površinski naboј na koži.

#### 35.3.2. Sprega s magnetskim poljima niskih frekvencija

Magnetska polja u tijelu generiraju gustoće struja koje unutar ljudskog tijela teku u obliku zatvorenih petlji. Iznosi induciranih polja i gustoća vrtložnih struja proporcionalni su radijusu petlje, vodljivosti tkiva te iznosu i brzini promjene magnetske indukcije. Staza i iznos struje inducirane u bilo kojem dijelu tijela ovise o vodljivosti tkiva.

#### 35.3.3. Apsorpcija energije elektromagnetskog zračenja

Izloženost ljudi elektromagnetskom zračenju na frekvencijama višima od 100 kHz može izazvati golemu apsorpciju energije što uzrokuje porast temperature u tkivu. Raspodjela te energije u tijelu nejednolika je, a moguće ju je odrediti primjenom sofisticiranih dozimetrijskih proračuna i mjernih postupaka. S gledišta apsorpcije energije u ljudskom tijelu, elektromagnetska se polja visokih frekvencija mogu podijeliti na četiri različita područja [84]:

- frekvencije od oko 100 kHz do manje od 20 MHz, pri kojima apsorpcija u trupu opada rapidno s frekvencijom, a golema se apsorpcija događa u vratu i nogama
- frekvencije od oko 20 MHz do 300 MHz, na kojima se može dogoditi razmjerno visoka apsorpcija u cijelom tijelu, a veće su vrijednosti moguće u nekim dijelovima tijela gdje su postignute rezonancije, primjerice u glavi
- frekvencije od oko 300 MHz do nekoliko GHz, pri kojima se događaju nejednolike lokalne apsorpcije
- frekvencije više od 10 GHz, pri kojima se apsorpcija energije primarno događa na koži.

Iznos apsorbirane energije ovisi o mnogim čimbenicima, uključujući dimenzije izloženog tijela. Ako ljudsko tijelo nije uzemljeno, za čovjeka prosječne visine rezonantna frekvencija s gledišta apsorpcije energije iznosi oko 70 MHz. Za više je osobe rezonantna frekvencija malo niža. Istodobno, za malo niže odrasle osobe, djecu, novorođenčad i osobe koje se nalaze u sjedećem položaju rezonantna frekvencija može iznositi oko 100 MHz. Općenito vrijedi da, ako je tijelo dobro uzemljeno, rezonantne su frekvencije otprije dvostruko niže.

Osim tijela kao cjeline, i različiti se dijelovi tijela mogu ponašati kao rezonatori. Tako rezonantna frekvencija glave odraslog čovjeka iznosi, primjerice, oko 400 MHz, a rezonantna je frekvencija glave novorođenčeta oko 700 MHz.

Izloženost ljudi području bliskog polja može rezultirati visokim vrijednostima lokalnog SAR-a u glavi i zglobovima. Lokalni SAR i SAR usrednjeni po cijelom tijelu uvelike ovise o udaljenosti između izvora zračenja i tijela.

Na frekvencijama višima od 10 GHz dubina je penetracije polja u tkiva mala pa SAR više nije pogodna mjera za određivanje apsorpcije energije u tijelu, već prikladnijom dozimetrijskom veličinom smatra gustoća snage upadnog vala.

## 35.4. Biološki učinci

Biološkim učincima elektromagnetskih polja na ljude smatraju se bilo kakve detektibilne, reverzibilne ili nereverzibilne, fiziološke promjene u organizmu. Eventualni se štetni učinci na zdravlje događaju kada biološki efekti prelaze normalne granice koje ljudsko tijelo može kompenzirati svojim regulacijskim mehanizmima. Ti su štetni učinci na ljudsko zdravlje često akumulacijski i općenito ovise o vremenu i dozi ozračenosti. U nastavku ovog poglavlja posebno se obrađuju biološki učinci na ekstremno niskim i visokim frekvencijama.

### 35.4.1. Biološki učinci polja ekstremno niskih frekvencija

Prihvatljive granice izloženosti poljima ekstremno niskih frekvencija uglavnom se izražavaju putem magnetskih polja. Sprega ljudskih bića i električnih polja nije jednaka, tj. opaža se da su električna polja in-

ducirana unutar tijela općenito oko  $10^7$  puta manja od polja izvan tijela, a rijetko prelaze oko  $10^{-4}$  vrijednosti vanjskih polja.

Pri ekstremno niskim frekvencijama biološki se materijal smatra dobro vodljivom sredinom u kojoj elektromagnetsko polje putem magnetske indukcije stimulira vrtložne struje na membranama stanica i na fluidima. Te struje teku u zatvorenim petljama koje leže u ravnini okomitoj na smjer magnetskog polja. Na tim je frekvencijama zagrijavanje tkiva posve zanemarivo jer valna duljina narinutoga vanjskog polja iznosi više tisuća kilometara i nije komparabilna s dimenzijama tijela. Istodobno, ako je inducirana struja prevelika, postoji rizik stimuliranja stanica električki podražljivog tkiva, tj. osjetilnih, živčanih i mišićnih stanica. Uz jače su polje jači i pripadni učinci. Ljudsko tijelo može kompenzirati slabe interakcije. Polja jačih intenziteta uzrokuju promjene koje u određenim okolnostima mogu postati opasne za zdravlje. Iako još nije utvrđeno mogu li elektromagnetska polja niskih frekvencija prouzročiti kancerogene bolesti, odredene spoznaje postoje. Stoga su neki poznati učinci induciranih struja u tijelu zbog izloženosti poljima niskih frekvencija prikazani u tablici 35.1. [67] – [79].

**Tablica 35.1.** Efekti inducirane gustoće struje u tijelu

Gustoća struje /(mA/m <sup>2</sup> )	Efekti
1 000 i više	Moguće su blage i ozbiljnije disfunkcije srca, a te struje mogu stvarati akutnu opasnost za zdravlje.
od 100 do 1 000	Moguće su promjene u iritaciji središnjega živčanog sustava, tj. opažena je iritacija mišićnog tkiva.
od 10 do 100	Jasno su vidljivi efekti u obliku promjena u bjelančevinama i sintezi DNK, promjene u aktivnosti enzima, a mogući su i efekti na živčanom sustavu.
od 1 do 10	Moguće su promjene u metabolizmu kalcija ili potiskivanju proizvodnje melatonina koji regulira ritam dan/noć. Pozadinske gustoće struja u srcu i mozgu leže upravo u tom području.
niža od 1	Nema poznatih efekata. Pozadinske gustoće struja u većini organa u tijelu upravo su te veličine.

Jedan od razloga zbog kojih dosadašnja istraživanja nisu jasno dokazala postojanje štetnih efekata na zdravlje kad je riječ o izloženosti poljima ekstremno niskih frekvencija, svakako je nedostatak spone između dobivenih eksperimentalnih podataka na ljudima i životinjama i odgovarajućih mehanizama međudjelovanja.

Za epidemiološke se pak studije, iz kojih također ne slijede jasni i čvrsti dokazi koji povezuju izloženost električnim ili magnetskim poljima s kancerogenim bolestima, vezuju ozbiljna ograničenja koja proizlaze iz načina na koji se te studije obavljaju. Naime, neovisno o tome što postoje određeni dokazi koji upućuju na neke štetne učinke, nedostatak pouzdanih izvora elektromagnetskog onečišćenja, manjak pouzdanosti podataka o izloženosti i ograničen broj primjera na kojima se mogu istražiti nekakvi efekti, uvelike otežava mogućnost jasne i nedvosmisljene veze između tih polja i kancerogenih bolesti.

Može se, dakle, ustvrditi da su epidemiološke studije važne pri uspostavljanju odgovarajućih hipoteza, ali nikako nisu dovoljne za stvaranje relevantnih zaključaka. Drugim riječima, epidemiologija može samo opisati veze, ali ne može dokazati vezu između uzroka i učinka.

Neki laboratorijski dokazi koji proizlaze iz eksperimentalnih studija blago upućuju na uzročno-posljedičnu vezu između razine elektromagnetskih polja u okolišu i promjena u biološkim funkcijama živih organizama. Takve su poveznice, primjerice, između polja ekstremno niskih frekvencija i različitih vrsta tumora, posebno leukemije u djece. Prema kategorizaciji Svjetske zdravstvene organizacije, ta su polja klasificirana kao moguće kancerogena. Istodobno, nedostatak konzistentnih spoznaja proizašlih iz tih eksperimentalnih analiza slablji uvjerenje da su te biološke promjene povezane s izloženostima poljima ekstremno niskih frekvencija.

S obzirom na dosadašnje epidemiološke studije vezane za izlaganje poljima ekstremno niskih frekvencija, zaključak je ipak da ne postoje jasni i čvrsti dokazi koji bi povezali izloženost ljudi takvim poljima s kancerogenim oboljenjima. Moguće je potvrditi jedino da u određenim uvjetima izloženosti poljima neki učinci postoje, iako nisu nužno i štetni za zdravlje.

### 35.4.2. Biološki učinci polja radiofrekvencija

Međudjelovanje elektromagnetskih polja na radiofrekvencijama i ljudskog tijela i pripadni biološki efekti mogu se razmatrati na različitim razinama uključujući molekularnu, supstaničnu, organsku ili sustavnu razinu ili pak cijelo tijelo. Osnovni je biološki učinak elektromagnetskih polja visokih frekvencija zagrijavanje tkiva koje se može kvantificirati na temelju analize odgovarajućega toplinskog odziva ljudskog tijela. S obzirom na to da živi sustavi mijenjaju svoje funkcije zbog promjena temperature, do štetnih učinaka dolazi ako je ukupna apsorbirana elektromagnetska energija dovoljno velika da može izazvati nekontrolirani porast temperature u tijelu, obaraajući pri tome unutarnje termoregulacijske mehanizme tijela.

Biološki učinci elektromagnetskog zračenja na visokim frekvencijama mogu se klasificirati na sljedeći način [1].

- Učinci visokog intenziteta (*toplinski učinci*) nastaju pri apsorbiranju elektromagnetske energije u mjeri dovoljnoj za porast temperature u uzorku tkiva za oko  $0.1^{\circ}\text{C}$ .
- Učinci srednjeg intenziteta (*A-toplinski učinci*) su oni pri kojima se apsorbira dovoljna elektromagnetska energija za detektibilno povećanje temperature u uzorku tkiva, ali u tkivu izostaje viši porast temperature zbog regulacijskih mehanizama kontrole temperature u tijelu.
- Efekti niskog intenziteta (*netoplinski učinci*) su oni pri kojima apsorbirana energija u uzorku tkiva nije usporediva s energijom koja se osloboodi prirodnim tjelesnim funkcijama.

Bitno je naglasiti da je riječ o relativnim pojmovima i da nije moguće oštro definirati granicu među njima. Na temelju proračuna SAR-a, za određene se dijelove tijela razine apsorpcije elektromagnetske energije mogu kvalitativno podijeliti na nisku (+), srednju (++) i visoku razinu apsorpcije (+++), kako je prikazano u tablici 35.2. [69].

**Tablica 35.2.** Izloženost homogenom električnom polju visokih frekvencija(nemodulirani signal)

Dio tijela	Razina apsorpcije
mozak	++
očne leće	+++
pluća	+
srce	+
koža	+
unutarnji organi	+
čašica koljena	+++
metalni implantati	+++

Stupanj do kojega određeni dio tijela apsorbira toplinu pod djelovanjem elektromagnetskog zračenja visokih frekvencija ovisi o cirkulaciji i toplinskoj vodljivosti toga dijela tijela. Kao što je vidljivo iz tablice, leće oka i čašica koljena najosjetljiviji su dijelovi tijela na prijenos topline. Istodobno, srce, pluća i koža razmjerno su neosjetljivi na prijenos topline zbog visoke razine prokrvljenosti.

Većinu se štetnih učinaka na ljudsko zdravlje zbog izloženosti visokofrekveničskom zračenju između 1 MHz i 10 GHz povezuje s porastom temperature oko 1 °C. Takva povišenja temperatura imaju očite štetne učinke na zdravlje ljudi jer uzrokuju tegobe poput katarakte, povišenog krvnog tlaka, slabosti, mučnine itd [67]. Toplinski štetni učinci nastaju pri lokaliziranim temperaturama višima od 41.6 °C, pri čemu dolazi do koagulacije proteina, povećane propusnosti membrane stanice ili oslobođanja toksina u neposrednoj blizini tzv. vrućih točaka (eng. *hot spots*) [67] –[68]. Uz te učinke, mogući su i drugi fiziološki efekti prouzročeni lokalnim porastom temperature u organizma poput srca ili mozga.

Za razliku od učinaka visokog intenziteta, dosta je kontroverzi povezanih s biološkim učincima vezanima za radiofrekvenička zračenja srednjega i niskog intenziteta. Prva je dvojba vezana uz pitanje može li RF zračenje na tim razinama prouzročiti štetan utjecaj čak i kada nema evidentnih toplinskih efekata. Drugo je pitanje mogu li efekti zbog toga zračenja nastati i kada tjelesna termoregulacija uspostavlja normalnu temperaturu usprkos deponiranju RF energije.

Nejednolika raspodjela apsorbirane radiofrekveničke snage nastaje prilikom izloženosti zračenju samo određenih dijelova tijela, što rezultira nejednolikim zagrijavanjem, odnosno vrućim točkama. To se događa, primjerice, pri uporabi mobilnog telefona.

Bitno je naglasiti da se u moduliranim poljima, kakvo je zračenje na GSM frekvencijama, uz toplinske efekte, može pojaviti i irritacija na staničnoj razini.

Budući da prisutnost antene mobilnog telefona u uskoj blizini glave korisnika rezultira nekoliko puta većim dozama zračenja izloženih dijelova nego u usrednjjenim okolnim poljima, to uzrokuje bojazan da postoje rizici za zdravlje. Stoga mnogi epidemiolozi kontinuirano rade na verifikaciji pretpostavke da izloženost radiofrekveničkim poljima mobilnih telefona može prouzročiti moždani tumor ili ostale bolesti.

Neovisno o tome, iako su neke studije pokazale porast rizika od rijetkih nemalignih tumora među korisnicima mobilnih telefona, još ne postoji korelacija između porasta rizika i duljine vremena uporabe mobilnog telefona.

Neke studije [72] upućuju na to da se stacionarno stanje (maksimalni temperaturni porast u ljudskoj glavi) uspostavlja otprilike nakon 30 minuta izloženosti zračenju mobilnog telefona, a tri minute izloženosti uzrokuju temperaturni porast od više od 60% vrijednosti u stacionarnom stanju. Vrijeme izloženosti od oko 6 do 7 minuta daje temperaturni rast od oko 90% vrijednosti u stacionarnom stanju. Ti su rezultati u skladu s činjenicom da toplinska vremenska konstanta čovjeka iznosi malo iznad 6 minuta [84]. Istraživanja u [73] pokazala su da se vremenska toplinska konstanta različitih tkiva kreće između 6 i 8 minuta. Određeni proračuni otkrivaju dublju penetraciju u mozak i 50% veću gustoću apsorbirane snage u petogodišnjeg djeteta u odnosu prema odrasloj osobi, ali neke studije to opovrgavaju. Ta je problematika predmet rasprave u mnogim publikacijama, primjerice [60] – [64]. Trenutačno dozimetrija djece nije zadovoljavajuće razjašnjena, uglavnom zbog nedostatka podataka o električko-toplinskim svojstvima tkiva.

*National Radiological Protection Board* (NRPB;UK) savjetovao je roditeljima da djeci mlađoj od osam godina ne dopuste uporabu mobilnog telefona. Prema nekim istraživanjima, temperaturni porast od  $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$  smatra se pragom pri kojem hipotalamus inicira aktivnosti poput proširenja krvnih žila, povećanja protoka krvi, isparavanja znojenjem i slično.

Neki istraživači upozoravaju na utjecaj mobilnog telefona na mentalne procese (pozornost, kratkotrajnu memoriju, upravljanje informacijama ili vrijeme reakcije).

Brzina propagacije živčanih impulsa može se povećavati ili smanjivati zbog razmjerno malih porasta temperature od  $0.3\text{ }^{\circ}$  do  $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Postoje i indicije da pulsno-modulirano zračenje mobilnih telefona može modificirati EEG pri spavanju.

Među negativnim je efektima unutarnjih polja visokih frekvencija zasigurno i povećanje propusnosti barijere koja u normalnim fiziološkim uvjetima sprječava protok određenih supstancija u mozak putem krvi.

Danas nitko zasigurno ne zna kakvi su dugoročni efekti zbog izloženosti RF zračenju i je li to zračenje kumulativno. Istodobno, kumulativni je efekt posebno važan kad je riječ o zdravstvenim pitanjima. Dugoročna je kumulativna izloženost produkt vremena i prosjeka ozračenosti.

Istraživanja mogućih posljedica dugotrajnog izlaganja zračenju mobilnog telefona provedena su u sklopu projekta *Interphone* koji je vodio IARC (*International Agency for Research in Cancer*) [60].

Epidemiološke studije u sklopu projekta *Interphone* upozoravaju na određenu povezanost između malignih bolesti mozga i dugotrajne uporabe mobilnih telefona (10 godina i više), pri čemu se spominje povećanje rizika od oko 40%.

U novije se vrijeme zahtijeva minimiziranje izloženosti zračenju mobilnog telefona dok se ne spoznaju definitivni zaključci koji mogu proizaći iz još detaljnijih studija, primjerice u [62]. Isti autori navode i faktor rizika od čak 2.9 pri dugotrajnoj izloženosti mobilnom telefonu (više od 10 godina). Stoga se traži čak i preispitivanje postojećih granica ozračenosti u smislu postavljanja rigoroznijih ograničenja, upravo s obzirom na činjenicu da nije isključen rizik inicijacije malignih bolesti nakon uporabe mobilnog telefona 10 godina i dulje.

Vrijedi napomenuti da je za pouzdanost procjene rizika od kancerogenih bolesti u sklopu epidemioloških studija na ljudima nužno razdoblje promatranja od najmanje 15 do 20 godina.

Zaključak je da RF biološki efekti impliciraju velik rizik za zdravlje isključivo ako je doza primljenog zračenja zaista visoka. U većini su situacija razine zračenja visokih frekvencija u okolišu, posebno u vezi s baznim stanicama, ispod graničnih razina.

### 35.5. Sigurnosne smjernice i granice izloženosti

Sigurnosnim smjernicama za zaštitu ljudi od elektromagnetskog zračenja propisuju se dopuštene granice izloženosti karakterističnim veličinama elektromagnetskog polja.

Sigurnosne smjernice za izloženost ljudi elektromagnetskim poljima temelje se na dokazanim učincima, zasnovanima na teorijskim i eksperimentalnim istraživanjima te epidemiološkim studijama, a to su stimulacija električno podražljivih stanica i zagrijavanje tkiva. Ti se učinci razmjerno dobro mogu opisati gustoćom struje  $J$  i specifičnom gustoćom apsorbirane snage SAR. Međunarodne predložene mjere zaštite čine konsenzus u području zaštite ljudi od elektromagnetskog zračenja, zasnovan na znanstvenim istraživanjima. Zaštitna granica čini razinu ispod koje se izloženost ljudi elektromagnetskim poljima ne smatra štetnom, iako ne označuje jasnu i oštru granicu između sigurnosti i rizika za zdravlje. Stoga je to ograničenje zapravo točka iznad koje rizik za zdravlje raste.

Jedan je od temeljnih problema sigurnosnih smjernica pitanje njihove jedinstvenosti i usklađenosti na međunarodnoj razini. Naime, smjernice uvelike variraju jer su plod rada različitih normizacijskih tijela, zdravstvenih agencija i inih međunarodnih organizacija. Primjerice, SAD, Kanada, Australija, Rusija te neke europske i azijske zemlje imaju svoje sigurnosne smjernice. Različite su legislative vezane za tu problematiku uglavnom prouzročene neujednačenošću načina na koji se određene mjere, odnosno granice izloženosti donose, a odnose se ponajprije na frekvenciju, vrijeme izloženosti, razdoblje izlaganju i ostale čimbenike.

Najšire prihvaćene međunarodne sigurnosne smjernice objavilo je međunarodno udruženje *International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection* (ICNIRP) 1998. godine.

Udruženje *Institute of Electrical and Electronic Engineers* (IEEE) 1999. godine pravilnikom je odredilo granice takozvane maksimalne dopuštene izloženosti (eng. *maximal permissible exposure* – MPE) za iznose vremenski promjenjivih električnih i magnetskih polja u slobodnom prostoru te za odgovarajuće gustoće snage.

Granice propisane pravilnikom IEEE usvojene su u SAD-u i još nekoliko zemalja, a većina je zemalja zapadne Europe prihvatile norme propisane ICNIRP normama.

Prema ICNIRP-u, granične se razine elektromagnetskog zračenja propisuju na dvije razine [60] – [64]:

- temeljna ograničenja (*basic restrictions*) – veličine međudjelovanja elektromagnetske energije s biološkim tkivom, izražene kao *specifična brzina apsorpcije* SAR (W/kg) i gustoća *struje J* (A/m<sup>2</sup>) inducirane u biološkom tkivu

- referentne granične razine (*reference levels*) – veličine koje opisuju upadno elektromagnetsko polje – *jakost električnog polja E* (V/m), *jakost magnetskog polja H* (A/m) i *gustoća snage elektromagnetskog vala S* (W/m<sup>2</sup>).

Dakle, najveća su dopuštena gustoća struje i SAR-a u tijelu tzv. temeljna ograničenja međudjelovanja elektromagnetskog zračenja i tijela. To znači da štetni učinak u tijelu izravno ovisi o tim veličinama, a sve se ostale veličine (referentne granične razine) izvode iz njih primjenom matematičkog modeliranja ili extrapolacijom iz raspoloživih laboratorijskih podataka. Pretpostavka je da su osnovna ograničenja za faktor 10 umanjene vrijednosti na kojima je primijećen početak štetnog djelovanja elektromagnetskog polja na organizam. Nadalje, sve granične vrijednosti dijele populaciju na dvije skupine, profesionalnu i opću populaciju. Pretpostavka je da se utvrđeni pragovi bioloških učinaka odnose na zdrave ljude te da postoji dio populacije koji je osjetljiviji na elektromagnetsko zračenje (djeca, trudnice, starci, bolesnici, nedefinirani poremećaji).

Kontrolirani uvjeti izlaganja, odnosno profesionalna izloženost elektromagnetskom zračenju, definira se kao izlaganje elektromagnetskom zračenju koje se događa u sklopu radnog okruženja, a ljudi su svjesni rizika i podvrgnuti redovitim zdravstvenim pregledima kojima prate svoje zdravstveno stanje. Stoga graneice za opću populaciju trebaju biti još niže pa se zato osnovna ograničenja za opću populaciju smanjuju za sigurnosni faktor 5 [84].

Temeljno ograničenje na 50 Hz za gustoću struje iznosi 10 mA/m<sup>2</sup> za profesionalnu izloženost, a za opću populaciju 2 mA/m<sup>2</sup>.

Temeljna ograničenja za SAR usrednjeno po cijelom tijelu i lokalizirani SAR za frekvencijsko područje između 10 MHz i 10 GHz prikazana su u tablici 35.3.

**Tablica 35.3.** Temeljna ograničenja za SAR prema ICNIRP smjernicama

Frekvencijsko područje: 10 MHz – 10 GHz	SAR usrednjeno po cijelom tijelu W/kg	Lokalizirani SAR (glava i trup) W/kg	Lokalizirani SAR (udovi) W/kg
radnici	0.4	10	20
opća populacija	0.08	2	4

Treba istaknuti da je prema ICNIRP-u osnovni zahtjev za zaštitu ljudi od zračenja vezan za zadovoljavanje temeljnih ograničenja. Ako su proračuni ili mjerena temeljnih ograničenja uvelike otežani ili čak onemogućeni, mjere sigurnosti odnose se na određivanje iznosa vanjskih polja i usporedba s referentnim graničnim razinama. Ako su referentne granične razine prekoračene, to nužno ne implicira da su prekoračena temeljna ograničenja, ali je tada nužno na neki način provesti dozimetriju unutarnjeg polja i provjeriti temeljna ograničenja. ICNIRP-ova ograničenja imaju status preporuke, a zaštitne su granične vrijednosti za određenu zemlju regulirane nacionalnim i međunarodnim preporukama.

Čovjek je najsjetljiviji na području od 10 do 400 MHz. Zato su u tom području granice najoštrijе, odnosno dopuštene su jakosti polja najniže. Poznavanje jakosti polja u određenoj točki na nekoj frekvenciji

nije dovoljno da bi se obavila procjena štetnosti. Pri procjeni štetnosti važno je i koliko je dugo čovjek izložen polju; zrači li izvor kontinuirano ili je impulsno modulirani val te s koliko izvora je čovjek ozračen i na kojim frekvencijama.

Utjecaj trajanja izlaganja ovisi o biološkom efektu, odnosno mehanizmu međudjelovanja koji se promatra. Pretpostavka na kojoj se zasniva uporaba vremenskog usrednjjenja glasi: „Organizam može izdržati kontinuiranu graničnu jakost polja bez štetnih učinaka.” Povisi li se jakost polja, organizam se i dalje može štititi svojim obrambenim mehanizmima i adaptacijom ako se izlaganje događa u vremenskom intervalu kraćem od vremenske konstante obrambenog mehanizma. Primjerice, ako je prepostavljeni bio-loški učinak zagrijavanje tkiva, obrambeni je mehanizam vlastita termoregulacija organizma. Poznato je da tijelo ne može dulje od 6 minuta uspješno provoditi termoregulaciju nakon izlaganja polju jačem od granične vrijednosti. Zato se izlaganje polju vremenski usrednjava na vremenski interval od 6 minuta.

Koncept prosječnog vremena izloženosti zasniva se na pretpostavci da je ljudsko tijelo sposobno kompenzirati efekte električnog polja ako je djelovanje polja vremenski ograničeno te na taj način izbjegći bilo kakve trajne štetne posljedice.

Primjerice, ljudsko je tijelo mehanizmima termoregulacijskog sustava (znojenjem i drhtavicom) sposobno kompenzirati zagrijavanje tkiva zbog izloženosti električnom polju. Prema dosadašnjim spoznajama proizašlima iz medicinskih i bioloških studija, ljudsko je tijelo sposobno kompenzirati učinke zagrijavanja zbog izloženosti elektromagnetskom polju većemu od graničnoga u trajanju do 6 minuta [84] pa se izloženost usrednjava na 6-minutni interval.

Za izvore signala impulsnog oblika, osim vremenske srednje vrijednosti, potrebno je provjeriti i vršne vrijednosti impulsa [84].

Pri istodobnoj izloženosti zračenju polja različitih frekvencija treba provesti sumiranje učinaka na različitim frekvencijama.

Vrijedi naglasiti da su električni podražaji relevantni za frekvencije do 10 MHz, a toplinski su efekti relevantni za frekvencije više od 100 kHz te se SAR i gustoća snage zbrajaju prema relacijama koje propisuje ICNIRP [84]. Nadalje, za frekvencije između 10 GHz i 300 GHz, osim osnovnog ograničenja SAR-a, postoji i osnovno ograničenje gustoće snage.

S obzirom pak na toplinske učinke primjena IEEE zaštitnih normi [86], kojima je prostorni vršni SAR usrednjen po 1 gramu tkiva ograničen na 1.6 W/kg, rezultira maksimalnim temperaturnim porastom za 0.06 °C u mozgu, a primjena ICNIRP zaštitnih normi [84], kojima je SAR usrednjen po 10 grama tkiva ograničen na 2 W/kg, rezultira maksimalnim porastom temperature u mozgu u iznosu od 0.11 °C.

Te granične vrijednosti imaju zaštitne faktore 17 za slučaj ANSI/IEEE ograničenja, odnosno 9 za slučaj ICNIRP ograničenja izloženosti u usporedbi s porastom temperature od 1 °C, pri čemu su prilikom pokuša na životinjama utvrđeni štetni toplinski učinci.

### 35.5.1. Hrvatske smjernice za zaštitu od elektromagnetskih polja

Prema definiciji iz **Zakona o zaštiti od neionizirajućeg zračenja** (Narodne novine 105/99) [88],

- „*neionizirajuća zračenja* jesu elektromagnetska polja i elektromagnetski valovi frekvencije niže od 300 GHz ili ultrazvuk frekvencije niže od 500 MHz, koji u međudjelovanju s tvarima ne stvaraju ione
- *izvor neionizirajućih zračenja* jest svaki uređaj koji proizvodi jednu ili više vrsta neionizirajućih zračenja”.

Mjere zaštite od neionizirajućih zračenja impliciraju da svako izlaganje tim zračenjima bude niže od graničnih razina utvrđenih **Zakonom o zaštiti od neionizirajućeg zračenja** i propisima donesenima na temelju tog zakona. Zakon o zaštiti od neionizirajućeg zračenja predviđa donošenje provedbenog propisa (pravilnika).

U prosincu 2001. granične vrijednosti snaga zračenja radijskih postaja propisane su *Pravilnikom o najvišim dopuštenim snagama zračenja radijskih postaja u gradovima i naseljima gradskog obilježja* [89] (Narodne novine 111/01). Trenutačno vrijede dva pravilnika za zaštitu od neionizirajućeg zračenja:

*Pravilnik o zaštiti od elektromagnetskih polja*, [87] koji je prema Zakonu o zaštiti od neionizirajućeg zračenja donijelo Ministarstvo zdravlja Republike Hrvatske u prosincu 2003. godine te *Pravilnik o ograničenjima jakosti elektromagnetskih polja za radijsku opremu i telekomunikacijsku terminalnu opremu* [90], koji je na temelju Zakona o telekomunikacijama u prosincu 2004. godine donijelo Ministarstvo mora, turizma, prometa i razvijatka.

Vrijedi naglasiti da su granice izloženosti u oba pravilnika mnogo oštiri nego u većini međunarodnih normi.

## 36. Zaključna razmatranja

Prisutnost elektromagnetskih polja u okolišu i njihova potencijalna štetnost za ljudsko zdravlje kontroverzno su znanstveno, tehničko, ali i socijalno pitanje. Ključna je točka u analizi mogućih rizika za zdravlje ljudi dozimetrija unutarnjeg polja koja obuhvaća elektromagnetsko i toplinsko modeliranje ljudskog tijela. Realistični, anatomske zasnovani modeli ljudskog tijela analiziraju se primjenom sofisticiranih suvremenih numeričkih metoda. Ulazne podatke za takvu analizu osigurava dozimetrija upadnog polja koja se temelji na proračunima i mjeranjima izvora elektromagnetskih polja na niskim i visokim frekvencijama.

U ovom su poglavlju opisani realistični modeli glave izložene polju monitora, trudnice izložene električnom polju dalekovoda, oba utemeljena na odgovarajućim inačicama Laplaceove jednadžbe i njezinu rješavanju metodom rubnih elemenata, i model oka izloženog zračenju ravnog vala, koji se temelji na odgovarajućoj Helmholtzovoj jednadžbi i njezinu rješenju primjenom hibridne metode konačnih i rubnih elemenata. Model se temelji na odgovarajućoj Laplaceovoj jednadžbi i njezinu rješavanju metodom rubnih elemenata.

Na temelju rezultata koje pruža unutarnja dozimetrija, mogu se razmatrati biološki učinci koji se pojavljuju kad izloženost elektromagnetskim poljima uzrokuje fiziološke promjene u biološkom sustavu a

detektabilne su mjerjenjem ili proračunom. Ako je biološki učinak zbog izloženosti izvan normalnog raspona koje organizam može kompenzirati, nastaje opasnost za zdravlje čovjeka.

Izloženost poljima niskih frekvencija uzrokuje induciranje gustoće struje u tkivu, a dominantni efekti zbog izloženosti poljima visokih frekvencija su zagrijavanje tkiva, mijenjanje kemijskih reakcija ili induciranje električnih struja u tkivima i stanicama. Zračenje elektromagnetskih polja visokih frekvencija kvantificira se konceptom specifične gustoće apsorbirane snage, odnosno SAR-a.

Neke eksperimentalne spoznaje djelomice podupiru vezu između razina polja ekstremno niskih frekvenciјa u okolišu i promjena u biološkim funkcijama. Takve su poveznice, primjerice, između polja ekstremno niskih frekvencija i različitih vrsta tumora, posebno leukemije u djece. Prema kategorizaciji Svjetske zdravstvene organizacije, ta su polja klasificirana kao moguće kancerogena.

Treba naglasiti da većina rezultata dobivenih u sklopu novijih istraživanja upućuju na činjenicu da su razine polja u okolišu zbog izvora na ekstremno niskim frekvencijama (dalekovodi, transformatorske stanice) i visokim frekvencijama (bazne stanice) zapravo mnogo niže od međunarodnih i domaćih ograničenja. Ipak, neki rezultati dobiveni u određenim studijama, pa i u ovom radu, doduše, ako je riječ o izloženosti iznosima vanjskih polja blizu referentnih graničnih razina, premašuju dopuštene vrijednosti temeljnih ograničenja. Primjerice, maksimalna se vrijednost gustoće struje inducira u fetusu tijekom 8. tjedna trudnoće. Pri tome gustoća struje koja se inducira u fetusu višestruko premašuje iznos gustoće struje u mozgu majke koja iznosi  $0.5 \text{ mA/m}^2$ . Time gustoća struje u fetusu premašuje ICNIRP-ova temeljna ograničenja i za opću i profesionalnu populaciju, a gustoća struje u mozgu majke unutar je tih granica.

## LITERATURA

- [1] Tesche, F.M., Ianoz, M., Karlson, T. (1997) *EMC Analysis Methods and Computational Models*, Wiley Interscience, New York, USA, 1997.
- [2] Poljak, D., El-Khamlichi Drissi, K. (2012) Electromagnetic Field Coupling to Overhead Wire Configurations: Antenna Model versus Transmission Line Approach, *International Journal of Antennas and Propagation*, pp. 1 – 18, 2012.
- [3] Poljak, D. (2007) *Advanced Modeling in Computational Electromagnetic Compatibility*, John Wiley & Sons, New Jersey, SAD, 2007.
- [4] Poljak, D., Dorić, V., Antonijević, S. (2007) *Computer Aided Design of Wire Structures, Frequency and time domain analysis*, WIT Press, Southampton – Boston, 2007.
- [5] Rachidi, F., Tkachenko, S.V. (2008) *Electromagnetic Field Interaction with Transmission Lines: From Classical Theory to HF Radiation*, WIT Press, Southampton-Boston, 2008.
- [6] Poljak, D., Dorić, V., Šesnić, S. (2009) Coupling from HF Transmitter to Power Line Communications System Using Antenna Theory – Analytical versus Numerical Approach, *XV. International Symposium on Theoretical Electrical Engineering, ISTET'09*, Lubeck, Germany 2009.
- [7] Poljak, D., Šesnić, S., El-Khamlichi Drissi, K., Kerroum, K. (2011) Electromagnetic Field Coupling to Buried Thin Wires – Antenna model versus transmission line approach, *Proc. Of EMC Europe 2011*, York 2011.
- [8] Poljak, D., Kovač, N. (2009) Time domain modeling of a thin wire in a two-media configuration featuring a simplified reflection/transmission coefficient approach, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 33, 283 {293, 2009.
- [9] Poljak, D., Dorić, V., Šesnić, S., El-Khamlichi Drissi, K., Kerroum, K. (2007) Electromagnetic Field Coupling to Buried Wires: Comparison of Frequency Domain Wire Antenna and Transmission Line Model, *ICECom 2007, Conference Proceedings, 19th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications*, 2007. pp 123-126.
- [10] Poljak, D., El-Khamlichi Drissi, K., Kerroum, K., Šesnić, S. (2011) Comparison of analytical and boundary element modeling of electromagnetic field coupling to overhead and buried wires. *Engineering analysis with boundary elements*, 35 (2011) 3; 555-563.
- [11] Poljak, D., Cerdic, V., Dorić, A., Peratta, V., Roje, C., Brebbia, A. (2010) Boundary Element Modeling of Complex Grounding systems: Study on current distribution, *BEM 32*, Southampton, UK, Sept. 2010, pp. 123-132.
- [12] Poljak, D., Cerdic, V., Dorić, A., Peratta, V., Roje, C., Brebbia, A. (2010) Boundary Element Modeling of Complex Grounding systems: Study on current distribution, *BEM 32*, Southampton, UK, Sept. 2010, pp. 123-132.
- [13] Čavka, D., Harrat, B., Poljak, D., Nekhoul, B., Kerroum, K., El-Khalimichi Drissi, K. (2011) Wire Antenna Versus Modified Transmission Line Approach To The Transient Analysis Of Grounding Grid, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 3, 2011, pp 1101-1108.
- [14] Miller, E.K., Poggio, A.J., Burke, G.J., Selden, E.S. (1972) Analysis of wire antennas in the presence of a conducting half-space, part II: The horizontal antenna in free space. *Can J Phys* 1972;50:2614–27.
- [15] Burke, G.J., Poggio, A.J., Logan, I.C., Rockway, J.W. (1979) Numerical electromagnetics code-a program for antenna system analysis in *Int. Symp. Electromagn. Compat.*, Rotterdam, The Netherlands, May 1979.
- [16] IEC 62305-1, (2006) *Zaštita od munje 1. dio : Opća načela*, Prvo izdanje 2006-01.
- [17] Diendorfer, G., Uman, M.A. (1990) An improved return stroke model with specified channel base current. *Intl. J. Geophys. Res.* 95, D(9):13621-13644, 1990.
- [18] Grčev, L., Rachidi, F., Rakov, V.A. (2003) Comparison of electromagnetic models of lightning return strokes using current and voltage sources, *International Conference on Atmospheric Electricity, ICAE'03* Versailles, France, June 2003.
- [19] Shoory, A., Moini, R., Sadeghi, S.H.H., Rakov, V.A. (2005) Analysis of Lightning-Radiated Electromagnetic Fields in the Vicinity of Lossy Ground, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 2005;47(1):131-145.
- [20] Baba, Y., Rakov, V.A. (2005) On the mechanism of attenuation of current waves propagating along a vertical perfectly conducting wire above ground: application to lightning. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 521-532. 2005.
- [21] Moini, R., Kordi, B., Rafi, G.Z., Rakov, V.A. (2000) A new lightning return stroke model based on antenna theory model, *J. Geophys. Res.*, Vol. 105, no. D24, pp. 29 693–29 702, Dec. 2000.
- [22] Baba, Y., Ishii, M., Numerical electromagnetic field analysis of lightning current in tall structures, *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 16, no. 2, pp. 324–328, Apr. 2001.
- [23] Kordi, B., Moini, R., Rakov, V.A. (2003) Comparison of lightning return stroke electric fields predicted by the transmission line and antenna theory models in *Proc. 15th Int. Zurich Symp. Electromagn. Compat.*, Zurich, Switzerland, Feb. 2003, pp. 551–556.
- [24] Baba, Y., Ishii, M. (2003) Characteristics of electromagnetic return-stroke models, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 45, no. 1, pp. 129–135, Feb. 2003.
- [25] Pokharel, R.K., Ishii, M., Baba, Y. (2003) Numerical Electromagnetic Analysis of Lightning-Induced Voltage Over Ground of Finite Conductivity”, *IEEE Transactions on EMC*, 45(4), 651-656. 2003.

- [26] Čavka, D., Poljak, D., Goić, R. (2012) Antenna Model of Wind Turbine Struck by Lightning, *Proc. EMC Europe 2012*, Rome Italy 2012.
- [27] Antonijevic, S., Doric, V., Poljak, D. (2010) Optimized Transient Analysis using GB-BEM”, *XI-th International Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism* September 14 – 18, 2010, Sofia, Bulgaria, 2010.
- [28] Antonijevic, S., Doric, V., Poljak, D. (2011) An Improved Algorithm for Indirect Time domain Analysis of Thin Wire Structures, *SoftCOM 2011*, September 15 – 17, 2011, Split-Hvar-Dubrovnik, Croatia, 2011.
- [29] Kaouche, S., Nekhoul, B., Kerroum, K., El-Khamlichi, Drissi, K. (2007) Modélisation des perturbations induites par une onde de foudre sur un réseau de puissance non linéaire, *FDTD, revue internationale de génie électrique* (RIGE), pp.1-38, 2007.
- [30] Harrat, B., Nekhoul, B., Poljak, D., Kerroum, K., El-Khamlichi Drissi, K. (2010) Electromagnetic Response of the Grounding Systems under a Lightning Strike, *Journal of Communications, Software and Systems* 6, pp 133-140, JCOMSS 2010.
- [31] Clayton, R. Paul, (1994) *Analysis of multiconductor transmission lines*, Wiley Interscience, 1994.
- [32] Grcev, L., Dawalibi, F. (1990) An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems, *IEEE Trans. Power Delivery*, No 4., pp. 1773-1781, Oct. 1990.
- [33] IEC Technical Report, (2002) Wind Turbine Generation System – 24: Lightning Protection, TR61400-24 (2002).
- [34] IEA (1997) Recommended practices for wind turbine testing and evaluation, 9. *Lightning Protection for Wind Turbine Installations*, Ed. 1997 (1997).
- [35] IEE (1997) Professional Group S1 (New concepts in the generation, distribution and use of electrical energy): Half-day Colloquium on *Lightning protection of wind turbines*, (1997, 11).
- [36] Sorensen, T., Sorensen, J.T., Nielsen H. (1998) Lightning damages to power generating wind turbines, *Proc. of 24th International Conference on Lightning Protection (ICLP98)*, pp.176-179, 1998.
- [37] McNiff B., (2002) Wind Turbine Lightning Protection Project 1999-2001, *NREL Subcontractor Report*, SR-500-31115 (2002).
- [38] Rachidi, F., Rubinstein, M., Montanya, J., Bermudez, J.H., Sola, R., Sola, G., Korovkin, N. (2008) A Review of Current Issues in Lightning Protection of New-Generation Wind Turbine Blades, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, n. 6, 2008, pp. 2489-2496.
- [39] Yoh, Y. (2007) How does ring earth electrode effect to wind turbine? Yoh, Y., Toshiaki, F., Toshiaki, U. *Universities Power Engineering Conference, 2007. UPEC 2007. 42nd International Volume* , Issue , 4-6 Sept. 2007 Page(s):796 – 799.
- [40] Meliopoulos A.P., Moharam, M.G. (1983) Transient Analysis of Grounding Systems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, n. 2, 1983, pp. 389-399.
- [41] Ramamoorthy, M., Narayanan, M.M.B., Parameswaran S., Mukhedkar, D. (1989) Transient Performance of Grounding Grids, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, n. 4, 1989, pp. 2053–2059.
- [42] Liu, Y., Zitnik, M., Thottappillil, R. (2001) An improved transmission line model of grounding system. *IEEE Trans EMC 2001*;43(3):348–55.
- [43] Lorentzou M.I., Hatziaargyriou, N.D., Papadias C. (2003) Time domain analysis of grounding electrodes impulse response. *IEEE Trans Power Delivery* 2003;2:517–24.
- [44] Yaqing Liu, Nelson Theethayi, and Rajeev Thottappillil (2005) An engineering model for transient analysis of grounding system under lightning strikes: nonuniform transmission-line approach, *IEEE Trans. On Power Delivery*. Vol. 20, N°.2, pp. 722-730, April 2005.
- [45] Poljak, D. Roje, V. (1997) The Integral equation method for ground wire impedance, Constanda, C., Saranen, J., Seikkala, S. (Ed), *Integral methods in science and engineering*, Vol. I, Longman, UK., 139-143, 1997.
- [46] Poljak, D., Dorić, V. (2006) Wire Antenna Model for Transient Analysis of Simple Grounding Systems. Part I: The Vertical Grounding Electrode, *Progress in electromagnetics research*.64 (2006); 149-166.
- [47] Poljak, D., Dorić, V. (2006) Wire Antenna Model for Transient Analysis of Simple Grounding Systems. Part II: The Horizontal Grounding Electrode, *Progress in electromagnetics research*.64 (2006); 167-189.
- [48] Grcev, L., Heimbach, M. (1997) Frequency Dependent and Transient Characteristics of Substation Grounding Systems, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, No. 1, pp 172-178, January 1997.
- [49] Grcev, L.D., Menter, F.E. (1996) Transient Electro-magnetic Fields Near Large Earthing Systems, *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 32, pp. 1525-1528, May 1996.
- [50] Poljak, D., Doric, V., El-Khamlichi Drissi, K., Kerroum, K., Medic, I. (2008) Comparison of wire antenna and modified transmission line approach to the assessment of frequency response of horizontal grounding electrodes, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, EABE 32 (2008) 676–681.
- [51] Olsen, M.C., Willis, R.G. (1996) A Comparison of Exact and Quasi-static Methods for Evaluating Grounding Systems at High Frequencies, *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 11, No 2, pp. 1071-1081, April 1996.
- [52] Bridges, G.E. (1995) Transient plane wave coupling to bare and insulated cables buried in a lossy half-space. *IEEE Trans EMC* 1995;37(1):62–70.

- [53] Burke, G.J., Miller, E.K. (1984) Modeling Antennas Near to and Penetrating a Lossy Interface, *IEEE Trans. on Antenna and Propagation*, Vol. AP-32, No. 10, pp 1040-1049, October 1984.
- [54] Takashima, T., Nakae, T., Ishibasi R. (1980) Calculation of Complex Fields in Conducting media *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 15, pp. 1-7, Feb. 1980.
- [55] Harrat, B., Nekhoul, B., Poljak, D., Kerroum, K., El-Khamlich Drissi, K. (2010) Indirect Impact of Lightning Discharge on Grounding Grid, *ICLP 2010 Conference*, Italy 2010.
- [56] Burke, G.J. Numerical Electromagnetic Code-NEC4. January, 1992.
- [57] Poljak, D. et al (2009) Generalized Form of Telegrapher's Equations for the Electromagnetic Field Coupling to Buried Wires of Finite Length, *IEEE Trans. EMC*, vol. 51, no. 2, pp. 331-337, May 2009.
- [58] Poljak, D., Doric, V., Lucic, R., Antonijevic, S., Murko, V. (2006) Comparison of wire antenna and transmission line model for transient analysis of grounding electrodes. Kanazawa: ICLP; 2006.
- [59] Cvetkovic, N.. Rancic, Predrag D. (2009) Model for Analyzing a Pillar Grounding System with Cylindrically-Shaped Concrete Foundation, *Electromagnetics*, 29:2, 151 - 164.
- [60] Lin, J.C. (2007) Malignant Brain Tumors from Cellular Mobile Telephone Radiation. *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 49 (1), 212-14.
- [61] Hirata, A., Fujiwara, O., Nagaoka, T., Watanabe, S. (2010) Estimation of Whole Body Average SAR in Human Models Due to Plane Wave Exposure at Resonance Frequency, *IEEE Trans. EMC*, Vol. 52, No 1, pp. 41-48, Feb. 2010.
- [62] Hardell, L., Sage, C. (2008) Biological Effects from Electromagnetic Field Exposure and Public Exposure Standards, *Biomedicine and Pharmacotherapy* 62, pp. 104-109, 2008.
- [63] Hardell, L., Carlberg, M. (2008) Meta-analysis of Long-term Mobile Phone Use and teh Association with Brain Tumors, *International Journal of Oncology* 32, pp. 1097-1103, 2008.
- [64] Lin, J.C. (2005) Interaction of Wireless Communication Fields with Blood-Brain Barrier of Laboratory Animals. *Radio Science Bulletin* 315, 33-38., 2005.
- [65] Aniborn, A., Feychting, M., Lonn, S. (2005) Mobile Phones and Tumor Risk: Interpretation of Recent Results, *Radio Scienec Bulletinn*, 314, pp. 30-33, 2005.
- [66] Barnes, F.S., and Greenebaum, B. (2007) *Handbook of Biological Effects of Electromagnetic Fields*, 3rd edn. Boca Raton: CRC Press.
- [67] Habash, R.W.Y. (2002) *Electromagnetic Fields and Radiation*, Marcel Dekker, New York, 2002.
- [68] Poljak, D. (2006) *Izloženost ljudi neionizacijskom zračenju*, Kigen, Zagreb 2006.
- [69] Poljak D. (2003) *Human Exposure to Electromagnetic Fields*, WIT Pres, Southampton-Boston, 2003.
- [70] Gandhi, O.P., Chen, J.Y. (2006) Numerical Dosimetry at Power Line Frequencies Using Anatomically Based Models, *Bioelectromagnetics Suppl.*, Vol. 1, pp. 43-60, 1992.
- [71] Gandhi, O.P. (1995) Some Numerical Methods for Dosimetry: Extremely Low Frequencies to Microwave Frequencies. *Radio Science* 30 (1), 161-177.
- [72] Gandhi, O.P., Lazzi, G., Furse, C.M. (1997) Electromagnetic Absorption in the Human Head and Neck for Mobile Telephones at 835 and 1900 MHz, *IEEE Trans Microwave Theory and Tech.*, Vol. 44, No 10, pp 1865-1873, Oct. 1997.
- [73] Wang, J., Fujiwara O. (2002) Dosimetry in the Human Head for Portable Telephones, in *Review of Radio Science* 1992-2002 (Ed. W. Ross Stone), URSI, June 2002.
- [74] Hirrata, A., Shizoava, T. (2003) Correlation of Maximum Temperature Increase and Peak SAR in the Human Head Due to Handset Antennas, *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 51, No 7, pp. 1834-1841, July 2003.
- [75] Chiba, A., Isaka, K., Yokoi Y., Nagata M., Kitagav, M., Matsuo, T. (1984) Application of Finite Element Method to Analysis of Induced Current Densities Inside Human Model Exposed to 60 Hz Electric Field, *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, No. 7, pp 1895-1901, July 1984.
- [76] Poljak, D., Rashed, Y. (2002) The Boundary Element Modelling of the Human Body exposed to the ELF Electromagnetic Fields, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 26, pp 871-875, 2002.
- [77] Poljak, D., Peratta, A., Brebbia, Carlos, A. (2004) The Boundary Element Electromagnetic-Thermal Analysis of Human Exposure to Base Station Antennas Radiation. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 28 (2004) ,
- [78] Poljak, D., Peratta, A., Brebbia, C.A. (2005) A 3D BEM Modelling of Human Exposure to Extremely Low Frequency (ELF) Electric Fields, *Boundary Elements XXVII*, pp. 441-451, Orlando, USA, March 2005.
- [79] Gonzalez, C., Peratta, A., Poljak, D. (2007) Boundary Element Modeling of the Realistic Human Body Exposed to Extremely Low Frequency (ELF) Electric Fields: Computational and Geometrical Aspects, *IEEE Trans. EMC*, Vol. 49, No 1, pp. 153-62, Feb. 2007.
- [80] Perrata, C., Perrata, A., Poljak, D. (2010) BEM Modeling of High Voltage ELF Electric Field Applied to a 3D Pregnant Woman Model, *Journal of Communications Software and Systems*, Vol. 6., No 1., pp. 31-38, March 2010.
- [81] Nielsen, N.F., Michelsen, J., Michalsen, J.A., Schneider, T. (1996) Numerical calculation of electrostatic field surrounding a human head in visual display environments, *Journal of electrostatic*, 36, pp. 209–223, 1996.

- [82] Cavka, D., Poljak, D., Peratta, A., Brebbia, C. (2008) Boundary element model of the human head exposed to an electrostatic field generated by Video Display Units, *BEM 30*, Maribor, Slovenia, pp. 115-124, July, 2008.
- [83] Poljak, D., Tham, C.Y., Roje, V., Zemunik, T. (2000) Parasitic Cylindrical Antenna Representation of the Human Body Exposed to the Low Frequency (LF) Electromagnetic Radiation, *Millennium Conference on Antennas & Propagation*, Davos, Switzerland, 9-14 April 2000.
- [84] ICNIRP Guidelines for Limiting Exposure to Time-Varying, Electric, Magnetic and Electromagnetic Fields (up to 300 GHz), *Health Phys.*, Vol. 74, 4 (1998), 494-522
- [85] Dodig, H., Peratta, A., Poljak, D. (2007) Analysis Method for the Heating of the Human Eye Exposed to High Frequency Electromagnetic Fields, *Journal of Communications Software and Systems 3*, Special Issue on Mobile and Wireless Communications: Safety Aspects, pp. 3-10, 2007.
- [86] American National Standards Institute (ANSI) (1992) Safety levels with Respect to Human Exposure to Radio Frequency Electromagnetic Fields, 3 kHz to 300 GHz, ANSI/IIEEE C.95.1-1992.
- [87] Narodne novine (2003) Pravilnik o zaštiti od elektromagnetskih polja, Narodne novine 204, prosinac 2003.
- [88] Narodne novine Zakon o zaštiti od neionizirajućeg zračenja (Narodne novine 105/99)
- [89] Narodne novine (2001) Pravilnik o najvišim dopuštenim snagama zračenja radijskih postaja u gradovima i naseljima gradskog obilježja, Narodne novine, prosinac 2001;
- [90] Narodne novine (2004) Pravilnik o ograničenjima jakosti elektromagnetskih polja za radijsku opremu i telekomunikacijsku terminalnu opremu, Narodne novine, prosinac 2004.
- [91] Ishikawa, Hiroshi, Schuman, Joel S. (2004) Anterior Segment Imaging: Ultrasound Biomicroscopy, *Ophthalmol. Clin. N.Am.*, 17, p.p. 7-20, 2004.
- [92] Krish, D., Singh, Nicola, S., Longan Gilmartin, B. (2006) Three Dimensional Modeling of the Human Eye Based on Magnetic Resonance Imaging, *Investigative Ophthalmology and Visual Science*, 47, p.p. 2272-2279, 2006.
- [93] Navarro, Rafael (2009) The Optical Design of the Human Eye, *Journal of Optometry*, 2(1), 3-18, 2009.
- [94] Dodig, H., Poljak, D., Peratta, A. (2012) Hybrid BEM/FEM Edge Element Computation of the Thermal Rise in the 3D Model of the Human Eye Induced by High Frequency EM Waves, *2012 Int. Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks, SoftCOM 2012*.
- [95] E.Y.K. Ng and E.H. Ooi (2006) FEM Simulation of The Eye Structure With Bioheat Analysis, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 82(3), p.p. 268-276, June 2006.