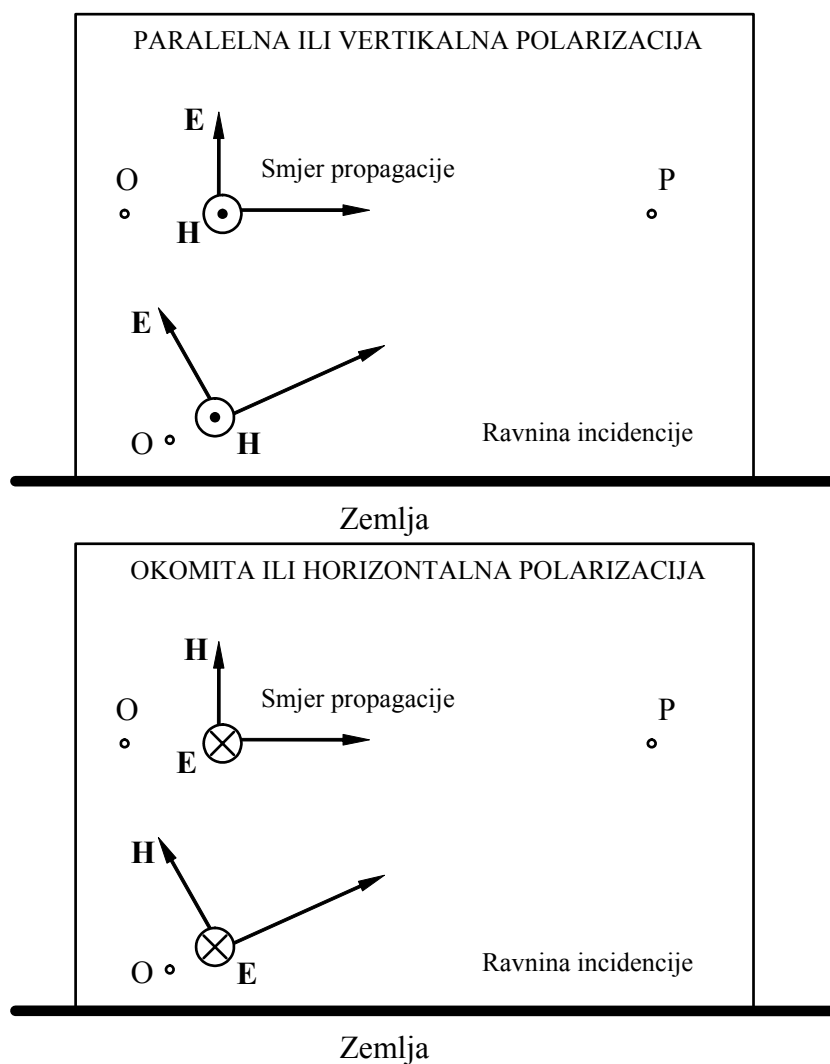


I. Propagacija radio valova

Informacije koje sadržane u modulacijskom signalu prenose se radio valovima na različite načine moduliranim radio signalom u vrlo širokom dijapazonu frekvencija i to od približno 10 kHz do više stotina gigahertza. U ovom širokom spektru propagacija elektromagnetskih valova ima svoje osobitosti koje su vezane za određena frekvencijska područja. U tim frekvencijskim područjima djelovanje različitih prirodnih fenomena ima različite uloge, pa s tim i dominantni karakter bez obzira na propagaciju u tim područjima. Kao jedan od mnogih primjera razmotrimo specifičnosti polarizacije radio valova kod visokih i niskih frekvencija obzirom na svojstva tla kod visokih odnosno niskih frekvencija.

Na većim udaljenostima od neke odašiljačke antene vektori \mathbf{E} i \mathbf{H} međusobno su okomiti i okomiti na smjer propagacije vala. Definirajmo ravninu incidencije koja prolazi točkom O i P (odašiljač i prijamnik) i okomita je na Zemljinu površinu.

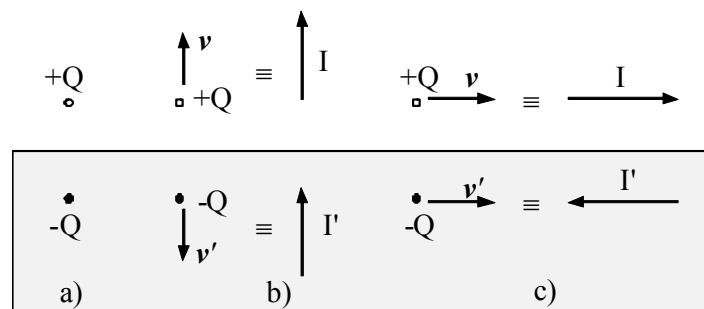


Slika 1. Definicija vektora polarizacije s obzirom na ravninu incidencije

Poytingov vektor koji definira smjer propagacije leži u ravni incidencije. Linearno polarizirani val je onakav kod kojega je električno polje uvijek u ravni incidencije ili okomito na nju. Ako vektor \mathbf{E} uvijek leži u ravni incidencije (paralelan je s njom) govorimo o *paralelno polariziranom valu* (sl. 1.a). Budući da vektor \mathbf{E} leži u ravni koja je vertikalna, što znači da je okomito na Zemljinu površinu onda je ovo *vertikalno polarizirani val*. Ako je vektor \mathbf{E} normalan na ravninu incidencije (sl. 1.b) govorimo o *normalnoj polarizaciji*, pri čemu \mathbf{E} leži u ravni paralelnoj s površinom Zemlje, horizontom, pa je ovo i *horizontalna polarizacija*.

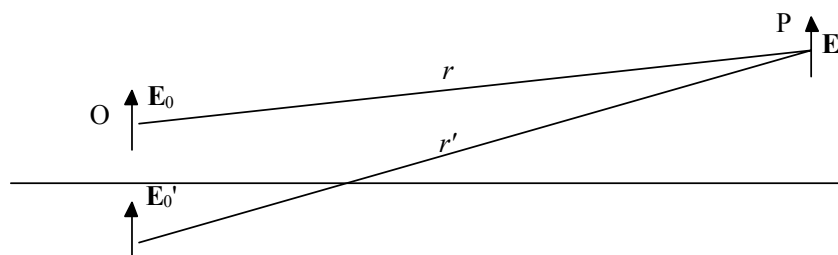
Za ilustraciju našeg primjera želimo pokazati da kod *niskih* frekvencija treba koristiti *vertikalno polarizirani val* za razliku od visokih kod kojih možemo koristiti obje polarizacije. Ovo je povezano sa svojstvima površine Zemlje koja je kod niskih frekvencija dobro vodljiva te realnih dimenzija u odnosu na valnu duljinu λ , a kod visokih postaje sve slabije vodljiva pa se kod frekvencija iznad 1 GHz može smatrati dielektrikom s malim gubicima.

Ako bismo aproksimirali površinu Zemlje kod niskih frekvencija idealno vodljivom ravninom onda se naboj $+Q$ oslikava kao $-Q$.



Slika 2. Zemlja za niske frekvencije

Naboj $+Q$ u vertikalnoj žici - anteni koji se giba brzinom v prema gore predstavlja struju I prema gore dok odslikani $-Q$ predstavlja struju I' također prema gore. Međutim naboj $+Q$ koji se giba brzinom v paralelno s površinom Zemlje predstavlja struju I smjera v dok odslikani naboj $-Q$ predstavlja struju I' koja teče paralelno ali u suprotnom smjeru od I . Struje I i I' generiraju električno polje koje je u smjeru struja, tako da struje I i I' sa sl. 2.b formiraju vertikalno polarizirane valove, a I i I' na sl. 2.c horizontalno polarizirane valove. U udaljenoj točki (r) od vertikalne žičane antene u kojoj teče struja I ukupno polje \mathbf{E} vektorska je suma polja uzrokovanih strujama I i I' :



Slika 3. Ukupno polje u točki prijama za vertikalnu polarizaciju

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_0 e^{-j\beta r} A(r) + \mathbf{E}'_0 e^{-j\beta r'} A(r'); \quad A(r) \propto \frac{1}{r}.$$

$A(r)$ je funkcija od r koja utječe samo na promjenu amplitude polja na udaljenosti r (r') dok je promjena faze obuhvaćena izrazom $e^{-j\beta r}$, $e^{-j\beta r'}$. Ako je točka P dovoljno daleko od O pa je $r \gg \lambda$; $r' \gg \lambda$, uz $\Delta r = |r - r'| \ll \lambda$ bit će $A(r) \approx A(r')$ može se, uz pretpostavku idealne vodljivosti Zemlje ($E_0 = E'_0$) izraz aproksimirati s:

$$\mathbf{E}_r = E_0 A(r) (e^{-j\beta r} + e^{-j\beta r'}) = E_0 A(r) (e^{-j\beta r} + e^{-j\beta(r+\Delta r)})$$

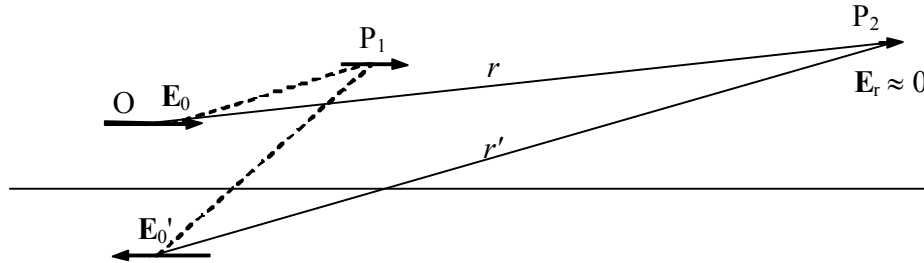
uz $\beta \Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \ll \frac{2\pi}{\lambda} \lambda$ (pretpostavka da je $\Delta r \ll \lambda$), vrijedi $e^{-j\beta(r+\Delta r)} \approx e^{-j\beta r}$, pa je

$$\mathbf{E}_r = 2E_0 A(r) e^{-j\beta r}.$$

Međutim kod horizontalne polarizacije vrijedi zbog $\mathbf{E}'_0 = -\mathbf{E}_0$:

$$\mathbf{E}_r = E_0 A(r) e^{-j\beta r} - E_0 A(r') e^{-j\beta r'}$$

što uz pretpostavku $\Delta r \ll \lambda$ daje resultantno polje u P približno jednako nuli.



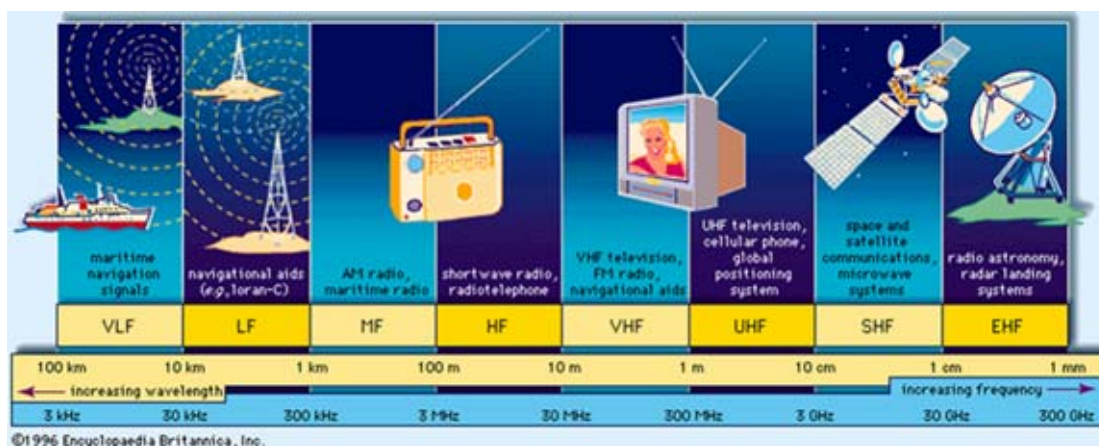
Slika 4. Ukupno polje u točki prijama za horizontalnu žicu

Napomenimo da Δr ovisi o udaljenosti žičane antene od Zemljine površine, odnosno njezine slike. Budući da je kod niskih frekvencija čije su valne duljine nekoliko stotina metara lako zadovoljiti kriterij $\Delta r \ll \lambda$ evidentno je da će se koristiti vertikalna polarizacija a ne horizontalna. Kod visokih frekvencija mogu se koristiti obje polarizacije tim više što Zemlja postaje sličnija dielektriku pa se mijenjaju odnosi između \mathbf{E} i \mathbf{E}' .

Ovim primjerom željeli smo ilustrirati jedan od mnogih utjecajnih čimbenika na propagaciju elektromagnetskog vala pri čemu su utjecaji prirode okoline kojom se propagira val karakteristični za određena frekvencijska područja, pa je i tehnika tome prilagođena. Uobičajena podjela radio frekvencija predstavljena je u tabeli 1.

TABLICA 1. PODJELA RADIO FREKVENCIJSKOG SPEKTRA

Valno područje	Frekvencijski opseg	Skraćenica
Ekstremno niske frekvencije	< 10 kHz	ELF (Extremely Low Frequency)
Vrlo niske frekvencije	(10 – 100) kHz	VLF (Very Low Frequency)
Niske frekvencije	(100 – 300) kHz	LF (Low Frequency)
Srednje frekvencije (srednji val)	(300 – 1500) kHz	MF (Medium Frequency)
Visoke Frekvencije (kratki val)	(1,5 – 30) MHz	HF (High Frequency)
Vrlo visoke frekvencije	(30 – 300) MHz	VHF (Very High Frequency)
Ultra visoke frekvencije (ultrakratki val)	300 MHz – 3 GHz	UHF (Ultra High Frequency)
Super visoke frekvencije	(3 – 30) GHz	SHF (Super High Frequency)
Ekstremno visoke frekvencije	(30 – 300) GHz	EHF (Extremely High Frequency)



Slika 5. Podjela radio frekvencijskog spektra i podjela radio usluga po spektru (Izvor: *Encyclopaedia Britannica*)

Podjela atmosfere

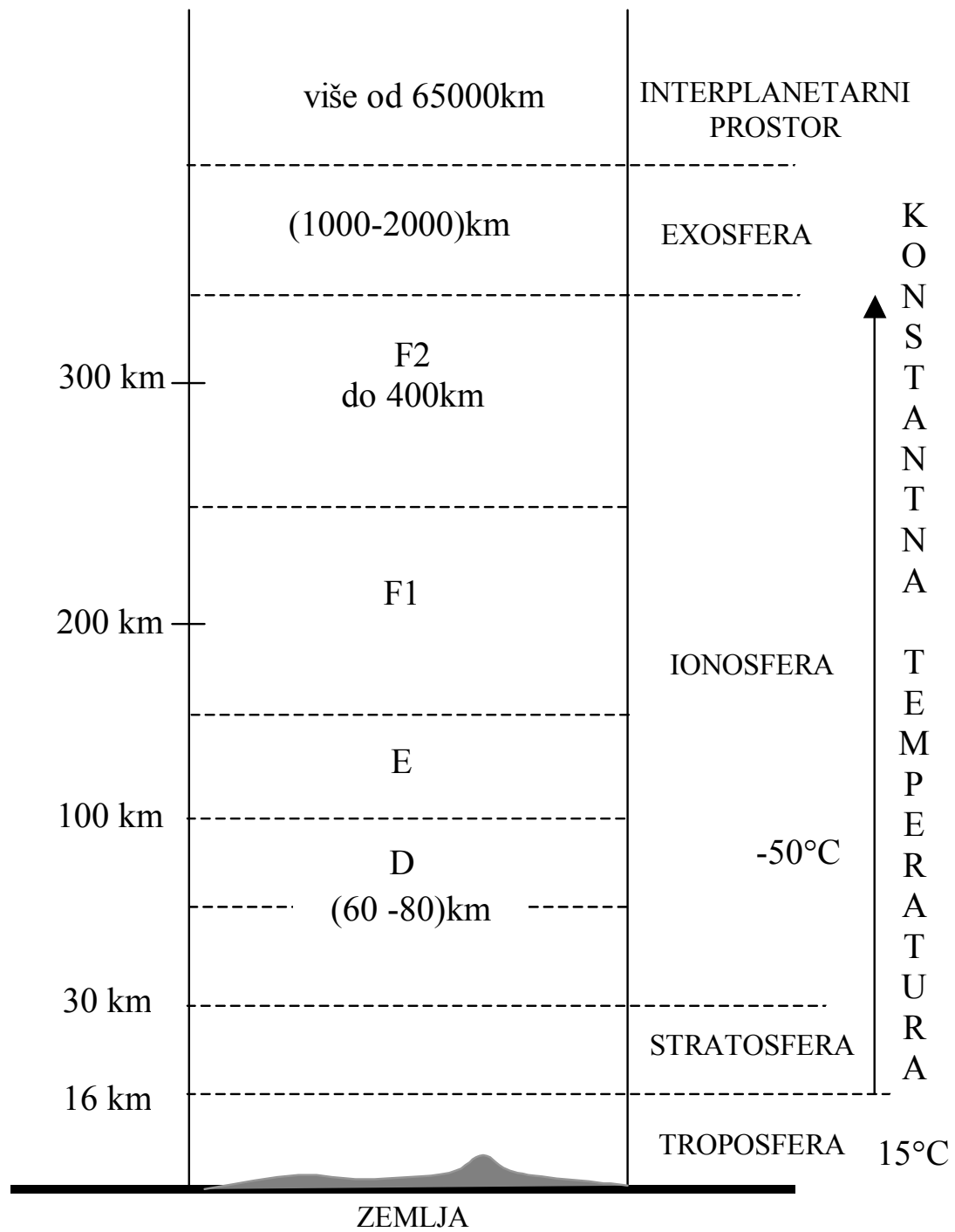
Atmosfera ima vrlo značajan utjecaj na propagaciju radio valova jer se ne može smatrati homogenim idealnim dielektrikom. U nižim slojevima vrlo brzo se mijenja pritisak, vlažnost i temperatura, te na određenim visinama pojavljuju se slojevi ioniziranog plina. Iz ovih razloga karakteristični su utjecaji pojedinih slojeva pa je atmosfera podijeljena kao na sl. 6 [1,2].

Troposfera omata Zemlju do visine od oko 8 km na polovima do oko 20 km oko ekvatora. *Stratosfera* je do oko 30 km, iznad je *ionosfera* do oko 400 km.

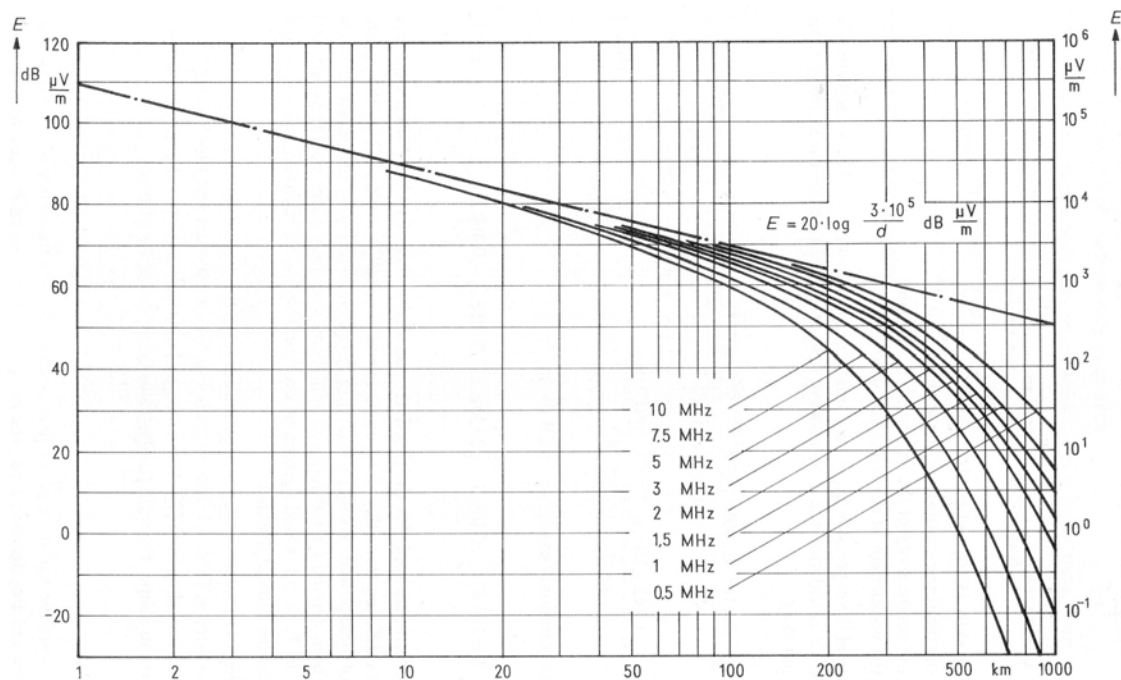
Elektromagnetski valovi koji se propagiraju usporedno uz Zemljinu površinu mogu se propagirati pomoću površinskog vala (vidi sljedeće poglavlje) kod kojega je Zemlja vodljiva površina te val slijedi njezinu zakrivljenost. Površinski val dakle postoji u neposrednoj blizini površine. Ovakvim valom s prihvatljivim prigušenjem mogu se propagirati valovi samo na nižim radio frekvencijama za prijenos na velike udaljenosti (od nekoliko tisuća kilometara). Pri tome je potrebno graditi velike odašiljače snage oko 1000 kW i vrlo skupi antenski sustav. Pored toga u dugovalnom području od 50 - 150 kHz moguć je vrlo mali broj odašiljača na Zemlji zbog male širine pojasa i velikog dometa pa to područje nema većeg značaja. U srednjovalnom području, korištenjem nešto nižih snaga odašiljača tipično 1 kW pokrivaju se pomoću površinskih valova ograničena geografska područja i koristi se skoro isključivo za potrebe radiodifuzije s dometima do oko 1000 km.

Na slici 7 je prikazano opadanje jakosti polja površinskog vala s udaljenošću od odašiljača za različite frekvencije uz snagu odašiljača od 1 kW i kratku vertikalnu antenu za more srednje slanosti i tipično tlo. Uočimo da su navedene udaljenosti znatno veće kad se površinski val propagira iznad morske površine nego iznad površine tla tipične relativne permitivnosti i vodljivosti.

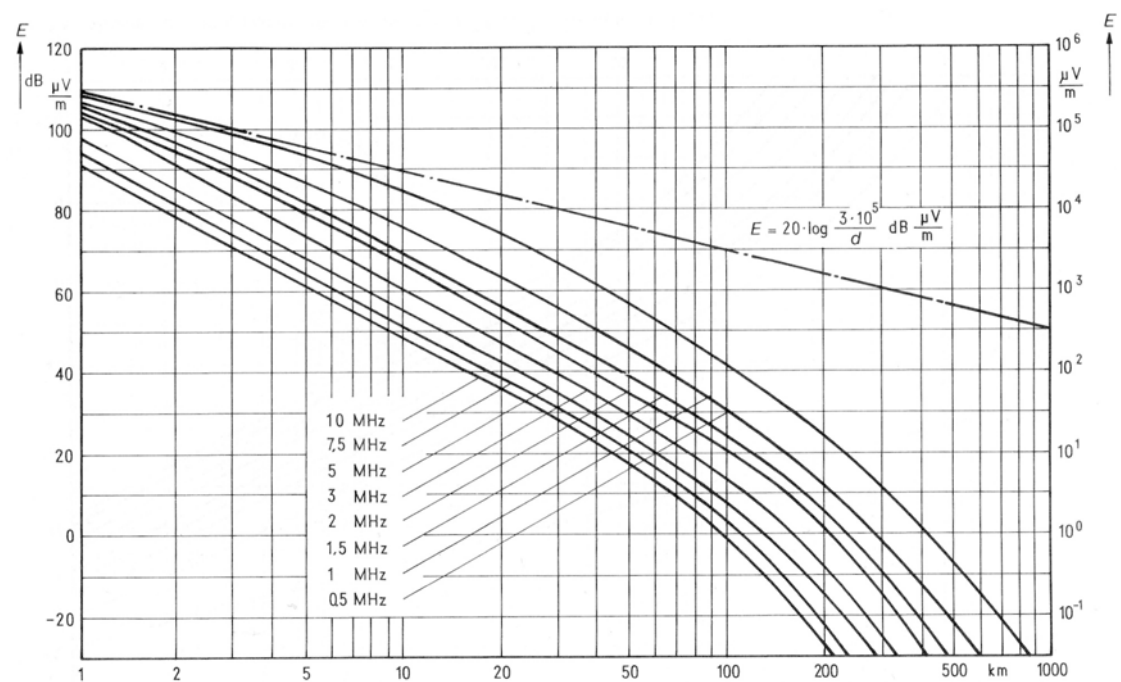
Za premošćenje velikih udaljenosti među kontinentima može se koristiti ionosfera kao sloj u kojem dolazi do prelamanja valova određenih frekvencija koji su emitirani pod određenim kutom. Tipična je propagacija ionosferskog vala u kratkovalnom području.



Slika 6. Podjela Zemljine atmosfere



a) prosječno tlo (relativna permitivnost 15, specifična vodljivost 10^{-3} S/m)



b) more (relativna permitivnost 80, specifična vodljivost 4 S/m)

Slika 7. Dijagram opadanja površinskog vala s udaljenošću za različite frekvencije [1]

Površinski val. Zenneckovi valovi

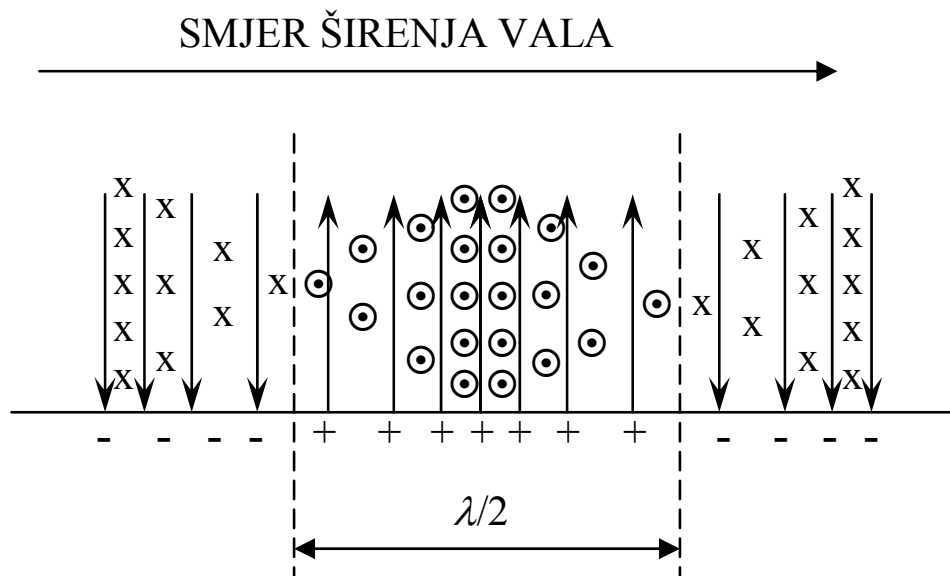
Površinski val propagira se slijedeći zakrivljenost Zemljine površine pri čemu površina Zemlje predstavlja vodljivu plohu [1]. U obzir dolazi propagacija **isključivo pomoću vertikalno polariziranog vala** jer sve komponente električnog polja tangencijalne na površinu su kratko spojene, što znači da nije moguća propagacija paralelna Zemlji s horizontalno polariziranim valom. Dakle slika polja kod površinskog vala je kao na sl. 8.

Na površini Zemlje induciraju se naboji. Kako oni putuju duž Zemlje naboji tvore struju na površini koja zbog konačne vodljivosti Zemlje predstavlja gubitke energije koju prenosi val. Uslijed toga je površinski val eliptično polariziran. Sommerfeldova analiza propagacije površinskog vala za Zemlju predstavljenu ravnom plohom daje:

$$E_p = A \frac{E_0}{d},$$

gdje je E_p jakost polja na udaljenosti d od odašiljača, E_0 jakost polja na jediničnoj udaljenosti od odašiljača (na Zemljinoj površini uz zanemarenje gubitaka uslijed konačne vodljivosti Zemlje). A je faktor manji od jedinice koji je posljedica gubitaka energije u Zemlji.

Za slučaj da je odašiljačka antena neusmjerena u horizontalnoj ravnini (isijava jednaku energiju po cijelom azimutu od 0 do 2π rad) uz kratku vertikalnu antenu (zračenje proporcionalno $\cos\theta$, gdje je θ kut elevacije) i zračenu snagu odašiljača 1 kW može se izračunati polje E_0 od 300 mV/m na 1 km udaljenosti. Za druge iznose snage P_0 može se izračunati polje $E_0 \sim \sqrt{P_0}$. Isto tako, moguće je uzeti u obzir dobitak antene odašiljača u horizontalnoj ravnini. Tako je primjerice efektivna izotropno zračena snaga promatranog odašiljača $P_0 = 50$ kW uz dobitak $G_0 = 50 = 17$ dBi u horizontalnoj ravnini.



Slika 8. Propagacija površinskog vala

Pred inženjera koji će se baviti problemima propagacije postaviti će se sljedeći zadatak. Ako je zadana snaga koju zrači antena odašiljača P_0 treba odrediti snagu P_p koju će primiti antena prijammnika na određenom mjestu u odnosu na odašiljač. Zadatak je moguće riješiti tako da se odredi jakost elektromagnetskog polja kao funkcija prostornih koordinata u odnosu na definiranu antenu odašiljača¹. S tom veličinom može se za zadanu antenu prijammnika odrediti P_p . Ovaj pristup uobičajen je u radiodifuziji na primjer, ili onim uslugama gdje jedan odašiljač signalom (elektromagnetskim poljem) pokriva određeno područje, a nije unaprijed definirana pozicija pojedinog prijammnika.

Međutim isti zadatak moguće je riješiti (za određenu točku moguće je definirati snagu P_p) ako znamo omjer P_0/P_p koji predstavlja gubitke propagacije koji se obično izražavaju u decibelima. Ovaj pristup koristi se kod ravnopravnih komunikacija, gdje odašiljač i prijammnik često izmjenjuju uloge (dvosmjerni prijenos).

Odredimo najprije pojmove koje ćemo često susretati. Nekima će se više pažnje pokloniti u kolegiju Antene.

Izotropni radijator (antena) zrači u svim smjerovima u prostoru jednako. To znači da bi na kugli radijusa d oko tog izotropnog radijatora gustoća snage bila konstantna (jednaka na svakom elementu površine). To se izražava jednadžbom ($\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$):

$$P_i = S_i 4\pi d^2.$$

Ukupna izračena snaga P_i izotropnog radijatora jednaka je gustoći snage $S_i = |\mathbf{S}_i|$ koja je konstantna za određeni d (radijus kugle). Snaga P_i je definirana Poytingovim vektorom \mathbf{S} koji je usmjeren normalno na površinu kugle prema vani, pomnoženim s površinom kugle. Gustoća snage S_i međutim ovisna je o radijusu kugle d . Stoga je ponekad prikladno uzeti pojam "intenziteta zračenja" U kao produkta gustoće snage S na udaljenosti d od radijatora i kvadrata te udaljenosti d^2 :

$$U = S \cdot d^2$$

Usmjerenost. Izotropni radijator ne postoji. Antene zrače na način da u određeni dio prostora zrače veću gustoću snage od prosječne zračene snage. U svezi s tim može se definirati *usmjerenost* D kao omjer maksimalne gustoće zračene snage S_{max} i srednje gustoće zračene snage:

$$D = \frac{S_{max}}{S_{srednji}}.$$

Očigledno je da je usmjerenost izotropnog radijatora jednaka jedinici ($D_i = 1$). Dakle, usmjerenost D antene je broj koji nam kaže koliko puta treba biti zračena snaga izotropnog radijatora veća od ukupne zračene snage dane antene da bi se na jednakoj udaljenosti postigla jednaka gustoća zračene snage kao i kod usmjerene antene *u smjeru maksimalnog zračenja*. Da se izračunati da je za:

¹ Ovo znači da treba dobiti distribuciju jakosti elektromagnetskog polja na određenom području. Međutim, često se baš i ne računa snaga P_p nego se definira neka minimalna vrijednost jakosti polja koja zadovoljava unaprijed definiranu snagu prijama, pa se onda govori o pokrivenosti nekog područja radio signalom.

- a) kratki dipol ($l \ll \lambda$) $D_{KD} = 1.5 = 1,76$ dB
 b) polualni dipol ($l = \lambda/2$) $D_{PD} = 1.64 = 2,15$ dB.

Dobitak G antene obuhvaća gubitke snage uslijed disipacije u samoj anteni i vrijedi veza s usmjerenošću D :

$$G = k \cdot D$$

gdje je k **faktor iskorištenja** i manji je od jedinice. Budući da je k često samo neznatno manji od jedan često se uzima $k = 1$, pa vrijedi:

$$G \doteq D.$$

(Kod ovoga je potreban oprez.) Stoga je dobitak G antene koji nam kaže koliko puta treba ukupna zračena snaga izotropnog radijatora biti veća od ukupne *privedene snage* konkretne antene, da bi izotropnim radijatorom na određenoj udaljenosti postigli istu gustoću snage kao i razmatranom antenom u smjeru maksimalnog zračenja.

Efektivna površina antene. Ako u prostoru gdje se širi ravni val čija je površinska gustoća snage S smjestimo prijamnu antenu ona će prilagođenom opterećenju podati snagu P koja je proporcionalna gustoći snage S . Koeficijent proporcionalnosti zove se efektivna površina A_e antene. Dade se pokazati da je usmjerenost D antene proporcionalna efektivnoj površini. Omjer usmjerenosti i efektivne površine antene **ne ovisi o danoj anteni** nego je u slobodnom prostoru:

$$\frac{D}{A_e} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \Rightarrow A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D \text{ ili } A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{G}{k},$$

$$\text{za } k = 1 \Rightarrow A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G.$$

Efektivna površina *izotropnog radijatora* ($D = 1$) je stoga:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi}.$$

Napominjemo da odnosi vrijede u *neometanom* prostoru i da su potrebna posebna razmatranja za antenu u blizini tla (u praksi kad je udaljenost od Zemlje reda veličine valne duljine).

Na velikoj udaljenosti od izotropnog izvora zračenja koji formira kuglasti val vektori \mathbf{E} električnog polja i \mathbf{H} magnetskog polja međusobno su okomiti i tvore produkt $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ Pri tome vrijedi skalarni odnos:

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \eta = 120\pi\Omega, \text{ a}$$

$$S = E^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = \frac{E^2}{120\pi} \quad (*)$$

Budući da vrijedi da je gustoća snage S na mjestu d udaljenom od izotropnog izvora koji zrači snagu P_i :

$$S_i = \frac{P_i}{4\pi d^2}$$

uvrštavanjem u (*) slijedi veza između zračene snage P_i i jakosti polja E u točki na razmaku d (dovoljno velikom):

$$\frac{P_i}{4\pi d^2} = \frac{E^2}{120\pi} \Rightarrow E = \frac{\sqrt{30P_i}}{d}$$

Često se koristi izraz:

$$E \left[\frac{\text{mV}}{\text{m}} \right] = 173 \frac{\sqrt{P_i [\text{kW}]}}{d [\text{km}]}$$

Ako bismo snagu P zračili umjesto izotropnim radijatorom poluvalnim dipolom onda bi u smjeru maksimalnog zračenja bilo:

$$\begin{aligned} S_{\max} &= D \cdot S_i = 1,64 \frac{P}{4\pi d^2} \\ \frac{E_{\max}^2}{120\pi} &= 1,64 \frac{P}{4\pi d^2} \Rightarrow E_{\max \text{ } pd} \left[\frac{\text{mV}}{\text{m}} \right] = \sqrt{1,64} \cdot 173 \frac{\sqrt{P [\text{kW}]}}{d [\text{km}]} \\ E_{\max \text{ } pd} \left[\frac{\text{mV}}{\text{m}} \right] &= 222 \frac{\sqrt{P [\text{kW}]}}{d [\text{km}]} \end{aligned}$$

Slično je i za kratki dipol zbog $D = 1,5$:

$$E_{\max \text{ } pd} \left[\frac{\text{mV}}{\text{m}} \right] = 212 \frac{\sqrt{P [\text{kW}]}}{d [\text{km}]}$$

Ove posljednje relacije ne vrijede za eliptičnu polarizaciju.

Efektivna izotropno zračena snaga–EIRP. Efektivna zračena snaga–ERP

U praksi ne postoji izotropni radijator. Ako s G_0 označimo dobitak odašiljačke antene a s P_0 snagu odašiljača privedenu odašiljačkoj anteni onda je gustoća snage u smjeru maksimalnog zračenja na udaljenosti d :

$$S_0 = \frac{G_0 P_0'}{4\pi d^2} \quad (**)$$

U smjeru koji nije smjer maksimalnog zračenja $S = S_{\max} \cdot F$, gdje je F broj manji od jedinice koji kaže koliko je manje zračenja u odabranom smjeru u odnosu na zračenje u smjeru maksimalnog zračenja. Ako je P_0' privedena snaga anteni, a P_0 zračena snaga onda možemo pisati:

$$\frac{G_0 P_0'}{4\pi d^2} = \frac{P_0'}{4\pi d^2} kD = \frac{P_0}{4\pi d^2} D;$$

zbog često $k \approx 1$ i $G \approx D$ te zbog idealnog prilagođenja uzima se često da je $P_0' = P_0$.

Produkt $P_0 G_0$ nam kaže koliko je veća gustoća snage u smjeru maksimalnog zračenja, ako izotropni radijator odašiljača zamijenimo radijatorom dobitka G_0 . To znači da bi se ista gustoća snage mogla postići u oba slučaja, ako odašiljač antene $G_0 = 1$. Produkt $P_0 G_0$ predstavlja efektivnu izotropnu zračenu snagu izražava se EIRP-vatima (vidi nomogram na sl. 9).

Definicija:

Efektivna izotropno zračena snaga EIRP je umnožak snage privedene anteni i dobitka antene u danom smjeru, u odnosu na izotropnu antenu (dobitak u odnosu na izotropnu antenu zove se apsolutni ili izotropni dobitak).

Isto vrijedi i za neki kut zračenja za koji je iznos dobitka G_k manji od G_0 u skladu s dijagramom zračenja pa je produkt $P_0 G_k$ EIRP u tom smjeru.

Primjedba:

Budući da se u praksi često uzima da je zbog $k \approx 1$ $D \approx G$ što znači da je zračena snaga približno jednaka privedenoj snazi koristi se ponekad u definiranju umjesto izraza "privedena" izraz "zračena" [2, str. 26]. Ipak opredijelit ćemo se za korištenje izraza "privedena snaga odašiljača" P_0 ili, kraće, "snaga odašiljača". Naime, pretpostavlja se prilagođena antena na izlaznom stupnju odašiljača.

Ako su G_0 i G_p dobici odašiljačke i prijamne antene prema izotropnom radijatoru (apsolutni dobici) onda je raspoloživa snaga na stezaljkama prijamne antene:

$$P_p = \frac{G_0 P_0}{4\pi d^2} A_{ep} = \frac{G_0 P_0}{4\pi d^2} G_p \frac{\lambda^2}{4\pi} = P_0 \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_0 G_p.$$

odnosno izražena preko efektivne izotropno zračene snage $P_{eirp} = P_0 G_0$.

$$P_p = P_{eirp} G_p \frac{1}{a_0} \quad (***)$$

U tom slučaju je jakost polja na mjestu prijammnika:

$$E_p \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] = \frac{\sqrt{30 P_{eip}}}{d} = 0,173 \frac{\sqrt{P_{eip} [\text{kW}]}}{d [\text{km}]}.$$

Dakle, gustoća snage na udaljenosti d od odašiljača izotropnog radijatora je:

$$S_i = \frac{P_0}{4\pi d^2} G_i = \{G_i = 1\} = \frac{P_0}{4\pi d^2}.$$

Ako isti odašiljač ima antenu koja nije izotropni radijator nego je dobitka $G_0 \neq G_i$ onda je gustoća snage na udaljenosti d u *smjeru maksimalnog zračenja*:

$$S_{\max} = \frac{P_0}{4\pi d^2} G_0.$$

Ako bi odašiljačka antena bila poluvalni dipol tada je $D_{pd} = 1,64$ pa je, uz $D = kG$ i $k \approx 1$, gustoća snage uz poluvalni dipol odašiljača:

$$S_{pd \max} = 1,64 \frac{P_0}{4\pi d^2} = 1,64 S_i.$$

U smjeru koji nije smjer maksimalnog zračenja gustoća snage je:

$$S_{pd} = 1,64 F S_i,$$

gdje je F broj koji kaže koliko je zračenje u zadanom smjeru slabije od zračenja u smjeru maksimalnog zračenja ($F < 1$).

Stoga definicija koja se često susreće je definicija *efektivne zračene snage* ERP, koja kaže koliko je veća gustoća snage u smjeru maksimalnog zračenja od gustoće snage koju bi dao poluvalni dipol. Efektivna zračena snaga ERP predstavlja umnožak snage privedene odašiljaču P_0 i dobitka odašiljačke antene G_{0pd} u odnosu na poluvalni dipol (a ne u odnosu na izotropni radijator):

$$P_{\text{ERP}} = P_0 G_{0pd}.$$

Želimo izračunati odnos EIRP i ERP:

$$P_{\text{EIRP}} = P_0 G_0 \frac{G_{0pd}}{G_{0pd}} = P_0 G_{0pd} \frac{G_0}{G_{0pd}},$$

$$G_0 = G_{pd} G_{0pd} \Rightarrow P_{\text{EIRP}} = P_{\text{ERP}} G_{pd}$$

pri čemu je dobitak poluvalnog dipola $G_{pd} = 1,64 = 2,15 \text{ dB}$ (tako da dobitak antene u odnosu na izotropni radijator izražavamo u dBi, a u odnosu na poluvalni dipol u dBd) pa je:

$$P_{EIRP} = 1,64 P_{ERP} \Rightarrow P_{ERP} = 0,61 P_{EIRP}$$

$$\boxed{P_{ERP} [\text{dB}] = P_{EIRP} [\text{dB}] - 2,15 \text{ dB}}$$

Primjer

$$P_0 = 2 \text{ W}$$

$$G_0 = 40 \text{ dBi}$$

$$G_{i.r.} = 1 \Rightarrow G_0 [\text{dBi}] = 10 \log \frac{G_0}{G_{i.r.}}$$

$$40 \text{ dBi} = 10 \log G_0 \Rightarrow G_0 = 10^4$$

$$P_{EIRP} = P_0 G_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ W}_{E.I.R.P.} = 43 \text{ dB}_W$$

$$P_{ERP} = 43 - 2,15 = 40,85 \text{ dB}_W$$

$$P_{ERP} [\text{W}] = 10^{\frac{P_{ERP} [\text{dB}_W]}{10}}$$

$$P_{ERP} = \text{alog } 4,085 = 12,162 \text{ kW}_{E.R.P.}$$

Gušenje u slobodnom prostoru

Uzmimo najprije termin gušenja u slobodnom prostoru dviju izotropnih antena kao omjer privedene snage P_0 izotropnom radijatoru i raspoložive snage P_p na izotropnoj anteni prijatelja na udaljenosti d od odašiljača. Može se izračunati gušenje a_0 u slobodnom prostoru između dviju neizotropnih antena dobitaka:

$$a_0 = \frac{P_0}{P_p}$$

Ako je gustoća snage S na udaljenosti d od izotropnog radijatora koji zrači snagu P_0 :

$$S = \frac{P_0}{4\pi d^2},$$

onda će primljena snaga P_p antene efektivne površine A_e biti:

$$P_p = S A_e = \frac{P_0 A_e}{4\pi d^2}$$

Njihov je omjer:

$$\frac{P_p}{P_0} = \frac{A_e}{4\pi d^2}$$

Gušenje ćemo definirati za slučaj kad je prijamna antena također izotropni radijator pa je za $D = 1$:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi},$$

odnosno:

$$\left. \frac{P_p}{P_0} \right|_{i.r.} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2,$$

odnosno gušenje u slobodnom prostoru između izotropnih antena je:

$$a_0 = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2,$$

a obično se izražava u decibelima:

$$a_0[\text{dB}] = 10 \log \frac{P_0}{P_p} = 10 \log \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2$$

$$\boxed{a_0[\text{dB}] = 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda}}.$$

Često se udaljenost d izražava u kilometrima, a umjesto valne duljine λ u izrazu koristi frekvencija f u megahercima ili gigahercima:

$$\frac{4\pi d}{\lambda} = \frac{4\pi}{c} d \cdot f = \frac{4\pi}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \left(d[\text{km}] \cdot \frac{10^3 \text{m}}{1 \text{km}} \right) \cdot \left(f[\text{MHz}] \cdot \frac{10^6}{1 \text{MHz} \cdot \text{s}} \right) = \frac{4\pi}{0,3} d[\text{km}] \cdot f[\text{MHz}]$$

pa je:

$$a_0[\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{4\pi}{0,3} \right) + 20 \log d[\text{km}] + 20 \log f[\text{MHz}];$$

$$a_0[\text{dB}] = 32,45 \text{dB} + 20 \log d[\text{km}] + 20 \log f[\text{MHz}].$$

Može se izračunati gušenje a u slobodnom prostoru između dviju neizotropnih antena dobitaka G_0 i G_p pa relaciju ^(***) pišemo kao:

$$P_p = P_0 G_0 G_p \frac{1}{a_0},$$

te je uz:

$$a = \frac{P_0}{P_p} \Rightarrow a = \frac{a_0}{G_0 G_p},$$

odnosno u decibelima:

$$\boxed{a[\text{dB}] = a_0[\text{dB}] - G_0[\text{dB}] - G_p[\text{dB}]}.$$

Primjer

Radio-veza na frekvenciji 6 GHz ostvarena je na udaljenosti odašiljač-prijamnik $d = 50$ km. Odašiljač je snage 2 W i dobitka $G_0 = 40$ dBi. Ako je dobitak prijamne antene također $G_p = 40$ dBi odredi:

- gušenje slobodnog prostora između izotropnih radijatora,
- gušenje slobodnog prostora između stvarnih antena,
- efektivnu izotropno zračenu snagu EIRP,
- snagu primljenu od prijamne antene,
- jakost polja na mjestu prijama.

a)

$$a_0[\text{dB}] = 32,45\text{dB} + 20\log d[\text{km}] + 20\log f[\text{MHz}] = 32,45\text{dB} + 20\log 50 + 20\log(6 \cdot 10^3)$$

$$a_0[\text{dB}] = 142\text{dB}$$

b)

$$a[\text{dB}] = a_0[\text{dB}] - G_0[\text{dB}] - G_p[\text{dB}] = 142 - 40 - 40 = 62\text{dB}$$

c)

$$P_{\text{EIRP}} = P_0 G_0$$

$$G_0[\text{dB}] = 10\log G_0 \Rightarrow G_0 = 10^4$$

$$P_{\text{EIRP}} = 2\text{W} \cdot 10^4 = 20\text{kW} \Rightarrow P_{\text{EIRP}} = 10\log(2 \cdot 10^4) = 43\text{dBW}$$

$$(P_{\text{ERP}}[\text{dB}] = P_{\text{EIRP}}[\text{dB}] - 2,15 = 43 - 2,15 = 40,85\text{dBW})$$

d)

$$P_p = P_{\text{EIRP}} G_p \frac{1}{a_0}$$

$$P_p[\text{dBW}] = P_{\text{EIRP}}[\text{dBW}] + G_p[\text{dBi}] - a_0[\text{dB}], \text{ ili:}$$

$$P_p = 43 + 40 - 142 = -59\text{dBW}$$

$$a = \frac{P_0}{P_p} \Rightarrow a_0[\text{dB}] = P_0[\text{dBW}] - P_p[\text{dBW}] \Rightarrow P_p = P_0 - a = 10\log \frac{2\text{W}}{1\text{W}} - 62\text{dB}$$

$$P_p = 3 - 62 = -59\text{dBW}$$

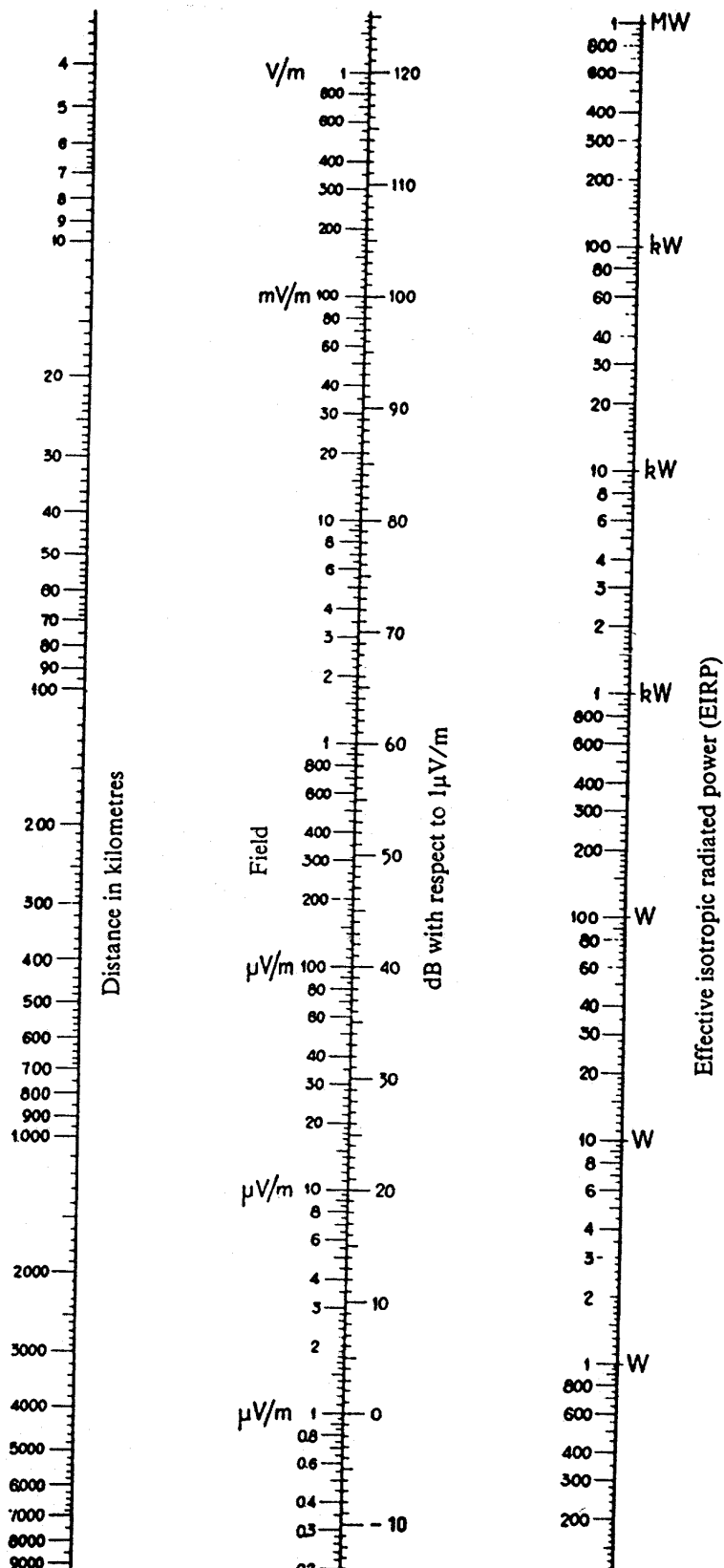
e)

$$S_i = \frac{G_0 P_i}{4\pi d^2}$$

$$\frac{E^2}{120\pi} = \frac{P_{\text{EIRP}}[\text{W}]}{4\pi d^2} \Rightarrow E = \sqrt{\frac{120\pi}{4\pi d^2} P_{\text{EIRP}}}$$

$$E = 173 \frac{\sqrt{P_{\text{EIRP}}[\text{kW}]}}{d[\text{km}]} \Rightarrow E = 173 \frac{\sqrt{20}}{50} \frac{\text{mV}}{\text{m}} = 15,47 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$$

Da bi izračunali ove parametre možemo se poslužiti *nomogramom* (sl. 9).



Slika 9. Nomogram

Rasprostiranje elektromagnetskog vala u slobodnom prostoru

Na propagaciju elektromagnetskog vala kako je već navedeno imaju utjecaj mnogi faktori počevši od vodljivosti, temperature, stanja atmosfere koji su među ostalim i frekvencijski ovisni. Stoga je potrebno najprije definirati ovisnost polja u točki prijama o polju na jediničnoj udaljenosti od odašiljača (ili snazi odašiljača P_0) u uvjetima slobodnog prostora.

Ako je antena odašiljača izotropni radijator gustoća snage na mjestu prijama d metara udaljenom od odašiljača je:

$$S_r = \frac{P_0}{4\pi d^2} = \frac{E_r^2}{\eta},$$

gdje je E_r efektivna vrijednost jakosti električnog polja u točki prijama, a η valni otpor slobodnog prostora $\eta = 120\pi \Omega$.

(Ako bi stavili: $E_r = E_{r0}e^{j\omega t} = \frac{E_{0\max}}{\sqrt{2}}e^{j\omega t}$, tada bi mogli pisati: $S_r = \frac{E_{0\max}^2}{2\eta}$.)

Ako raspoložemo s usmjerenom antenom odašiljača čiji je dobitak G_0 , onda je maksimalna gustoća snage u točki prijama u smjeru maksimalnog zračenja:

$$S_r = \frac{P_0 G_0}{4\pi d^2} = \frac{E_{\max}^2}{\eta} = \frac{E_{\max}^2}{120\pi [\Omega]}$$

iz čega slijedi da je:

$$E_r \left[\frac{\text{mV}}{\text{m}} \right] = \frac{\sqrt{30 P_0 [\text{W}] G_0}}{d [\text{km}]},$$

(odnosno:

$$E_{0\max} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{30 P_0 G_0}}{d}).$$

Napomenimo da je ovdje produkt $P_0 G_0$ predstavlja snagu u smjeru maksimalnog zračenja usmjerene antene dobitka G_0 . Za neki drugi kut zračenja različit od kuta maksimalnog zračenja produkt $P_0 G_0$ treba zamijeniti s veličinom P_i (EIRP) koja nam kaže koliko je veća gustoća snage zračenja usmjerene antene u određenom smjeru u odnosu na gustoću zračene snage izotropnog radijatora koji je napajan istom snagom. U smjeru maksimalnog zračenja je dakle snaga P_i jednaka $P_0 G_0$. Za sve ostale smjerove P_i se određuje iz dijagrama zračenja. Dakle, za bilo koji smjer zračenja vrijedi:

$$E_r \left[\frac{\text{mV}}{\text{m}} \right] = \frac{\sqrt{30 P_i [\text{W}_{\text{EIRP}}]}}{d [\text{km}]}.$$

Za **izotropne radijatore** na strani odašiljača i prijavnika je $G_0 = G_p = 1$, dakle gušenje slobodnog prostora je:

$$a_0[\text{dB}] = -10 \log \frac{P_p}{P_0} = -10 \log \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

$$a_0[\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)$$

Ako se umjesto izotropnih radijatora uzmu **kratki dipoli** odnosno $D_0 = D_p = D = 3/2$ te uz $G = kD$ i $k \approx 1$ je $D \approx G \approx 3/2$, a gušenje slobodnog prostora je u tom slučaju:

$$a_0'[\text{dB}] = -10 \log \frac{P_p}{P_0} = -10 \log \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \frac{3}{2} \right)^2$$

$$a_0'[\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{8\pi d}{3\lambda} \right)$$

Ponekad definiramo gušenje slobodnog prostora u odnosu na **poluvalni dipol** odnosno $D_0 = D_p = D = 1,64$, uz $G = kD$ i $k \approx 1$ je $D \approx G \approx 3/2$, te je tada gušenje slobodnog prostora:

$$a_0''[\text{dB}] = -10 \log \frac{P_p}{P_0} = -10 \log \left(\frac{\lambda}{4\pi d} 1,64 \right)^2$$

$$a_0''[\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{4\pi d}{1,64\lambda} \right)$$

Možemo dakle pisati ove gubitke u obliku:

$$a_0[\text{dB}] = 20 \log \left(4\pi \frac{d}{\lambda} \right) = 20 \log(4\pi) + 20 \log \frac{d}{\lambda} = 21,98\text{dB} + 20 \log \frac{d}{\lambda}$$

$$a_0'[\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{8\pi}{3} \frac{d}{\lambda} \right) = 20 \log \left(\frac{8\pi}{3} \right) + 20 \log \frac{d}{\lambda} = 18,46\text{dB} + 20 \log \frac{d}{\lambda}$$

$$a_0''[\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{4\pi}{1,64} \frac{d}{\lambda} \right) = 20 \log \left(\frac{4\pi}{1,64} \right) + 20 \log \frac{d}{\lambda} = 17,68\text{dB} + 20 \log \frac{d}{\lambda}$$

Ako se udaljenost izrazi u kilometrima, a valna duljina izrazi preko frekvencije u megahercima kako je to uobičajeno:

$$a_0[\text{dB}] = 20 \log \left(4\pi \frac{d}{\lambda} \right) = 20 \log \left(\frac{4\pi}{0,3} \right) + 20 \log d[\text{km}] + 20 \log f[\text{MHz}]$$

$$a_0[\text{dB}] = 32,44\text{dB} + 20 \log d[\text{km}] + 20 \log f[\text{MHz}]$$

$$a_0'[\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{8\pi}{3} \frac{d}{\lambda} \right) = 20 \log \left(\frac{2}{3} \frac{4\pi}{0,3} \right) + 20 \log d[\text{km}] + 20 \log f[\text{MHz}]$$

$$a_0'[\text{dB}] = 28,92\text{dB} + 20 \log d[\text{km}] + 20 \log f[\text{MHz}]$$

$$a_0 [\text{dB}] = 20 \log \left(\frac{4\pi}{1.64} \frac{d}{\lambda} \right) = 20 \log \left(\frac{4\pi}{1.64 \cdot 0.3} \right) + 20 \log d [\text{km}] + 20 \log f [\text{MHz}]$$

$$a_0 [\text{dB}] = 28,1 \text{ dB} + 20 \log d [\text{km}] + 20 \log f [\text{MHz}]$$

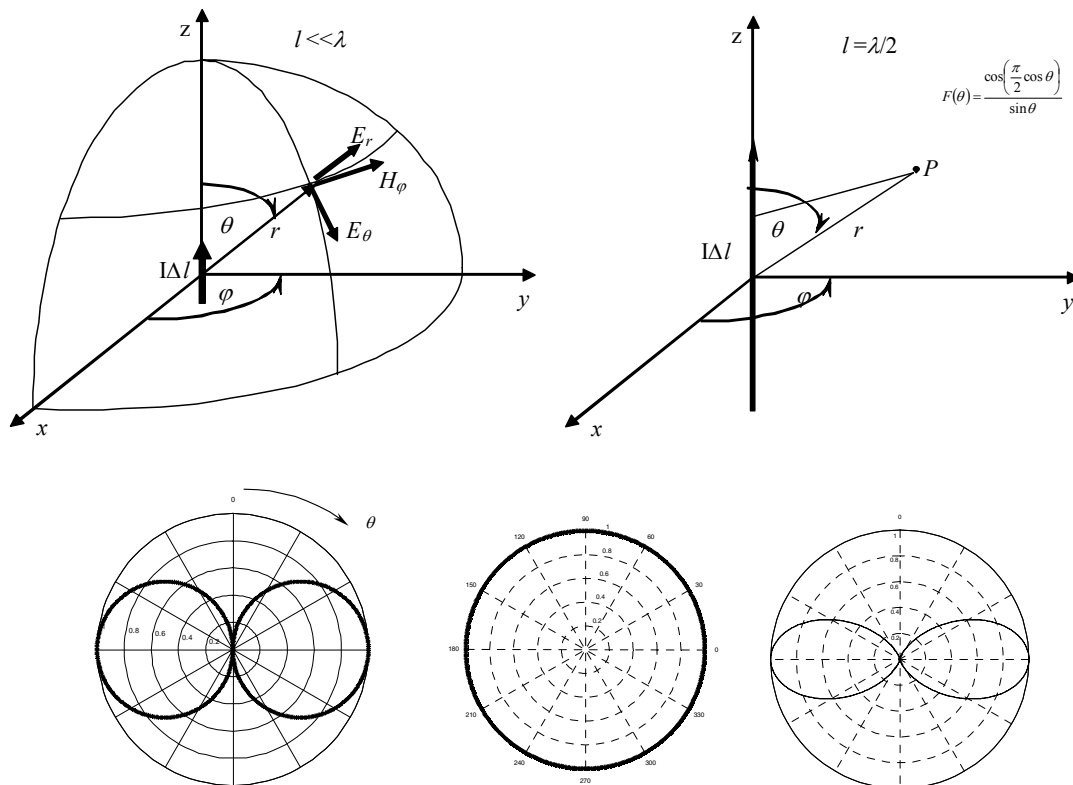
Radio dobitak slobodnog prostora

Pretpostavimo da promatramo zračenje elementarnog dipola (sl. 10). Zračne polje, odnosno komponente polja koje određuju Poytingov vektor $\mathbf{S}_r = \text{Re}(\mathbf{E}_\theta \times \mathbf{H}_\varphi)$ koji predstavlja prosječan protok zračene snage u smjeru r :

$$d\mathbf{E}_\theta = \frac{60\pi I dl \sin \theta}{\lambda r} e^{-j\beta r} e^{j\omega t}$$

$$d\mathbf{H}_\varphi = \frac{I dl \sin \theta}{2\lambda r} e^{-j\beta r} e^{j\omega t} = \frac{d\mathbf{E}_\theta}{120\pi}$$

gdje je $\beta = 2\pi/\lambda$ fazna konstanta, a $\omega = 2\pi f$ kružna frekvencija. Da se dobiju komponente polja \mathbf{E}_θ i \mathbf{H}_φ cijelog dipola duljine l treba izvršiti integraciju po cijeloj dužini dipola (od $-l/2$ do $+l/2$), pa su amplitude zračenih komponenti polja na udaljenosti r :



Slika 10. Zračenje elementarnog dipola* i poluvalnog dipola** (dijagram zračenja* po kutu elevacije dolje lijevo, ** po kutu azimuta u sredini, ** po kutu elevacije desno)

$$E_{\theta} = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} dE_{\theta} = \frac{60\pi \sin \theta}{\lambda r} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} Idl ,$$

$$H_{\varphi} = \frac{E_{\theta}}{120\pi}$$

pa je prosječni protok snage u smjeru r (umnožak tih komponenti polja):

$$\overline{S_r} = \eta \left(\frac{Idl\beta}{4\pi r} \sin \theta \right)^2 .$$

Uvodeći pojam efektivne duljine antene L_{ef} :

$$L_{ef} = \frac{\int_{-l/2}^{+l/2} Idl}{I_{ul}} ,$$

gdje je I_{ul} struja kojom se napaja dipol slijedi:

$$E_{\theta} = \frac{60\pi I_{ul} L_{ef} \sin \theta}{\lambda r} e^{-j\beta r} e^{j\omega t} .$$

Da se pokazati da je za kratki dipol efektivna duljina antene: $L_{ef} = l/2$.

Snaga koja protječe kroz jediničnu površinu normalnu smjeru širenja vala predstavljena je Poytingovim vektorom. Budući da je kut između vektora polja \mathbf{E} i \mathbf{H} jednak $\pi/2$ te je sinus tog kuta jednak jedinici vrijedi:

$$S_r = \mathbf{E} \cdot \mathbf{H}^* = \frac{E^2}{120\pi} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] ,$$

odnosno u smjeru maksimalnog zračenja uzimajući da su uslijed toga što promatramo daleko polje vektori električnog i magnetskog polja u fazi vrijedi:

$$S_{r\max} = \mathbf{E}_{\max} \cdot \mathbf{H}_{\max}^* = \frac{E_{\max}^2}{120\pi} .$$

Ukupna zračena snaga kratkog dipola je:

$$P_r = \iint_S S_r dS = 80\pi^2 I^2 \left(\frac{dl}{\lambda} \right)^2 .$$

Ako je odašiljačka antena kratki dipol s $D = 3/2$, a ista takva antena je i na mjestu prijama koji je udaljen $d \gg \lambda$ od odašiljača i nalazi se u ekvatorijalnoj ravnini ($\sin \theta = 1$), dakle u smjeru maksimalnog zračenja, gustoća snage na mjestu prijama bit će:

$$S_{\max} = \frac{E_{\max}^2}{120\pi},$$

gdje je E_{\max} efektivna vrijednost polja na mjestu prijama. Snaga koju će prijamna antena predati prilagođenom potrošaču je:

$$P_2 = S_{\max} A_{ef2}.$$

Budući da vrijedi odnos:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef},$$

te da je za kratki dipol $D = 3/2$, vrijedi:

$$A_{ef} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \Rightarrow P_2 = \frac{E_{\max}^2}{120\pi} \frac{3\lambda^2}{8\pi}.$$

Da se pokazati da je ukupna zračena snaga odašiljačkog dipola na udaljenosti d izražena preko maksimalne efektivne vrijednosti električnog polja E_{\max} :

$$P_1 = \frac{E_{\max}^2 d^2}{45},$$

pa je:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{3\lambda}{8\pi d} \right)^2.$$

Ova je relacija izvedena prije i predstavlja gušenje a_0' slobodnog prostora u slučaju da su i predajna i prijamna antena kratki dipoli. Međutim susreće se i alternativna formulacija:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{3\lambda}{8\pi d} \right)^2 = A_0^2 = \frac{1}{a_0'}.$$

Veličina A_0 zove se **radio dobitak slobodnog prostora** (uz obje antene kratke dipole). Pri tome se pretpostavlja da ne postoje utjecaji koji bi narušili dijagram zračenja dipola (uključujući Zemlju). Radio dobitak A_0 je dakle:

$$A_0 = \frac{3\lambda}{8\pi d}.$$

Izražen u decibelima radio dobitak je po apsolutnoj vrijednosti isti kao i gubitak a_0' , ali je suprotnog predznaka:

$$A_0 [\text{dB}] = 10 \log \frac{P_2}{P_1} = 20 \log A_0 = -20 \log \frac{8\pi d}{3\lambda} = -a'_0$$

$$A_0 [\text{dB}] = -18,46 \text{ dB} - 20 \log \frac{d}{\lambda}.$$

Međutim, u praksi na primljenu snagu P_2 od prijamne snage neće utjecati samo veličine d i λ , jer se val propagira u blizini Zemlje pa su prisutni efekti poput refleksije od Zemljine površine ili refleksije od pojedinih viših slojeva atmosfere, difrakcije (ogiba) na geografskim preprekama te refrakcije u atmosferi zbog njene nehomogenosti. Svi ovi utjecaji mogu se izraziti pomoću *faktora dobitka radio staze* A_p koji se definira na sljedeći način:

$$E = E_0 A_p,$$

gdje je E efektivna vrijednost polja u određenoj točki prostora, a E_0 vrijednost jakosti polja u toj točki u slučaju kada ne bi postojali ti dodatni utjecaji. Kako je snaga na mjestu prijama za slučaj kada je prijamna antena kratki dipol:

$$P_2 = \frac{E_2^2}{120\pi} A_{ef} = \frac{E_2^2}{120\pi} \frac{3\lambda^2}{8\pi} = \frac{E_0^2}{120\pi} \frac{3\lambda^2}{8\pi} A_p^2,$$

uz vezu između snage odašiljača P_1 privedene kratkom dipolu ($G_d = 3/2$) i jakosti električnog polja E_0 u točki prijama koja leži na pravcu maksimalnog zračenja ($E_{\max} = E_0$):

$$E_0 = \frac{\sqrt{30P_{EIRP}}}{d} = \frac{\sqrt{30P_1 G_d}}{d} = \frac{\sqrt{45P_1}}{d}$$

izlazi da je:

$$\frac{P_2}{P_1} = A_p^2 A_0^2.$$

Isto bi dobili i da su antene odašiljača i prijarnika izotropni radijatori.

Literatura

- [1] G. Braun, *Planning and Engineering of Shortwave Links*, SIEMENS, 1982.
- [2] L. Boithias, *Radio Wave Propagation*, North Oxford Academic Publishers Ltd., London, GB, 1987.

II. Utjecaj atmosfere na propagaciju radio valova

Uslijed neizotropnosti atmosfere elektromagnetski val koji propagira u takvom mediju podložan je refrakciji. Međutim, mehanizam refrakcije nije isti u svim slojevima atmosfere zbog njihove različite prirode. Troposfera (do najviše 20 km iznad površine Zemlje) može se smatrati homogenim, odnosno frekvencijski nedisperzivnim medijem, dok su viši (iznad 80 km) slojevi atmosfere nabijeni uslijed utjecaja Sunčevog zračenja (ionosfera) pa su oni nehomogeni, odnosno frekvencijski disperzivni (propagacija kroz plazmu). Često se ionosferska refrakcija (pogrešno) naziva refleksijom jer postoji mogućnost da se val odaslan od mjesta u blizini površine Zemlje prelomi (u slobodnom žargonu reflektira) od ionosferskih slojeva natrag prema površini Zemlje.

Kako znamo brzina širenja elektromagnetskog vala u dielektriku magnetske permeabilnosti $\mu = \mu_0 \mu_r$, i permitivnosti $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ određena je relacijom:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c \frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}.$$

Budući da se može uzeti približno $\mu_r = 1$ u atmosferi vrijedi:

$$v = c \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}},$$

što se može izraziti relacijom:

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{1}{n}$$

gdje je n indeks refrakcije (loma) dielektrika u odnosu na vakuum: $n = \sqrt{\varepsilon_r}$.

Utjecaj troposfere

Pretpostavimo li da elektromagnetski val iz vakuuma dolazi na granicu s dielektrikom indeksa refrakcije n_1 vrijedi poznati Snellov zakon loma (sl. 1a):

$$1 \cdot \sin \beta_0 = n_1 \sin \beta_1.$$

Općenito će na granici sredstava indeksi refrakcije n_1 i n_2 zadovoljiti jednadžbu:

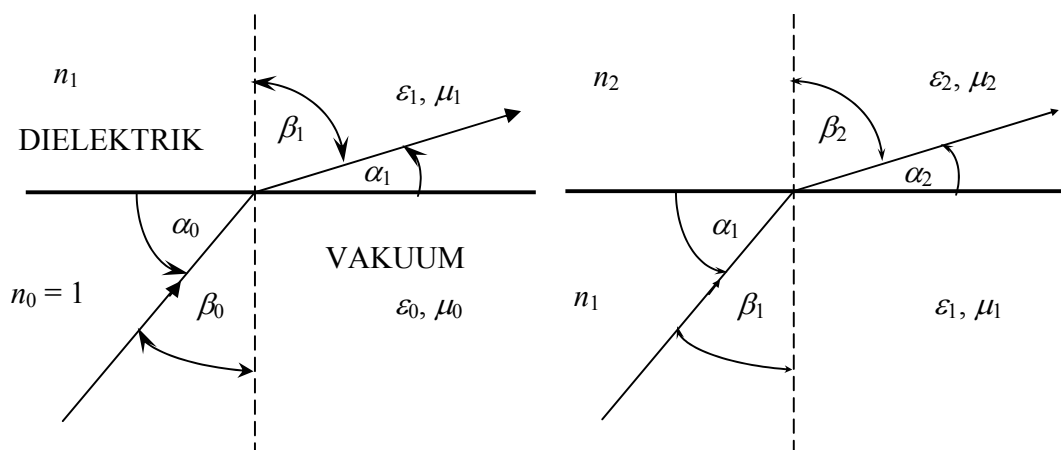
$$n \sin \beta = \text{konst.},$$

ili:

$$n_1 \sin \beta_1 = n_2 \sin \beta_2,$$

odnosno ako uzmemo:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta \Rightarrow \sin \beta = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \alpha$$



Slika 1. Refrakcija (lom) vala na granici između a) vakuuma i dielektrika, b) dvaju različitih izotropnih dielektrika

tada je:

$$n_1 \cos \alpha_1 = n_2 \cos \alpha_2 .$$

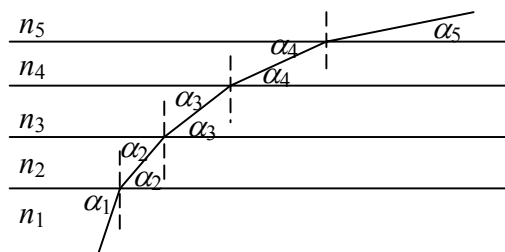
Troposfera se odlikuje znatnom promjenom indeksa refrakcije u ovisnosti o visini h iznad Zemlje (više o ovome slijedi) te je u prvoj aproksimaciji možemo podijeliti na niz tankih slojeva čiji se indeks refrakcije n mijenja kao n_1, n_2, n_3, \dots kao što je prikazano na sl. 2. te za ravnu Zemlju vrijedi:

$$n_1 \cos \alpha_1 = n_2 \cos \alpha_2 = n_3 \cos \alpha_3 = \dots .$$

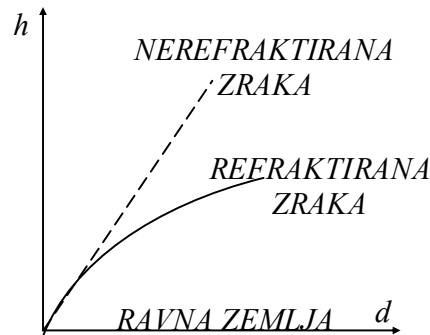
Budući da u troposferi postoji vertikalni gradijent refrakcije $n = n(h)$ vrijedi da je:

$$n_1 \cos \alpha_1 = n(h) \cos \alpha .$$

Ovo znači da će se kod *padajućeg* indeksa refrakcije n s porastom visine h (uobičajen slučaj u atmosferi) zraka *povijati prema Zemlji*, kao što je prikazano na sl. 3. Naravno moguć je i suprotan efekt, ako bi indeks refrakcije rastao s visinom.



Slika 2. Aproksimacijski model refrakcije u troposferi za ravnu Zemlju

Slika 3. Refraktirana ($dn/dh = konst.$) i nerefrektirana zraka ($n = konst.$)

Međutim Zemlja, pa i njena atmosfera je zakrivljena. Za okruglu Zemlju (sl. 4) vrijedi:

$$n_1 \cos \alpha_1 = n_2 \cos \alpha'_2 \quad (*)$$

Za trokut ST_1T_2 vrijedi sinusni poučak:

$$\frac{r_2}{\sin\left(\alpha'_2 + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{r_1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right)} \Rightarrow \frac{r_2}{\cos \alpha'_2} = \frac{r_1}{\cos \alpha_2}$$

Iz (*):

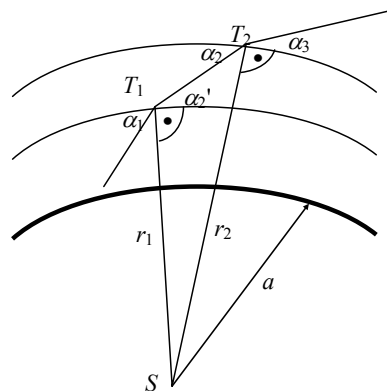
$$\cos \alpha'_2 = \frac{n_1}{n_2} \cos \alpha_1,$$

imamo:

$$\frac{r_2 n_2}{\cos \alpha_1} = \frac{r_1 n_1}{\cos \alpha_2} \Rightarrow n_2 r_2 \cos \alpha_2 = n_1 r_1 \cos \alpha_1.$$

Ako se pretpostavi da se indeks refrakcije mijenja kontinuirano s visinom h , odnosno s r kao $n = n(r)$ vrijedi relacija:

$$n(r) r \cos \alpha = konst..$$



Slika 4. Refrakcija u sferno zakrivljenom mediju s gradijentom refrakcije (u troposferi zakrivljene Zemlje)

Tipična vrijednost indeksa refrakcije na površini Zemlje je veća od jedinice i iznosi tipično $n = 1,0003$. Promjenom visine indeks refrakcije mijenjat će vrijednost tek posljednje znamenke pa se u radiokomunikacijama uobičajeno služiti s pojmom "**radio refraktivnost**" N koja se izražava u N -jedinicama:

$$N = (n - 1) \cdot 10^6.$$

Ovo znači da je za tipični indeks refrakcije na površini Zemlje $n = 1,0003$ radio refraktivnost $N = 300$ N -jedinica. Radio refraktivnost na površini mora označavamo s N_0 , a ovisi o položaju na Zemlji i vremenskim prilikama. Svjetska karta srednje vrijednosti radio refraktivnosti na morskoj površini prikazana je na sl. 5 [1].

Radio refraktivnost varira s udaljenošću od Zemljine površine i to u ovisnosti o promjenama tlaka p u milibarima, temperature T u stupnjevima kelvina te vlažnosti koja je definirana preko parcijalnog tlaka vodene pare e u milibarima [1]:

$$N = \frac{77,6}{T} \left(p + 4810 \frac{e}{T} \right) = N_{\text{DRY}} + N_{\text{WET}}.$$

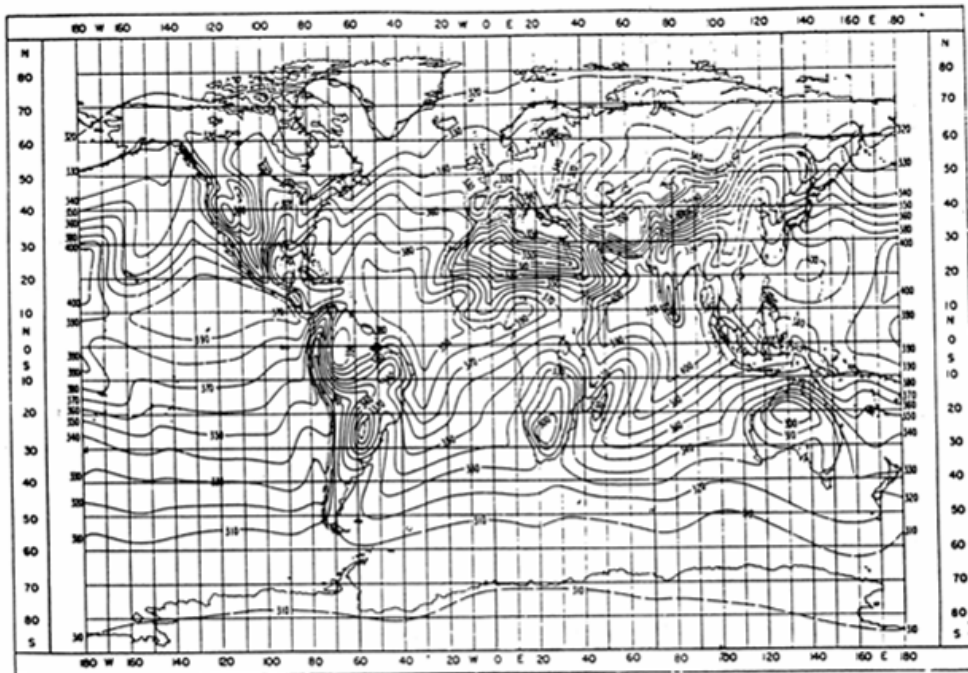


Fig. 4.2 World-wide mean value of refractivity at sea level: August (from [7]).

Slika 5. Svjetska karta srednje vrijednosti radio refraktivnosti na površini mora [1]

Budući da tlak p opada eksponencijalno s porastom visine h dominantan je utjecaj tzv. suhe komponente N_{DRY} na ovisnost radio refraktivnosti o visini $N = N(h)$. Prisutan je međutim i utjecaj temperature i vlažnosti koji također variraju s visinom. Stoga je od strane CCIR-a definiran pojam **referentna atmosfera** ili **standardna atmosfera** za refrakciju [2], kao ona čija je radio refraktivnost:

$$N(h) = 315e^{-0,136h},$$

pri čemu je visina h izražena u kilometrima, što daje prosječni gradijent refraktivnosti za prvi kilometar standardne atmosfere:

$$\frac{dN}{dh} \doteq -40 \text{ N-jedinica/km}.$$

Svjetska karta promjene radio refraktivnosti u prvom kilometru atmosfere prikazana je na sl. 6 [1].

Interesantno je sada izračunati radijus zakrivljenosti ρ zrake u uvjetima kontinuirane promjene indeksa refrakcije $n = n(r)$ sferno zakrivljenog medija, što se primjenom Fermatovog principa svodi na zakrivljenost:

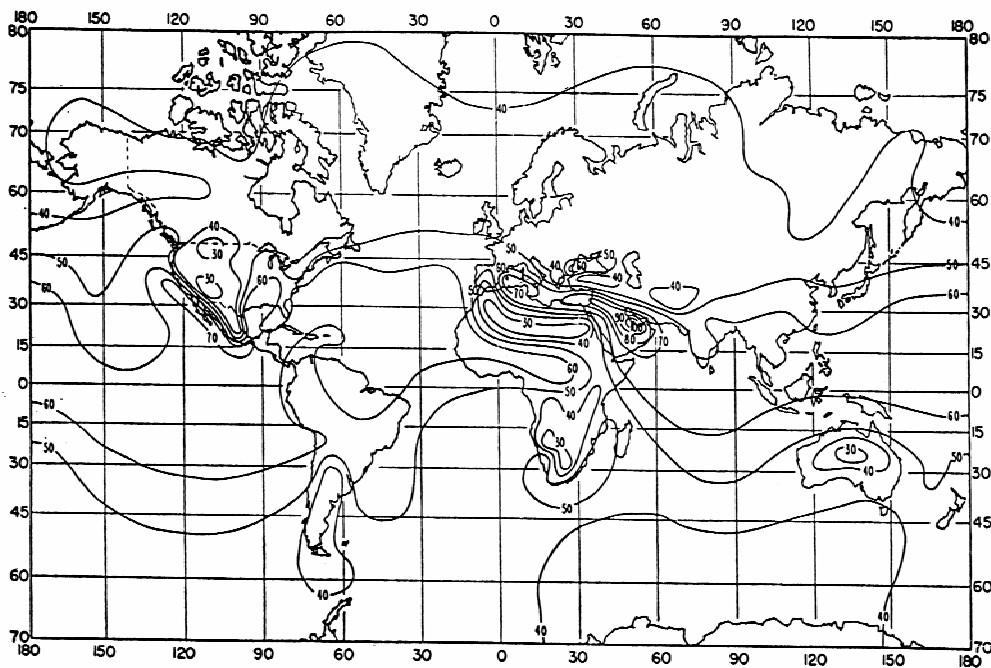


Fig. 4.3 Monthly mean values of the decrease in radio refractivity in the first kilometer above the surface of the earth: August (from [8]).

Slika 6. Srednja promjena radio refraktivnosti u prvom kilometru atmosfere [1]

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{\cos \alpha}{n} \frac{dn}{dr},$$

što uz uvjet da je gradijent indeksa refrakcije u troposferi konstantan ($dn/dr = dn/dh = konst.$) te za male kutove α ($\cos \alpha \approx 1$) vodi na zakrivljenost čiji je radijus R određen približnom relacijom (uz $n \approx 1$):

$$\frac{1}{R} = -\frac{dn}{dh}.$$

Budući da je radijus zakrivljenosti elektromagnetskog vala pri malim kutovima odašiljanja α proporcionalan gradijentu indeksa refrakcije, koristeći definiciju radio refraktivnosti možemo pisati:

$$\frac{1}{R} = -\frac{dn}{dh} = -\frac{d}{dh}(1 + N \cdot 10^{-6}) = -\frac{dN}{dh} \cdot 10^{-6} (**).$$

Za standardnu atmosferu taj je radijus zakrivljenosti R određen s:

$$\frac{1}{R} \doteq 40 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{km}} \Rightarrow R \doteq 25 \cdot 10^3 \text{ km}.$$

Radijus Zemlje je $a \approx 6370$ km (ovisi o položaju na Zemlji zbog njenog blago elipsastog oblika), što znači da je $R \approx 4a$.

Krug polumjera a ima zakrivljenost $Z = 1/a$. Pravac ima zakrivljenost $Z = 0$, a radijus zakrivljenosti pravca je $R = 1/Z = \infty$. Zemaljski radijski prijenos odvija se u uvjetima zakrivljene Zemlje i refrakcije koja uzrokuje zakrivljenje radio zrake. Mogući propagacijski modeli u praksi su:

1. **model ravne zrake** u kojemu ispravljamo radio zraku u pravac (oduzimamo zakrivljenost zrake, odnosno poništavamo refrakciju) a to kompenziramo promjenom zakrivljenosti Zemlje u istom iznosu,
2. **model ravne Zemlje** u kojemu uzimamo da je Zemlja ravna a to kompenziramo promjenom zakrivljenosti radio zrake u istom iznosu.

Usporedba ovih modela u slučaju standardne atmosfere dana je na sl. 7 [3, str. 129].

1. Model ravne radio staze

Model ravne zrake (sl. 8) znači da je propagacija iznad Zemlje povećanog radijusa a_{ef} bez atmosfere. Dakle, refraktivnost je obuhvaćena povećanjem radijusa na način da od zakrivljenosti Zemlje oduzmemo zakrivljenost radio staze:

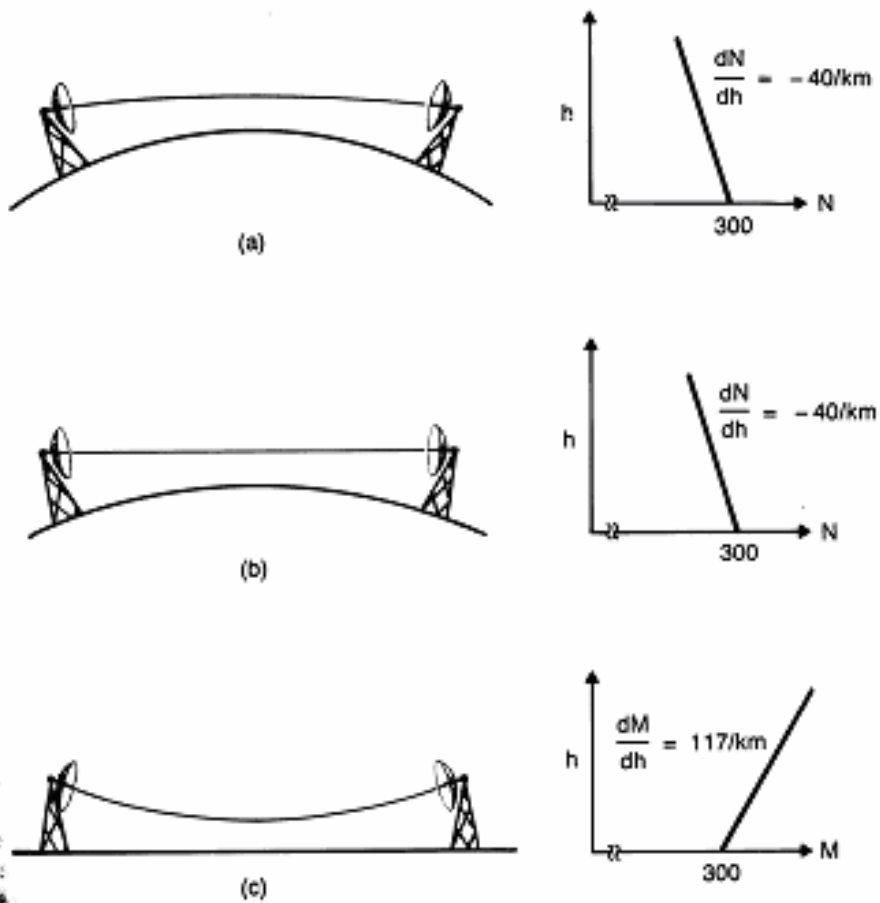
$$\frac{1}{a} - \frac{1}{R} = \frac{1}{a_{ef}} - 0,$$

što uz:

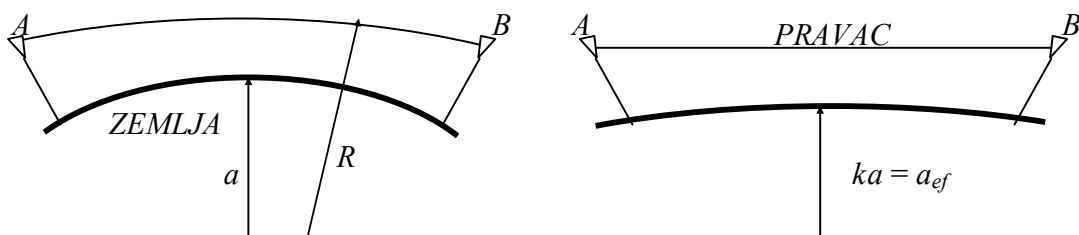
$$a_{ef} = ka \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{R}} = ka,$$

daje:

$$k = \frac{1}{1 + a \frac{dN}{dh} \cdot 10^{-6}}.$$

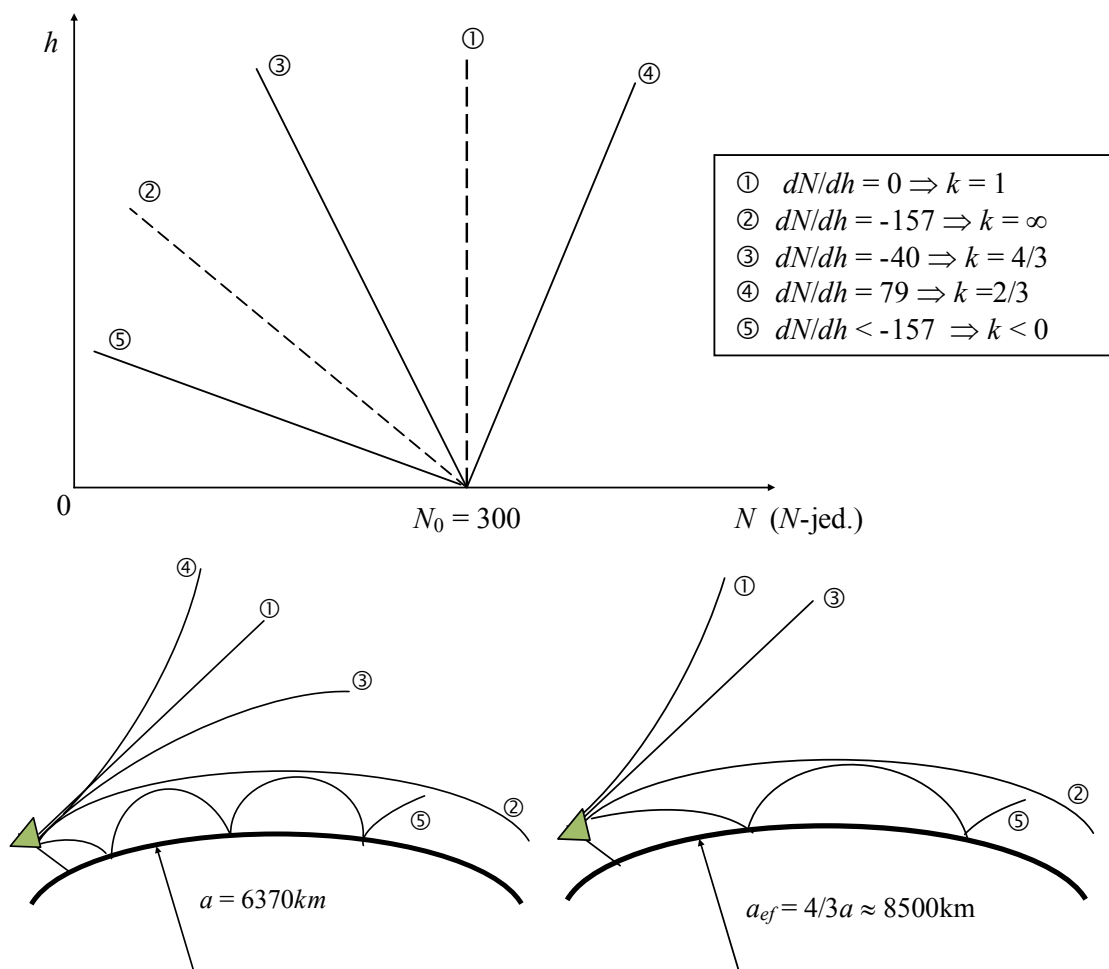


Slika 7. [3] (a) Stvarna radio geometrija za standardnu atmosferu; (b) Model ravne radio staze (ekvivalentni model Zemlje za standardnu atmosferu); (c) model ravne Zemlje



Slika 8. Model ravne radio zrake

Za standardnu atmosferu vrijedi $dN/dh = -40$ N-jedinica/km, odnosno $R = 4a$, te uz (**) i radijus Zemlje $a = 6370$ km izlazi da faktor k u tom slučaju iznosi $k = 4/3$. Često se na pojedinim geografskim područjima zbog specifičnih meteoroloških uvjeta susreću vrijednosti gradijenta radio refraktivnosti dN/dh koje znatno odstupaju od standardne vrijednosti tzv. standardne ili normalne atmosfere od -40 N-jedinica po kilometru za koju je $k = 4/3$ odnosno efektivni radijus Zemlje $a_{ef} = ka \cong 8500$ km. Ovi uvjeti skicirani su na sl. 9.



Slika 9. Refrakcija pri različitim uvjetima u troposferi i model ravne radio staze

U slučaju kada je $dN/dh > -40$ N-jedinica/km govorimo o *subrefraktivnoj atmosferi* (povećan je radijus zakrivljenosti zrake pa je njena zakrivljenost manja). Tada je naravno i efektivni radijus Zemlje manji od 8500 km. Ove prilike nastupaju kod meteoroloških uvjeta u kojima topli i vlažni sloj zraka leži iznad suhog u blizini površine Zemlje. Takav se slučaj često pojavljuje noću u priobalnim ravni područjima. U slučaju da je $dN/dh = 0$ atmosfera nema refraktivnih svojstava te su staze radio valova pravocrtne, $k = 1$ i $a = a_{ef}$.

Suprotan je slučaj meteoroloških prilika koje rezultiraju *superrefraktivnom atmosferom*. Karakterizirane su s gradijentom radio refraktivnosti manjim od -40 N-

jedinica po kilometru. Ovaj slučaj susreće se kada je prizemni sloj atmosfere od nekoliko desetaka metara vrlo vlažan (veliki iznos radio refraktivnosti N) i nadvišen suhim slojem (mali iznos radio refraktivnosti N), primjerice nad oceanima i noću iznad pustinjskog tla. Staze radio valova su više zakrivljene nego u sloju normalne atmosfere. Kod vrijednosti gradijenta radio refraktivnosti od -157 N -jedinica po kilometru imamo:

$$k = \frac{1}{1 - 6370 \cdot 157 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{0} = \infty,$$

k postaje beskonačan, mijenja predznak te postaje negativan za $dN/dh < -157$ N -jedinica/km. Ovo znači da je u tom graničnom slučaju $ka = a_{ef} = \infty$, što znači da je u modelu ravne zrake između A i B Zemlja također ravna. Drugim riječima, zakrivljenost radio staze je takva da je jednaka zakrivljenosti Zemlje. Kod vrijednosti gradijenta radio refraktivnosti manjih od -157 N -jedinica po kilometru radio staze imaju zakrivljenost veću od zakrivljenosti Zemlje.

2. Model ravne Zemlje

U praksi se koristi i drugi model kod proračuna propagacije u uvjetima troposferske refrakcije. Može se pretpostaviti da je Zemlja ravna a radio staze su tako konveksne za normalnu atmosferu prema Zemlji, pri čemu je naravno i u ovom modelu sačuvana razlika u zakrivljenosti Zemlje i radio staze. Kod korištenja ovog modela ravne Zemlje uvodi se *modificirani indeks refrakcije* M u odnosu na visinu koji je zbroj indeksa refrakcije N na zadanoj visini i omjera te visine i polumjera Zemlje prema relaciji:

$$M = N + \frac{h}{a} \cdot 10^6.$$

Zakrivljenost radio staze je određena relacijom (deriviramo prethodnu relaciju po visini):

$$\frac{dM}{dh} = \frac{dN}{dh} + 10^6 \frac{1}{a} \quad (***)$$

Ako se u izraz za k umjesto gradijenta N po visini uvrsti gradijent M prema $(***)$, slijedi:

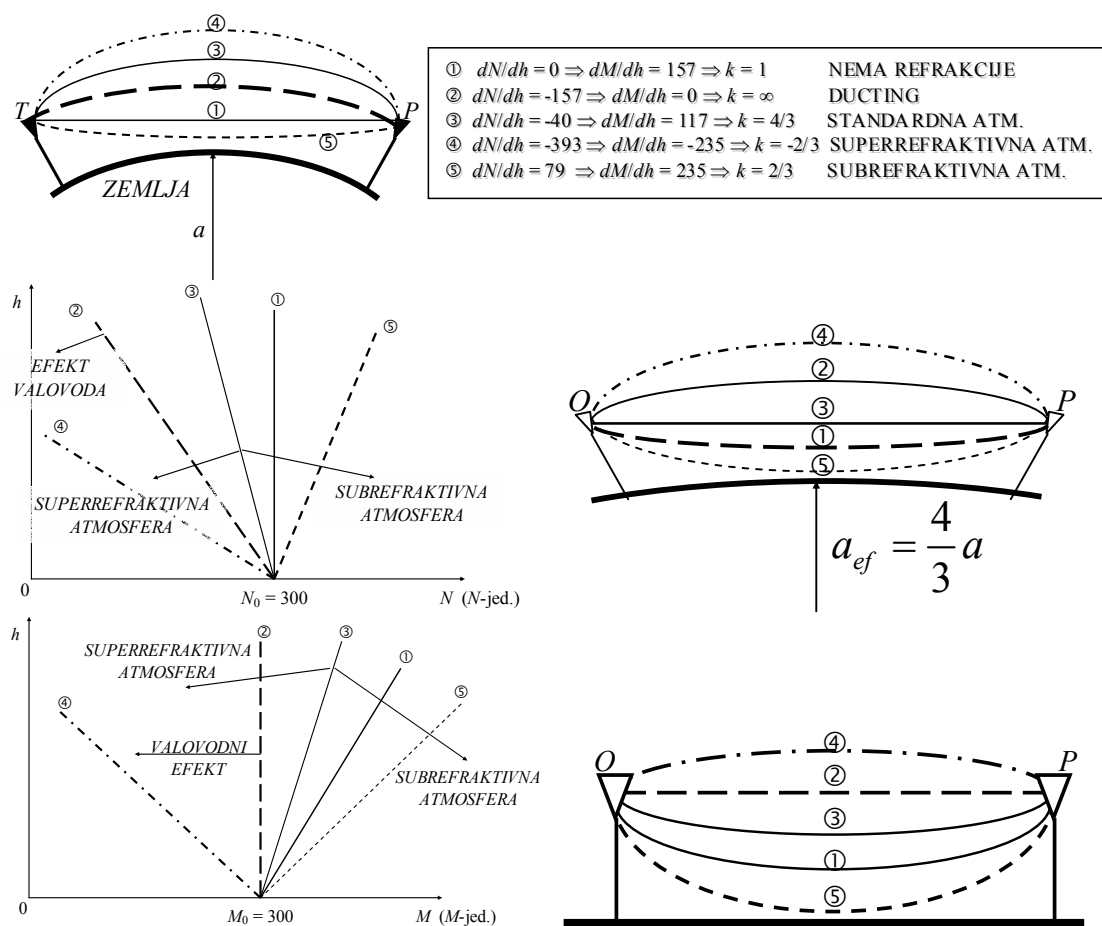
$$k = \frac{1}{1 + a \frac{dN}{dh} \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{1 + a \left(\frac{dM}{dh} - \frac{10^6}{a} \right) \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{1 + a \frac{dM}{dh} \cdot 10^{-6} - 1},$$

$$k = \frac{1}{a \frac{dM}{dh} \cdot 10^{-6}} = \frac{157}{\frac{dM}{dh}}.$$

Za normalnu atmosferu gdje je gradijent N -refraktivnosti -40 N -jedinica po kilometru gradijent M -refraktivnosti bit će jednaka 117 M -jedinica po kilometru:

$$\frac{dN}{dh} = -40 \Rightarrow \frac{dM}{dh} = -40 + \frac{10^6}{6370\text{km}} = -40 + 157 = 117.$$

Ovaj posljednji prikaz propagacije u uvjetima refraktivne atmosfere najčešće je u primjeni iako se susreće i model ravne radio staze. *Model ravne zrake*, a Zemlje smanjene zakrivljenosti ima nedostatak u tome što efektivni radijus Zemlje a_{ef} ovisi o gradijentu radio refraktivnosti dN/dh . Stoga će se ovisno o promjenama gradijenta N -refraktivnosti uzduž šireg geografskog područja mijenjati i profil terena. Posebna prednost *modela ravne Zemlje* je u tome što se izravno mogu uzimati profili terena sa zemljopisnih karata, inače kod modela ravne zrake potrebne su korekcije tih karata s obzirom na efektivnu zakrivljenost Zemlje. Usporedba ovih modela skicirana je na sl. 10.



Slika 10. Usporedba modela ravne radio staze i modela ravne Zemlje

Dosadašnja razmatranja pretpostavljala su linearnu promjenu M -refraktivnosti po visini h , odnosno konstantan gradijent M -refraktivnosti s visinom ($dM/dh = konst.$). U atmosferi su međutim često stvoreni uvjeti gdje je gradijent refraktivnosti promjenjiv s visinom ($dM/dh \neq konst.$). Posebno su interesantni i ostvaruju mogućnosti vrlo dalekih veza slučajevi kad na određenoj visini u troposferi postoji superrefraktivni sloj ($k < 0$,

$dM/dh < 0$ tj. $dN/dh < -157$). U ovom slučaju zakrivljenost radio staza je veća od zakrivljenosti Zemlje, odnosno na prikazu modela ravne Zemlje konkavne su prema ravnoj Zemlji. Međutim, takav se sloj često susreće između dva subrefrakivna ili normalna sloja kod kojih je $dM/dh > 0$ kao što je prikazano na sl. 11.a, pri čemu je M_0 modificirani indeks refrakcije na površini Zemlje.

Pretpostavimo da je radio signal dospio u taj sloj na visini h_1 pod početnim kutom elevacije φ_{11} . Budući da je sloj superrefraktivan zraka 1 se refraktira prema Zemlji pri čemu uz

$$r_1 = a + h_1$$

vrijedi relacija:

$$n_1 r_1 \cos \varphi_{11} = n(h)(a + h) \cos \varphi(h).$$

Na određenoj visini h ($h_1 \leq h \leq h_2$) može kut $\varphi(h)$ postati jednak nuli ($\cos[\varphi(h)] = 1$, $n(h) = n$), pa je tada:

$$n_1 r_1 \cos \varphi_{11} = n(h)(a + h) \cdot 1,$$

odnosno:

$$\cos \varphi_{11} = \frac{n}{n_1} \frac{a + h}{r_1}.$$

Zbog $n/n_1 \approx 1$ (neznatno manji od jedinice) te kako je

$$\frac{a + h}{r_1} = \frac{a + h}{a + h_1}, h > h_1$$

također samo malo veći od jedinice (obično su to tanki slojevi) slijedi da je $\cos \varphi_{11}$ vrlo blizu (neznatno manji) od jedinice, što znači da se ova pojava očekuje kod vrlo malih φ_{11} (obično manjih od 1°). Kako je za male kutove φ :

$$\cos \varphi \doteq 1 - \frac{\varphi^2}{2},$$

može se pokazati da približno vrijedi jednadžba radio staze:

$$M - \frac{\varphi^2}{2} = \text{konst.} \Rightarrow \varphi^2 - 2M = C,$$

gdje je C konstanta. U točki T_1 imamo:

$$T_1 : \varphi_{11}^2 - 2M_1 = C,$$

a u tjemenu je $\varphi_2 = 0$, pa je:

$$-2M_2 = C,$$

iz čega slijedi:

$$\boxed{\varphi_{11}^2 = 2(M_1 - M_2)}.$$

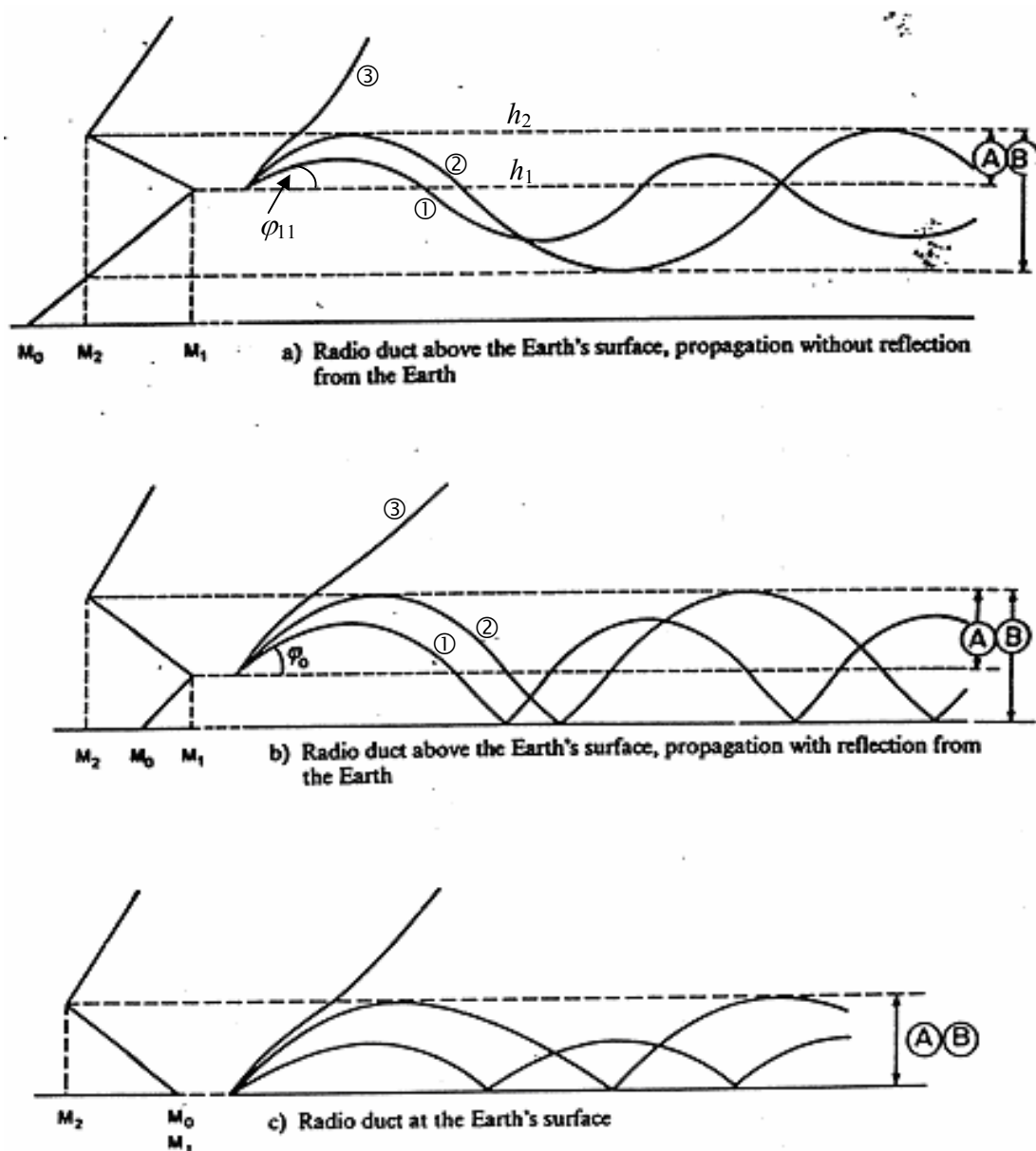


Fig. 4.9. Ducted tropospheric propagation: A: ducting layer, B: tropospheric radio duct.

Slika 11. Fenomen ductinga za različite M-profile [1], a) $M_1 > M_2 > M_0$, b) $M_1 > M_0 > M_2$, c) $M_1 > M_2 = M_0$,

Očito je da do ove pojave dolazi samo ako je $M_1 > M_2$, što znači da M -refraktivnost može opadati s visinom. Neka je najveći kut elevacije $\varphi_1 = \varphi_{12}$ za slučaj da je $\varphi_2 = 0$ prije granice sloja (usporedba zrake 2 i zrake 3). Zraka se vraća prema Zemlji i ulazeći u niži sloj s $k < 0$, konveksna je prema Zemlji te će ponovo doći do kuta $\varphi = 0$ na istoj vrijednosti $M = M_2$. Vidimo da se sloj između dviju istih vrijednosti M -refraktivnosti ponaša kao valovod, pri čemu je za maksimalni kut elevacije $\varphi_1 = \varphi_{12}$ čitava debljina

sloja između dviju istih vrijednosti M visina troposferskog valovoda (označena kao B na sl. 11). Debljina sloja rijetko prelazi nekoliko stotina metara, ali omogućava propagaciju od više stotina kilometara. Takav sloj može se naći u blizini površine Zemlje ili neposredno na njoj ($M_2 \leq M_0$) te se radio valovi reflektiraju od tla prije nego se uspiju saviti natrag u superrefraktivni sloj, pa tada imamo valovodno širenje s refleksijom o Zemljinu površinu kao što je prikazano na sl. 11.b i 11.c.

Kao kod svakog valovoda i u ovom slučaju valovodnog širenja kroz troposferu postoji donja granična frekvencija iznad koje se val propagira u valovodu, odnosno kritična valna duljina λ_c . Broj modova propagacije ovisi o omjeru debljine valovodnog sloja i valne duljine. Ako pretpostavimo linearno opadanje M -refraktivnosti s visinom, minimalna širina sloja H za n -ti mod može se dobiti iz relacije:

$$\frac{H}{\lambda_k} = \frac{A_n}{\sqrt{\Delta M}}$$

gdje je A_n rang moda koji se promatra, a $\Delta M = M_1 - M_2$. Stavimo li (linearno opadanje M - RRR):

$$-\frac{dM}{dH} = \frac{\Delta M}{H},$$

imamo:

$$\lambda_k = H^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{\Delta M}}{A_n}.$$

Detaljnija analiza za slučaj prizemnog valovoda (sl. 11.c) daje relaciju:

$$\lambda_c = \frac{1}{400} H^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\Delta M}{H}},$$

gdje je H debljina superrefraktivnog sloja na Zemljinoj površini.

Primjer

U blizini Zemlje postoji sloj debljine $H = 100$ m s vertikalnim gradijentom radio refraktivnosti $dN/dh = -300$ N-jedinica/km. Iznad njega je normalna atmosfera. Želimo odrediti najveću valnu duljinu koja se propagira tim slojem.

$$\lambda_c = \frac{1}{400} H^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\Delta M}{H}}$$

$\Delta M = M_1 - M_2$, mora biti pozitivan da bi se stvorili uvjeti za efekt valovoda

$$\frac{dM}{dh} = \frac{dN}{dh} + 10^6 \frac{1}{a}$$

$$dM = \frac{dN}{dh} dh + 10^6 \frac{1}{a} dh$$

$$\int_{M_1=M_0}^{M_2} dM = \int_0^H \frac{dN}{dh} dh + \frac{10^6}{a} H$$

Uz dN/dh konstantan u prizemnom sloju debljine H vrijedi:

$$M_2 - M_1 = \frac{dN}{dh} H + \frac{10^6}{a} H$$

$$\Delta M = M_1 - M_2 = -\frac{dN}{dh} H - \frac{10^6}{a} H$$

$$\Delta M = -(-300 \cdot 0,1) - \frac{100}{6,37} = 14,3 M\text{-jedinica}$$

$$\lambda_c = \frac{100^{\frac{3}{2}}}{400} \sqrt{\frac{14,3}{100}} = 0,945 \text{m} \Rightarrow \underline{f_c = 317 \text{MHz}}$$

Ovaj primjer pokazuje da u realnim situacijama gdje debljine sloja ne prelaze par stotina metara (obično su manje) mogu se troposferskim valovodom propagirati radio valovi u području UHF i višem. Naglasimo da iako pojava valovodnog efekta omogućava vrlo daleke veze ne može ga se koristiti kao pojavu na kojoj će se temeljiti planiranja neke radio veze, jer pojava nije stalna. Kako međutim uslijed ove pojave do prijarnika dolaze valovi preko različitih radio staza posljedice su interferencije, pa o njoj treba više voditi računa s ovog aspekta.

Efekt povećanja radio horizonta uslijed refrakcije

Domet zemaljske radio veze ograničen je optičkom vidljivošću uslijed zaobljenosti Zemlje. Ako pretpostavimo da je Zemlja glatka kugla bez geografskih nadvišenja (brda) može se definirati maksimalni domet koji je ograničen optičkom vidljivošću između odašiljača O i prijarnika P čije su antene uzdignute na visine h_1 i h_2 iznad Zemlje u skladu sa sl. 12.

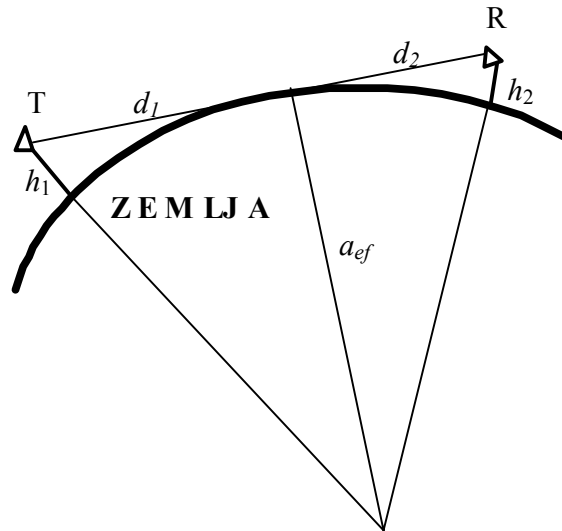
Vrijede sljedeće relacije dobivene korištenjem Pitagorina teorema:

$$(a_{ef} + h_1)^2 - a_{ef}^2 = d_1^2$$

$$(a_{ef} + h_2)^2 - a_{ef}^2 = d_2^2,$$

pa je domet d uz $2a_{ef} \gg h_1, h_2$:

$$d = d_1 + d_2 = \sqrt{2a_{ef}h_1} + \sqrt{2a_{ef}h_2}.$$



Slika 12. Maksimalni domet zemaljske radio veze

U slučaju da je *atmosfera bez refrakcije* tada je $k = 1$, odnosno $a_{ef} = ka = a = 6370$ km, pa je:

$$d [\text{km}] = 3,57 \left(\sqrt{h_1 [\text{m}]} + \sqrt{h_2 [\text{m}]} \right).$$

U slučaju normalne (standardne) atmosfere je $k = 4/3$, $a_{ef} = ka = 8500$ km, pa je:

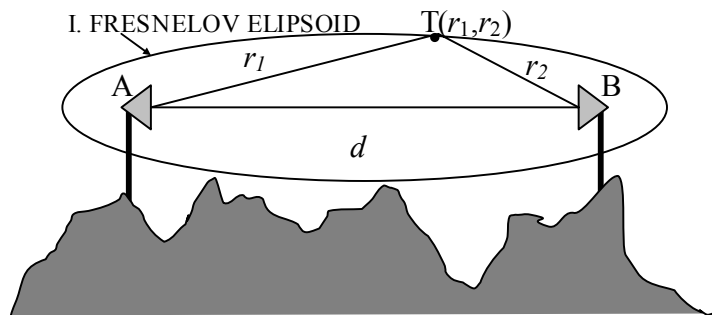
$$d [\text{km}] = 4,12 \left(\sqrt{h_1 [\text{m}]} + \sqrt{h_2 [\text{m}]} \right),$$

što predstavlja povećanje radio horizonta za nešto više od 15 %.

Međutim na stvarnoj Zemlji postoje geografske prepreke – nadvišenja koja u praksi umanjuju maksimalni domet u kojem postoji optička vidljivost. No, elektromagnetsko polje u sjeni tih prepreka nije jednako nuli kako bi slijedilo iz čisto geometrijskih uvjeta, uslijed efekta ogiba - difrakcije na tim preprekama. (Isto vrijedi i kada je ta prepreka Zemljina kugla u modelu glatke Zemlje, pa i iza radio horizonta uslijed ogiba snaga polja je veća od nule.) Budući da do pojave ogiba i utjecaja tako nastalog polja dolazi i u slučajevima kada pojedini stršeci vrhovi ne nadvisuju spojnicu odašiljač - prijamnik, o doprinosu utjecaja difrakcije na ukupne gubitke propagacije treba posebno povesti računa.

Međutim, može se definirati ona radio staza kod koje su gubici uslijed difrakcije zanemarivi (sl. 13). Takva će biti ona radio staza između točaka A i B kod koje je I. Fresnelov elipsoid slobodan od prepreka. n -ti Fresnelov elipsoid definira se kao geometrijsko mjesto točaka T kod kojih je zbroj udaljenosti r_1 i r_2 od točaka A i B za n polovina valne duljine veća od udaljenosti d između A i B. Tako je za I. Fresnelov elipsoid:

$$r_1 + r_2 = d + \frac{\lambda}{2}.$$

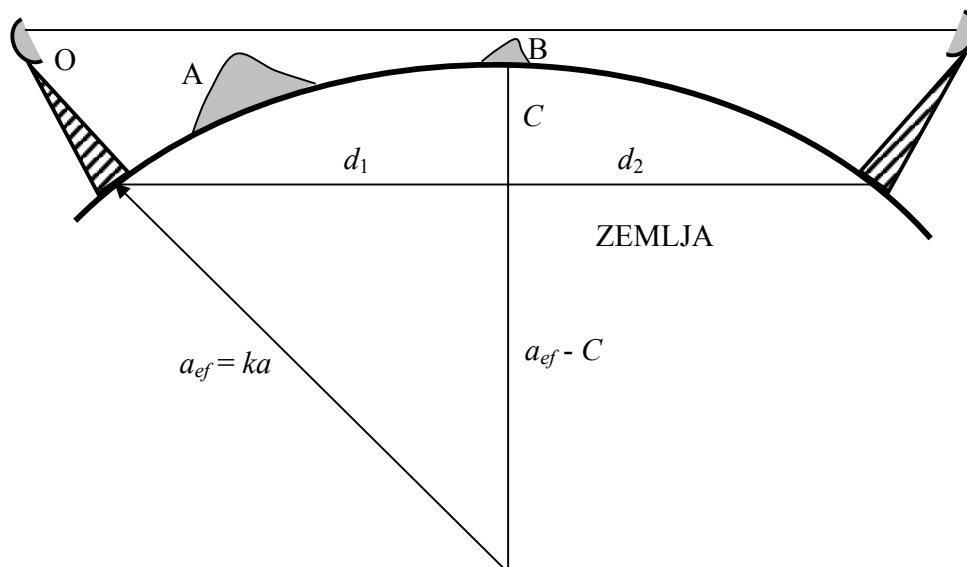


Slika 13. Radio link bez utjecaja difrakcije

Stoga se u radiokomunikacijama definira domet u području optičke vidljivosti između točaka A i B na Zemlji kao onaj kod kojega je slobodan I. Fresnelov elipsoid (ili u blažoj varijanti kao onaj kod kojega je slobodno od prepreka oko 70 % I. Fresnelove zone). O difrakciji detaljnije u poglavlju III.

Utjecaj zaobljenosti Zemlje

Kako je energija elektromagnetskog vala koncentrirana u prostoru kojeg omeđuje pola radijusa I. Fresnelovog elipsoida, ovako definiran domet omogućava projektiranje sigurnih fiksnih radio veza. Međutim da bi ispravno definirali utjecaj pojedine prepreke kriterijem čistoće Fresnelove zone, potrebno je visini svake prepreke dodati korekciju visine uslijed zaobljenosti Zemlje. Promotrimo slučaj na sl. 14 dviju prepreka A i B, pri čemu prepreka A ima veću nadmorsku visinu. Međutim, prepreka B je na većoj udaljenosti od odašiljača nego prepreka A, te je korekcija C njene visine s obzirom na zaobljenost Zemlje takva da je tako korigirana visina veća od korigirane visine prepreke A. Pri tome treba uračunati i efekt refrakcije u troposferi, što se može ostvariti korištenjem efektivnog radijusa Zemlje a_{ef} umjesto stvarnog a (model ravne radio staze).



Slika 14. Korekcija uslijed zaobljenosti Zemlje

Neka je udaljenost prepreke B od odašiljača O jednaka d_1 . Tada se korištenjem Pitagorina teorema za iznos korekcije C na mjestu prepreke dobiva:

$$d_1^2 = C(2a_{ef} - C).$$

Kako je redovno ta korekcija znatno manja od dijametra Zemlje, može se pisati:

$$C \doteq \frac{d_1^2}{2a_{ef}}.$$

To znači da kriterij čistoće Fresnelove zone treba koristiti računajući s refrakcijom, što podrazumijeva i korekciju uslijed zaobljenosti Zemlje. Međutim kako su uvjeti u atmosferi promjenjivi, karakteristika refrakcije također je podložna promjenama, pa su potrebna detaljna mjerenja za predviđanje pouzdanosti i kvalitete veze. Tako primjerice ako je radio link projektiran za standardnu atmosferu, pojava superrefraktivne atmosfere može uzrokovati slabljenje signala na mjestu prijama. Da bi se djelomično osigurali od promjena refraktivnosti u vremenu, u praksi se, ukoliko je to dozvoljeno i moguće, antene odašiljača i prijamnika nastoje izdići na način da cijela I. Fresnelova zona bude slobodna od prepreka za predviđene uvjete refraktivnosti, a ne samo 70 %.

Gubici u troposferi zbog interakcija s hidrometeorima i plinovima

Uslijed interakcije elektromagnetskog vala s molekulama određenih plinova od kojih je sastavljena atmosfera uključujući i molekule vode u obliku vodene pare dolazi gubitka dijela energije vala. Jednako tako gubici elektromagnetskog vala u troposferi javljaju se i zbog prisutnosti vodenih čestica, kapljica kiše ili čestica magle. Ti se gubici mogu opisati *apsorpcijom* energije od čestica ili *raspršenjem* vala na njima.

Gubici uslijed apsorpcije – prigušenje zbog molekula atmosferskih plinova i vodene pare

Dušik (N_2) nema apsorpcijskih svojstava energije u radio frekvencijskom spektru do 350 GHz, pa je za apsorpciju odgovoran kisik (O_2). Pri prolazu elektromagnetskog vala kroz atmosferu dio energije vala predaje se molekulama kisika, pri čemu zbog njihovog magnetskog momenta ta u osnovi nepoželjna izmjena energije ima rezonantni karakter, odnosno izrazita je kod određenih frekvencija na kojima se pojavljuju oštro izraženi gubici. Prema dijagramu na sl. 15 [1, str. 120] izraženi su gubici oko 60 GHz (50-70 GHz) te na frekvenciji 118,74 GHz.

Molekule vodene pare (H_2O) imaju električni moment, pa su gubici sličnog karaktera kao i interakcija s molekulama plina. Izražene su apsorpcijske linije na frekvencijama 22,3 GHz, 183,3 GHz i 323,8 GHz, pri čemu se navode frekvencije iz radio-frekvencijskog područja do 380 GHz. Međutim još mnoge apsorpcijske linije prisutne u submilimetarskom i infracrvenom području. Na sl. 15 označeni su kvantitativno i ovi gubici u decibelima o kilometru. Naravno, i ovi gubici ovise o tlaku i postotku vlage u atmosferi. Ove su krivulje dane za gustoću vodene pare $7,5 \text{ g/m}^3$ što je 1

% vodenih čestica pomiješanih s 99 % suhog zraka. To odgovara 50 % relativne vlažnosti kod 16,5°C ili 75 % vlažnosti kod 10°C na tlaku od 1013 mbar.

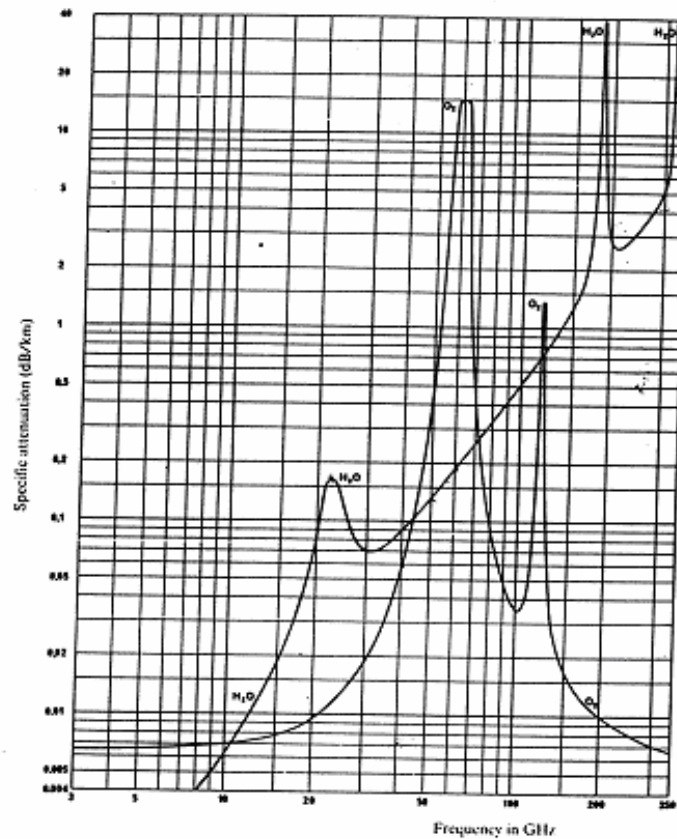


Fig. 5.1. Attenuation by gases in the atmosphere: pressure: 1013.6 mbar; temperature: 20°; water vapour: 7.5g/m³.

Slika 15. Atenuacija uslijed plinova u atmosferi [1]

Postoje aproksimacijske relacije koje daju gubitke zbog molekula kisika ovisno o frekvenciji. Također se koristi i aproksimacijska relacija za gubitke u decibelima po kilometru u ovisnosti o frekvenciji i gustoći vodene pare u gramima po centimetru kubičnom. Ovi gubitke treba pridodati gubicima slobodnog prostora i ostalim gubicima, pri čemu je moguće pretpostaviti homogenu atmosferu a ukupne gubitke na radio stazi određene duljine uslijed apsorpcije plinova i vodene pare izračunati kao zbroj tih gubitaka u decibelima po kilometru pomnožen s duljinom radio veze u kilometrima.

Kod veza Zemlja – satelit ovi gubici izraženi su uglavnom u donjem dijelu atmosfere. Proračun se provodi tako da se smatra da je atmosfera homogena s karakteristikama kao u blizini Zemlje, ali se umjesto stvarne visine utjecajnog dijela atmosfere iznad Zemlje uvodi efektivna visina.

Gubici zbog hidrometeora

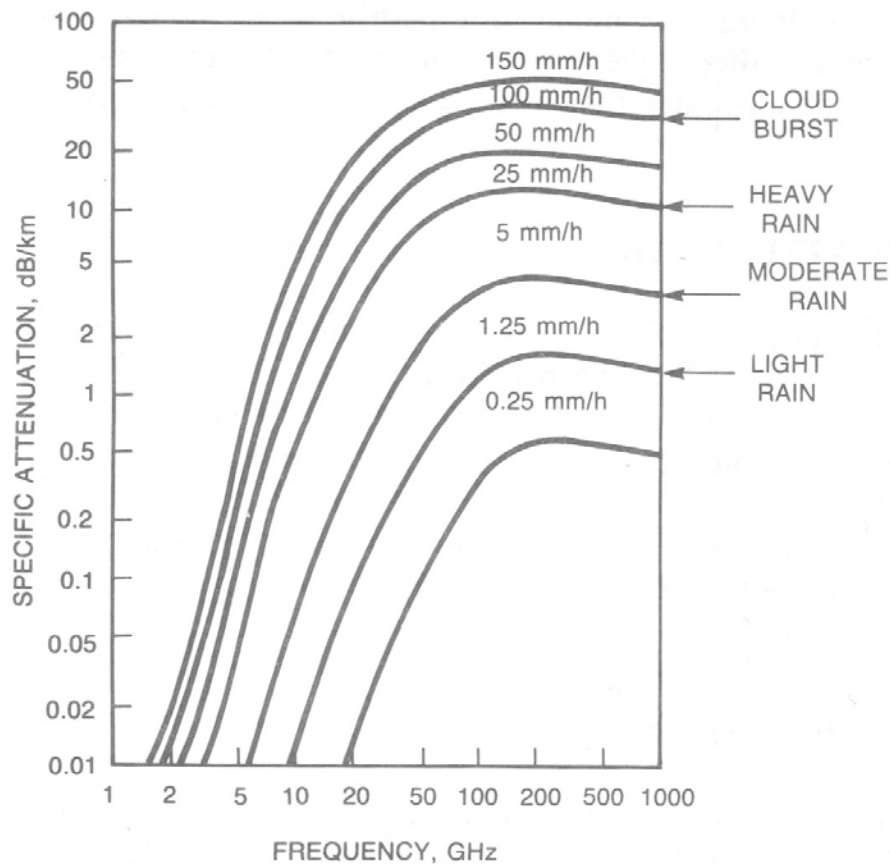
Osim navedenih čestica, prisutni su i gubici zbog omskih gubitaka vala u kapljicama kiše u prvom redu, kao i zbog raspršenja vala na njima. Naime pri nailasku

elektromagnetskog vala na kišnu kapljicu dio energije se izgubi zbog omskih gubitaka u njoj, ali istovremeno dio energije se reflektira od nje u svim smjerovima umanjujući energiju koja se širi valom od odašiljača do prijamnika. Efekti raspršenja su naročito izraženi kod frekvencija većih od 10 GHz i tada nadvisuju omske gubitke. Uzrok tome je što je valna duljina elektromagnetskog vala usporediva s veličinom kapljice. Budući da je veličina kapljice funkcija količine oborina izraženoj u milimetrima na sat, očigledno je da će i gušenje zbog interakcije vala s kišom biti ovisno o milimetrima na sat kiše. Radi orijentacije dajemo na sl. 16 graf ovisnosti gubitaka zbog kiše γ u decibelima po kilometru u ovisnosti o frekvenciji s promatranom količinom kiše R u milimetrima na sat [3, str. 136]. Pri tome vrijedi relacija:

$$\gamma \left[\frac{\text{dB}}{\text{km}} \right] = K \cdot R^\alpha,$$

gdje su parametri K i α funkcije frekvencije i polarizacije.

U CCIR preporukama (721-2) dani su koeficijenti K i α za frekvencije od 1 GHz do 400 GHz i to za vertikalnu i horizontalnu polarizaciju. Razlike u gubicima pri vertikalnoj i horizontalnoj polarizaciji su uslijed toga što kapljice nisu kuglaste već spljoštene.



Slika 16. Gušenje uslijed kiše [3]

Utjecaj ionosfere

Zemlja je na većim visinama od površine okružena ionosferom. To je nehomogeni sloj u kojem postoji ionizacija molekula zraka pod utjecajem u prvom redu sunčevog zračenja. Iako je to sloj u kojem su molekule rastavljene na elektrone i pozitivne ione, vidjet ćemo da je utjecaj pozitivnih iona na propagaciju zanemariv u usporedbi s interakcijom s elektronima. Ionosferski sloj nije stabilan ni homogen. Broj iona varira po visini te je ionosfera podijeljena u nekoliko slojeva u kojima međutim varira gustoća iona s dobom dana (jače zračenje znači veći broj iona po metru kubičnom), odnosno noći, s godišnjom dobi te s periodičkim aktivnostima Sunca (period od 11 godina).

Analizom interakcije vala s ionosferom može se pokazati da je ionosferski sloj "nepropustan" za radio-frekvencijske signale do maksimalno približno 40 MHz, što znači da se valovi tih frekvencija "reflektiraju" (točnije refraktiraju) na sloju otvarajući određene mogućnosti propagacije na veće udaljenosti.

Tipična koncentracija N elektrona po metru kubičnom u ovisnosti o visini h iznad Zemlje predstavljena je na sl. 17 [4]. D-sloj nalazi se na maksimalno 80 km iznad površine, a postoji samo po danu. Uglavnom definiramo gušenje u sloju E, koji se proteže do maksimalno 110 km iznad površine. Debljina ovog sloja je 40 – 50 km, a noću praktički nestaje. Sloj F1 postoji samo po danu i nalazi se između 110 i 200 km iznad površine, što ovisi o godišnjem dobu. F2 sloj je smješten na 225 – 450 km, debljina mu je 200 - 240 km, a noću i zimi nalazi se na nižim visinama.

Analiza koju ćemo provesti rezultirat će s indeksom refrakcije koji varira s N , pa stoga pojava ima iste efekte na propagaciju kao varijacije u troposferi zbog drugih razloga. Pretpostavimo da elektromagnetski val ulazi u sredinu koja ima N slobodnih iona po metru kubičnom:

$$E = E_0 \cos \omega_0 t .$$

Električna sila koja djeluje na pojedini ion mase m i naboja q je:

$$F = qE = qE_0 \cos \omega_0 t = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} E_0 \cos \omega_0 t ,$$

pa je brzina v pojedinog iona kao posljedica djelovanja izmjeničnog električnog polja E :

$$v = \frac{q}{\omega m} E_0 \sin \omega t + v_0 ,$$

gdje je v_0 termička brzina iona u smjeru polja koju ion ima bez djelovanja električnog polja. Budući da nas interesira djelovanje mnoštva iona čije su pojedinačne termičke brzine kaotične, možemo uzeti da je $v_0 = 0$.

Gustoća *konduktivne struje* tih iona u električnom polju je:

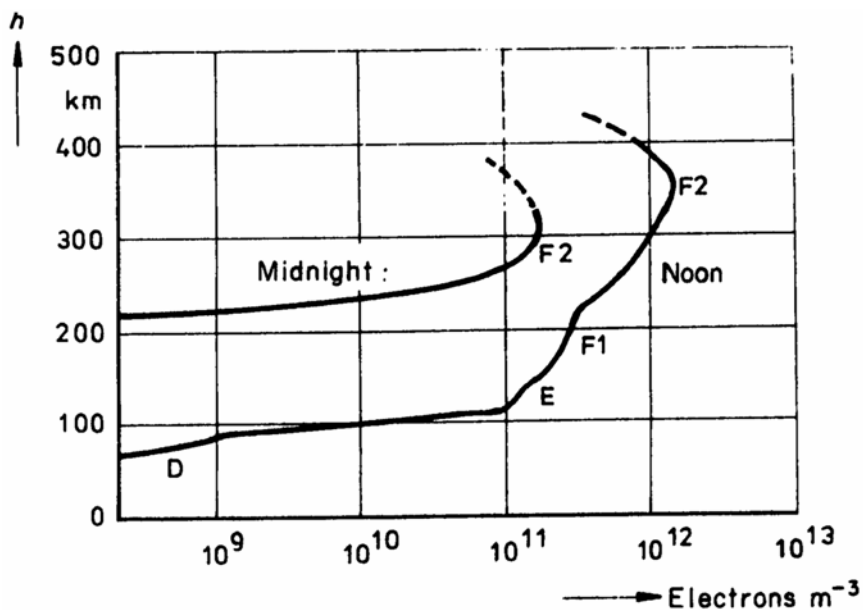


Fig. 2.2
Typical values of electron density and layer altitudes for an undisturbed ionosphere

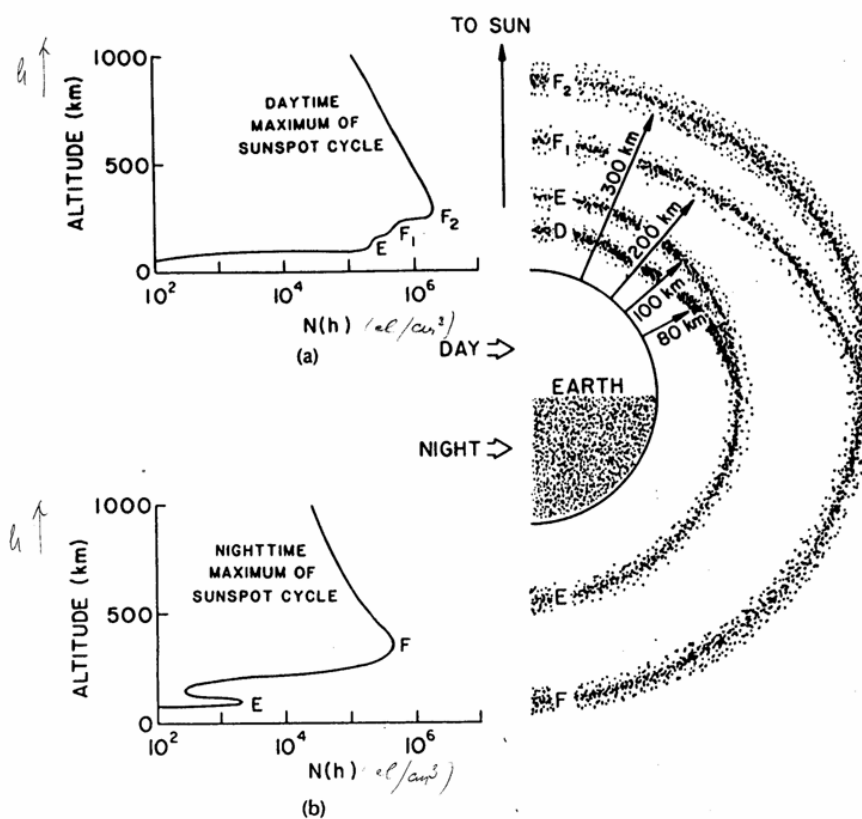


Fig. 4 The ionospheric regions as a function of the diurnal cycle and height above the earth's surface. Adapted from [28], with the addition of two actual median profiles. (a) Daytime (top left). (b) Nighttime (bottom left).

Slika 17. Ionosferski slojevi u ovisnosti o dobu dana [1]

$$J_c = Nqv = \frac{Nq^2}{\omega m} E_0 \sin \omega t .$$

Vidimo da je konduktivna struja induktivnog karaktera jer zaostaje u fazi za poljem za kut $-\pi/2$. Zbog postojanja vremenski promjenjivog električnog polja postoji i *struja pomaka* čija je gustoća:

$$J_p = \frac{dD}{dt} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = -\omega \varepsilon_0 E_0 \sin \omega_0 t ,$$

pa je ukupna gustoća struje:

$$J_{uk} = J_c + J_p = -\omega \left(\varepsilon_0 - \frac{Nq^2}{\omega^2 m} \right) E_0 \sin \omega t .$$

Izraz se formalno može napisati kao:

$$J_{uk} = \varepsilon_i \frac{dE}{dt}$$

gdje je:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 - \frac{Nq^2}{\omega^2 m} .$$

Dakle može se kazati da se utjecaj prisustva iona može tretirati kao smanjenje dielektrične konstante ε_0 za veličinu $(Nq^2)/(\omega^2 m)$. Znači ioniziranu sredinu tretirat ćemo kao dielektrik s promjenjivom dielektričnom konstantom. Budući da je taj utjecaj obrnuto proporcionalan masi iona m evidentno je da je dominantan utjecaj elektrona u usporedbi s utjecajem pozitivnih iona (najlakši vodikov pozitivni ion ima masu 1830 puta veću od elektrona). Stoga se vodi računa isključivo o koncentraciji elektrona (broju elektrona po metru kubičnom).

Posljednji izraz možemo napisati u obliku:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{Nq^2}{4\pi^2 f^2 m \varepsilon_0} \right) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{f_c^2}{f^2} \right) = \varepsilon_0 \varepsilon_{ri} \Rightarrow \varepsilon_{ir} = 1 - \frac{f_c^2}{f^2} ,$$

gdje je kritična frekvencija f_c određena izrazom:

$$f_c^2 = \frac{Nq^2}{4\pi^2 m \varepsilon_0} .$$

Imajući u vidu masu i naboj elektrona i ε_0 :

$$f_c = \sqrt{80.5N} \doteq 9\sqrt{N} .$$

Vidimo da kritična frekvencija ovisi samo o gustoći N na nekom mjestu ionosfere. Brzinu prostiranja faze vala u ioniziranoj sredini možemo izraziti kao:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_i \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \left(1 - \frac{f_c^2}{f^2}\right)}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}}},$$

a indeks loma:

$$n = \sqrt{\varepsilon_{ir}} = \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}}.$$

ε_i je u ioniziranoj sredini uvijek manji od ε_0 , a fazna brzina ovisna o frekvenciji i veća od c . Za frekvencije $f \gg f_c$ indeks loma je $n \cong 1$, $\varepsilon_i \cong \varepsilon_0$, a to znači da ionizirana sredina kod tih frekvencija ne utječe na propagaciju. Kod frekvencije $f = f_c$ je $\varepsilon_i \cong 0$, a fazna brzina je beskonačna. Kod $f < f_c$ brzina v postaje imaginarna što znači da nema propagacije kroz tu sredinu.

Budući da vrijedi relacija:

$$v_g v_p = c^2,$$

gdje je v_g grupna brzina kojom se širi energija elektromagnetskog vala:

$$v_g = c \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}}.$$

Refrakcija u ionosferi

Zbog ovisnosti indeksa loma o broju elektrona po metru kubičnom koji varira po visini kao $N = N(h)$ (vidi sl. 18) doći će do prelamanja odnosno refrakcije slično kao u troposferi. Vrijedi zakonitost:

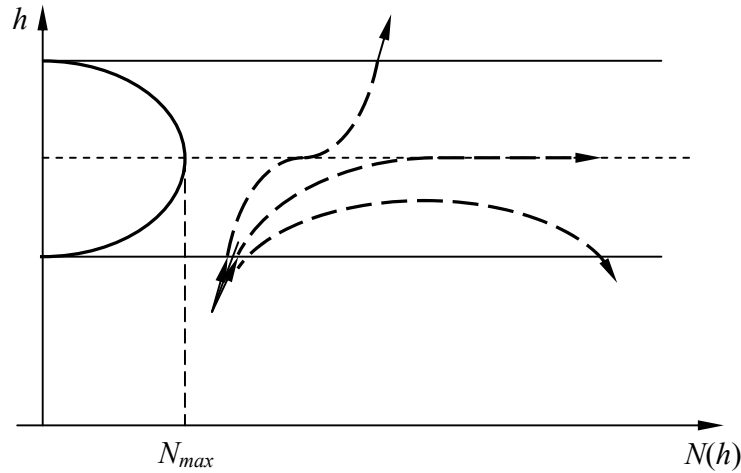
$$n \cos \psi = \text{konst.}$$

Indeks loma n ovisi o koncentraciji elektrona N , pa je $n = n(h, f)$:

$$n = \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}} \Rightarrow n(h, f) = \sqrt{1 - \frac{80.5 N(h)}{f^2}}.$$

Budući da $N(h)$ najprije raste s visinom h u nekom sloju gledajući s donje strane sloja za određenu frekvenciju indeks loma n će opadati, što znači da će $\cos \psi$ rasti, a kut ψ će se smanjiti. Znači da će se radio valovi povijati prema Zemlji. Najviša točka određena je uvjetom $\psi = 0$ ($\cos \psi = 1$). Naravno, ova točka može biti dosegnuta samo ako je $N(h)$ u porastu. To će ovisiti za određenu funkcijsku ovisnost $N(h)$ o početnom upadnom kutu ψ_0 koji je određen s:

$$n_0 \cos \psi_0 = n_T(h) \cdot 1 \Rightarrow \cos \psi_0 = n_T(h, f).$$



Slika 18. Refrakcija u ionosferi

Veličina n_T je vrijednost indeksa loma kad je kut Ψ jednak nuli (najviše mjesto do kojega dopire upadni val). Dakle, val koji je dosegao visinu na kojoj je $\Psi = 0$ zbog smanjenja indeksa loma n što je posljedica porasta $N(h)$ vraća se prema Zemlji. Val iste frekvencije koji je upao s manjim Ψ_0 prodrijet će manje u taj sloj ionosfere i usmjeriti se prema Zemlji. Moguće je da val u ionosferi ne dosegne visinu kod koje je $\Psi = 0$ prije nego što je $N(h)$ počeo padati s porastom visine. Taj val naći će se u sredini u kojoj koncentracija elektrona raste s visinom pa kut Ψ raste, odnosno val se otklanja od Zemlje i prolazi kroz razmatrani sloj ionosfere.

Dakle, ako bismo zamislili samo jedan sloj ionosfere s raspodjelom $N = N(h)$ kao na sl. 18 mogući su sljedeći slučajevi. Val iste frekvencije ovisno o kutu upada Ψ_0 ili prolazi kroz taj sloj (zraka 2) ili se refraktira odnosno u žargonu reflektira od ionosferskog sloja.

Kako je ionosfera sastavljena od više slojeva moguće je da val prođe kroz prvi sloj, ali se "reflektira" na nekom višem sloju, kao na sl. 19.

Da li će doći do refleksije od ionosfere ili ne ne ovisi samo o upadnom kutu Ψ_0 nego i o frekvenciji f vala zbog ovisnosti $n = n(h, f)$. S porastom frekvencije za isti $N(h)$ kut Ψ sporije opada s porastom visine, što znači da će kod istog kuta upada Ψ_0 val niže frekvencije biti reflektiran, a više će proći kroz taj sloj. Stoga se definira kritična frekvencija f' kao najviša frekvencija kod koje će doći do refleksije vala koji upada pod kutom $\Psi_0 = \pi/2$ (vertikalno uvis). Za taj val vrijedi:

$$n(h) \cos \psi = n_0 \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow n(h) \cos \psi = 0.$$

Val frekvencije $f = f'$ dopre do one visine kod koje je $n(h) = 0$. Iz:

$$n = \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f'^2}} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{80.5N(h)}{f'^2} = 0 \Rightarrow f' = \sqrt{80.5N(h)} \doteq 9\sqrt{N(h)} = f_c.$$

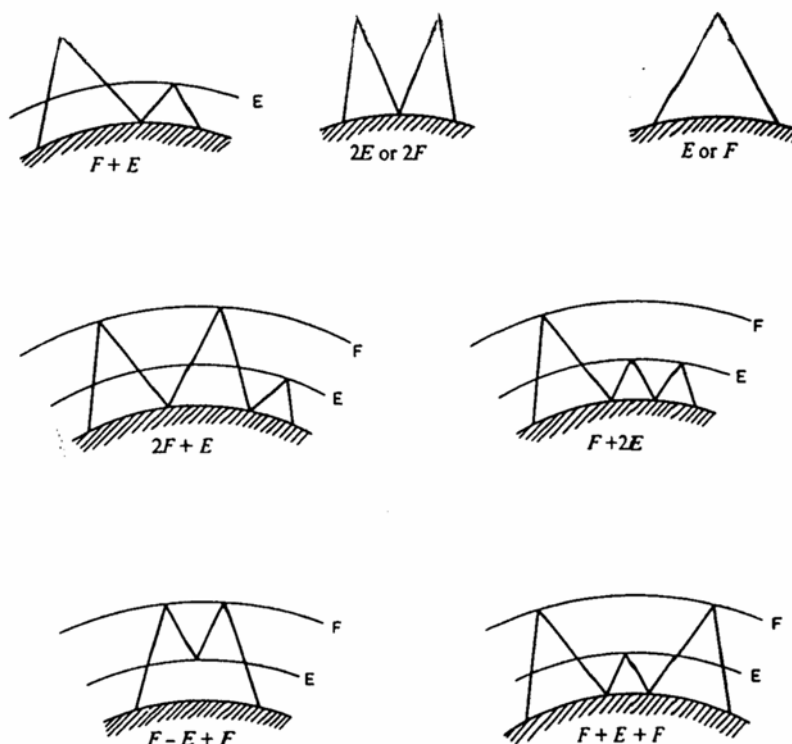
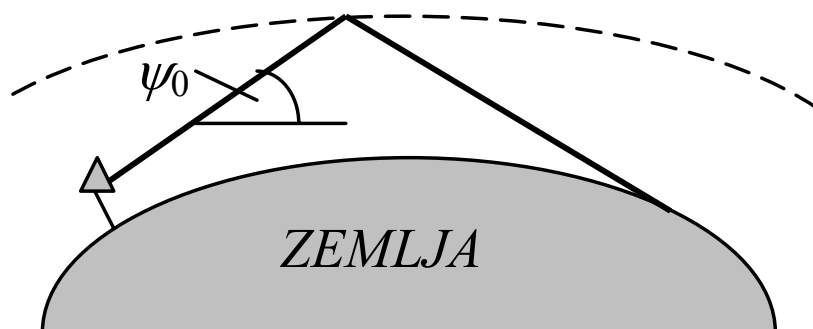


Fig. 9.7. Various types of ionospheric path.

Slika 19. Različiti tipovi refleksije u ionosferi

Ta je frekvencija f' upravo jednaka kritičnoj f_c . Dakle f_c je kritična frekvencija, i ovisna je o $N = N(h)$ karakteristici. Stoga je ta kritična frekvencija određena maksimalnom vrijednošću $N(h)$.

Ovo praktički znači da val koji upada okomito na sloj ionosfere može imati najvišu frekvenciju jednaku kritičnoj f_c da bi se reflektirao od sloja, a ova je određena maksimalnom vrijednosti koncentracije elektrona $N(h)$. Naravno, val čija je frekvencija manja od kritične svakako se reflektira. Međutim to znači da je moguće pod nekim početnim kutom upada $\psi_0 < \pi/2$ dobiti refleksiju vala od ionosferskog sloja i kod frekvencija većih od kritične (sl. 20).



Slika 20. "Refleksija" od ionosfere pri frekvenciji većoj od kritične

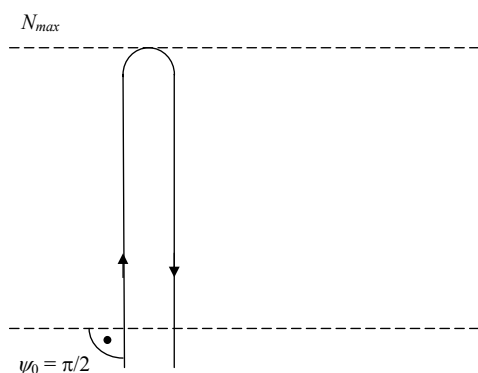
U svezi s ovim definira se za određeni kut ψ_0 frekvencija f_{MUF} (*Maximum Usable Frequency*) pri čemu vrijedi relacija:

$$f_{MUF} = f_c \frac{1}{\sin \psi_0} = f_c \csc \psi_0.$$

Navedeni slučajevi objašnjeni su na sl. 21. Dakle, frekvencija f' je veća od f_c ako je kut $\psi < \pi/2$. Što je kut ψ manji to frekvencija f_c može biti veća. To znači da za određenu udaljenost na Zemlji koja, da bi se dosegla radio valom, zahtijeva određeni kut upada ψ_0 može se upotrijebiti frekvencija f veća od kritične f_c , a najveća frekvencija koja to zadovoljava za određenu udaljenost (početni kut ψ_0) je *maximum usable frequency* f_{MUF} . Ukoliko pod određenim kutom ψ_0 upotrijebimo višu frekvenciju od f_{MUF} , elektromagnetski val će proći kroz ionosferu.

Ovo znači da će za odabranu frekvenciju $f = f_{MUF}$ biti ostvarena s pomoću ionosferske "refleksije" samo na toj udaljenosti koju definira kut ψ_0 , a na kraćim udaljenostima nema reflektiranog vala, pa nastaje područje mrtve zone, kao na sl. 22. Napomenimo da je na manjim udaljenostima od odašiljača dio mrtve zone pokriven površinskim valom koji se međutim relativno brzo guši s porastom udaljenosti i s povećanjem frekvencije.

Postavlja se još pitanje korištenja frekvencija većih od kritične f_c . Odgovor na ovo pitanje uglavnom je sadržan u činjenici da su gubici odnosno prigušenje vala kroz ionosferu (ne zaboravimo da val doživljava refrakciju, a ne refleksiju na sloju što znači da djelomično prolazi kroz ionosferu) **to manje što je frekvencija viša**. Naime gušenje u ionosferi posljedica je gubitka dijela energije elektrona uslijed sudara o čemu nismo paveli računa pri izvođenju izraza za ε_i .



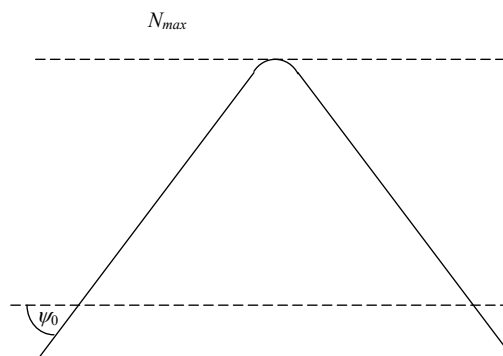
I. vertikalna zraka

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ \& } n_0 = 1$$

$$n_r(h) \cos \psi(h) = 1 \cdot 0 = 0$$

$$\cos \psi(h) = 1 \Rightarrow n_r = 0$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = 0 \Rightarrow \boxed{f = f_c}$$



II. "kosa" zraka

$$\psi_0 < \frac{\pi}{2} \text{ \& } n_0 = 1$$

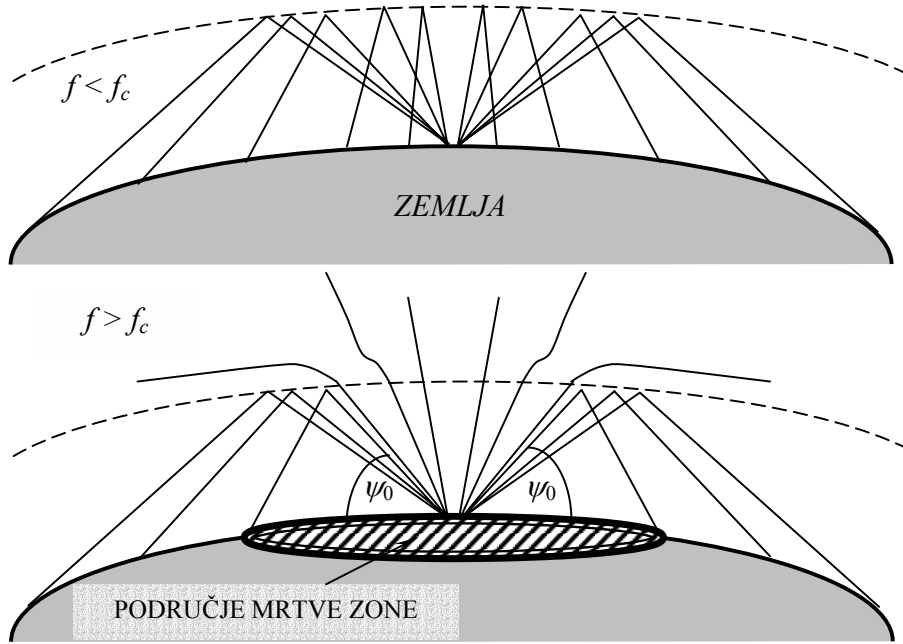
$$n_r(h) \cos \psi(h) = 1 \cdot \cos \psi_0$$

$$\cos \psi(h) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_r = \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = \cos \psi_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f' = \frac{f_c}{\sin \psi_0} = f_c \sec \psi_0 \geq f_c}$$

Slika 21. Dva slučaja "refleksije" od ionosfere



Slika 22. Objašnjenje propagacije ionosferskim valom na velike udaljenosti za frekvencije veće odnosno manje od kritične

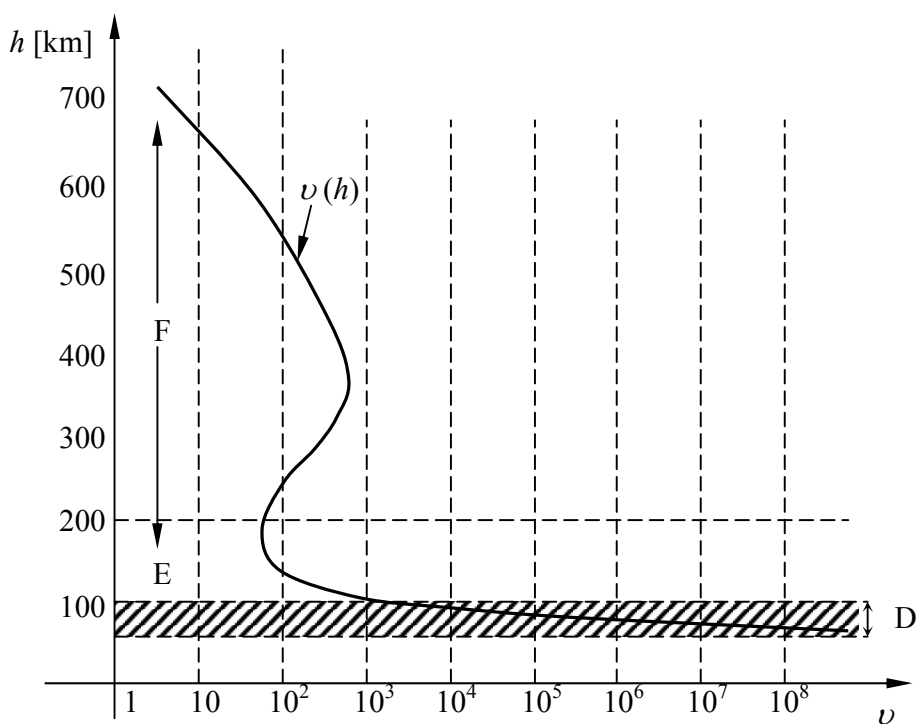
Uslijed sudara s molekulama zraka u ionosferi moglo bi se pokazati da ε_i sadrži i jedan imaginarni član što rezultira gušenjem. Konačno se može pokazati da je to gušenje a_i u decibelima po kilometru:

$$a_i \approx \frac{N\nu}{f^2},$$

gdje je N broj elektrona po kubičnom metru, ν broj sudara po kubičnom metru a f frekvencija. Produkt $N\nu$ je najveći u D sloju ionosfere (sl. 23). Potpuna relacija koja opisuje djelovanje polja na elektrone u ionosferi je:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}_0) - m\nu\vec{v},$$

gdje je B_0 magnetska indukcija Zemlje u ionosferi.



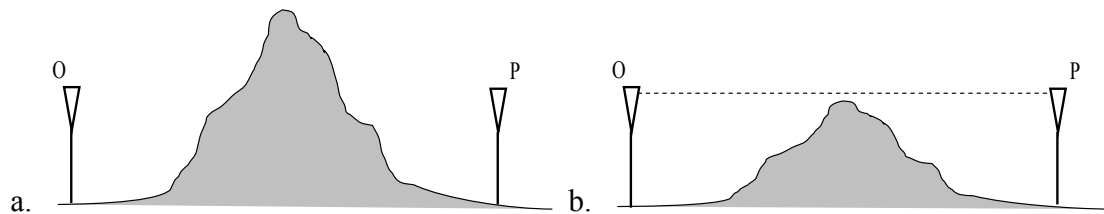
Slika 23. Karakteristika broja sudara s molekulama u ionosferi

Literatura

- [1] L. Boithias, *Radio Wave Propagation*, North Oxford Academic Publishers Ltd., London, GB, 1987.
- [2] CCIR, *Recommendations and Report of CCIR, Recommendation 369-3: Reference Atmosphere for Refraction*, ITU Geneva 1986.
- [3] F. Ivanek, *Terrestrial Digital Microwave Communications*, Artech House, USA, 1989.
- [4] SIEMENS, *Planning and Engineering of Shortwave Links*

III. Difrakcija - ogib

Difrakcija je pojava koja je karakteristična za valnu prirodu širenja energije, a očituje se u prisustvu energije i u zoni sjene. Konkretno u radiokomunikacijama to znači da, ako nema optičke vidljivosti između odašiljača i prijamnika zbog prisustva neke prepreke između njih koja dijelom pregrađuje prostor kao na sl. 1a, ipak će do prijamnika stići dio elektromagnetskog polja. Pojava se tumači na način da se svaka točka fronte vala može predstaviti po Huygensovom principu kao novi izvor. Detaljnije ćemo razmatrati fizikalnu sliku pojave nakon razmatranja pojmova Fresnelovih zona, koje su definirane u poglavlju II. Međutim, istaknimo odmah da će efekti ogiba na prepreci biti uočljivi i u slučaju optičke vidljivosti gdje će se superponirati direktni val i difraktirani, ako se prepreka približi spojnici OP, kao što je prikazano na sl. 1b.

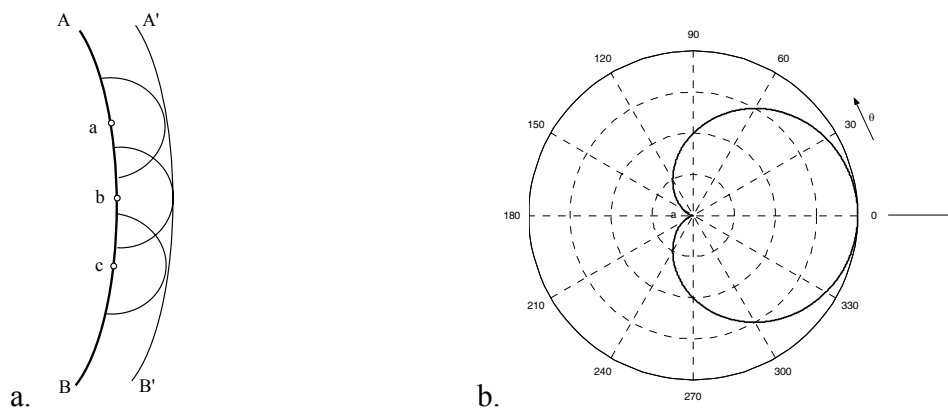


Slika 1. Prepreka između odašiljača i prijamnika u slučaju da: a. nema optičke vidljivosti, b. postoji optička vidljivost

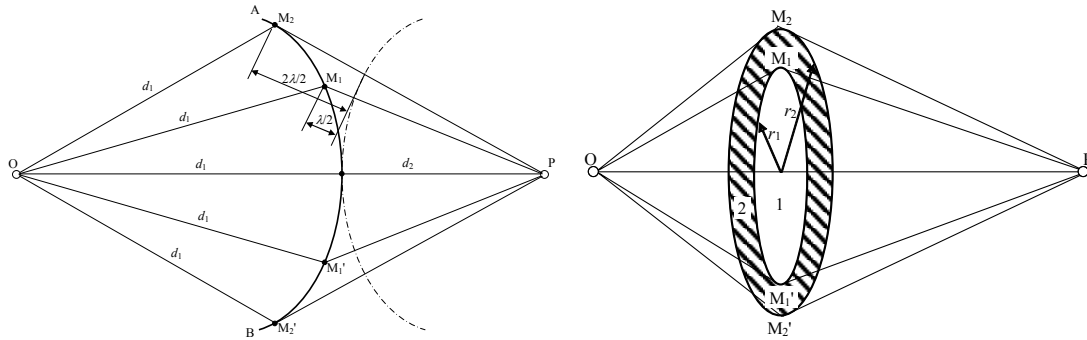
Izvor zračenja O stvara kuglastu frontu vala AB kao na sl. 2a. (Za velike udaljenosti element te kuglaste plohe se aproksimira ravnim valom.) Svaku točku (označene kao a, b, c) te fronte smatramo novim Huygensovim izvorom pri čemu je polje tog novog izvora:

$$dE \propto 1 + \cos \theta.$$

u skladu sa sl. 2b. Ovo znači da sekundarni izvor zrači elektromagnetski val maksimalno u smjeru $+x$ ($\theta = 0$), a ne zrači u smjeru $-x$ ($\theta = \pi \Rightarrow \cos \theta = -1 \Rightarrow dE = 0$). Za neki kut θ različit od nule polje će biti manje od maksimalnog E_{\max} u skladu sa slikom 2b.



Slika 2. a. Fronta kuglastog vala; b. Dijagram zračenja elementa valne fronte



Slika 3. Geometrija propagacije elektromagnetskog vala

Pretpostavimo sada valnu frontu AB između OP kao na sl. 3. Želimo odrediti utjecaj sekundarnih izvora na valnoj fronti AB na polje u točki P. Odaberimo tako točke M_1, M_2, \dots Na valnoj fronti AB tako da bude:

$$m_1 = d_2 + \frac{\lambda}{2}, m_2 = d_2 + 2\frac{\lambda}{2}, m_3 = d_2 + 3\frac{\lambda}{2}, \dots$$

pri čemu je:

$$m_i = \overline{M_i P}, i = 1, 2, \dots$$

Ovom podjelom postigli smo da valovi koji dolaze do prijamnika P kroz vijenac $M_1 M_2$ (crtkano) budu u protufazi s valovima kroz krug CM_1 . Na sličan način valovi kroz vijenac $M_2 M_3$ bili bi u protufazi s valovima kroz vijenac $M_1 M_2$, ali bi podupirali polje (u fazi) s onima kroz CM_1 .

Polumjer prve zone je:

$$\left(d_2 + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - d_2^2 = r_1^2,$$

ako se uzme da je $d_2 \gg \lambda$ može se zanemariti član $(\lambda/2)^2$, pa je:

$$r_1 \doteq \sqrt{d_2 \lambda}.$$

Slično je polumjer m -te zone:

$$r_m \doteq \sqrt{m d_2 \lambda},$$

pa su površine: 1. zone $\pi d_2 \lambda$; 2. zone $2\pi d_2 \lambda$; ..., m -te zone $m\pi d_2 \lambda$. Dakle površina druge zone je dvostruko veća od prve odnosno *šrafirani vijenac ima istu površinu kao i prva Fresnelova zona*.

Ukupna jakost polja u točki P dobit će se sumiranjem doprinosa kroz pojedinu zonu uz uvažavanje faznih razlika π . Budući da je jakost polja što ga u točki P stvara 1. zona proporcionalna površini te zone, a obrnuto proporcionalna udaljenosti d_2 može se iznos ukupne jakosti polja E_{uk} :

$$|\mathbf{E}_{uk}| = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots^2$$

napisati u obliku:

$$E_{uk} = \frac{1}{2} E_1 + \left(\frac{1}{2} E_1 - E_2 + \frac{1}{2} E_3 \right) + \left(\frac{1}{2} E_3 - E_4 + \frac{1}{2} E_5 \right) + \dots + \frac{1}{2} E_m.$$

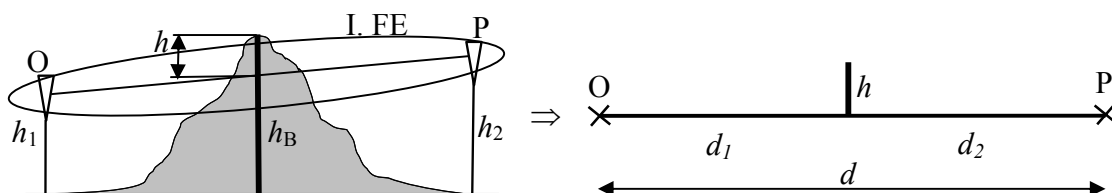
Budući da je svaka viša zona pod većim kutom elevacije θ to doprinosi E postepeno opadaju zbog člana $(1 + \cos\theta)$. Međutim mala je razlika između doprinosa polovice E_1 i E_3 , itd. pa se doprinosi u svim zagradama poništavaju. Također je doprinos E_m zbog velike elevacije θ i velike udaljenosti približno jednak nuli. Stoga se dolazi do interesantnog rezultata da je:

$$E_{uk} = \frac{1}{2} E_1.$$

Dakle ukupno polje u točki P jednako je polovini polja kojeg je proizvela prva Fresnelova zona, čiji je doprinos polju na mjestu prijama **dvostruko veći** od polja kada je otvoren čitav prostor. Dalje, ovo znači da je polje u slobodnom prostoru polje **prve poluzone**, a ostalo se poništava.

Difrakcija na oštrici noža

Najrasprostranjenija metoda za proračun ogiba geografskih prepreka – brda koja zadiru u blizinu optičke vidljivosti ili je čak onemogućuju (ulaze vrhovi u prvi Fresnelov elipsoid) pretpostavlja da je brdo oblika oštrice noža prema sl. 4. Ovo predstavlja i temelj CCIR (odnosno ITU-R) preporuke za proračun gubitaka ogiba. Zaobljenost vrha brda uvodi se kao posebna korekcija.



Slika 4. Metoda oštrice noža

Polje na mjestu prijama u slučaju kad postoji prepreka visine h (h je pozitivna ako ona presijeca spojnicu OP, a negativna ako je niža od nje) može se izraziti u odnosu na polje E_0 koje bi bilo u točki prijama P da nema prepreke:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1+j}{2} \int_v^\infty e^{-j\frac{\pi}{2}t^2} dt,$$

² $+i$ – se izmjenjuju zbog razlike faze π .

gdje je veličina v ovisna o relativnom smještaju prepreke (d_1 , d_2), valnoj duljini λ i naravno visini h :

$$v = h \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}}$$

Stoga je predznak parametra v isti kao i visine h .

Integral u gornjem izrazu nije elementarno rješiv nego ga se daje prikazati u obliku Fresnelovih integrala:

$$C(v) = \int_0^v \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt \text{ i } S(v) = \int_0^v \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt.$$

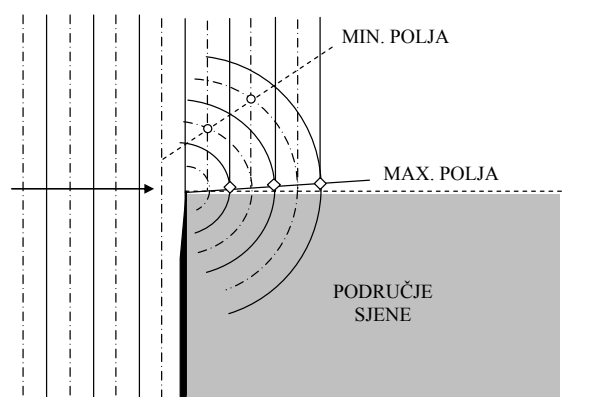
Fresnelov integrali dani su u matematičkim tablicama ili se daju riješiti. Na temelju gornjeg izraza za E_p/E_{p0} može se izraziti i odgovarajući omjer snaga P_p/P_{p0} :

$$\frac{P_p}{P_{p0}} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} - C(v) \right)^2 + \left(\frac{1}{2} - S(v) \right)^2 \right].$$

Gubici ogiba a_d u decibelima definirani su kao logaritamski omjer snaga:

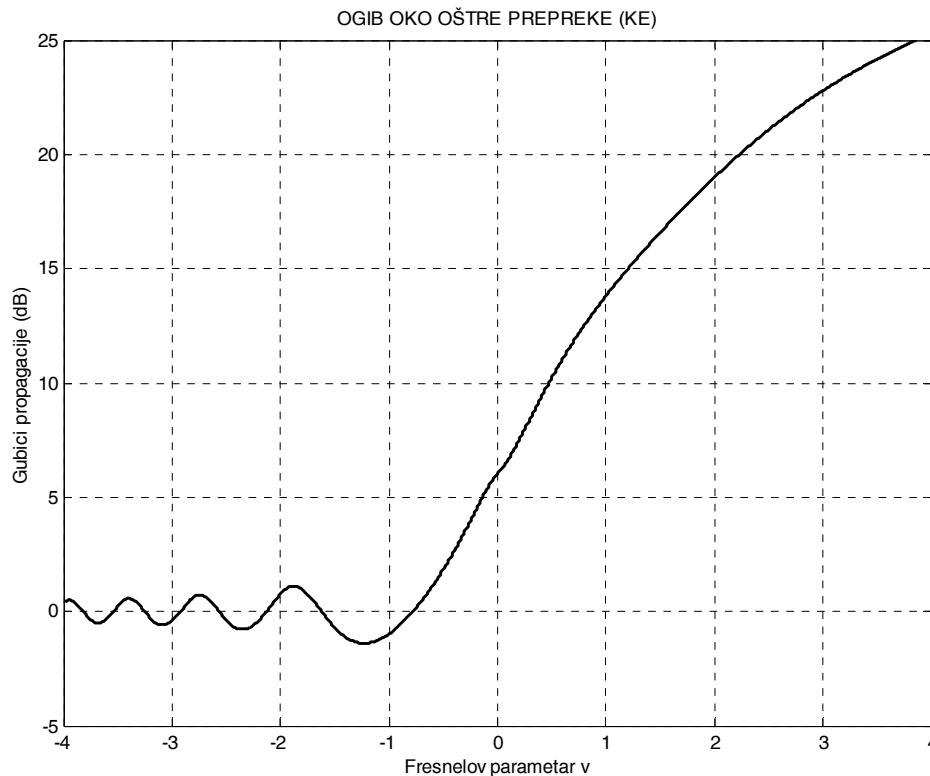
$$a_d (\text{dB}) = -10 \log \frac{P_p}{P_{p0}}^3.$$

Kako gubici ogiba a_d ovise o parametru v , a ovaj o h , d_1 , d_2 i λ može se za određenu valnu duljinu λ označiti kao $a_d = a_d(h, d_1, d_2)$. Krivulja gubitaka ogiba u decibelima u ovisnosti o Fresnelovom parametru v prikazana je na sl. 5.



a. Ogib na oštroj preciji-vrh brda predstavljen Hygensovim sekundarnim izvorom;

³ Predznak "–" u izrazu znači da će gubici ogiba biti veći pozitivni broj decibela što je prijamnik više zakriven (veći h).



b. Gubici propagacije u slučaju oštne prepreke

Slika 5. Difrakcija na "oštrici noža"

Interesantno je uočiti sljedeće.

1. Kad je $v = 0$, što znači da je $h = 0$ i spojnica OP upravo tangira vrh, gubici difrakcije iznose 6 dB, što znači da snaga P na mjestu prijama iznosi četvrtinu snage P_0 (polje E je polovina polja slobodnog prostora E_0)
2. Kad je $v < 0$, gubitak uslijed ogiba a_d može biti i negativan, što je posljedica superpozicije difraktiranog i direktnog vala. Kod negativnijih v (većih po apsolutnoj vrijednosti) doprinos difraktiranog vala slabi i konačno za $v \ll 0$ difrakcija nema praktičnog utjecaja, pa je $a_d = 0 \text{ dB} \Rightarrow P_p = P_0$. Kod promjena parametra v polje oscilira oko vrijednosti polja E_0 slobodnog prostora zbog faznih odnosa direktnog i difraktiranog vala. Jedna fizikalna slika ovoga je objašnjena modelom na sl. 6.
3. U području sjene postoji *samo difraktirani val* i povećanjem visine h ($h > 0$, odnosno $v > 0$) gubici difrakcije rastu, ali polje nije jednako nuli, što znači da prijama ima doduše oslabljenog i u području sjene.

Podsjetimo se ovom prilikom još jednom (vidi poglavlje II.) da je stoga praksa u projektiranju radio-relejnih veza da se točke odašiljača O i prijarnika P tako smjeste da bude prvi Fresnelov elipsoid slobodan od prepreka. Kao pomoćne točke moguće je postaviti pasivne reflektore.

Navedimo da predloženi model (uz eventualne korekcije zbog zaobljenosti vrha) ne pravi razlike između vertikalno i horizontalno polariziranog vala i ne vodi računa o strmini uspona brda te ne vodi računa o vodljivosti i permitivnosti prepreke. Moguće je sve ove parametre obuhvatiti jedinstvenom geometrijskom teorijom difrakcije i aproksimacije klinom, koja međutim zahtjeva složen matematički pristup pa u praksi često koristimo metodu oštrice noža.

Korigirana KE metoda za ogib oko prepreke sa zaobljenim vrhom

Na osnovi teoretskih razmatranja ogiba oko zaobljenih cilindričnih i sfernih površina, moguće je povećati točnost KE metode uvođenjem dodatnih članova u izraz za gubitke ogiba [1]. Radijus zakrivljenosti R vrha prepreke uzimamo u obzir uvođenjem sljedećeg parametra:

$$\rho = \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\lambda R^2}{\pi} \right)^{\frac{1}{6}}.$$

Gubici A_d uslijed ogiba mogu se izraziti s pomoću dva dodatna člana $T(\rho)$ i $Q(\chi)$ koja pridružena gubicima $A_d(\text{KE})$ oko oštre prepreke:

$$A_d = A_d(\text{KE}) + T(\rho) + Q(\chi),$$

gdje su:

$$T(\rho) = 7,2\rho - 2\rho^2 + 3,6\rho^3 - 0,75\rho^4,$$

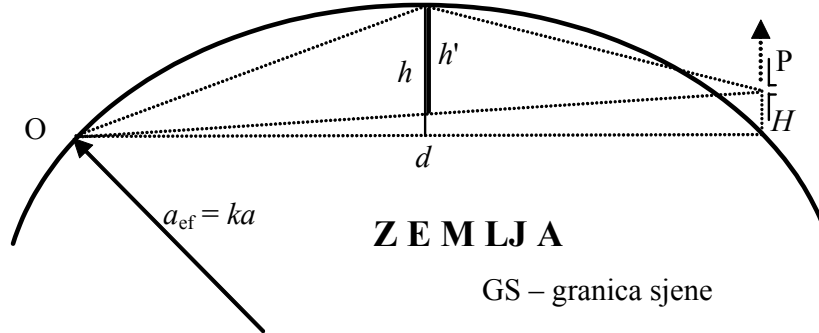
$$Q(\chi) = \begin{cases} T(\rho) \cdot \frac{\chi}{\rho}, & -\rho \leq \chi < 0 \\ 12,5\chi, & 0 \leq \chi < 4, \\ 17\chi - 6 - 20 \log \chi, & \chi \geq 4 \end{cases}$$

pri čemu je, uzimajući da je kut ogiba θ malen:

$$\chi = \left(\frac{\pi R}{\lambda} \right)^{\frac{1}{3}} \theta \doteq \sqrt{\frac{\pi}{2}} v \rho.$$

Primijetimo da se u posljednjem izrazu parametar ρ i Fresnelov parametar v pojavljuju kao razdvojeni članovi.

Razmatrajući radijske veze na Zemlji, najznačajnija prepreka pri propagaciji elektromagnetskog vala je sama Zemlja. Pri tome treba uzeti u obzir da stvarni oblik površine Zemlje ima različiti utjecaj ovisno o frekvenciji vala. Tako za signale dovoljno niskih frekvencija, odnosno velikih valnih duljina, Zemlju možemo smatrati glatkom sferom, dok za centimetarske valove svaka neravnina može predstavljati utjecajnu prepreku. Utjecaj neravnina na granici između dva sredstva razmatrat ćemo detaljnije u poglavlju IV.



Slika 6. Zemlja kao obla difrakcijska prepreka

Difrakcija oko Zemljine kugle za različite vrste tla i frekvencijska područja analiziran je detaljnije u [1], a ovdje ćemo izvršiti grubu procjenu utjecaja ogiba oko glatke Zemljine kugle koristeći gore navedenu korekcije KE za oble prepreke, kao što je prikazano na sl. 6. Pri tome zanemarujemo utjecaj ionosfere, a umjesto stvarnog radijusa a Zemlje uzimamo efektivni radijus a_{ef} u slučaju standardne atmosfere ($k = 4/3$) osim u slučaju radio-signalâ vrlo niskih frekvencija kod kojih je valna duljina usporediva s visinom troposfere, odnosno za koje refrakciju možemo zanemariti ($k \approx 1$). Odašiljač se nalazi negdje na Zemljinoj površini za koju prema KE metodi uzimamo da je idealno vodljiva, te da je vrh prepreke približno jednako udaljen i od odašiljača O i od prijamnika P na visini H . Jednostavnim proračunom tada dobivamo za visinu prepreke h :

$$h = a_{ef} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{2R} \right)^2} \right),$$

što u slučaju da je $d \ll 2R$ pa možemo razviti u red član pod korijenom iznosi:

$$d \ll a_{ef} \Rightarrow h \doteq \frac{d^2}{4a_{ef}}.$$

Ekstremni slučaj predstavljao bi scenarij u kojem se prijamnik nalazi u antipodu, odnosno za koji je $d = 2a_{ef}$ pa je $h = a_{ef}$. Povučemo li spojnicu između odašiljača i prijamnika možemo izračunati korigiranu visinu $h' \approx h - H/2$ iz koje odredimo parametre v i ρ kao:

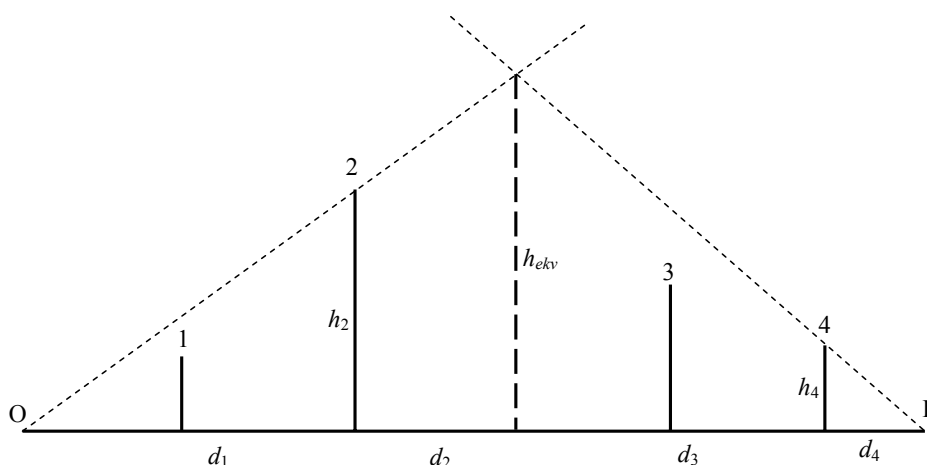
$$v \doteq 2h' \sqrt{\frac{2}{\lambda d}} \text{ i } \rho \doteq 2 \left(\frac{\lambda a_{ef}^2}{\pi d^3} \right)^{\frac{1}{6}}.$$

Metode proračuna ogiba na višestrukim preprekama

Do sada smo promatrali ogib oko jednostruke prepreke predstavljene idealno vodljivim i beskonačno tankim zaslonom u obliku poluravnine. Problem se usložnjava ukoliko se promatra višestruki ogib, i općenito postoje samo numerička rješenja izuzev dvostrukog ogiba za kojeg je rješenje ponudio Millington. Numeričko rješenje ogiba preko N prepreka dao je Vogler, u obliku N -terostrukog integrala. Međutim, postoje efikasne približne metode za procjenu gubitaka uslijed ogiba koje višestruki ogib svode na proračun jednog ili više slučajeva jednostrukog ogiba korištenjem KE metode, od kojih ćemo obraditi samo neke. Pri korištenju ovih metoda, obično se najprije eliminiraju sve prepreke koje ne penetriraju u prvi Fresnelov elipsoid (pri čemu se visine najprije korigiraju u odnosu na efektivni radijus Zemlje), a zatim se vrši normalizacija visina u odnosu na spojnicu odašiljač-prijamnik.

Bullingtonova metoda

Najjednostavnija metoda je Bullingtonova metoda koja međutim nije pokazala zadovoljavajuću točnost pa nije u upotrebi. Zasniva se na zamjeni svih prepreka jednom ekvivalentnom preprekom visine h_{ekv} koja se nalazi u sjecištu spojnica na relaciji odašiljač-najviši vrh vidljiv odašiljaču i prijamnik- najbliži vrh vidljiv prijamniku, na način kako je prikazano na sl. 7. Primijetimo da je u slučaju sa slike utjecaj prepreka 1 i 3 potpuno zanemaren.



Slika 7. Bullingtonova metoda za primjer ogiba preko četiriju prepreka

Gubici uslijed ogiba u decibelima prema Bullingtonovoj metodi računaju se kao:

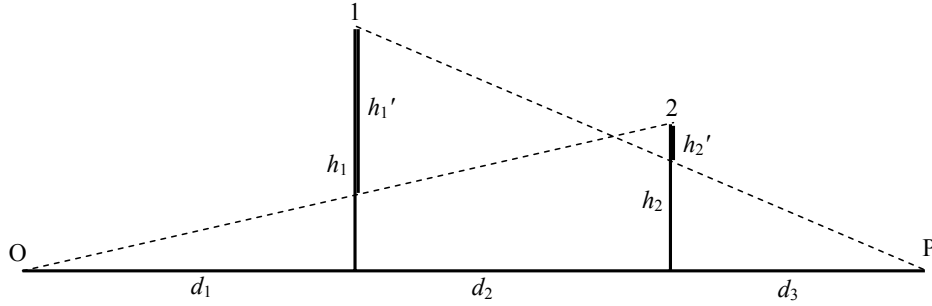
$$a(d_1, d_2 + d_3, d_4, h_2, h_4) = a(d_1 + d_2, d_3 + d_4, h_{ekv}).$$

Epstein-Petersonova metoda

Epstein-Petersonova metoda zasniva se na pretpostavci da je svaki vrh ili ozračen energijom koja stiže izravno od odašiljača, ili difraktiranom energijom od prethodnog

vrha, kao što je prikazano na sl. 8. Nakon toga, sumiraju se svi doprinosi polju u točki prijama, u decibelima:

$$a(d_1, d_2, d_3, h_1, h_2) = a(d_1, d_2, h_1') + a(d_2, d_3, h_2') + 20 \log \sqrt{\frac{(d_1 + d_2)(d_2 + d_3)}{d_2(d_1 + d_2 + d_3)}}$$



Slika 8. Epstein-Petersonova metoda za primjer ogiba preko dviju prepreka

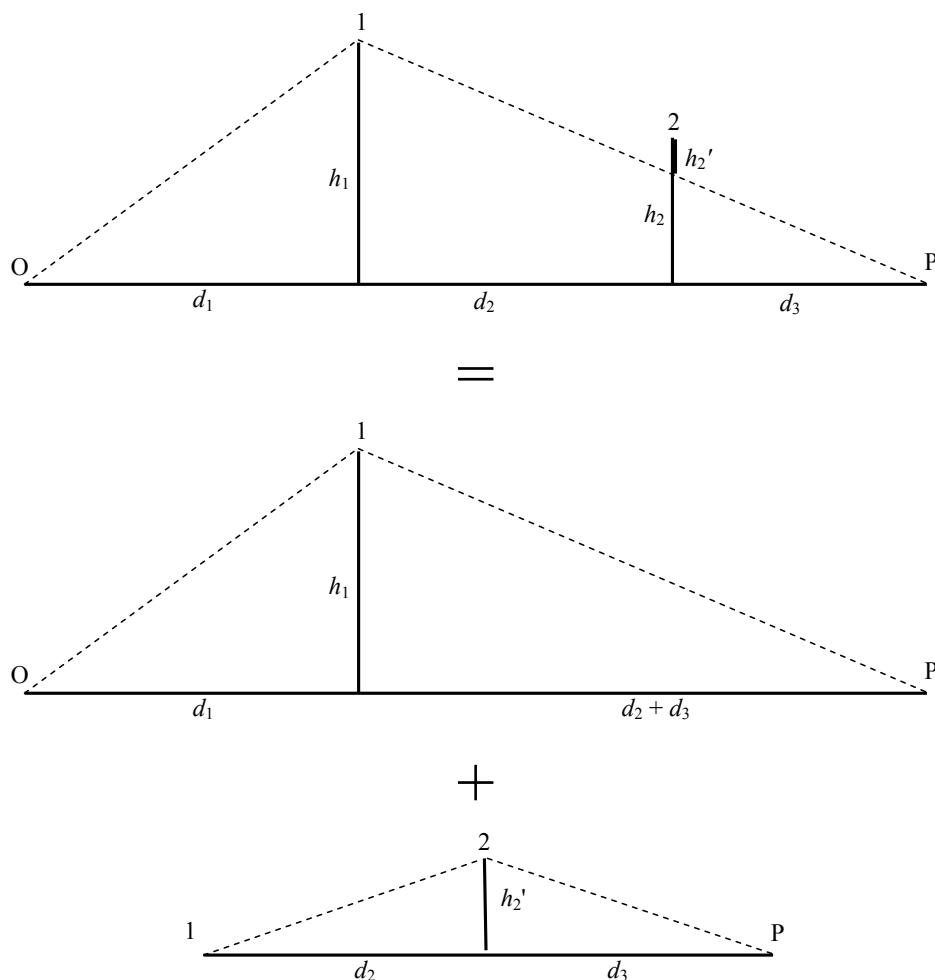
Deygoutova metoda

Ova u praksi često korištena metoda polazi od pretpostavke da sve prepreke na propagacijskoj stazi nemaju jednake doprinose u izrazu za gubitke a . Doprinos svake pojedine prepreke ocjenjuje se preko parametra p_i , gdje indeks i označava redni broj prepreke računajući od odašiljača:

$$p_i = \frac{h_i}{r_{1i}} = h_i \sqrt{\frac{1}{\lambda} \frac{d_{1i} + d_{2i}}{d_{1i} d_{2i}}} = \frac{v_i}{\sqrt{2}},$$

pri čemu je h_i visina promatrane prepreke, d_{1i} udaljenost od odašiljača do promatrane prepreke, a d_{2i} udaljenost te prepreke do prijarnika, r_{1i} radijus prve Fresnelove zone na mjestu prepreke, a v_i Fresnelov parametar za promatranu prepreku. Prepreka za koju je parametar p_i maksimalan uzima se kao **dominantna prepreka**, a postupak normalizacije visina ponavlja se odvojeno u odnosu na spojnicu odašiljač-dominantni vrh i na spojnicu dominantni vrh-prijamnik, pri čemu opet primjenjujemo kriterij prve Fresnelove zone te računamo parametre p_i' za preostale prepreke s normaliziranim visinama h_i' i određujemo sekundarni dominantni vrh. U primjeru sa sl. 9 pretpostavljeno je da je prepreka 1 dominantna prepreka, no istaknimo da najviši vrh ne mora nužno biti i dominantni. Izraz za gubitke ogiba u decibelima za ovaj jednostavan primjer dviju prepreka glasi:

$$a(d_1, d_2, d_3, h_1, h_2) = a(d_1, d_2 + d_3, h_1) + a(d_2, d_3, h_2')$$

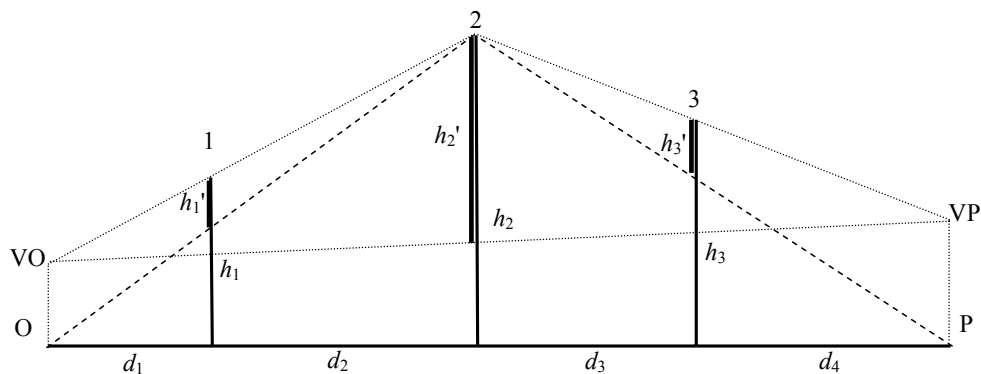


Slika 9. Primjer proračuna gubitaka uslijed dvostrukog ogiba Deygoutovom metodom

Giovanelijeva metoda

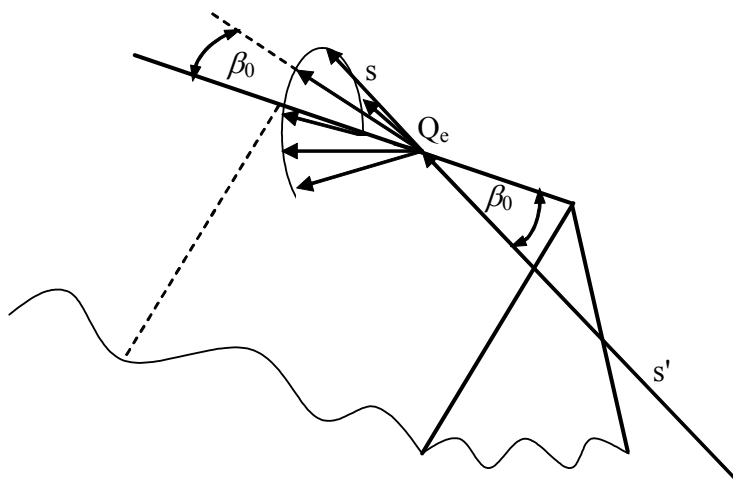
Premda relativno zadovoljavajuće točnosti, ipak je primijećeno da Deygoutova metoda često proizvodi rezultate nešto pesimističnije od stvarnih. U svezi s tim, Giovaneli smatra da se gubici dominantnog vrha ne mogu promatrati izdvojeno od ostalih prepreka te predlaže uvođenje pojmova **virtualni odašiljač** (VO) i **virtualni prijamnik** (VP). Virtualni odašiljač/prijamnik nalazi se na najnižoj visini na koju bi trebalo popeti promatranu antenu da bi vidjeli dominantni vrh. Na taj način, Giovaneli je smanjio utjecaj dominantne prepreke povezujući ga s ostalim preprekama na radio-stazi. Očito, ukoliko je dominantni vrh vidljiv i iz točke odašiljača i iz točke prijamnika, tada se Giovanelijeva metoda svodi na Deygoutovu. Primjer proračuna Giovanelijevom metodom dat je na sl. 10, pri čemu smo opet proizvoljno pretpostavili da je dominantna prepreka 2, koja je ujedno i najviša. U ovom slučaju gubici ogiba u decibelima su:

$$a(d_1, d_2, d_3, d_4, h_1, h_2, h_3) = a(d_1 + d_2, d_3 + d_4, h_2') + a(d_1, d_2, h_1') + a(d_3, d_4, h_3')$$



Slika 10. Skraćivanje visine dominantne prepreke prema metodi Giovanelija

Kellerov zakon difrakcije



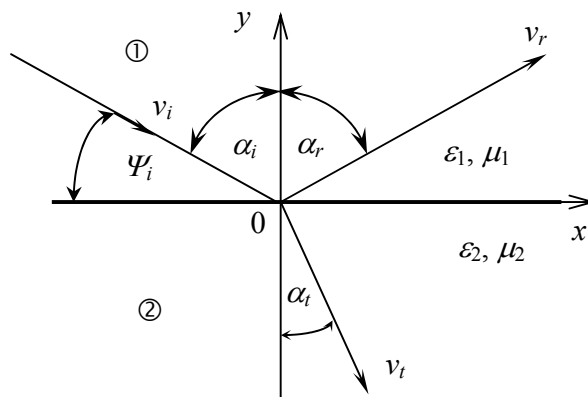
Difraktirana i pripadajuća upadna zraka čine jednak kut s oštricom u točki difrakcije, uz pretpostavku da se nalaze u istoj sredini. One leže na suprotnim stranama ravnine okomite na oštricu u točki difrakcije.

Literatura

- [1] L. Boithias, *Radio Wave Propagation*, North Oxford Academic Publishers Ltd., London, GB, 1987.

IV. Refleksija

Kod komunikacija u blizini Zemljine površine vrlo su značajni utjecaji reflektiranog vala od površine Zemlje na ukupno polje u točki prijama. Antene u mobilnim komunikacijama, UHF ili televizijskim sustavima pa i u radio-relejnim komunikacijama uvijek zrače značajan dio snage i prema površini Zemlje. Ako su uvjeti na mjestima na Zemlji takvi da se val reflektira bez većih gubitaka pri refleksiji, na prijamnoj anteni doći će do vektorskog zbrajanja polja direktnog i reflektiranog vala, dakle do interferencijskih pojava. Takva područja na Zemlji koja, pod određenim okolnostima, osiguravaju visoke iznose reflektiranog polja su velike vodene površine, ravnice i pustinje. Pokazat će se da okolnosti koje spominjemo znače: **male kutove upada** Ψ (zrake prema horizontalnoj površini). Stoga najprije istražimo kakvim se mjerilima može obuhvatiti reflektirani val. Sasvim općenito smatramo da ravni val pod kutom upada α_1 dolazi do granice sredstava 1 i 2 kao na sl. 1.



Slika 1. Refleksija i lom ravnog vala

Iz činjenice da na graničnoj površini val mora u smjeru x putovati istom brzinom u sredstvu 1 i 2 tako da bi na svakom mjestu i u svakom trenutku bili zadovoljeni granični uvjeti slijedi:

$$\frac{v_i}{\sin \alpha_i} = \frac{v_r}{\sin \alpha_r} = \frac{v_t}{\sin \alpha_t},$$

pri čemu je:

$$v_i = v_r = \frac{c}{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}} \Rightarrow \boxed{\alpha_i = \alpha_r};$$

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_t} = \frac{v_i}{v_t} = \frac{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}}{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}}.$$

Ako je sredstvo 1 zrak a sredstvo 2 tlo konačne vodljivosti σ pa je $\mu_2 = \mu_1 \cong \mu_0$, $\epsilon_1 \cong \epsilon_0$, a:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right),$$

tada je:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_t} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)}}{\sqrt{\varepsilon_0}} = \sqrt{\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}} = n,$$

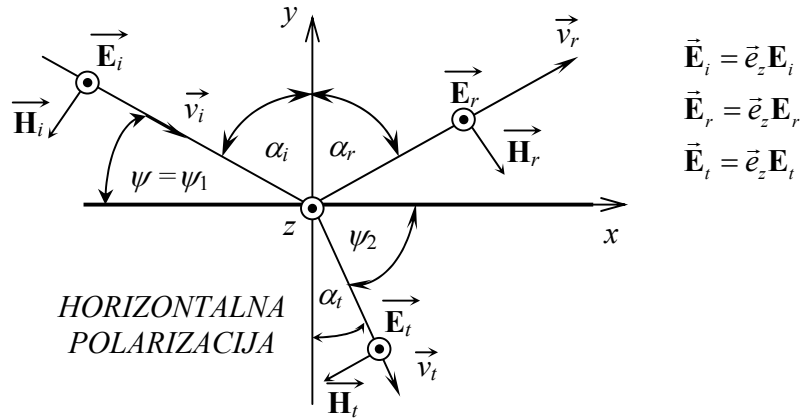
gdje je n indeks refrakcije tla. Dakle, uzimajući da je za nemagnetične sredine $\mu_2 = \mu_1 \cong \mu_0$ te uz:

$$\frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \approx 60 \sigma \lambda,$$

imamo da je indeks refrakcije tla:

$$n = \sqrt{\varepsilon_r - 60 \sigma \lambda}.$$

Budući da na granici sredstava 1 i 2 zrak-zemlja moraju biti zadovoljeni granični uvjeti tj. tangencijalne komponente vektora električnog polja \mathbf{E} moraju biti jednake u 1 i 2 te normalne komponente prolaze bez promjena tako će se i faktori refleksije koje definiramo kao omjer reflektiranog polja \mathbf{E}_{ref} i upadnog polja \mathbf{E}_{up} razlikovati za horizontalnu i vertikalnu polarizaciju. Promotrimo slučaj upada horizontalno polariziranog ravnog vala na ravnu graničnu površinu kao na sl. 2.



Slika 2. Refleksija i lom horizontalno polariziranog ravnog vala

Iz graničnih uvjeta na tangencijalne komponente prolaze bez promjene imamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r &= \mathbf{E}_t^{(*)} \\ \mathbf{H}_i \cos \alpha_1 - \mathbf{H}_r \cos \alpha_1 &= \mathbf{H}_t \cos \alpha_2^{(**)}. \end{aligned}$$

Faktor refleksije definiramo kao:

$$\mathbf{R}_H = |\mathbf{R}_H| e^{j\phi_H} = R_H e^{j\phi_H} = \frac{\mathbf{E}_r}{\mathbf{E}_i}.$$

Uzmemo li u obzir da je:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{E_i}{H_i} = \frac{E_r}{H_r} \\ Z_2 &= \frac{E_t}{H_t}, \end{aligned}$$

imamo iz (*):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r &= \mathbf{E}_t \quad | : \mathbf{E}_i \\ 1 + \frac{\mathbf{E}_r}{\mathbf{E}_i} &= \frac{\mathbf{E}_t}{\mathbf{E}_i} \Rightarrow R_H = \frac{\mathbf{E}_t}{\mathbf{E}_i} - 1, \end{aligned}$$

iz (**):

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{E}_i - \mathbf{E}_r}{Z_1} \cos \alpha_1 &= \frac{\mathbf{E}_t}{Z_2} \cos \alpha_2 \quad | : \mathbf{E}_i \\ \frac{1 - \mathbf{R}_H}{Z_1} \cos \alpha_1 &= \frac{1}{Z_2} (\mathbf{R}_H + 1) \cos \alpha_2 \\ \mathbf{R}_H &= \frac{\cos \alpha_1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1 + \frac{Z_1}{Z_2} \cos \alpha_2}. \end{aligned}$$

Kako je za granicu zrak-tlo:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0}} = n,$$

možemo pisati:

$$\mathbf{R}_H = \frac{\cos \alpha_1 - n \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1 + n \cos \alpha_2}.$$

Obično se koeficijent refleksije daje u ovisnosti o kutu upada Ψ_1 zrake u odnosu na horizontalnu površinu:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \psi \Rightarrow \cos \alpha_1 = \sin \psi \text{ \& \; } \sin \alpha_1 = \cos \psi,$$

te uz Snellov zakon loma:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n \Rightarrow \sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1}{n},$$

vrijedi:

$$n \cos \alpha_2 = n \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_2} = n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n^2}} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} = \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi},$$

pa je:

$$\mathbf{R}_H = R_H e^{j\phi_H} = \frac{\sin \psi - \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}{\sin \psi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}.$$

Slično bi bilo i za vertikalnu polarizaciju za koju bi dobili faktor refleksije:

$$\mathbf{R}_V = R_V e^{j\phi_V} = \frac{n^2 \sin \psi - \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}{n^2 \sin \psi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}.$$

Kod vertikalne polarizacije može se dogoditi da, u slučaju da je indeks refrakcije n realan broj, koeficijent refleksije \mathbf{R}_V postane nula kod određenog kuta upada ψ_B , (Brewsterov kut). To će biti za:

$$n^2 \sin \psi_B = \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi_B} \Rightarrow \sin^2 \psi_B = \frac{1}{n^2 + 1},$$

odnosno:

$$\boxed{\psi_B = \arcsin \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}}.$$

Kod kuta upada jednakom Brewsterovom kutu $\psi = \psi_B$ koeficijent refleksije ima fazni skok od 180° i apsolutnu vrijednost jednaku nuli $R_V = |\mathbf{R}_V| = 0$. Ova činjenica ima za posljedicu da kod upadnog kuta jednakog Brewsterovom kutu vala koji ima i vertikalnu i horizontalnu komponentu električnog polja kao što je primjerice eliptično polarizirani val reflektira samo horizontalnu komponentu što znači da je došlo do promjene polarizacije reflektiranog vala u odnosu na upadni.

Ako bi sredina 2 bila dakle dielektrik bez gubitaka $\sigma = 0$, tada bi indeks refrakcije bio realan broj:

$$n = \sqrt{\epsilon_r},$$

i postojao bi kut upada kod kojeg reflektirani val potpuno iščezava. U prirodi, međutim, površina Zemlje ima određenu vodljivost $\sigma \neq 0$ pa indeks refrakcije:

$$n = \sqrt{\epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}}$$

nije realna vrijednost već kompleksna. U tom slučaju reflektirani val kod pseudo-Brewsterovog kuta ima minimum amplitude $R_V = |\mathbf{R}_V| = \min.$, a faza se postepeno mijenja za 180° . Kod vrlo malih kutova upada ψ (reda veličine $0,1^\circ$) oba faktora refleksije imaju približno vrijednost jednaku $\mathbf{R}_V = \mathbf{R}_H \approx -1$, što znači da je apsolutna vrijednost $|\mathbf{R}_V| = |\mathbf{R}_H| \approx 1$ i fazni kut $\phi_H = \phi_V \approx 180^\circ$. Ovo znači da je reflektirani val za obje polarizacije za mali kut upada po amplitudi jednak upadnom sa suprotnom fazom na mjestu refleksije. Pseudo-Brewsterov kut za močvarno tlo je približno $\psi_B \approx 10^\circ$, a za pustinjsko tlo $\psi_B \approx 30^\circ$, dok za ostale vrste tla imaju vrijednost Brewsterovog kuta između ovih vrijednosti.

Brewsterov kut za morsku površinu ovisi o frekvenciji a nalazi se između vrijednosti $\Psi_B \approx 2^\circ$ kod 100 kHz i $\Psi_B \approx 7^\circ$ kod 3 GHz.

Kada bi refleksijska površina na koju upada promatrani elektromagnetski val bila idealno vodljiva ($\sigma \rightarrow \infty$), tada bi koeficijenti refleksije iznosili $\mathbf{R}_H = -1$ i $\mathbf{R}_V = 1$ (vidi sl. 2 i 3 u poglavlju I.), što znači da kod idealnih vodiča pri horizontalnoj odnosno okomitoj polarizaciji reflektirani val teži da poništi izravni val pa isti onemogućava propagaciju, dok kod vertikalne refleksija podržava propagaciju (primijetimo da je za idealno vodljivu refleksijsku površinu uslijed beskonačnog indeksa refrakcije Brewsterov kut jednak nuli te nema okretanja faze za 180° pri refleksiji vertikalno polariziranog vala).

Relativna permitivnost ε_r i specifična vodljivost σ tla znatno variraju ovisno o dvjema veličinama. To su:

- frekvencija,
- vrsta tla na kojem dolazi do refleksije.

Dijagram na sl. 3 pokazuje tu ovisnost. Uočimo da kod nižih frekvencija na iznos permitivnosti i vodljivosti utječu skoro isključivo vrsta tla i sadržaj vlage u tlu. Pri tome relativna permitivnost varira od približno $\varepsilon_r = 4$ za vrlo suho tlo (primjerice kamenito tlo) do $\varepsilon_r = 80$ za vodene površine. Istovremeno, vodljivost varira od $\sigma = 10^{-5}$ S/m (voda u prirodi) do $\sigma = 5$ S/m za morsku površinu prosječnog saliniteta. Kod frekvencija reda veličine gigaherca značajno raste specifična vodljivost σ uz istodobni pad relativne permitivnosti ε_r . Treba međutim uočiti da je kompleksna dielektrična konstanta:

$$\varepsilon' = \varepsilon_r - j60\sigma\lambda = \varepsilon_r - j\frac{\sigma}{2\pi f\varepsilon_0}.$$

Za svako tlo može se stoga naći frekvencija kod koje je realni i imaginarni dio kompleksne dielektrične konstante ε' postaju jednaki. Ta frekvencija naziva se **prijelazna frekvencija**. Kod frekvencija viših od prijelazne frekvencije iako je specifična vodljivost porasla, a relativna permitivnost se smanjila dominirat će realni dio kompleksne dielektrične konstante ε' pa se tlo ponaša kao dielektrik. Kod frekvencija nižih od prijelazne frekvencije dominirat će imaginarni dio pa je tlo pretežno vodič. Stoga ćemo smatrati da se kod viših frekvencija od prijelazne dano tlo ponaša kao dielektrik, a kod nižih kao vodič. Koristeći dijagram ovisnosti relativne permitivnosti i specifične vodljivosti o frekvenciji $\varepsilon_r = \varepsilon_r(f)$ i $\sigma = \sigma(f)$ za pojedine vrste tla na sl. 3 [1] može se odrediti prijelazna frekvencija koja je za more oko 1 GHz, a za ostale vrste tla između 0,6 i 6 MHz što je označeno točkama na dijagramu vodljivosti.

Na dijagramima na sl. 4 i 5 [1] prikazane su apsolutne vrijednosti koeficijenta refleksije $R_H = |\mathbf{R}_H|$ i $R_V = |\mathbf{R}_V|$ i vrijednosti faze ϕ_V za horizontalnu i vertikalnu polarizaciju za prosječno vlažno tlo i za morsku površinu u ovisnosti o kutu upada Ψ . Pri tome je $\phi_H = 180^\circ$ ili blizu pa nije prikazan na dijagramima. Vidimo da su koeficijenti refleksije za prosječno tlo $\mathbf{R}_V \approx \mathbf{R}_H \approx -1$ za kutove upada manje od $0,1^\circ$, dok za morsku površinu ova aproksimacija nije dobra. Brewsterov kut je za prosječno tlo oko $7-22^\circ$ ovisno o frekvenciji dok je kod morske površine $0,1^\circ$ za frekvenciju 0,3 GHz.

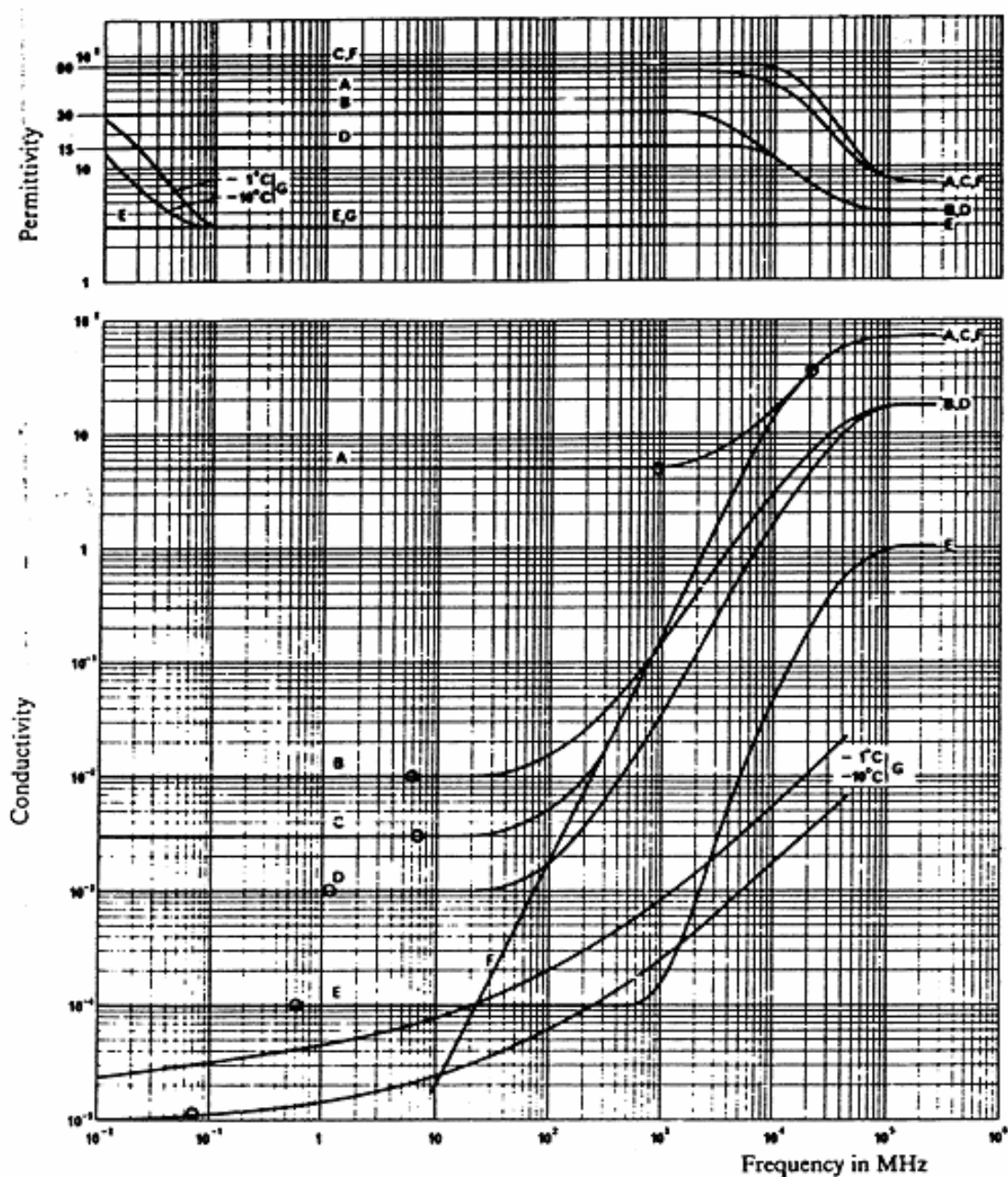
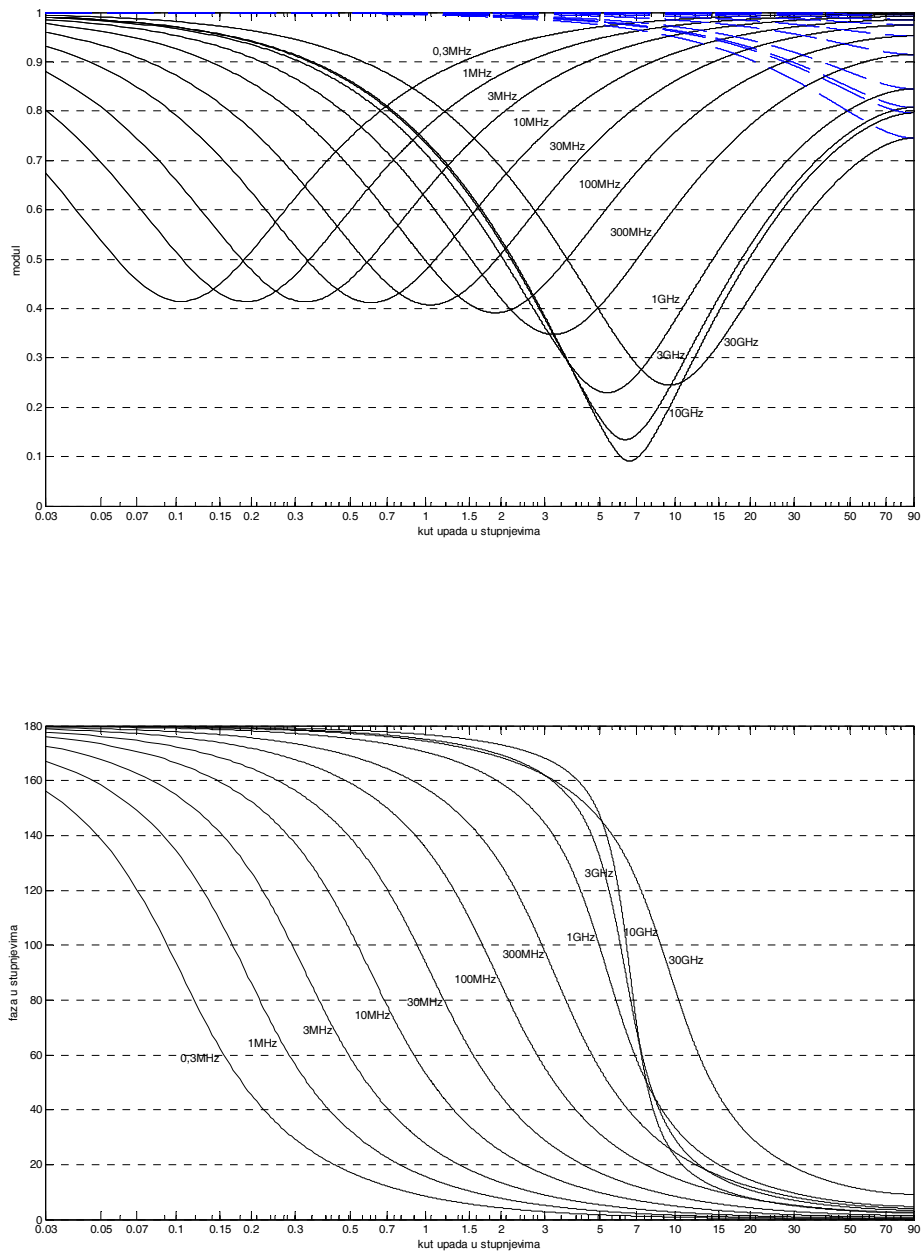
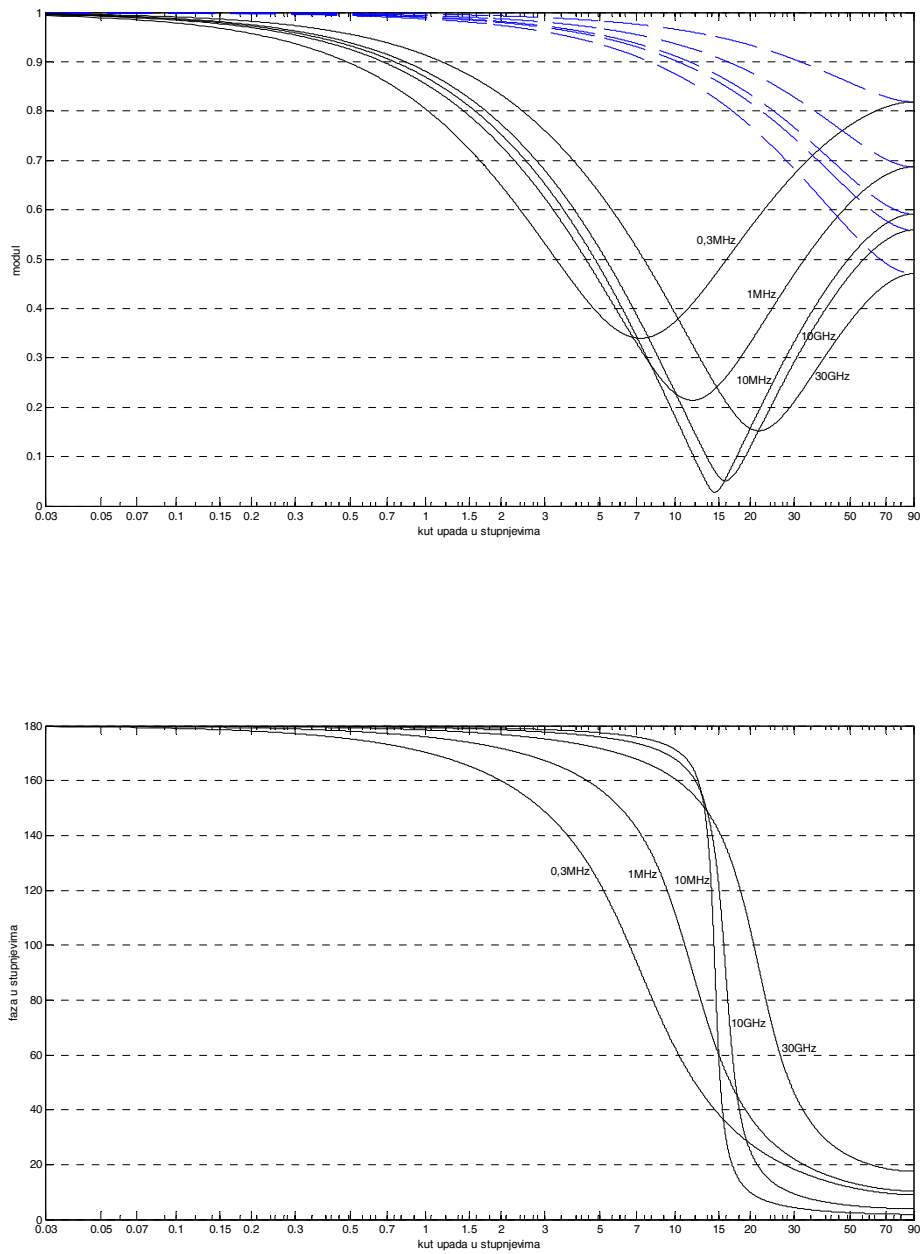


Fig. 3.1 Permittivity ϵ and conductivity σ of the Earth's surface: A: sea water (mean salinity), 20°C; B: humid soil; C: fresh water, 20°C; D: moderately dry soil; E: very dry soil; F: pure water, 20°C; G: ice (fresh water); ring: transition frequency.

Slika 3. Permitivnost i vodljivost Zemljine površine u ovisnosti o frekvenciji [1]
(okruglom točkom na dijagramu vodljivosti označene su prijelazne frekvencije za
pojedinu vrstu tla)



Slika 4. Koeficijenti refleksije (apsolutna vrijednost i faza) horizontalno i vertikalno polariziranog vala za more (- - horizontalna, – vertikalna)



Slika 5. Koeficijenti refleksije (apsolutna vrijednost i faza) horizontalno i vertikalno polariziranog vala za prosječno vlažno tlo (- - horizontalna, – vertikalna)

Hrapavost refleksijske površine

Navedene vrijednosti faktora refleksije \mathbf{R}_H i \mathbf{R}_V od granice sredstava određene su pod sljedećim pretpostavkama.

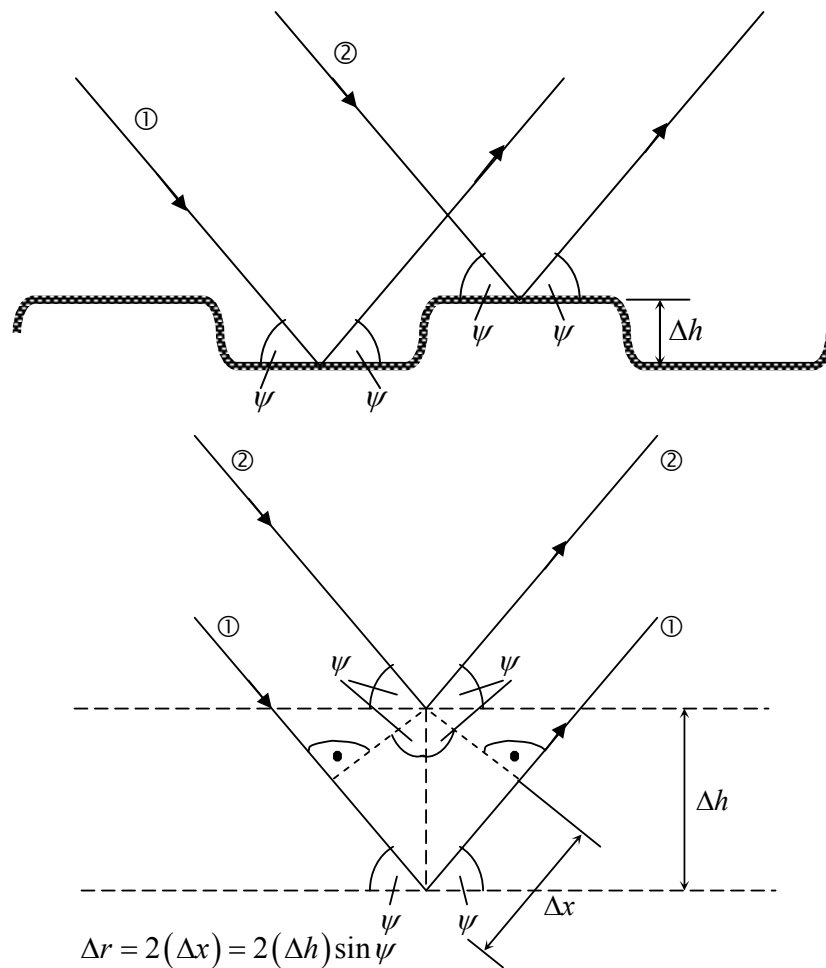
- Reflektirajuća odnosno granična površina je idealno glatka ravnina.
- Upadni val je ravni val.

Budući da Zemljina površina nije glatka površina, potrebno je napraviti odgovarajuće korekcije koje su ovisne o **hrapavosti** reflektirajuće površine.

Razmotrimo problem refleksije vala od neravne granične površine na sl. 6. Pretpostavimo da zrake 1 i 2 upadaju pod kutom ψ na neravnu površinu čije su neravnine izražene visinom Δh . Polje reflektiranog vala bit će vektorska suma od 1 i 2. Razlike prijenosa putova zraka 1 i 2 bit će:

$$\Delta r = 2(\Delta h) \sin \psi,$$

pa će postojati među reflektiranim zrakama 1 i 2 fazna razlika:



Slika 6. Refleksija o hrapavu površinu

$$\Delta\varphi = \beta(\Delta r) = \frac{2\pi}{\lambda} 2(\Delta h) \sin \psi = \frac{4\pi(\Delta h)}{\lambda} \sin \psi.$$

Za sasvim male fazne razlike $\Delta\varphi$ reflektirane zrake su praktički u fazi i situacija je slična refleksiji na glatkoj površini. Međutim ako je $\Delta\varphi = \pi$ reflektirane zrake se međusobno poništavaju. Budući da u tom slučaju nema reflektiranog vala pa ni toka energije u tom smjeru znači da je došlo do raspršenja energije i njezine raspodjele u uske druge smjerove, pa se govori o raspršenju na hrapavoj površini.

Na veličinu fazne razlike utječe visina Δh , valna duljina elektromagnetskog vala λ i kut upada ψ . Problem je dogovora koje ćemo fazne razlike $\Delta\varphi$ smatrati zanemarivima i površinu proglasiti glatkom odnosno koje su fazne razlike tako značajne da je površina hrapava. Uobičajeno je površinu smatrati glatkom ako je $\Delta\varphi < 45^\circ$, što znači da je:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi(\Delta h)}{\lambda} \sin \psi < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta h < \frac{\lambda}{16 \sin \psi}.$$

Ako je visina Δh manja od naznačenog iznosa određenog valnom duljinom i kutom upada elektromagnetskog vala reflektirajuća površina se smatra glatkom. Ovo je poznato kao *Rayleighov kriterij hrapavosti površine*.

Naglasimo da geometrijske neravnine istog iznosa Δh uz isti kut upada ψ mogu predstavljati glatku podlogu za elektromagnetske valove velikih valnih duljina, a hrapave za valove visokih frekvencija. Uzmimo za primjer da elektromagnetski val frekvencije $f = 2$ GHz ($\lambda = 0,15$ m) upada pod kutom $\psi = 0,2^\circ$ na neravnu graničnu površinu. Da bi zadanu površinu mogli smatrati glatkom, visina Δh mora biti manja od:

$$\Delta h < \frac{0,15 \text{ m}}{16 \cdot \sin(0,2^\circ)} = 2,7 \text{ m}.$$

Kada bi frekvencija bila primjerice dvostruko veća uz istu visinu neravnina terena površinu treba promatrati kao hrapavu. Kako međutim visina neravnina najčešće varira⁴ kao slučajna veličina uobičajeno je prihvatiti Gaussovu razdiobu pri čemu Δh definiramo kao *standardnu devijaciju razdiobe visina*. Pod ovim okolnostima ranije izračunate faktore refleksije \mathbf{R}_H i \mathbf{R}_V treba pomnožiti s **faktorom redukcije** ρ ($\rho < 1$) koji je definiran kao:

$$\rho = e^{-\frac{\Delta\varphi^2}{2}},$$

gdje je:

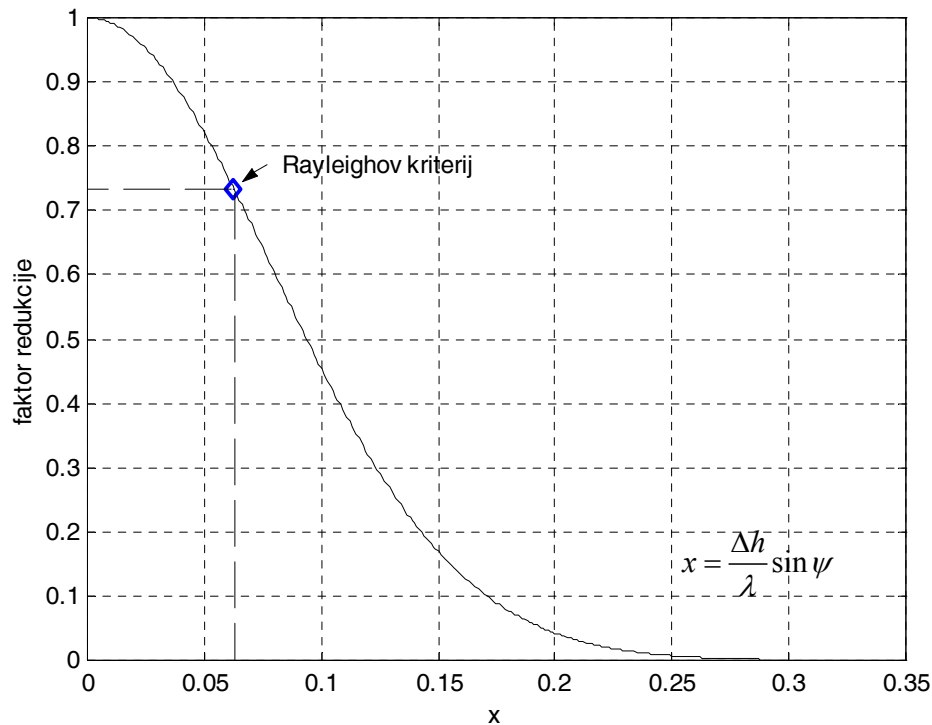
$$\Delta\varphi = \frac{4\pi(\Delta h)}{\lambda} \sin \psi,$$

odnosno:

$$\rho = e^{-\left[8\pi^2 \left(\frac{\Delta h}{\lambda} \sin \psi\right)^2\right]}.$$

⁴ posebno se istražuju efekti kod periodičke promjene visine terena

pri čemu je dakle Δh standardna devijacija raspodjele visina, a prikazan je dijagramom na sl. 9. Primjerice ako je $\Delta h = 1$ m, $\Psi = 0,2^\circ$ i $\lambda = 2,8$ cm tada je zbog hrapavosti površine koeficijent refleksije umanjen faktorom redukcije $\rho = 0,29$.



Slika 7. Dijagram faktora redukcije i Rayleighov kriterij

Često se pri upotrebi Rayleighova kriterija koristi činjenica da je u praksi kut upada Ψ vrlo mali kut pa vrijedi:

$$\sin \psi \doteq \psi^\circ \cdot \frac{\pi}{180},$$

te je:

$$\Delta h [\text{m}] \leq \frac{c \cdot 180}{16 f \psi^\circ \pi} = \frac{1074}{\psi^\circ f_{[\text{MHz}]}}.$$

Vidimo da uzimajući Zemlju glatkom po Rayleighovom kriteriju i zanemarujući neravnine čija je standardna devijacija visina manja od:

$$\Delta h < \frac{\lambda}{16 \sin \psi},$$

činimo određenu aproksimaciju.

Faktor divergencije

Kod refleksije na ravnoj Zemlji gustoća snage direktnog i reflektiranog vala na udaljenom prijamniku ($d \gg h_1, h_2$) je ista. Međutim kod zakrivljene Zemlje reflektirane zrake se razilaze i gustoća snage reflektiranog vala je manja od gustoće vala reflektiranog vala na ravnoj Zemlji, kao što je prikazano na sl. 8, jer je za isti početni prostorni kut Ω raspršena po površini S_R koja je prema slici znatno veća od zakrivljene Zemlje. Budući da je ukupna snaga ista u oba slučaja za gustoće snage na fiksnoj udaljenosti od odašiljača vrijedi odnos:

$$\frac{p_{ZZ}}{p_{RZ}} = \frac{S_{RZ}}{S_{ZZ}} < 1,$$

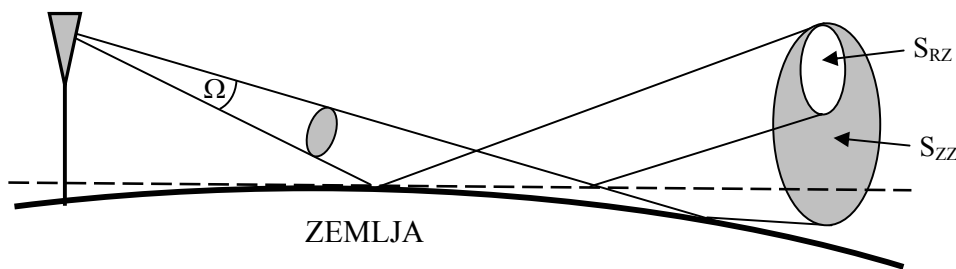
gdje je p_{ZZ} gustoća snage reflektiranog vala za određeni prostorni kut odašiljanja u slučaju zakrivljene Zemlje a p_{RZ} gustoća snage u slučaju ravne Zemlje. Budući da je jakost polja proporcionalna korijenu gustoće snage definira se faktor divergencije kao faktor s kojim je potrebno korigirati koeficijente refleksije tla da bi se uračunao utjecaj zakrivljenosti Zemlje kao:

$$D = \frac{E_{ZZ}}{E_{RZ}} = \sqrt{\frac{S_{RZ}}{S_{ZZ}}} < 1.$$

Iz geometrijskih odnosa da se izračunati za male kutove upada Ψ :

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{ka} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \frac{1}{\psi}}},$$

gdje je k faktor efektivne zakrivljenosti Zemlje (za standardnu atmosferu $k = 4/3$), a radijus Zemlje (možemo uzeti da je $a = 6370$ km), d_1 udaljenost između odašiljača i točke refleksije i d_2 udaljenost između točke refleksije i prijamnika.



Slika 8. Utjecaj zaobljenosti Zemlje na reflektirani val od tla

Interferencija direktnog i reflektiranog vala

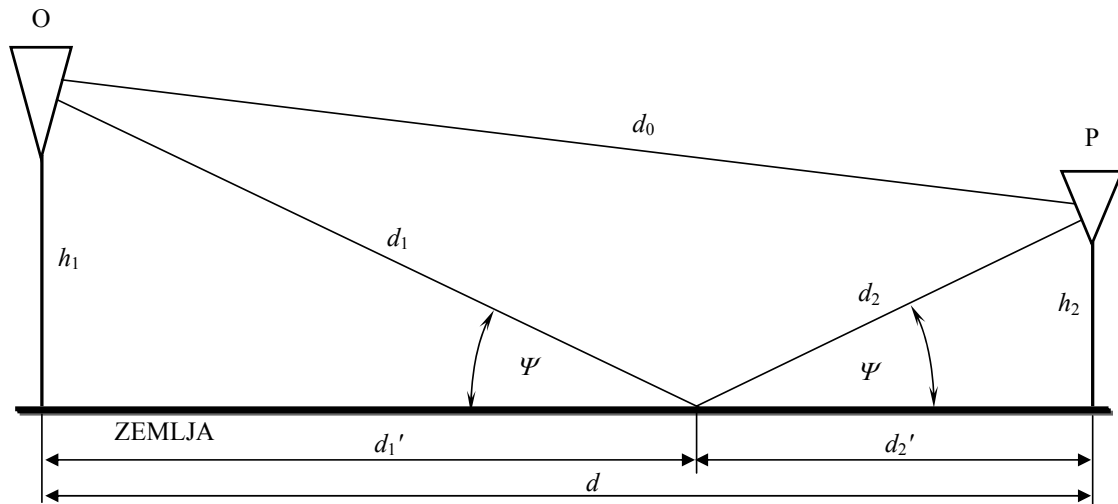
Dakle na većim udaljenostima, posebno za male kutove upada potrebno je koeficijent refleksije $R_{H,V}$ pomnožiti s faktorom divergencije D i faktorom redukcije ρ koja su oba manja od jedinice:

$$\mathbf{R} = \rho D \mathbf{R}_{H,V}.$$

Posljedica refleksije od Zemljine površine je prisustvo pored direktnog polja \mathbf{E}_{p0} na mjestu prijama i reflektiranog polja, pa je ukupno polje u točki prijama:

$$\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_{p0} [1 + \mathbf{R} e^{-j\beta\Delta}],$$

gdje je Δ razlika puta kojeg prevali reflektirana zraka u odnosu na direktnu. Ako se pretpostavi da je za udaljenost d između odašiljača i prijamnika Zemlja ravna što će biti ispunjeno za male udaljenosti, puno manje od radijusa Zemlje, vrijedi sljedeće razmatranje za razliku puta Δ prema sl. 9.



Slika 9. Interferencija direktnog i reflektiranog vala u točki prijama

Udaljenost između odašiljača i prijamnika d_0 je:

$$d_0 = \sqrt{d^2 + (h_1 - h_2)^2} = d \sqrt{1 + \left(\frac{h_1 - h_2}{d} \right)^2}.$$

Redovito se može smatrati da su visine antena zanemarive u odnosu na udaljenost d , odnosno $h_1, h_2 \ll d$, pa razvojem u red potencija dobivamo aproksimaciju:

$$d_0 \doteq d \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{h_1 - h_2}{d} \right)^2 \right].$$

Isto tako za duljinu puta reflektirane zrake $d_1 + d_2$ vrijedi:

$$d_1 + d_2 = \sqrt{d^2 + (h_1 + h_2)^2} = d \sqrt{1 + \left(\frac{h_1 + h_2}{d}\right)^2},$$

odnosno:

$$d_1 + d_2 \doteq d \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{h_1 + h_2}{d} \right)^2 \right].$$

Razlika putova Δ je:

$$\Delta = (d_1 + d_2) - d_0,$$

što daje aproksimaciju:

$$\Delta \doteq \frac{2h_1 h_2}{d}.$$

Fazna razlika između direktnog vala i vala reflektiranog od tla je dakle:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{4\pi h_1 h_2}{d\lambda}.$$

Ako bi se ova fazna razlika računala za zakrivljenost Zemlje, za razliku putova Δ dobila bi se sljedeća relacija:

$$\Delta = \frac{4d_1 d_2 \sin^2 \psi}{d_1 + d_2 + d_0},$$

što za udaljenosti koje nisu prevelike na način da je ispunjeno $d_1 \approx d_1'$ i $d_2 \approx d_2'$ iznosi približno:

$$\Delta \doteq \frac{2d_1' d_2'}{d} \psi^2$$

pri čemu je ψ kut upada na površinu Zemlje u radijanima.

Omjer ukupnog polja u točki prijama i polja izravnog vala je dakle:

$$\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} = 1 + R e^{j\varphi} e^{-j\beta\Delta},$$

pri čemu smo za koeficijent refleksije uzeli u ovisnosti o polarizaciji kao:

$$\mathbf{R} = R e^{j\varphi} = \begin{cases} \rho D R_H e^{j\varphi_H}, & \text{horizontalna ili okomita polarizacija} \\ \rho D R_V e^{j\varphi_V}, & \text{vertikalna ili paralelna polarizacija} \end{cases},$$

uz $R = |\mathbf{R}|$ i $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ fazna konstanta. Stoga je omjer modula polja:

$$\left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| = \left| 1 + R \cos \left(\varphi + \frac{\Delta}{\lambda} 2\pi \right) + j \sin \left(\varphi + \frac{\Delta}{\lambda} 2\pi \right) \right|,$$

odnosno:

$$\left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| = \sqrt{1 + R^2 + 2R \cos \left(\varphi + \frac{\Delta}{\lambda} 2\pi \right)}.$$

Obično se za male kutove upada Ψ uzima da je koeficijent refleksije od čvrstog, konačno vodljivog tla približno $\mathbf{R}_{H,V} \approx -1$ (što ne vrijedi za morsku površinu), pa je $\mathbf{R}_{H,V} = 1 \cdot e^{j\pi}$ za obje polarizacije. Stoga je modul koeficijenta refleksije o hrapavo zakrivljeno tlo tada jednak:

$$R = |\mathbf{R}| = 1 \cdot \rho D = \rho D$$

a faza $\varphi = \varphi_H = \varphi_V = \pi$. Uvrštavajući ove iznose u relaciju za omjer modula polja dobivamo:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| &= \sqrt{2 + 2 \cos \left(\pi + \frac{\Delta}{\lambda} 2\pi \right)}, \\ \left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| &= \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos \pi \cos \left(\frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right) - \sin \pi \sin \left(\frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right)} = \sqrt{2} \sqrt{1 - \cos \left(\frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right)} \end{aligned}$$

Uzimajući da je:

$$\cos \left(2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} \right) = 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\pi\Delta}{\lambda} \right),$$

imamo:

$$\left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| = 2 \left| \sin \left(\frac{\pi\Delta}{\lambda} \right) \right|.$$

Uvrštavajući prije dobiveni rezultat za razliku putova Δ za male kutove upada dobivamo Ψ relaciju:

$$\left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| = 2 \left| \sin \left(\frac{2\pi h_1 h_2}{d\lambda} \right) \right|.$$

Ako se prijamnik udaljava uz konstantne visine antena omjer modula polja varira za ovaj pojednostavljeni slučaj od rasponu od 0 do 2. Za određenu udaljenost prijmnika $d = d_m$ koja ovisi o visinama antena h_1 i h_2 imamo posljednji maksimum polja za koji vrijedi:

$$\frac{2\pi h_1 h_2}{d_m \lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow d_m = \frac{4h_1 h_2}{\lambda}.$$

Za udaljenosti prijamnika veće od udaljenosti položaja posljednjeg maksimuma ($d > d_m$) polje opada monotono. Za udaljenosti koje su znatno veće od navedene, odnosno za:

$$d \gg d_m = \frac{4h_1h_2}{\lambda},$$

imamo da je $\sin \alpha \doteq \alpha$ te je:

$$\left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| \doteq \frac{4\pi h_1 h_2}{d \lambda}.$$

Vidimo da u ovom slučaju za položaje iza zadnjeg maksimuma polje opada s udaljenošću d kao posljedica refleksije u odnosu na polje koje bi postojalo da nema reflektiranog vala. Budući da polje uslijed izravnog vala također opada s udaljenošću odnosno:

$$E_{p0} \sim \frac{1}{d},$$

to znači da će ukupno polje opadati s kvadratom udaljenosti prijamnika:

$$E \sim \frac{1}{d^2},$$

a primljena snaga P_p s četvrtom potencijom udaljenosti:

$$P \sim E^2 \sim \frac{1}{d^4},$$

znatno brže u odnosu na primljenu snagu u slučaju propagacije u slobodnom prostoru koja opada s kvadratom udaljenosti. Pri tome ova analiza vrijedi uz pretpostavku da su antene ili izotropni radijatori ili je dobitak usmjerenosti antena jednak u oba promatrana smjera, i u smjeru definiranom stazom izravnog vala i u smjeru reflektiranog vala. U suprotnom treba u proračun uključiti i dobitke antena u promatranim smjerovima.

Promotrimo sljedeći primjer prema scenariju sa sl. 9 propagacije elektromagnetskog vala frekvencije $f = 300$ MHz ($\lambda = 1$ m), pri čemu su visine odašiljačke i prijamne antene jednake $h_1 = h_2 = 10$ m. Položaj zadnjeg maksimuma polja je u ovom slučaju $d_m = 400$ m. Dakle, do 400 m polje varira između nule i $2E_{p0}$, a iza tog položaja polje opada s kvadratom udaljenosti. Za veliku udaljenost, primjerice $d = 40$ km imamo:

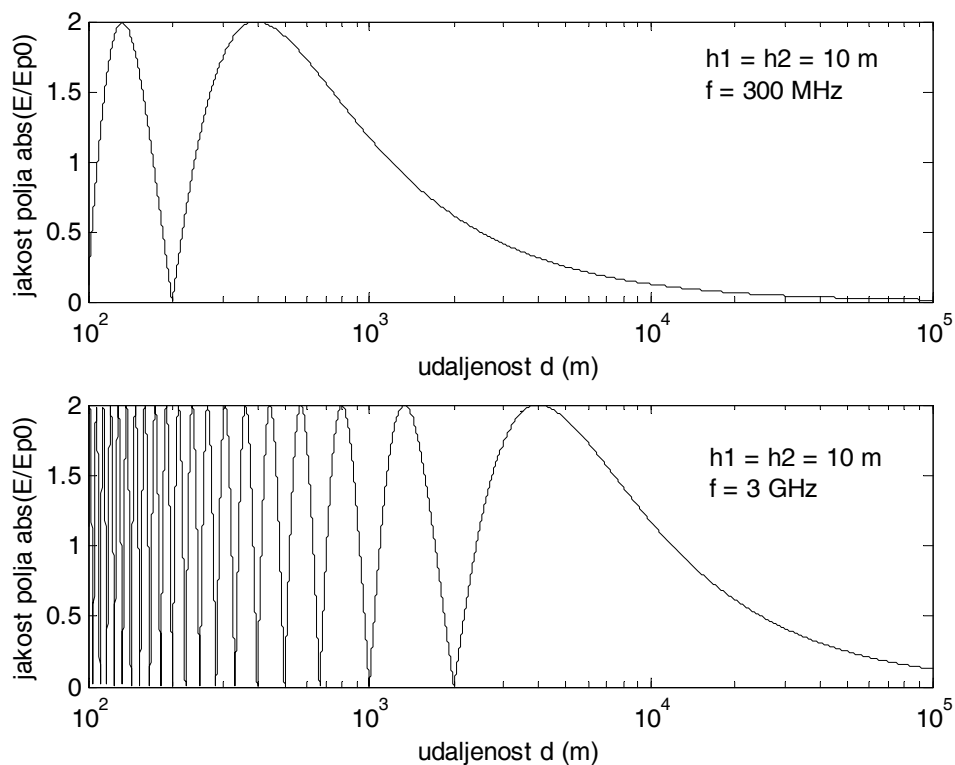
$$\frac{E}{E_{p0}} = \left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_{p0}} \right| \doteq \frac{4\pi h_1 h_2}{d \lambda} = \frac{4\pi \cdot 10 \cdot 10}{40 \cdot 10^3 \cdot 1} = \frac{\pi}{10^2}.$$

Ako bi povećali frekvenciju deset puta uz istu geometriju propagacijskog kanala tako da valna duljina bude $\lambda = 0,1$ m ($f = 3$ GHz) položaj zadnjeg maksimuma povećao bi se također deset puta odnosno na $d_m = 4000$ m što znači da polje počinje opadati monotono na većim udaljenostima prijamnika nego u prethodnom slučaju, a iznos omjera modula

polja na istoj velikoj udaljenosti prijamnika od $d = 40$ km bio bi veći približno deset puta odnosno imao bi vrijednost:

$$\frac{E}{E_{p0}} \doteq \frac{4\pi \cdot 10 \cdot 10}{40 \cdot 10^3 \cdot 0,1} = \frac{\pi}{10}.$$

Dijagrami ovisnosti polja za horizontalnu i vertikalnu polarizaciju elektromagnetskog vala o udaljenosti prijamne antene za ove primjere prikazani su na sl. 10, ali uz uvažavanje utjecaja kuta upada. Uočimo da je uslijed manje valne duljine u drugom slučaju broj maksimuma povećan razmjerno, a položaj zadnjeg maksimuma je znatno udaljeniji u odnosu na prvi slučaj.



Slika 10. Ukupno polje uslijed refleksije bez gubitaka od glatke ravne Zemlje (ne odnosi se na slučaj refleksije od površine mora)

Promotrimo sada utjecaj visine prijamne antene na ukupno polje u točki prijama uslijed refleksije, pri čemu visinu antene odašiljača i udaljenost prijamnika držimo fiksnom, što je prikazano dijagramom na sl. 11 za frekvenciju 1,8 GHz, prijamnik na udaljenosti 100 m i antenu odašiljača na visini 10 m. Za visinu antene prijamnika jednaku nuli imamo:

$$h_2 = 0 \Rightarrow \frac{E}{E_{p0}} \doteq 0.$$

Ovaj omjer modula polja bit će maksimalan ako je ispunjeno:

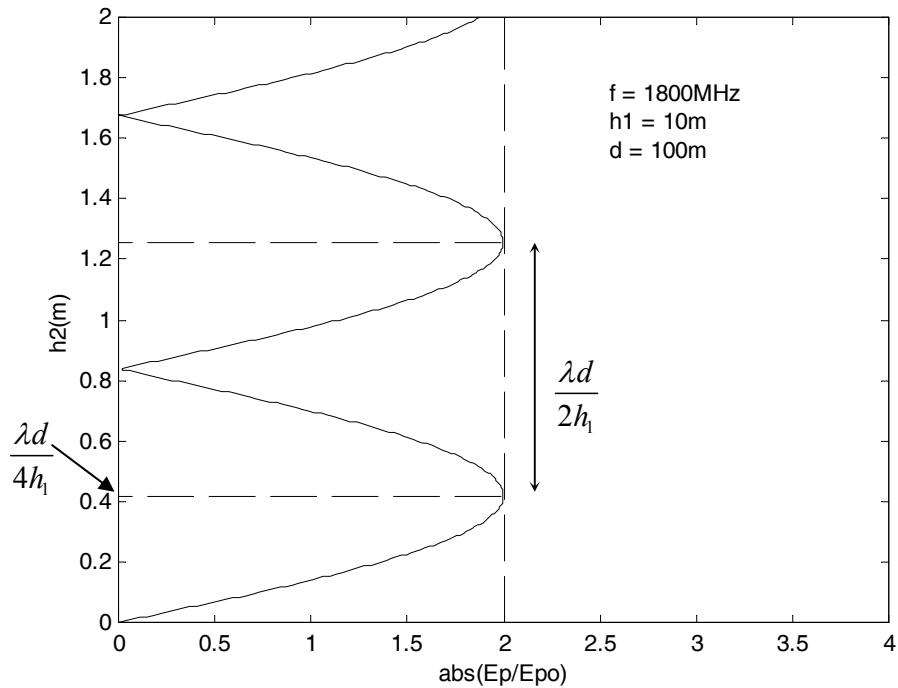
$$\frac{2\pi h_1 h_2}{d\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n = 0, 1, 2, \dots$$

odnosno ako se prijamna antena nalazi na visini:

$$h_{2\max} = (2n+1)\frac{\lambda d}{4h_1}, n = 0, 1, 2, \dots$$

Položaj prvog maksimuma je dakle na visini $h_{2\max} = \frac{\lambda d}{4h_1}$, a drugog na visini $h_{2\max} = \frac{3\lambda d}{4h_1}$.

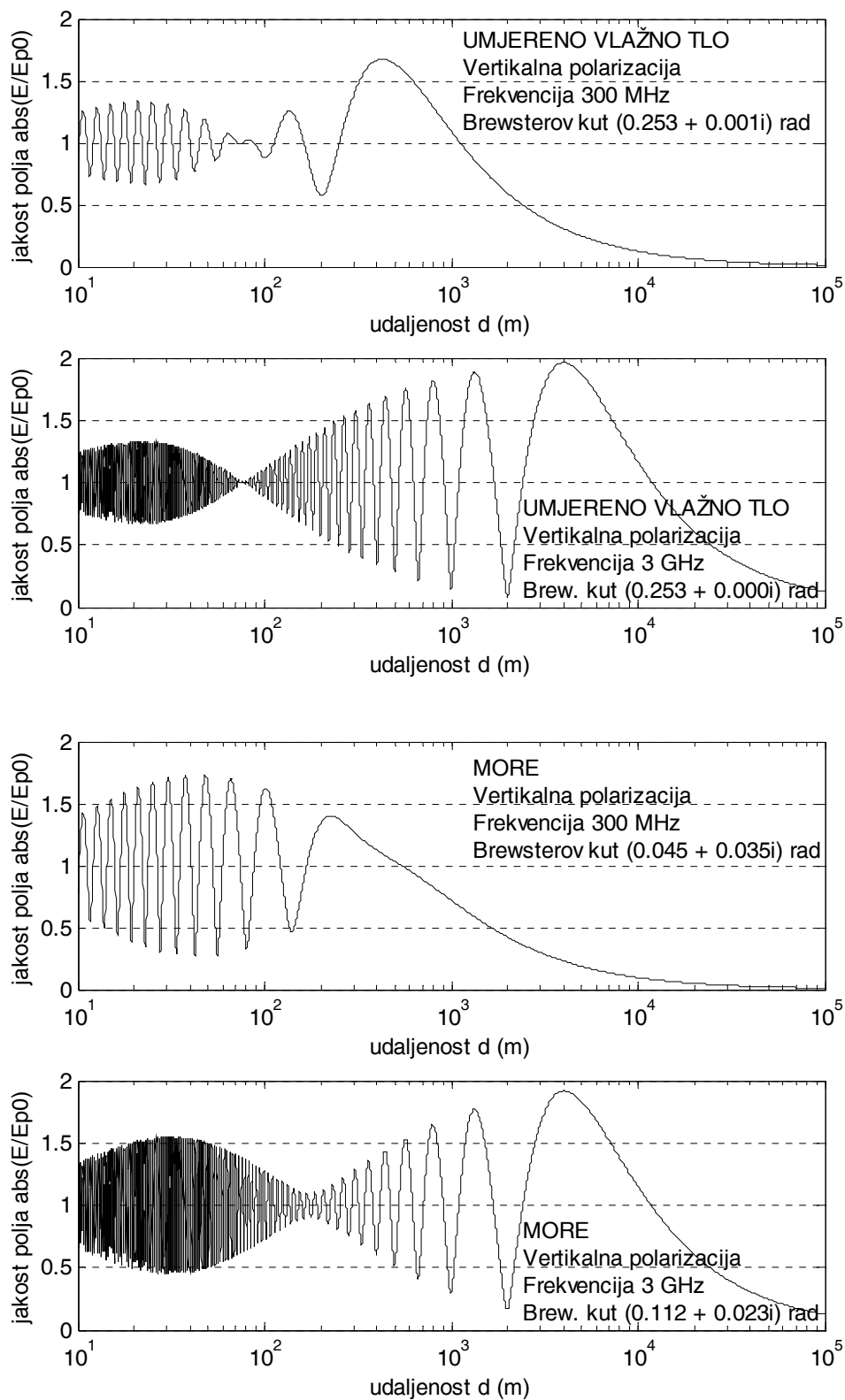
Razlika između položaja susjednih maksimuma (i minimuma) jednaka je $\frac{\lambda d}{2h_1}$.



Slika 11. Ovisnost jakosti polja o visini prijamne antene

Znači, ukoliko želimo maksimalni iznos polja na određenoj udaljenosti d prijamnu antenu moramo smjestiti u položaj maksimuma $h_{2\max}$ koji ovisi o udaljenosti i visini odašiljačke antene. Tada će polje biti iznosa $E = 2E_{p0}$ a ujedno će biti i $d = d_{\max}$.

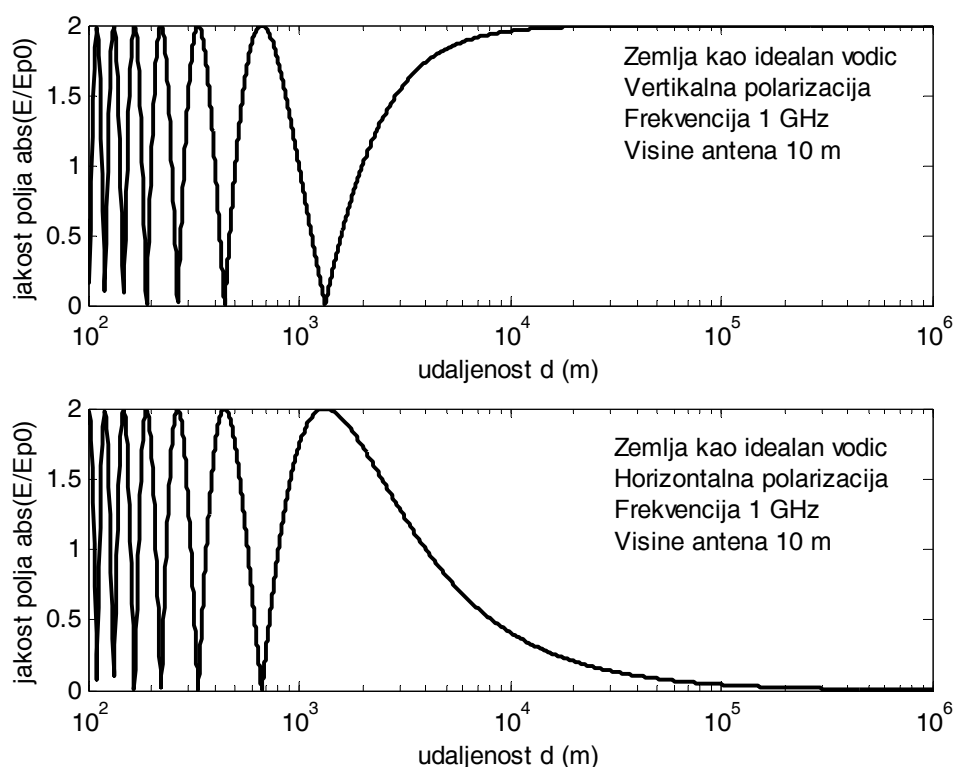
Promotrimo sada realne slučajeve refleksije od Zemljine površine. Na sl. 12 prikazano je ukupno polje uslijed refleksije za gore navedene primjere za slučaj da je refleksijska površina umjereno vlažno tlo i more srednje slanosti. Vidimo da uslijed neidealne refleksije maksimum polja nikad nije dvostruka vrijednost polja slobodnog prostora kao u idealiziranom slučaju. Na udaljenosti prijamnika koja odgovara pseudo-Brewsterovom kutu reflektirani val je minimalne jakosti pa je polje u točki prijama približno jednako jakosti polja kakvo bi bilo da se propagacija odvija u slobodnom prostoru.



Slika 12. Dijagram ukupnog polja uslijed refleksije od glatke Zemljine površine

U slučaju umjereno vlažnog tla postoji blaga ovisnost Brewsterovog kuta o frekvenciji (sl. 5), dok je za more srednje slanosti ta ovisnost izraženija (sl. 4), pa su i razlike u položajima točke "nulte refleksije" za zadane frekvencije u slučaju mora izraženije premda su iznosi relativne permitivnosti i specifične vodljivosti isti za obje frekvencije pa stoga u slučaju mora položaj točke koja odgovara pseudo-Brewsterovom kutu kod frekvencije 300 MHz pada iza položaja zadnjeg maksimuma polja, što nije slučaj u ostalim primjerima. Pri tome je opadanje polja iza tog maksimuma do te vrijednosti položaja u određenoj mjeri usporeno.

Primijetimo još da u slučaju vertikalne polarizacije teoretski, u slučaju beskonačne vodljivosti idealno glatke ravne beskonačne površine refleksija je idealna ($R_V = 1$) a Brewsterov kut jednak je nuli, pa bi tada odnos modula polja nakon zadnjeg maksimuma bio približno konstantan i jednak dvostrukoj vrijednosti polja slobodnog prostora, što nije slučaj kod horizontalne polarizacije zbog $R_H = -1$. To je skicirano na primjeru na sl. 13 dijagrama polja za frekvenciju 1 GHz i za geometriju iz prethodnih primjera ali u slučaju da je Zemlja ravna i idealan vodič. Uočimo i da uslijed toga što je vertikalno polarizirani reflektirani val suprotne faze od horizontalno polariziranog reflektiranog vala, položaj maksimuma polja za jedan je jednak položaju minimuma polja za drugi tip polarizacije, odnosno položaji ekstrema polja su isti ali je karakter ekstrema polja suprotan.



Slika 13. Propagacija refleksijom za slučaj idealno vodljive ravne glatke Zemlje

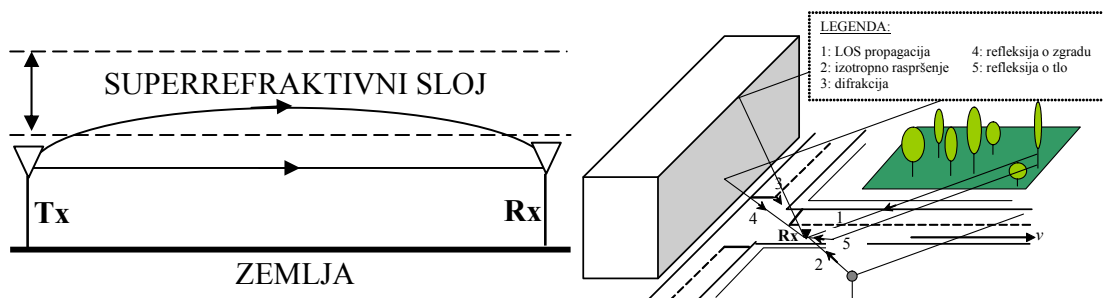
No međutim vidimo da u realnim slučajevima dijagrami za vertikalnu polarizaciju poput onih na sl. 10 više sliče donjem dijagramu sa sl. 12. To je stoga što je opadanje polja iza položaja zadnjeg maksimuma u slučaju vertikalne polarizacije posljedica obrtanja faze reflektiranog polja za manje kutove od Brewsterovog kuta u odnosu na veće, tako da refleksija pri vertikalnoj polarizaciji na udaljenostima prijamnika koje odgovaraju tim kutovima upada a veće su od udaljenosti položaja zadnjeg maksimuma ($d_{Brew} < d_m$) djeluje tako da nastoji poništiti izravni val, što je slučaj sličan onome kada bi razmatrali horizontalnu polarizaciju. U slučaju da je udaljenost koja odgovara Brewsterovom kutu veća od udaljenosti položaja zadnjeg maksimuma polja ($d_{Brew} > d_m$), između ta dva položaja ($d_m < d < d_{Brew}$) refleksija vertikalno polariziranog vala djeluje isključivo konstruktivno.

Literatura

- [1] L. Boithias, *Radio Wave Propagation*, North Oxford Academic Publishers Ltd., London, GB, 1987.
- [2] V. K. Garg, J. E. Wilkes, *Wireless and Personal Communication Systems*, Prentice Hall PTR USA, 1996.

V. Propagacijski radijski kanal

Propagacijski kanal definiramo kao dio radijskog kanala između odašiljačke i prijamne antene, odnosno kao medij u kojem se širi elektromagnetski val na putu od odašiljača do prijamnika. Ako se iz razmatranja isključi propagacija kroz plazmu, propagacijski kanal možemo smatrati linearnim i recipročnim. Do sada smo promatrali pojave koje imaju značajan utjecaj na karakteristiku propagacijskog radijskog kanala na Zemlji. Uslijed tih pojava primjerice, elektromagnetski val u točku prijama može doći oslabljen u odnosu na slučaj odašiljača i prijamnika u slobodnom prostoru. Nadalje, moguća je pojava da ista replika vala u prijamnu točku stigne preko različitih radio staza, te tada govorimo o višestaznom prijemu. Različiti mehanizmi višestaznog prijama skicirani su na sl. 1. U prvom slučaju postoji jedan superrefraktivni sloj iznad sloja normalne atmosfere, pa u točku prijama pristizhe više od jedne radio zrake. U svezi s tim, svaka od tih radio zraka koja prolazi atmosferom podložna je karakteristikama refrakcije koja u praksi nije glatka, a nije ni stalna u vremenu, pa dolazi do pojave treperenja signala (tipična pojava kod primjerice satelitskih radio sustava). To su osnovne karakteristike tzv. troposferskog višestaznog prijama, koji je promjenjiv u vremenu a nastaje uslijed nepravilnosti refrakcijske karakteristike atmosfere. Također tipičan je i višestazni prijam koji nastaje zbrajanjem vala uslijed "refleksije" o ionosferu s prostornim valom, a može im se pribrojiti i komponenta površinskog vala. Pojave refleksije, difrakcije i raspršenja također uzrokuju da se u točki prijama sijeku različite radio staze od istog izvora, a takav višestazni prijam dominantna je pojava u gušće naseljenim sredinama, u kojima je najčešće i najveća koncentracija korisnika. Te radio staze mogu prolaziti i kroz vegetaciju, krošnje stabala i slično, pa se signali koji njima propagiraju u tom slučaju dodatno prigušuju.



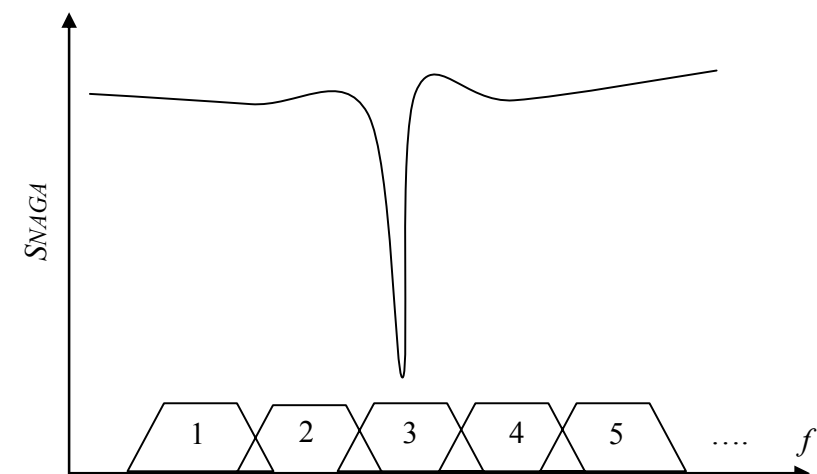
Slika 1. Različiti mehanizmi višestazne propagacije

Ova je problematika izražena kod širokopojasnih radijskih sustava, jer u takvim sustavima svako izobličenje signala narušava i njegovu kvalitetu pa prema tome i ograničava brzinu prijenosa informacija kroz takav propagacijski kanal. Bez obzira na njegovu prirodu, višestazni prijam je pojava koja može uzrokovati izobličenje signala u točki prijama, odnosno **interferenciju unutar kanala**, odnosno **intersimbolnu interferenciju** (ISI). Naime, kao što je vidljivo na sl. 1, svaka radio staza posjeduje svoju električnu duljinu, pa prema tome radio val koji putuje pojedinom stazom ima svoje specifično kašnjenje. Signal u točki prijama je suma kompleksnih doprinosa različitih amplituda i faza te će stoga različite frekvencije u njegovom spektru trpjeti različita

gušenja. Stoga govorimo o *vremenskom izobličenju signala uslijed frekvencijske selektivnosti kanala*. Postavlja se dakle pitanje kolika može biti širina pojasa moduliranog digitalnog signala a da u točki prijama dobijemo signal koji nije značajno izobličen.

Ne smije se izgubiti iz vida da je karakteristika višestaznog fedinga u pravilu vremenski promjenjiva, bilo da se radi o mobilnom sustavu u kojem prijamnik nema fiksni položaj, bilo da se radi o fiksnoj radio vezi u kojoj se mijenjaju svojstva kanala uslijed različitih razloga (promjena svojstava medija, kretanje okolnih prepreka itd.). Neka se prijamnik giba u odnosu na odašiljač brzinom v u smjeru naznačenom na sl. 1. Svaka radio staza sa smjerom gibanja zatvara određeni kut, o kojemu ovisi Dopplerov frekvencijski pomak kojeg trpi prijamni signal. Dakle, određeni pomak prijamnika u vremenu znači i adekvatnu promjenu duljine radio staze odnosno vremena kašnjenja signala što opet rezultira promjenom faze signala, odnosno Dopplerovim frekvencijskim pomakom. Kao prijamnik prelazi taj put u nekom vremenu, drugim riječima, propagacijski kanal mijenja svojstva u vremenu, govorimo o *frekvencijskom izobličenju signala uslijed vremenske selektivnosti propagacijskog kanala*.

Dodatno, kao što je prikazano na sl. 3, pojedine karakteristike višestaznog prijama su takve da izazivaju istaknuto gušenje na određenoj frekvenciji (urez u karakteristici fedinga) ili više njih [3]. Tada uslijed neidealnih karakteristika pojedinih kanalnih filtara u FDM multipleksnom radijskom sustavu snaga susjednih kanala koja se prelijeva u spektar promatranog kanala može postati značajna u odnosu na željenu snagu, odnosno narušiti omjer signal – interferencija (SIR). Stoga takva karakteristika fedinga, uslijed neidealnih karakteristika filtara može izazvati **interferenciju između susjednih kanala** (ACI). Promotrimo primjer sa sl. 3. Vidimo da dio frekvencija iz kanala 3 FDM radio sustava trpi značajno gušenje uslijed višestaznog ureza u frekvencijskoj karakteristici propagacijskog kanala između odašiljača i prijamnika, pa je vjerojatno da će radio veza ostvarena po tom kanalu biti značajno narušena uslijed narušenog SIR omjera, odnosno uslijed ACI. Stoga se pri projektiranju FDM radio linkova ovom problemu mora posvetiti značajna pažnja.



Slika 3. Karakteristika frekvencijski selektivnog fedinga s urezom

Utjecaj pojave višestaznog prijama na kvalitetu prijamnog signala mora se neizostavno procijeniti, a po mogućnosti i što je moguće više i anulirati tu pojavu da bi se

ostvario kvalitetan dizajn radio sustava u smislu optimalnog izbora vrste modulacije i kodiranja kanala. Da bi se to ostvarilo, potrebno je provesti analizu utjecaja karakteristike propagacijskog kanala na signal u točki prijama, pri čemu se koristimo Bellovom analizom [1,2] koja se provodi u osnovnom frekvencijskom pojasu, a koja će biti objašnjena u sljedećem poglavlju. Prirodno, takva analiza kanala koristi se i prilikom uvođenja postupaka za poništavanje višestaznog prijama. Osim uvođenja ekvilajzera, odnosno korištenja RAKE konstrukcije prijamnika [1], za tu svrhu koristi se i tehnika višestrukog prijama (može biti prostorna, frekvencijska, kutna, polarizacijska ili vremenska) [3] a nerijetko se koriste posebne izvedbe antena za potiskivanje višestaznog prijama (primjerice GPS Choke Ring Antenna) i antenski nizovi.

Analiza vremenski promjenljivog linearnog propagacijskog kanala

Modulirani signal $x(t)$ frekvencije nosioca f_0 kojeg odašilje antena predajnika može se napisati u obliku:

$$x(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)),$$

pri čemu se, ovisno o vrsti modulacije, amplituda A ili/i faza ϕ mogu mijenjati u vremenu t . Možemo pisati:

$$x(t) = \operatorname{Re} \left[z(t) e^{j2\pi f_0 t} \right],$$

pri čemu je onda:

$$z(t) = A(t) e^{j\phi(t)}$$

kompleksna reprezentacija realnog signala $x(t)$ u osnovnom pojasu, a određena je njegovom amplitudom i fazom. Spektar $Z(f)$ valnog oblika $z(t)$ na ulazu u propagacijski kanal može se odrediti korištenjem Fourierove transformacije (FT):

$$Z(f) = \mathfrak{F}\{z(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) e^{-j2\pi ft} dt.$$

Kompleksna reprezentacija u osnovnom pojasu $w(t)$ realnog signala $y(t)$ na izlazu propagacijskog kanala (anteni prijamnika) u domeni vremena dobiva se konvolucijom ulaznog valnog oblika i karakteristike **impulsnog odziva kanala** (vidi sl. 4):

$$w(t) = z(t) \otimes h(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t-\tau) h(\tau) d\tau.$$

Ova relacija vrijedi kada je karakteristika kanala stacionarna u vremenu, što najčešće nije slučaj s radio kanalima. Računajući s promjenama te karakteristike možemo pisati:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t-\tau) h(\tau, t) d\tau.$$



Slika 4. Kompleksna reprezentacija propagacijskog radijskog kanala

Spektar izlaznog signala korištenjem FT je:

$$W(f) = \Im\{w(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t) e^{-j2\pi ft} dt,$$

pa je:

$$W(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} z(t-\tau) h(\tau) e^{-j2\pi ft} d\tau dt,$$

$$W(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} z(t-\tau) e^{-j2\pi ft} dt d\tau.$$

Kako u FT pomak valnog oblika u vremenskoj domeni rezultira odgovarajućim faznim pomakom u domeni frekvencije (teorem pomaka) vrijedi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} z(t-\tau) e^{-j2\pi ft} dt = Z(f) e^{-j2\pi f\tau},$$

te je:

$$W(f) = Z(f) \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

Prijenosna funkcija kanala $T(f)$ je definirana kao omjer signala na izlazu i signala na ulazu u kanal u frekvencijskoj domeni, odnosno:

$$T(f) = \frac{W(f)}{Z(f)},$$

izlazi da je:

$$T(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

Dakle, prijenosna funkcija kanala $T(f)$ je FT po varijabli vremena kašnjenja τ impulsnog odziva kanala $h(\tau)$. Ako je kanal promjenjiv u vremenu, možemo pisati:

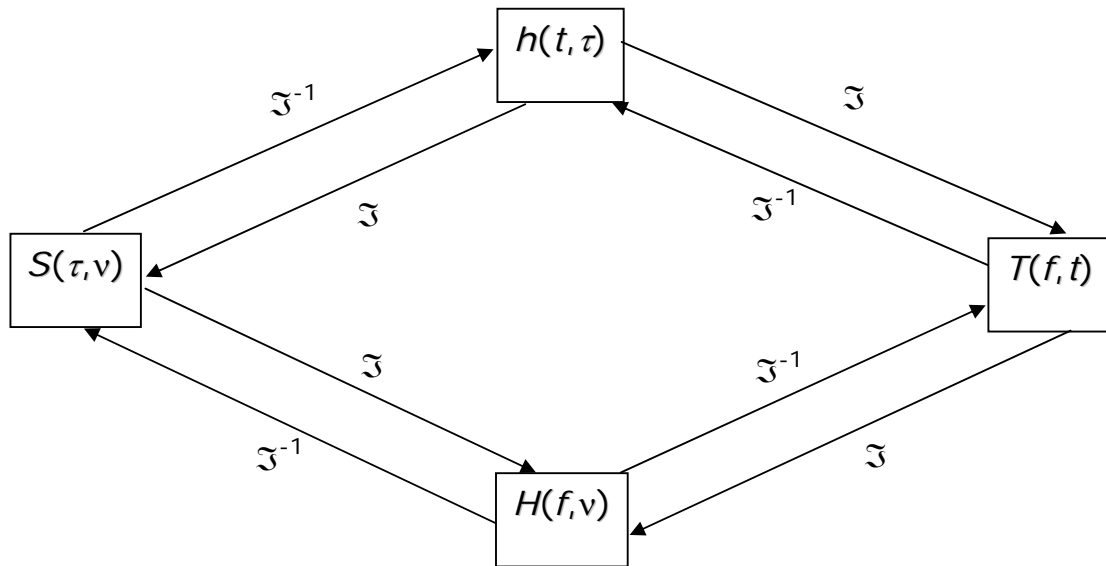
$$T(f, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

Impulsni odziv kanala $h(\tau, t)$ naziva se **vremenski varijantna ulazna funkcija rasipanja kašnjenja kanala**, a funkcija $T(f, t)$ je **vremenski varijantna prijenosna funkcija kanala** i predstavljaju prve dvije funkcije iz prvog skupa Bellovih funkcija. Te su dvije funkcije povezane preko FT, odnosno inverzne FT (IFT). Ulazna funkcija rasipanja kašnjenja opisuje kanal u domeni vremena kašnjenja, dok prijenosna funkcija opisuje kanal u frekvencijskoj domeni i kako je naglašeno, obje funkcije mogu biti promjenjive u vremenu. Kako je objašnjeno u prethodnom poglavlju, vremenske promjene kanala uzrokuju promjenu faze signala u točki prijama, odnosno Dopplerov frekvencijski pomak ν , te dolazi do frekvencijskog izobličenja signala. Do karakteristika kanala u domeni Dopplerovog frekvencijskog pomaka dolazimo primjenom FT po varijabli vremena t kao:

$$S(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi\nu t} dt,$$

$$H(f, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) e^{j2\pi\nu t} dt,$$

gdje je S Bellova funkcija koja se naziva i **funkcija Dopplerovog i rasipanja kašnjenja kanala** ili, kraće, **funkcija raspršenja**, a H Bellova funkcija koja se naziva **izlazna funkcija Dopplerovog rasipanja**. Funkcija raspršenja S interesantna je jer istovremeno opisuje kanal u domeni vremena kašnjenja i Dopplerovog frekvencijskog pomaka. Prvi skup Bellovih funkcija i veze između tih funkcija prikazane su na sl. 5.



Slika 5. Prvi skup Bellovih funkcija

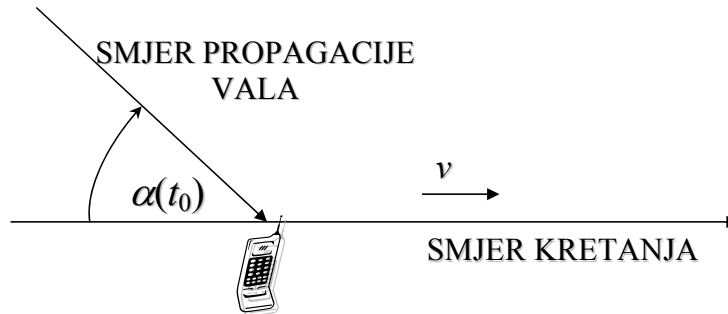
Vidimo da radijski kanal opisujemo s dvije dualne varijable: frekvencijom i vremenom, te s dva dualna operatora: vremenom kašnjenja i Dopplerovim frekvencijskom pomakom (vidi tablicu 1). Operatori kašnjenja i Dopplerov pomak su operatori koji opisuju translaciju u vremenskom odnosno frekvencijskom području.

TABLICA 1. VARIJABLE VREMENSKI VARIJANTNOG KANALA

Varijabla	Oznaka	Jedinica SI
Vrijeme	t	sekunda (s)
Frekvencija	f	Hertz (Hz)
Vrijeme kašnjenja	τ	sekunda (s)
Dopplerov frekvencijski pomak	ν	Hertz (Hz)

Pretpostavimo sada da radioprijamnik prima kontinuirani val frekvencije f_0 koji potječe od udaljenog odašiljača koji odašilje signal jedinične amplitude odnosno signal oblika $x^+(t) = \exp(j2\pi f_0 t)$, pri čemu se prijamnik kreće u odnosu na odašiljač u proizvoljnom smjeru nekom brzinom v , kao što je prikazano na sl. 6. Stoga se udaljenost d_0 između odašiljača i prijamnika mijenja u vremenu. Pri tome pretpostavljamo da se i odašiljač i prijamnik nalaze u slobodnom prostoru, udaljeni od svih objekata. Signal u točki prijama, uzimajući u obzir kašnjenje τ_0 uslijed konačne brzine širenja elektromagnetskog vala kroz promatrani medij je replika odaslanog signala koja je prigušena uslijed gubitaka slobodnog prostora i zakašnjela za vrijeme koje odgovara električnoj duljini radio staze između odašiljača i prijamnika:

$$y(t) = \frac{\lambda_0}{4\pi d_0} e^{j2\pi f_0 (t - \tau_0)}.$$



Slika 6. Utjecaj kretanja prijamnika

Uslijed promjenjive udaljenosti između odašiljača i prijamnika i kašnjenje τ_0 je varijabilno u vremenu t te je faza prijamnog signala također funkcija vremena. Uz odnose: $c = \lambda_0 f_0$ i $d_0(t) = c \tau_0(t)$ možemo pisati:

$$y^+(t; f_0) = \frac{\lambda_0}{4\pi d_0(t)} e^{j2\pi f_0 \left(t - \frac{d_0(t)}{c} \right)},$$

ili:

$$y^+(t; f_0) = \frac{1}{4\pi f_0 \tau_0(t)} e^{j2\pi f_0 (t - \tau_0(t))}.$$

Naravno, s promjenom udaljenosti odnosno vremena pristizanja radiovala u točku prijama mijenja se i amplituda signala u točki prijama, odnosno njegova snaga, ali i faza.

(Kvadriranjem amplitude A_p dobivamo poznati izraz za gubitke propagacije između izotropnih antena u slobodnom prostoru.) Promjena faze signala u vremenu utječe na izgled signala na anteni prijmnika $y(t)$:

$$y(t) = \operatorname{Re}[y^+(t)] = A_p(t) \cos\{2\pi f_0[t - \tau(t)]\}.$$

Definirajmo Dopplerov frekvencijski pomak ν u trenutku t_0 kao:

$$\nu(t_0) = -f_0 \left. \frac{d\tau_0(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = -f_0 \cdot \dot{\tau}_0(t_0).$$

Stoga je:

$$\tau_0(t) = -\frac{1}{f_0} \int \nu(t) dt,$$

te možemo pisati:

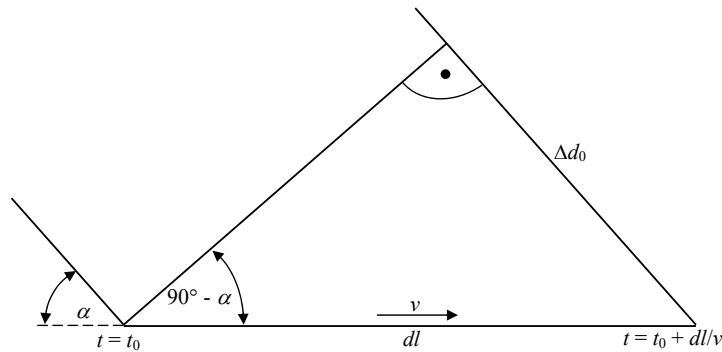
$$y(t) = A_p(t) \cos\left(2\pi f_0 t + 2\pi \int \nu dt\right).$$

Vidimo da je u odnosu na odašlani signal $x(t)$ jedinične amplitude:

$$x(t) = \operatorname{Re}[x^+(t)] = \cos 2\pi f_0 t,$$

signal na pokretnoj prijamnoj anteni $y(t)$ fazno moduliran s koeficijentom modulacije 2π . Ukoliko promatramo kraće pomake prijmnika možemo zanemariti promjenu amplitude signala u vremenu. Stoga, te uzmemo li da je smjer kretanja prijmnika slučajan možemo reći da se Dopplerov frekvencijski pomak u valnom obliku prijmnog signala manifestira kao slučajna fazna modulacija. (Kako faznu modulaciju (PM) možemo svesti na frekvencijsku modulaciju (FM), često se umjesto slučajna PM u literaturi može naići na izraz slučajna FM, a ponekad i slučajna kutna modulacija.)

Postavlja se pitanje i kako Dopplerov pomak ovisi o smjeru upadnog vala. Promotrimo stoga geometriju upadnog ravnog vala na sl. 7 za mali pomak prijmnika dl . Vidjeli smo da je faza prijmnog signala ϕ u pokretnom radijskom sustavu funkcija vremena:



Slika 7. Geometrija mobilnog propagacijskog kanala

$$\phi(t) = 2\pi f_0 \tau_0(t) = 2\pi f_0 \frac{d_0(t)}{c},$$

pa je uz $\Delta d = dl \cdot \cos \alpha$ promjena faze u vremenu:

$$\dot{\phi}(t) = 2\pi f_0 \dot{\tau}_0(t) = 2\pi f_0 \frac{\Delta d_0(t)}{(t_0 + dt - t_0)c} = 2\pi f_0 \frac{dl \cos \alpha}{cdt} = 2\pi f_0 \frac{v \cos \alpha}{c}.$$

Iz odnosa promjene faze i Dopplerovog pomaka zaključujemo:

$$\nu = -f_0 \dot{\tau} = -f_0 \frac{v}{c} \cos \alpha \Rightarrow \nu = -\frac{v}{\lambda} \cos \alpha.$$

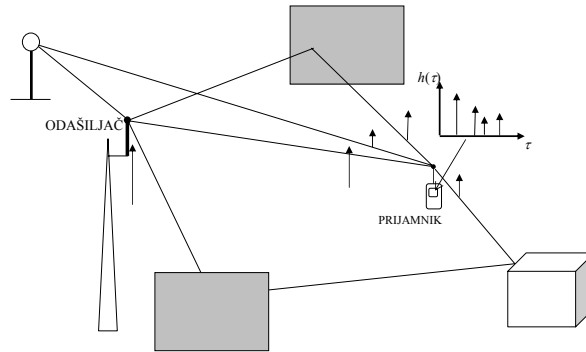
Istaknimo da se ova relacija može izvesti i korištenjem Lorentzovih transformacija, pri čemu je onda ona nadopunjena faktorom:

$$\varsigma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

uslijed poznatog relativističkog efekta. Kako su u praksi brzine prijamnika zanemarive u odnosu na brzinu propagacije elektromagnetskog vala relativistički efekti obično se zanemaruju, osim u slučajevima poput satelitskih sustava za pozicioniranje (GPS, GLONASS, Galileo) kod kojih želimo maksimalno moguću preciznost u primjeni.

Ovim smo povezali brzinu kretanja i kut pod kojim radioval upada na prijamnu antenu u odnosu na smjer kretanja prijamnika i izgled signala u točki prijama u tom slučaju. Naravno, ovu je analizu lako proširiti na širokopojasne signale u višestaznom okruženju, pri čemu će svaka od frekvencija iz spektra višestaznog signala zbog različite geometrije (i ovisno o iznosu) imati svoj Dopplerov pomak. Prema tome pojedine grupe radio staza, koje imaju međusobno različite Dopplerove pomake imat će za posljedicu istaknutu vrijednost u Dopplerovom spektru u položaju svojih vrijednosti Dopplerovog pomaka te ih možemo djelomično identificirati prema kutu upada. Nadalje, pojedine radio staze, odnosno grupe radio staza razlikuju se u duljini radio staze, odnosno vremenu kašnjenja. Iz ovih je razloga vrlo korisna funkcija raspršenja, koja opisuje kanal upravo u domeni ovih parametara.

Promotrimo stoga pojednostavljeni primjer funkcije raspršenja prikazan na slajdu za slučaj poput onog prikazanog na sl. 8. Pri tome je pretpostavljen beskonačan pojas signala odašiljača što rezultira idealiziranom karakteristikom u obliku Diracovih δ -impulsa. Preko svake od naznačenih radio staza koje imaju svoju električnu duljinu i kut upada dolazi radioval u obliku impulsa. Dakle, ove četiri zrake identificiramo prema kutu upada i električnoj duljini radio staze preko karakteristika impulsnog odziva i Dopplerovog spektra koje dobivamo analizom funkcije raspršenja kanala.



Slika 8. Ogladni idealizirani prikaz višestaznog prijama

Kako je i prije naznačeno poznavanje jedne od Bellovih funkcija znači poznavanje cijelog skupa, pa je u načelu svejedno da li će se mjerenja propagacijskog kanala vršiti u vremenskoj ili frekvencijskoj domeni. Karakteristika impulsnog odziva kanala je odziv na δ -impuls, a promatrajući osnovni frekvencijski pojas možemo pisati:

$$z(t) = \delta(t) \Rightarrow w(t) = \delta(t) \otimes h(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - \tau) h(\tau) d\tau = h(t),$$

pa ukoliko na ulazu mjernog sustava odašiljemo beskonačno uski impuls (širina frekvencijskog pojasa beskonačna) na ekranu instrumenta dobivamo sliku karakteristike impulsnog odziva propagacijskog kanala. Pri tome, potrebno je naglasiti da prijamnici imaju konačnu rezoluciju kašnjenja i Dopplerovu rezoluciju, kao posljedicu konačne širine pojasa probnog signala. To znači da će sve radio staze koje dolaze u intervalu manjim od tih rezolucija biti prepoznate kao jedna zraka, nastala zbrajanjem svih kompleksnih doprinosa koji pripadaju tom intervalu rezolucije. Aproksimacije idealnog probnog signala za mjerenja u vremenskoj domeni prikazane su na slajdu.

Sada možemo dati i odgovor na pitanje kolika može biti maksimalna širina pojasa signala odašiljača za koju možemo smatrati da, uz zadane uvjete propagacijske sredine, izgled signala u točki prijama nije značajno izobličen. Taj iznos širine frekvencijskog pojasa ovisi o uvjetima u kanalu (višestazni prijam, atenuacija vala uslijed transmisije kroz vegetaciju, atenuacija uslijed hidrometeora, plinova u atmosferi itd.) i karakteristikama radio prijamnika i naziva se **koherentni pojas kanala**, a može se dobiti analizom karakteristike impulsnog odziva kanala. U odnosu na zadani prijamnik, odnosno njegov korelacijski prag, koherentni pojas definiramo kao najveću frekvencijsku razdvojenost Δf dvaju kontinuiranih signala (tonova) kod kojih još uvijek postoji značajna korelacija. Drugim riječima, za izračunatu autokorelaciju prijenosne funkcije kanala:

$$R_h(\Delta f) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(f) T^*(f + \Delta f) df.$$

koherentni pojas je ona vrijednost frekvencijskog razmaka kod kojeg funkcija autokorelacije padne prvi put ispod zadanog praga autokorelacije koji je određen

svojstvima radioprijamnika. Izrazimo li prijenosnu funkciju preko impulsnog odziva i koristeći teorem pomaka u FT:

$$T(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau,$$

$$T^*(f + \Delta f) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j2\pi(f - \Delta f)\tau} d\tau \right]^* = \int_{-\infty}^{+\infty} h^*(\tau) e^{j2\pi f\tau} e^{-j2\pi(\Delta f)\tau} d\tau,$$

imamo:

$$R_h(\Delta f) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(f) \int_{-\infty}^{+\infty} h^*(\tau) e^{-j2\pi(\Delta f)\tau} e^{j2\pi f\tau} d\tau df = \int_{-\infty}^{+\infty} h^*(\tau) e^{-j2\pi(\Delta f)\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} T(f) e^{j2\pi f\tau} df d\tau,$$

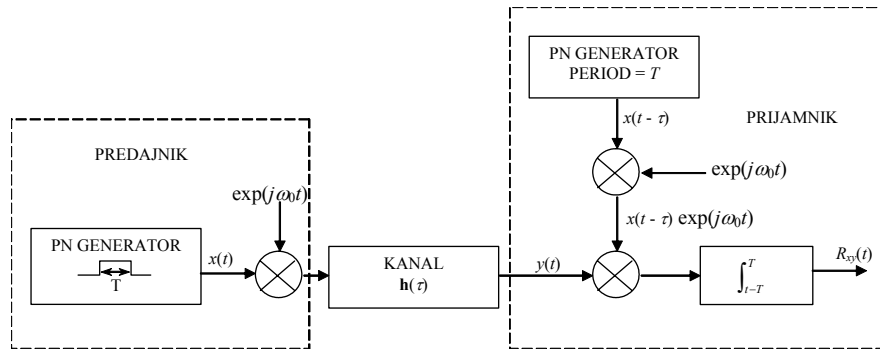
odnosno:

$$R_h(\Delta f) = \int_{-\infty}^{+\infty} |h(\tau)|^2 e^{-j2\pi(\Delta f)\tau} d\tau = \mathfrak{F}\{|h(\tau)|^2\}.$$

Dakle, tu funkciju autokorelacije dobivamo kao FT kvadrata apsolutne vrijednosti impulsnog odziva odnosno profila snage $P(\tau) = |h(\tau)|^2$ u domeni vremena kašnjenja, iz koje za zadani korelacijski prag C odredimo iznos koherentnog pojasa B_C , kao:

$$R_h(\Delta f = B_C) = C.$$

Međutim, da bi izmjerili profile snage u ovisnosti o vremenu kašnjenja izravna metoda slanja impulsa u radio kanal nije praktična zbog potrebe generiranja što užih impulsa što veće snage, odnosno SN omjera. Stoga se za mjerenja karakteristika propagacijskog kanala u vremenskoj domeni koristi metoda odašiljanja pseudoslučajne sekvence impulsa, odnosno pseudoslučajnog šuma (PN). Metoda se zasniva na proračunu autokorelacije PN sekvence u prijamniku, a blok shema mjernog sustava dana je na sl. 9. Znamo li da je autokorelacija PN sekvence trokutasti impuls (vidi tablicu na slajdu), da bi se ostvario takav mjerni sustav potrebno je imati sinkronizirane generatore identičnih PN sekvenci na strani predajnika i prijamnika. Tada je signal koji pristiže u prijamnik identičan onom generiranom u prijamniku, ali sadrži kašnjenje odnosno fazno je pomaknut. Taj pomak u fazi pri računanju korelacije tih signala u karakteristikici profila snage očituje se kao šiljak na položaju u vremenu kašnjenja koji odgovara upravo toj faznoj razlici. Naravno, signali koji pristižu preko radio staza različite električne duljine imat će i različita kašnjenja, pa tako i izrazite šiljke u karakteristikici profila snage, kao što je prikazano na sl. 8. Svaki od tih šiljaka imat će amplitudu koja odgovara zračenoj snazi koja pristiže promatranom radio stazom. Primijetimo da ova metoda ima prednost i u tome što prijamnik točno prepoznaje odaslati signal, jer je korelacija dviju različitih PN sekvenci jednaka nuli, dočim u impulsnoj metodi prijamnik ima znatno manju mogućnost razlučivanja odaslanih i interferirajućih impulsa koji pristižu na prijamnu antenu.



Slika 9. WPMS – sustav za mjerenja radio kanala u vremenskoj domeni

Da bi ispravno koristili ovu metodu mjerenja, potrebno je procijeniti maksimalnu vrijednost kašnjenja, odnosno položaj zadnjeg šiljka u profilu snage a koji ima značajnu amplitudu. Tada možemo postaviti potrebnu duljinu PN sekvence, odnosno vremenski prozor u kojem se nalazi promatrani odziv, što postizemo odgovarajućim brojem chipova PN sekvence za zadanu širinu chipa. No da bi ostvarili što veću rezoluciju, širina chipa mora biti što manja, što opet smanjuje vremenski prozor za fiksni broj chipova u PN sekvenci, što znači da su ta dva parametra u kontradikciji. Dakle, izbor rezolucije mjernog sustava u odnosu na potrebni vremenski prozor mjerenja mora se provesti u skladu s geometrijom propagacijskog okoliša prijamnika.

Alternativa mjerenjima radio kanala u vremenskoj domeni su mjerenja u frekvencijskoj domeni, pri čemu se koristi generator "sweep" signala, odnosno, s određenim frekvencijskim korakom mijenja se konstantno brzinom frekvencija kontinuiranog signala konstantne amplitude, privodi anteni odašiljača koja emitira elektromagnetski val koji mijenja svoju frekvenciju u skladu s promjenom u generatoru. Takav elektromagnetski val prolazi kroz propagacijski kanal te pristiže na antenu prijamnika, koji za svaku odaslanu frekvenciju mjeri amplitudu i fazu primljenog signala u odnosu na odaslanu signal te prikazuje rezultate u obliku apsolutne vrijednosti i vrijednosti faze prijenosne funkcije kanala. Ako prijamnik mjernog sustava ima mogućnost računanja IFT, tada on može odmah izmjeriti i impulsni odziv kanala, odnosno profile snage u domeni vremena kašnjenja.

Kako iznos koherentnog pojasa definira maksimalnu širinu pojasa signala kojeg radiovalovima možemo prenijeti s prihvatljivim izobličenjem preko propagacijskog kanala zadanih karakteristika, tako je time definirana i maksimalna brzina prijenosa informacija kroz kanal. S druge strane, u pokretnim radijskim sustavima uvjeti u propagacijskom kanalu mogu se mijenjati relativno brzo, pa se i iznos koherentnog pojasa mijenja u ovisnosti o položaju prijamnika u odnosu na odašiljač i propagacijski okoliš. Nadalje, kretanje prijamnika, odašiljača i/ili prepreka izaziva promjene i u Dopplerovoj karakteristici kanala. Da bi odredili Dopplerovu karakteristiku kanala na fiksnoj frekvenciji (uskopojasni Dopplerov spektar) promatramo mali pomak prijamnika (odnosno odašiljača ili prepreke) u kojem možemo smatrati da imamo stacionarne uvjete u kanalu, pa možemo smatrati da je promjena kuta upada elektromagnetskog vala na prijamnu antenu uslijed kretanja linearna. Poznavajući iznos i fazu vremenski varijantne prijenosne funkcije kanala na promatranoj frekvenciji, Dopplerova karakteristika se dobiva korištenjem IFT:

$$S_{ND}(\nu) = \mathfrak{T}^{-1} \{T(t; f=0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} T(t; 0) e^{j2\pi\nu t} dt.$$

Računajući autokorelaciju vremenski varijantne prijenosne funkcije kanala kod frekvencije f_0 dobivamo:

$$R_S(\Delta t; f_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(t; 0) T^*(t + \Delta t; 0) dt,$$

odnosno:

$$R_S(\Delta t) = \int_{-\infty}^{+\infty} |S_{ND}(\nu)|^2 e^{j2\pi(\Delta t)\nu} d\nu = \mathfrak{T}^{-1} \left\{ |S_{ND}(\nu)|^2 \right\}.$$

Dakle, autokorelacija u domeni vremenskog razmaka na određenoj frekvenciji je IFT uskopojasnog Dopplerovog spektra. Slično kao i koherentni pojas, definira se i **koherentno vrijeme kanala** kao vremenski razmak na kojemu autokorelacija padne ispod zadanog praga prvi put, a može se shvatiti kao maksimalno vrijeme trajanja impulsa za koji se može smatrati da će proći kroz zadani propagacijski kanal s prihvatljivim izobličenjem. Dakle, za koherentno vrijeme T_C vrijedi:

$$R_S(\Delta t = T_C) = C.$$

Drugim riječima, koherentno vrijeme kanala ograničava minimalnu brzinu prijenosa za zadane uvjete. Ako promatramo širokopojasni signal, onda će zaključak o koherentnom vremenu vrijediti za onaj interval frekvencija za kojeg možemo reći da uvjeti u kanalu imaju jednaki utjecaj bez obzira na promatranu frekvenciju, odnosno da je kanal stacionaran s obzirom na frekvenciju. Za frekvenciju f_0 obično se uzima središnja frekvencija pojasa promatranog signala, a ukoliko je ispunjen uvjet stacionarnosti zaključci vrijede za sve frekvencije u spektru. Alternativno, širokopojasni Dopplerov spektar može se dobiti sumiranjem funkcije raspršenja po svim kašnjenjima, odnosno:

$$P_{WD}(\nu) = \int_0^{\infty} |S(\tau, \nu)|^2 d\tau$$

Kod stacionarnih radio kanala funkcija autokorelacije nije funkcija vremena ni frekvencije, već samo vremenske razlike i frekvencijskog razmaka. Za takve kanale moguće je dakle predvidjeti minimalnu i maksimalnu brzinu prijenosa na osnovi podataka o koherentnom pojasu kanala i koherentnom vremenu kanala. No međutim, uslijed promjena u kanalu narušavaju se uvjeti stacionarnosti, pa je stoga pri razmatranju određene sredine potrebno podijeliti sredinu na područja u kojima možemo smatrati da su ti uvjeti ispunjeni, a kombiniranjem rezultata za ta mala područja dobiva se karakteristika velikog područja. Teško je striktno odrediti pravilo te podjele, ali se u praksi obično kao iskustveno pravilo prihvaća rezolucija mjerenja od približno 120 mjernih točaka u području veličine 40 valnih duljina signala odašiljača. Tada se uzima prosjek svih snimljenih impulsnih odziva u tom intervalu, računa autokorelacija te pribave informacije

o traženim parametrima kanala u tom području. Povezujući rezultate za sva ta područja može se izvršiti karakterizacija cijelog promatranog područja, izvršiti statistička analiza mjerenih parametara te predviđati performanse radio sustava.

COST parametri kanala

U prethodnoj analizi koristili smo termin vrijeme kašnjenja, premda pri analizi apsolutno kašnjenje pojedinog višestaznog radiovala zamjenjujemo prekoračenjem kašnjenja, odnosno vremenom kašnjenja u odnosu na trenutak pristizanja radiovala koji do prijamne antene stiže najkraćom radio stazom. Pri tome, za taj trenutak možemo odabrati vrijeme koje je potrebno da radioval u točku prijama stigne preko izravne staze odnosno spojnice odašiljač-prijamnik (LOS staza). Međutim, taj val u značajnom broju slučajeva može biti blokiran nekakvom preprekom ili značajno prigušen pa u tom slučaju LOS staza ne postoji, a najkraća radio staza je ona koja ima najmanje apsolutno kašnjenje u profilu snage. Prema COST 207, parametri definirani za profil snage u ovisnosti o prekoračenju kašnjenja $P_h(\tau) = |\mathbf{h}(\tau)|^2$ su sljedeći [3], a možemo ih promatrati kao funkciju vremena u slučajevima kada je propagacijski kanal vremenski varijantan.

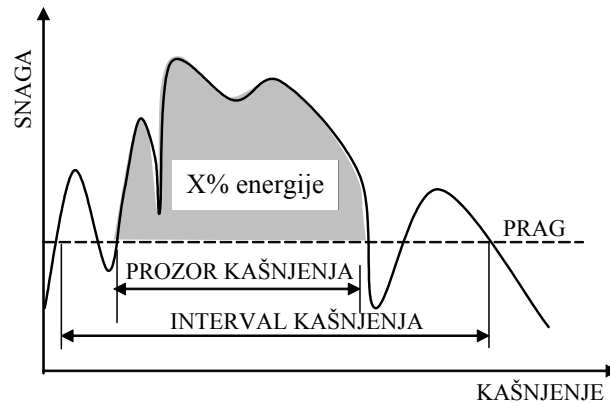
1. **Prosječno kašnjenje** je prvi moment profila snage i prosjek je snage po prekoračenju kašnjenja:

$$\mu_\tau(t) = \frac{\int_0^\infty \tau P_h(\tau, t) d\tau}{\int_0^\infty P_h(\tau, t) d\tau}.$$

2. **Rasipanje kašnjenja** je standardna devijacija snage po prekoračenju kašnjenja i predstavlja drugi moment profila snage po prekoračenju kašnjenja:

$$\sigma_\tau(t) = \left\{ \frac{\int_0^\infty \tau^2 P_h(\tau, t) d\tau}{\int_0^\infty P_h(\tau, t) d\tau} - \mu_\tau^2(t) \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

3. **Prozor kašnjenja** je duljina intervala kašnjenja u sredini profila snage koji sadrži određeni definirani postotak ukupne energije sadržane u tom profilu (vidi sl. 10).
4. **Interval kašnjenja** je duljina intervala kašnjenja između dviju vrijednosti prekoračenja kašnjenja koji označavaju vrijeme kada amplituda impulsnog odziva prvi put prijeđe zadani prag, i vrijeme kada zadnji put padne ispod njega (vidi sl. 10).



Slika 10. Definicija prozora kašnjenja i intervala kašnjenja

Ovako definirani parametri omogućavaju karakterizaciju kanala korištenjem podataka o profilima snage. Da se pokazati da su koherentni pojas i rasipanje kašnjenja u načelu obrnuto proporcionalne veličine, s različitim stupnjem statističke korelacije u ovisnosti o karakteristikama višestaznog okruženja. To znači da će stupanj frekvencijskog izobličenja u kanalu ovisiti više ili manje o rasipanju kašnjenja. Nadalje, može se pokazati i da je koherentno vrijeme kanala pa stoga i stupanj vremenskog izobličenja obrnuto proporcionalno maksimalnom Dopplerovom frekvencijskom pomaku. Kako rasipanje kašnjenja, pa tako i koherentni pojas te maksimalni Dopplerov pomak dovodimo u svezu s brojem, rasporedom i karakteristikama raspršnika, na osnovi tih parametara možemo procijeniti utjecaj promatrane sredine na elektromagnetski val koji se u njoj propagira, odnosno izvršiti klasifikaciju kanala.

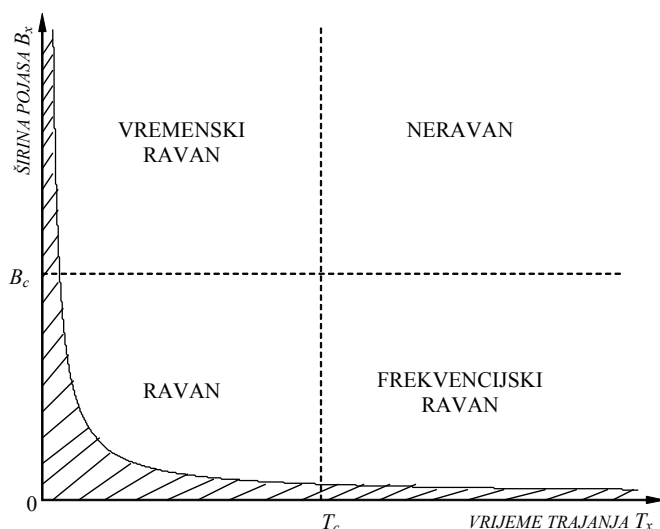
Klasifikacija propagacijskog radijskog kanala

Na osnovi podataka o koherentnom pojasu i koherentnom vremenu, odnosno maksimalnoj i minimalnoj brzini prijenosa koje možemo primijeniti bez da signal u točki prijama bude značajno izobličen, možemo izvršiti klasifikaciju kanala prema dijagramu na sl. 11. Ukoliko je primjerice signal širine pojasa B_x većeg od iznosa koherentnog pojasa B_C , pri čemu je trajanje impulsa manje od koherentnog vremena za takav propagacijski kanal kažemo da je frekvencijski distorzivan i vremenski ravan. Obrnuta je situacija kada imamo trajanje impulsa veće od koherentnog vremena, a frekvencijski pojas signala manji od koherentnog pojasa, pa za takav kanal kažemo da je frekvencijski ravan i vremenski distorzivan. Podjelu kanala možemo svesti na četiri slučaja:

- $B_x < B_C$ & $T_x < T_C$ – ravni kanal (frekvencijski i vremenski ravan kanal),
- $B_x > B_C$ & $T_x < T_C$ – frekvencijska distorzija, vremenski ravan,
- $B_x < B_C$ & $T_x > T_C$ – frekvencijski ravan, vremenska distorzija,
- $B_x > B_C$ & $T_x > T_C$ – neravan (frekvencijski i vremenski neravan kanal).

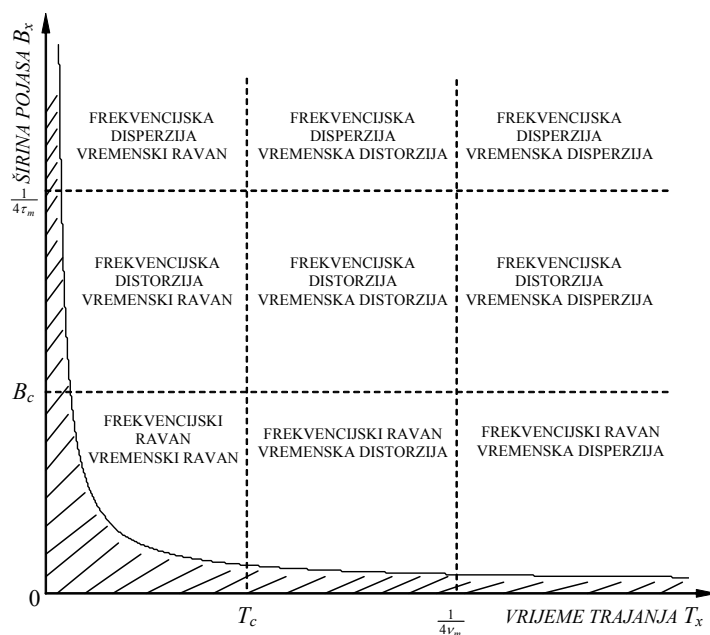
Pri tome iscertano područje označava fizikalnu restrikciju u odnosu na duljinu impulsa i širinu pojasa signala:

$$B_x T_x \leq \frac{1}{2}.$$



Slika 11. Klasifikacija radio kanala

Međutim pri određenim širinama pojasa signala većim od koherentnog pojasa i trajanja impulsa većeg od koherentnog vremena mogu se primijetiti udaljeni odjeci, pa je bolje govoriti o disperziji signala nego o distorziji. Ta je granica obrnuto proporcionalna maksimalnom prekoračenju kašnjenja τ_m u kanalu ako se radi o frekvenzijskoj disperziji, odnosno maksimalnom Dopplerovom frekvenzijskom pomaku ν_m ako se radi o vremenskoj disperziji, pri čemu se za konstantu proporcionalnosti može se uzeti vrijednost $1/4$. Maksimalno kašnjenje određujemo kao vrijeme pristizanja zadnjeg odjeka u prijamnom signalu koji sadrži primjetni iznos energije, a određuje se s obzirom na zadani prag prijmnika. Detaljna klasifikacija kanala prikazana je na sl. 12.



Slika 12. Detaljna klasifikacija radio kanala

Gubici propagacije i primljena snaga

Sada kada smo opisali propagacijski radijski kanal s pomoću Bellovih funkcija, povezat ćemo ih s parametrima koje obično susrećemo pri opisivanju radio sustava, kao što su gubici propagacije odnosno primljena snaga. Kako Bellove funkcije opisuju kanal u različitim domenama tako i te parametre također možemo sagledavati u različitim domenama. U prethodnim poglavljima promatrali smo gubitke propagacije na proizvoljnoj frekvenciji iz radio pojasa između dviju antena koje imaju svoje karakteristike. Ukoliko promatramo gubitke između izotropnih antena tada promatramo propagacijski kanal, a računanjem karakteristika antena dobivamo karakteristike radio radijskog kanala. Gubici propagacije u pojasu oko središnje frekvencije f_0 po definiciji su omjer između snage odašiljača P_t i primljene snage P_r i funkcija su frekvencije pa, uzimajući u obzir da prijenosna funkcija opisuje kanal u osnovnom pojasu frekvencija, možemo uspostaviti vezu s prijenosnom funkcijom kanala T kao:

$$L(f + f_0) = \frac{1}{|T(f)|^2}.$$

Promotrimo problem fiksnih izotropnih antena u slobodnom prostoru, pri čemu se prijamna antena nalazi u Fraunhoferovom području (području dalekog polja) na udaljenosti d . Neka predajna antena zrači u prostor elektromagnetski val jedinične amplitude proizvoljne valne duljine $\lambda = c/(f + f_0)$ u odnosu na promatrani frekvencijski spektar. Prijamna antena prima taj elektromagnetski val amplitude $A < 1$, koja ovisi o udaljenosti i frekvenciji kao:

$$E = A(\lambda, d)e^{-j\beta d},$$

pri čemu smo zanemarili prigušenje uslijed gubitaka zbog karakteristika medija koji se javljaju ako se propagacija ne odvija u idealnom vakuumu. Te gubitke možemo uvrstiti u gornji izraz ako umjesto $j\beta$ uvrstimo $\gamma = \alpha + j\beta$, gdje je gubitak predstavljen s faktorom α , a faktor β je funkcija valne duljine:

$$\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Amplituda A je manja od jedinice uslijed gubitaka slobodnog prostora, pa uzimajući da odašiljemo jediničnu snagu uz $P_r \cong A^2$ imamo:

$$L_{FS} = \frac{P_t}{P_r} = \frac{1}{A^2} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2 \Rightarrow A = \frac{\lambda}{4\pi d}.$$

Polje u točki prijama je uz jediničnu snagu ($P_t \sim |E_0|^2 = 1$) i referentnu fazu u točki odašiljača dakle:

$$E_r = E_0 \frac{\lambda}{4\pi d} e^{-j\beta d}.$$

(Polje u točki odašiljača je dakle pretpostavljeno u obliku $E_t = 1 \cdot e^{j0}$.) Prijenosna funkcija kanala je omjer polja na mjestu prijama u odnosu na polje u točki odašiljača):

$$T(\lambda) = \frac{E_r}{E_t} = \frac{\lambda}{4\pi d} e^{-j\beta d},$$

a ako se radi o mobilnom prijamniku udaljenost između odašiljača i prijamnika mijenja se u vremenu pa možemo pisati:

$$T(f, t) = \frac{1}{4\pi(f + f_0)d(t)} e^{-j\beta d(t)}.$$

Ovime smo dobili prijenosnu funkciju slobodnog prostora za izotropne antene. U općem slučaju, **apsolutni gubici propagacije** u osnovnom pojasu između mobilnih izotropnih antena u decibelima izraženi preko prijenosne funkcije propagacijskog kanala mogu se svesti na:

$$L(f, t) = -20 \log |T(f, t)| \text{ (dB)}.$$

Ovime su definirani gubici propagacije na jednoj frekvenciji. Kada se promatra elektromagnetski val koji je moduliran signalom koji zauzima određeni frekvencijski pojas (koji ne mora nužno biti ograničen), tada se mogu definirati i **širokopojasni gubici propagacije** kao omjer ukupne snage sadržane u valnom obliku električnog signala spektra $X(f)$ privedenom odašiljaču i ukupne primljene snage izotropnom antenom po cijelom frekvencijskom pojasu u decibelima kao:

$$L_{WB}(t) = 10 \log \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} X^2(f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |X(f) H(f, t)|^2 df} \text{ (dB)}$$

Gubici propagacije mogu se definirati u domeni vremena kašnjenja preko karakteristike impulsnog odziva kanala kao:

$$L_\tau(\tau, t) = -20 \log |h(\tau, t)| \text{ (dB)}.$$

Ponekad se računa i **relativna snaga u frekvencijskoj domeni** dobivena kao kvadrat FT apsolutne vrijednosti impulsnog odziva kanala. U decibelima:

$$P_f(f) = 20 \log |\mathfrak{I}\{h(\tau)\}| \text{ (dB)}.$$

Literatura

- [1] R. Steele: *Mobile Radio Communications*, Pentech Press, IEEE Press, 1992.
- [2] P. A. Bello: "Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels", *IEEE Transactions on Communications Systems*, December 1963, pp. 360-393.
- [3] J. Doble: *Introduction to Radio Propagation for Fixed and Mobile Communications*, Artech House Boston - London, GB, 1996.

A. Izvod kompleksne permitivnosti

Promatramo propagaciju elektromagnetskog vala u linearnoj, izotropnoj i homogenoj nemagnetičnoj sredini konačne specifične vodljivosti σ i relativne permitivnosti ε_r . Polazimo od Maxwellovih jednažbi:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{\mathbf{H}} &= \sigma \vec{\mathbf{E}} + \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{\mathbf{E}} &= 0 \\ \operatorname{div} \vec{\mathbf{H}} &= 0\end{aligned}$$

Primjenjujući operator rotor na prvu jednažbu dobivamo:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}} = -\mu_0 \frac{\partial (\operatorname{rot} \vec{\mathbf{H}})}{\partial t} = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2}.$$

Ako je polje harmonijsko

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} \sim e^{j\omega t},$$

tada vrijedi:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} &= j\omega \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} &= -\omega^2\end{aligned},$$

pa možemo pisati:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}} = (-j\omega\mu_0\sigma + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r) \vec{\mathbf{E}} = \omega^2\mu_0\varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \right) \vec{\mathbf{E}}.$$

Uvažavajući treću Maxwellovu jednažbu:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{\mathbf{E}} - \nabla^2 \vec{\mathbf{E}} = -\nabla^2 \vec{\mathbf{E}},$$

te imamo:

$$\nabla^2 \vec{\mathbf{E}} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \right) \vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{0}}.$$

Definiramo li kompleksnu dielektričnu konstantu kao:

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \varepsilon'_r = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right),$$

možemo pisati valnu jednadžbu u obliku:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon' \vec{E} = \vec{0}.$$

Pri tome kompleksnu dielektričnu konstantu možemo pisati u obliku:

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \varepsilon'_r = \varepsilon_0 \varepsilon_r \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r} \right),$$

odnosno:

$$\varepsilon' = \varepsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right) = \varepsilon \left(1 - j \frac{1}{\omega \tau} \right),$$

gdje je ε realna permitivnost:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r,$$

a τ vrijeme relaksacije (vrijeme u kojem prestaje prijelazna pojava protoka naboja):

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}.$$

Kompleksna konstanta propagacije je:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon'} = j\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon} \sqrt{\left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)} = j \frac{\omega}{v} \sqrt{\left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)},$$

pri čemu je v brzina propagacije elektromagnetskog vala u danom sredstvu. Ako je vrijeme relaksacije beskonačno (dielektrik bez gubitaka $\sigma = 0$), tada je kompleksna dielektrična konstanta identična realnoj ($\varepsilon' = \varepsilon$), a kompleksna konstanta propagacije jednaka je faznoj konstanti pomnoženoj s imaginarnom jedinicom ($\alpha = 0$):

$$\gamma = j\beta = j \frac{\omega}{v} = j \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Literatura

- [1] J. Dekleva: "Odabrana poglavlja iz klasične elektrodinamike", Elektrotehnički fakultet Split, Split, 1970.

B. Diracova funkcija

Diracova funkcija ili δ -funkcija (sl. 1) da se definirati kao:

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}.$$

Funkcija ima sljedeća svojstva:

$$1. \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1;$$

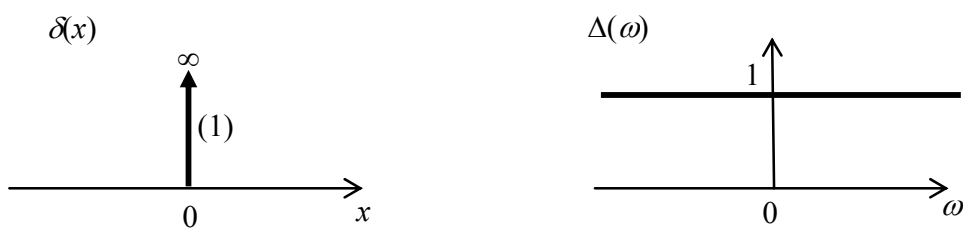
$$2. \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0);$$

3. Diracova funkcija ima derivacije bilo kojeg reda i vrijedi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta^{(n)}(x - x_0) dx = f^{(n)}(x_0);$$

4. Frekvencijski spektar Diracove funkcije je konstanta:

$$\Delta(\omega) = \mathfrak{T}\{\delta(x)\} = 1.$$



Slika 1. Diracova δ -funkcija