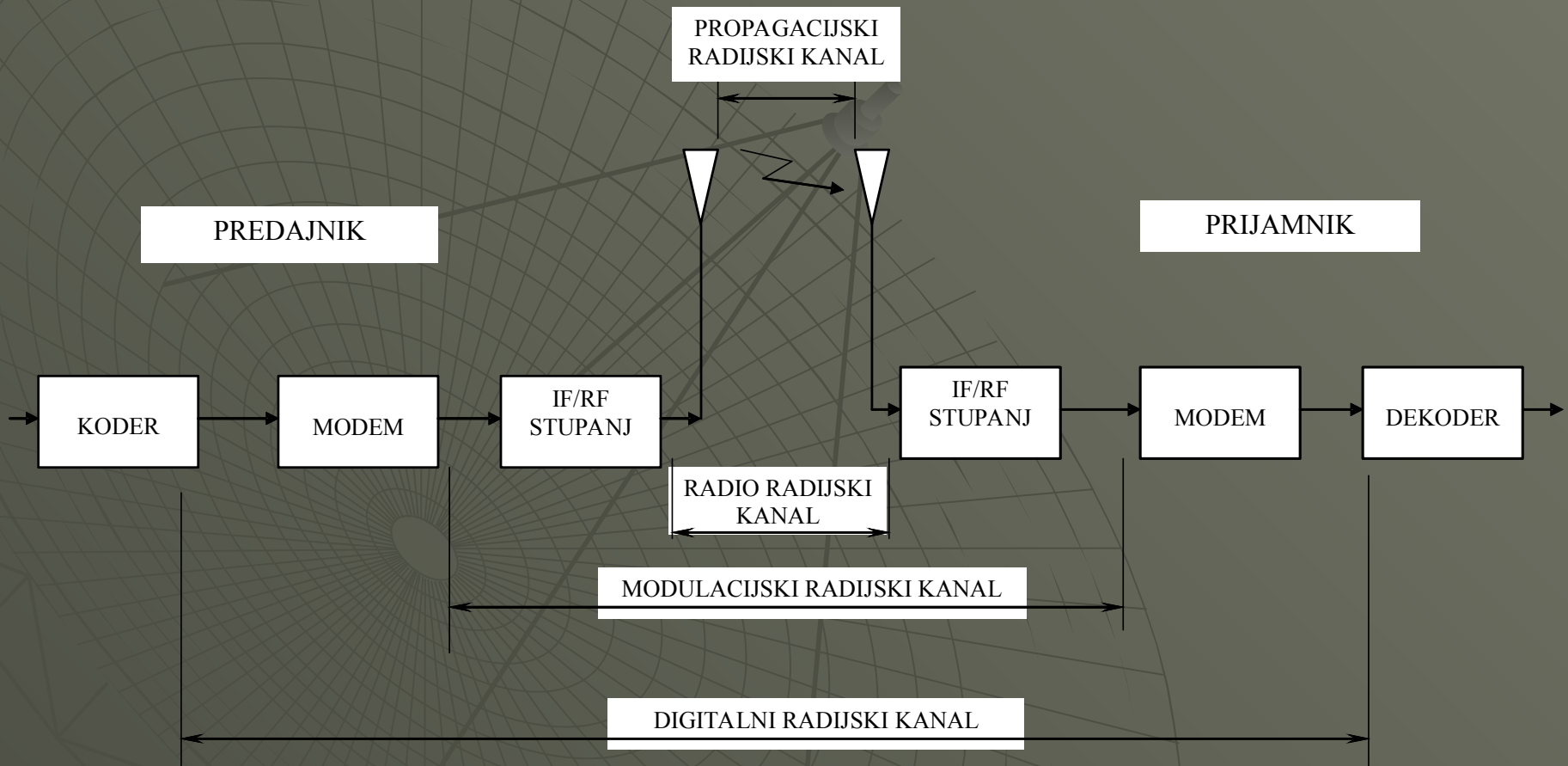


Sveučilište u Splitu
FESB – Split

Mobilne komunikacije

Zoran Blažević

1. Podjela radijskog kanala



Propagacijski kanal

- ◆ Propagacijski kanal je fizikalni medij koji podržava propagaciju vala između predajne i prijamne antene.
- ◆ Propagacijski kanal je linearan, recipročan i često promjenjiv u vremenu.
- ◆ Čest je efekt višestaznog prijama uslijed pojava poput jednostruke i višestruke refleksije, difrakcije, raspršenja te kombinacija tih fenomena.

Radio kanal

- ◆ Radio kanal sačinjavaju predajna antena, propagacijski kanal i prijamna antena.
- ◆ Recipročnost radio kanala ovisi o korištenim antenama. U slobodnom prostoru antene imaju jednake predajne i prijamne dijagrame zračenja ako su dvosmjerne, linearne i pasivne, pa je tada i radio kanal recipročan. Nelinearnosti u antenskom sustavu mogu nastati uslijed hrđe, leda ili nosećih struktura, ali one su obično male te se mogu zanemariti.

Modulacijski kanal

- ♦ Modulacijski kanal proteže se od izlaza iz modulatora do ulaza u demodulator, a sastoji se od prednjeg kraja predajnika, radio kanala i prednjeg kraja prijamnika.
- ♦ Ako pretpostavimo linearni radio kanal, linearnost modulacijskog kanala ovisi o prijenosnim karakteristikama prednjih krajeva predajnika i prijamnika. Modulacijski sustavi koji koriste višerazinsku amplitudnu modulaciju (poput QAM) zahtijevaju približno linearni modulacijski kanal, što znači da pojačala rade u linearnom režimu rada te da se koriste mješači s malom distorzijom i filtri s linearnom faznom karakteristikom.
- ♦ Problem se javlja uslijed zahtjeva za optimalnom efikasnošću potrošnje snage zbog dizajna baterije. Pojačala koja rade u linearnom režimu (klasa A) nisu efikasna u usporedbi s onima koja rade u nelinearnom (klasa C). Stoga, izbjegava se korištenje linearnih prednjih krajeva osim ako to nije opravdano potrebom prijenosa podataka velikim brzinama u mikroćelijskim okruženjima u kojima su razine zračene snage relativno male.
- ♦ Modulacijski kanal je neregipročan, jer su pojačala i ostale komponente prednjeg kraja neregipročne. Općenito, to nije problem jer primopredajnik koristi odvojenu opremu za predaju i prijam. Te dvije radijske sekcije povezuju se na antenu preko dupleksera. Stoga je u ćelijskom radijskom sustavu modulacijski kanal između bazne i mobilne postaje različit od modulacijskog kanala između mobilne i bazne postaje.

Digitalni kanal

- ◆ Digitalni kanal sastoji se od svih komponenti sustava uključujući i radio kanal, a povezuje nemoduliranu digitalnu sekvencu na strani predajnika s regeneriranom sekvencom na strani prijamnika.
- ◆ Digitalni kanal je nelinearan (jer izlaz može poprimiti točno određene vrijednosti) i neregipročan (jer je i modulacijski kanal neregipročan).

2. Performanse digitalnih radiokomunikacijskih sustava

- ◆ Dva primarna komunikacijska resursa su prijamna snaga i raspoloživa prijenosna širina pojasa.
- ◆ Sustavi s ograničenom širinom pojasa: mogu se koristiti spektralno efikasne modulacijske sheme za očuvanje širine pojasa na račun snage
- ◆ Sustavi s ograničenjem snage: mogu se koristiti modulacijske sheme za očuvanje snage na račun širine pojasa
- ◆ U obje vrste sustava mogu se koristiti kodovi s korekcijom pogreški (kodiranje kanala) u svrhu štednje snage ili poboljšanja BER performansi na račun ili čak bez povećanja (TCM kodovi) širine pojasa kanala.

Dijagram iskorištenja širine pojasa

- ◆ Shannon - Hartley teorem:

$$C = B_w \lg \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

- ◆ **Kapacitet kanala** C definira maksimalni broj bita koji se može pouzdano poslati preko kanala u jednoj sekundi. ($\lg = \log_2$)
- ◆ B_w – širina pojasa kanala
- ◆ S/N – omjer srednje snage signala i snage šuma
- ◆ R – brzina prijenosa signala (bit/s)

$$S = \frac{P_{EIRP} \cdot G_r}{L_{FS} \cdot L_o} - \text{srednja snaga prijamnog signala}$$

$$L_{FS} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 - \text{gubici propagacije u slobodnom prostoru za izotropne antene}$$

L_o - ostali gubici

$N \cong kT^\circ B_w$ - snaga aditivnog bijelog Gaussovog šuma (AWGN)

T° - efektivna temperatura u K

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K - Boltzmanova konstanta

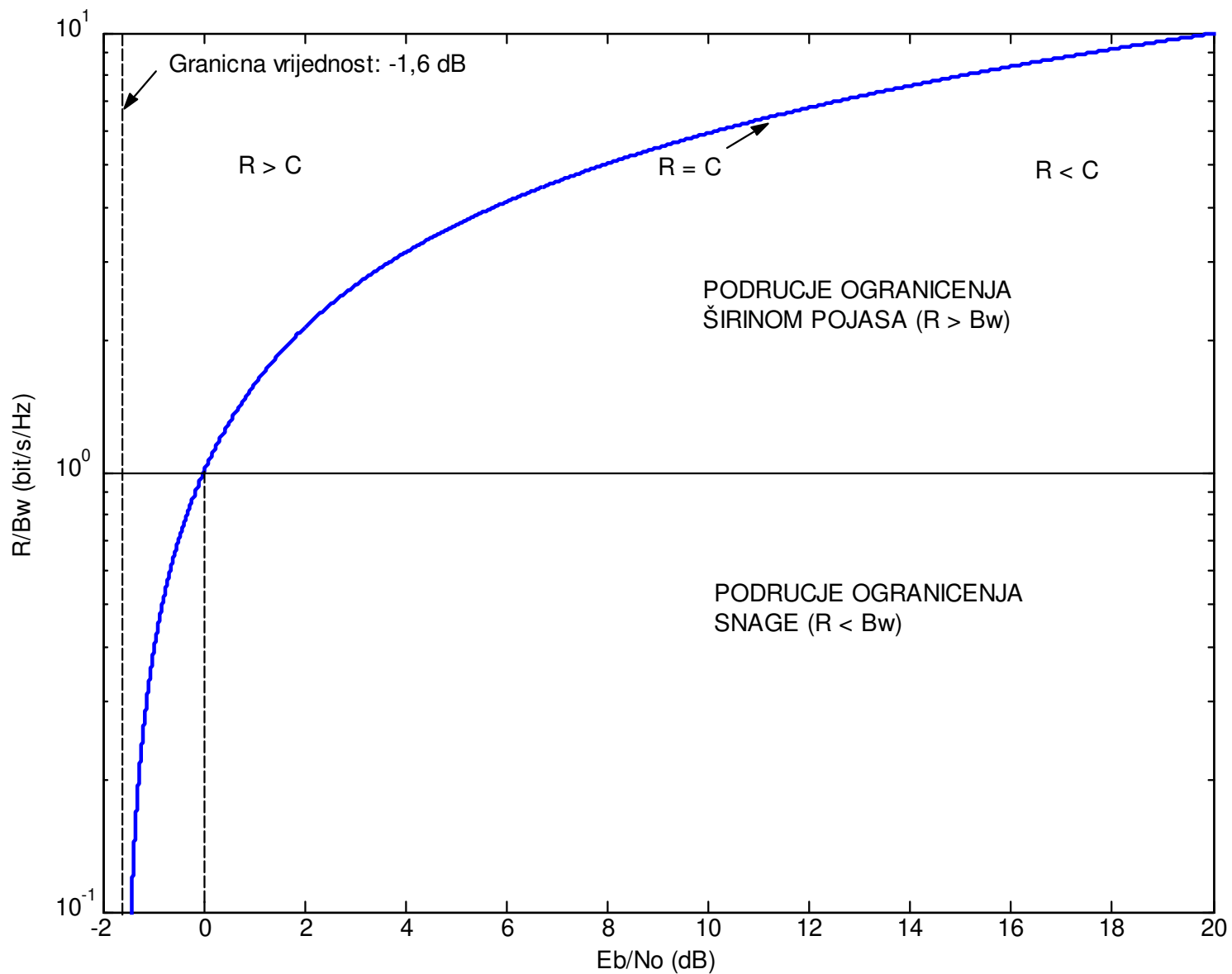
$$N_0 = \frac{N}{B_w} = kT^\circ - \text{spektralna gustoća snage šuma}$$

$$\frac{S}{N_0} = \frac{P_{EIRP} \cdot G_r / T^\circ}{k L_{FS} L_o}$$

G_r / T° - karakteristika dobrote prijmnika

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S T_b}{N_0} = \frac{S}{N_0} \left(\frac{1}{R} \right) - \text{omjer energije bita i spektralne gustoće snage šuma}$$

T_b - vrijeme trajanja bita



M-arna signalizacija

- ♦ Svaki simbol iz M -arnog alfabeta može se povezati s jedinstvenom sekvencom od m bita:

$$M = 2^m \Leftrightarrow m = \lg M$$

- ♦ Simbol je član iz M -arnog alfabeta i prenosi se unutar vremena trajanja simbola T_s . Brzina prijenosa bita R je, dakle:

$$R = \frac{1}{T_b} = \frac{m}{T_s} = \frac{\lg M}{T_s}$$

- ♦ Brzina simbola R_s jednaka je:

$$R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{R}{\lg M}$$

- ♦ Iz ovih jednažbi proizlazi da svaka digitalna shema koja služi za prijenos $m = \lg M$ bita u T_s sekundi koristeći širinu pojasa od B_w Hertza radi s efikasnošću širine pojasa od:

$$\frac{R}{B_w} = \frac{\lg M}{B_w T_s} = \frac{1}{B_w T_b}$$

- Manji $B_w T_b$ veća efikasnost pojasne širine signali koji imaju mali $B_w T_b$ produkt koriste se često u sustavima s ograničenom širinom pojasa (primjer: GSM koristi GMSK modulaciju s $B_w T_b = 0,3 \text{ Hz}/(\text{bit/s})$)
- Za sustave s ograničenjem pojasne širine bez kodiranja cilj je maksimizirati brzinu prijenosa informacije unutar raspoloživog pojasa na račun E_b/N_0 , uz zadržavanje specificirane vjerojatnosti pogreške na bitu P_b .

- MPSK:

$$B_w = \frac{1}{T_s} \Rightarrow \frac{R}{B_w} = \lg M$$

- Za sustave s ograničenjem snage - nekoherentna ortogonalna MFSK modulacija:

$$B_w = \frac{M}{T_s} = MR_s \Rightarrow \frac{R}{B_w} = \frac{\lg M}{M}$$

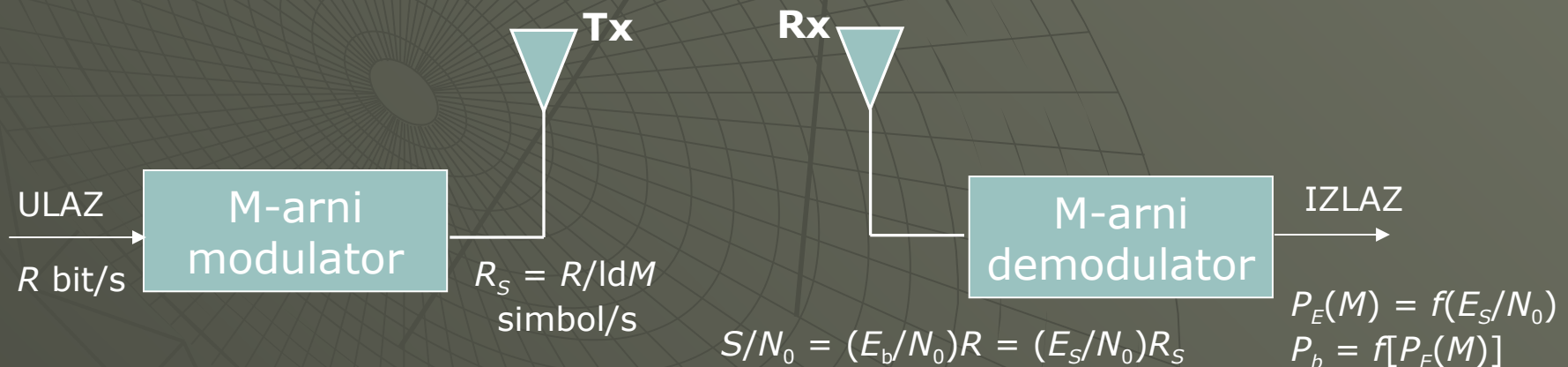
- S MFSK širina pojasa potrebna za prijenos je M -terostruko povećana u odnosu na binarnu FSK, jer postoji M ortogonalnih valnih oblika od kojih svaki zahtjeva širinu pojasa od $1/T_s$.

Primjer 1. Sustav s ograničenjem širine pojasa bez kodiranja

- ♦ AWGN radijski kanal
- ♦ $B_w = 4 \text{ kHz}$
- ♦ $S/N_0 = 53 \text{ dB-Hz}$
- ♦ $R = 9600 \text{ bit/s}$
- ♦ $P_b \approx 10^{-5}$
- ♦ Koju modulacijsku shemu treba odabrati u cilju zadovoljenja zahtjevanih performansi? Da li je potrebno uvođenje kodiranja s korekcijom pogreški?

$R = 9600 \text{ bit/s} > 4000 \text{ Hz}$ ➡ sustav s ograničenjem širine pojasa ➡ MPSK

MODEM bez kodiranja kanala:



$$\frac{S}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} R \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} (\text{dB}) = \frac{S}{N_0} (\text{dB-Hz}) - R (\text{dB-bit/s})$$

$$\frac{E_b}{N_0} = 53 \text{ dB-Hz} - (10 \log_{10} 9600) \text{ dB-bit/s} = 13,2 \text{ dB} = 20,89$$

MPSK:

$$M > 2 \Rightarrow P_E(M) \cong 2Q \left[\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right]$$

$$P_E \ll 1 \Rightarrow P_b \cong \frac{P_E}{\lg M} = \frac{P_E}{m}$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-u^2) du$$

$$\frac{E_s}{N_0} = \lg M \frac{E_b}{N_0} = 3 \cdot 20,89 = 62,67 = 17,97 \text{ dB}$$

$$M=8 \Rightarrow P_E = 2,2 \cdot 10^{-5} \Rightarrow P_b = 7,3 \cdot 10^{-7} < 10^{-5}$$

$$B_{W,MPSK} = R_s = \frac{R}{\lg M} = \frac{9600}{\lg 8} = 3200 \text{ Hz} < 4000 \text{ Hz}$$

Izborom 8-PSK modulacije nije potrebno uvođenje kodova za korekciju pogreški.

Primjer 2. Sustav ograničen snagom bez kodiranja

- ♦ AWGN radijski kanal
- ♦ $B_W = 45 \text{ kHz}$
- ♦ $S/N_0 = 48 \text{ dB-Hz}$
- ♦ $R = 9600 \text{ bit/s}$
- ♦ $P_b \ll 10^{-5}$
- ♦ Koju modulacijsku shemu treba odabrati u cilju zadovoljenja zahtjevanih performansi? Da li je potrebno uvođenje kodiranja s korekcijom pogreški?

$R = 9600 \text{ bit/s} < 45000 \text{ Hz}$ ➤ sustav s ograničenjem snage ➤ MFSK

$$\frac{E_b}{N_0} = 48 \text{ dB-Hz} - (10 \log_{10} 9600) \text{ dB-bit/s} = 8,2 \text{ dB} = 6,61$$

Nekoherentna ortogonalna MFSK:

$$P_E(M) \leq \frac{M-1}{2} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0}\right)$$

$$P_E \ll 1 \Rightarrow P_b = \frac{2^{m-1}}{2^m - 1} P_E$$

$$\frac{E_s}{N_0} = \lg M \frac{E_b}{N_0} = 4 \cdot 6,61 = 26,44 = 14,22 \text{ dB}$$

$$M = 16 \Rightarrow P_E = 1,4 \cdot 10^{-5} \Rightarrow P_b = 7,3 \cdot 10^{-6} < 10^{-5}$$

$$B_{W,MFSK} = MR_s = \frac{MR}{\lg M} = \frac{16 \cdot 9600}{\lg 16} = 38,4 \text{ kHz} < 45 \text{ kHz}$$

Izborom 16-FSK modulacije nije potrebno uvođenje kodova za korekciju pogreški.

Primjer 3. Sustav ograničen snagom i širinom pojasa

- ◆ AWGN radijski kanal
- ◆ $B_w = 4 \text{ kHz}$
- ◆ $S/N_0 = 53 \text{ dB-Hz}$
- ◆ $R = 9600 \text{ bit/s}$
- ◆ $P_b \approx 10^{-9}$
- ◆ Koju modulacijsku shemu treba odabrati u cilju zadovoljenja zahtijevanih performansi? Da li je potrebno uvođenje kodiranja s korekcijom pogreški?

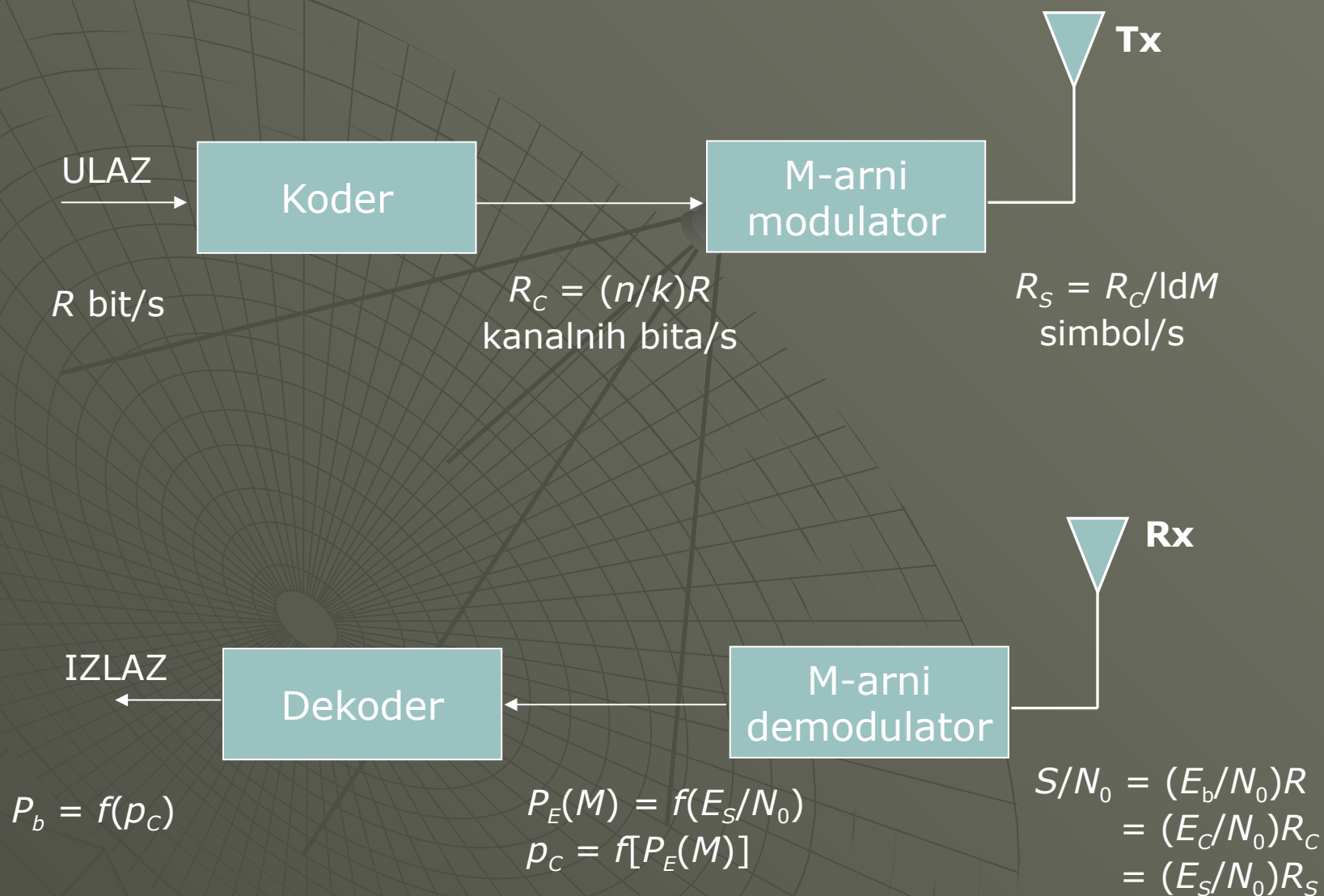
$R = 9600 \text{ bit/s} > 4000 \text{ Hz}$ ➡ sustav s ograničenjem širine pojasa ➡ MPSK
 $M = 8$ ➡ $P_b(E_b/N_0) = 7,3 \cdot 10^{-7} > 10^{-9}$ ➡ dobiveni E_b/N_0 manji je od zahtijevanog te je sustav ograničen i snagom.

(S druge strane, za $M < 8$ prekoračujemo raspoloživu širinu pojasa od 4 kHz). Znači, uz upotrebu 8-PSK modulacije potrebno je i uvođenje kodiranja kanala jer je zadani sustav ograničen i snagom i širinom pojasa. Za 8-PSK bez kodiranja minimalna širina pojasa je 3,2 kHz, pa je u odnosu na raspoloživu širinu pojasa od 4 kHz dozvoljeno proširiti pojas nekodiranog signala za 25 %. Dakle, odabrani (n, k) kod mora zadovoljiti te zahtjeve (k – broj informacijskih bita; n – ukupni broj bita).

Za odabrani kod definiramo **kodni dobitak** G u decibelima kao redukciju u zahtijevanom E_b/N_0 omjeru koja je potrebna da bi se zadovoljile tražene BER performanse:

$$G(\text{dB}) = \left. \frac{E_b}{N_0} \right|_{\text{BEZ KODIRANJA}} - \left. \frac{E_b}{N_0} \right|_{\text{S KODIRANJEM}}$$

MODEM s kodiranjem kanala:



- ◆ Komunikacijski sustav ne tolerira nikakvo kašnjenje u poruci te brzina kanalnih bita R_C n/k puta veća od brzine podatkovnih bita. Nadalje, kako je svaki simbol sastavljen od $\lg M$ kanalnih bita, brzina simbola R_S manja je od R_C za faktor $\lg M$.
- ◆ Za sustav koji se sastoji od modulacije i kodiranja transformacije brzina prijenosa mogu se opisati kao:

$$R_C = \left(\frac{n}{k}\right) R; \quad R_S = \frac{R_C}{\lg M}$$

- ◆ Postupkom kodiranja umjesto k informacijskih bita uvedeno je n kanalnih bita pa je omjer E_C/N_0 manji od E_b/N_0 za faktor n/k . Nadalje, kako je svaki simbol sastavljen od $\lg M$ kanalnih bita, E_S/N_0 omjer veći je od E_C/N_0 za faktor $\lg M$.
- ◆ Za sustav koji se sastoji od modulacije i kodiranja transformacije omjera energija-spektralna gustoća snage šuma mogu se opisati kao:

$$\frac{E_C}{N_0} = \left(\frac{k}{n}\right) \frac{E_b}{N_0}; \quad \frac{E_S}{N_0} = (\lg M) \frac{E_C}{N_0}$$

Omjer E_b/N_0 u točki prijama ne ovisi o parametrima koda.

$$\frac{S}{N_0} = \frac{E_s}{T_s} = \frac{E_s}{N_0} R_s$$

$$\frac{E_s}{N_0} = \log M \frac{E_c}{N_0} \& R_s = \frac{R_c}{\log M} \Rightarrow \frac{S}{N_0} = \frac{E_c}{N_0} R_c$$

$$\frac{E_c}{N_0} = \left(\frac{k}{n} \right) \frac{E_b}{N_0} \& R_c = \left(\frac{n}{k} \right) R \Rightarrow \frac{S}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} R \neq f(n, k, t)$$

Odaberimo blok kod iz BCH familije. BCH (n, k, t) kodovi su ciklički blok kodovi s korekcijom pogreški.

k – broj bita informacije

n – ukupni broj bita, broj kodiranih odnosno kanalnih bita

t – najveći broj pogrešnih bita koje kod može korigirati unutar svakog bloka duljine n bita

k/n – kodna brzina: inverz kodne brzine je mjera redudancije koda

Proračun kodnog dobitka

- ◆ Najprije odredimo koliki je kodni dobitak potreban da bi se postigla vjerojatnost pogreške na bitu $P_b \approx 10^{-9}$ kada se koristi 8-PSK, a zatim odaberemo kod koji to omogućava.
- ◆ Omjer E_s/N_0 bez kodiranja koji je potreban da bi se ostvarila vjerojatnost pogreške $P_b = 10^{-9}$:

$$P_b \approx \frac{P_E}{\lg M} \approx \frac{2Q \left[\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right]}{\lg M}$$

$$\frac{2Q \left[\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{8} \right) \right]}{\lg 8} = 10^{-9} \Rightarrow \left(\frac{E_s}{N_0} \right)_{\text{bez kodiranja}} = 120,67 = 20,8 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{bez kodiranja}} = \frac{1}{\lg M} \left(\frac{E_s}{N_0} \right)_{\text{bez kodiranja}} = 40,22 = 16,0 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{s kodiranjem}} = 13,2 \text{ dB} \Rightarrow G = 16 - 13,2 = 2,8 \text{ dB} \Rightarrow \boxed{\text{BCH (63,51,2)}}$$

Izvod iz kataloga BCH kodova

n	k	t
7	4	1
15	11	1
	7	2
	5	3
31	26	1
	21	2
	16	3
	11	5
63	57	1
	51	2
	45	3
	39	4
	36	5
	30	6
	26	7
127	120	1
	113	2
	106	3
	99	4
	92	5
	85	6
	78	7
	71	9
	64	10

BCH kodovi koji zadovoljavaju zahtjeve u smislu širine pojasa (n/k) < 125 %

n	k	t	G (dB) MPSK, $P_b = 10^{-9}$ (*)
31	26	1	2,0
63	57	1	2,2
	51	2	3,1
127	120	1	2,2
	113	2	3,3
	106	3	3,9

(*) Za MPSK kodni dobitak ne ovisi značajno o M te će za zadanu vjerojatnost pogreške odabrani kod pružati približno isti kodni dobitak bez obzira na upotrijebljenu MPSK modulacijsku shemu.

1. korak:

$$\frac{E_s}{N_0} = (\lg M) \frac{E_c}{N_0} = (\lg M) \left(\frac{k}{n} \right) \frac{E_b}{N_0}$$

$$M = 8 \& \frac{E_b}{N_0} = 13,2 \text{ dB} = 20,89 \Rightarrow \frac{E_s}{N_0} = (\lg 8) \frac{51}{63} \cdot 20,89 = \underline{50,73}$$

2. korak:

$$P_E(M) \cong 2Q \left[\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right]$$

$$P_E(8) \cong 2Q \left[\sqrt{2 \cdot 50,73} \sin \left(\frac{\pi}{8} \right) \right] = 2Q(3,86) = \underline{1,2 \cdot 10^{-4}}$$

3. korak:

$$P_E \ll 1 \Rightarrow p_C \cong \frac{P_E}{\lg M} = \frac{P_E}{m}$$

$$p_C \cong \frac{1,2 \cdot 10^{-4}}{3} = \underline{4 \cdot 10^{-5}}$$

4. korak:

$$P_b \cong \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n j \binom{n}{j} p_C^j (1 - p_C)^{n-j}$$

$$\boxed{\text{BCH}(63,51,2)} \Rightarrow P_b \cong \frac{1}{63} \sum_{j=3}^{63} j \binom{63}{j} (4 \cdot 10^{-5})^j (1 - 4 \cdot 10^{-5})^{63-j} = \underline{1,2 \cdot 10^{-10} < 10^{-9}}$$

Brzine prijenosa:

$$R_C = \left(\frac{n}{k} \right) R = \frac{63}{51} \cdot 9600 \approx 11859 \text{ kanalni bit/s}$$

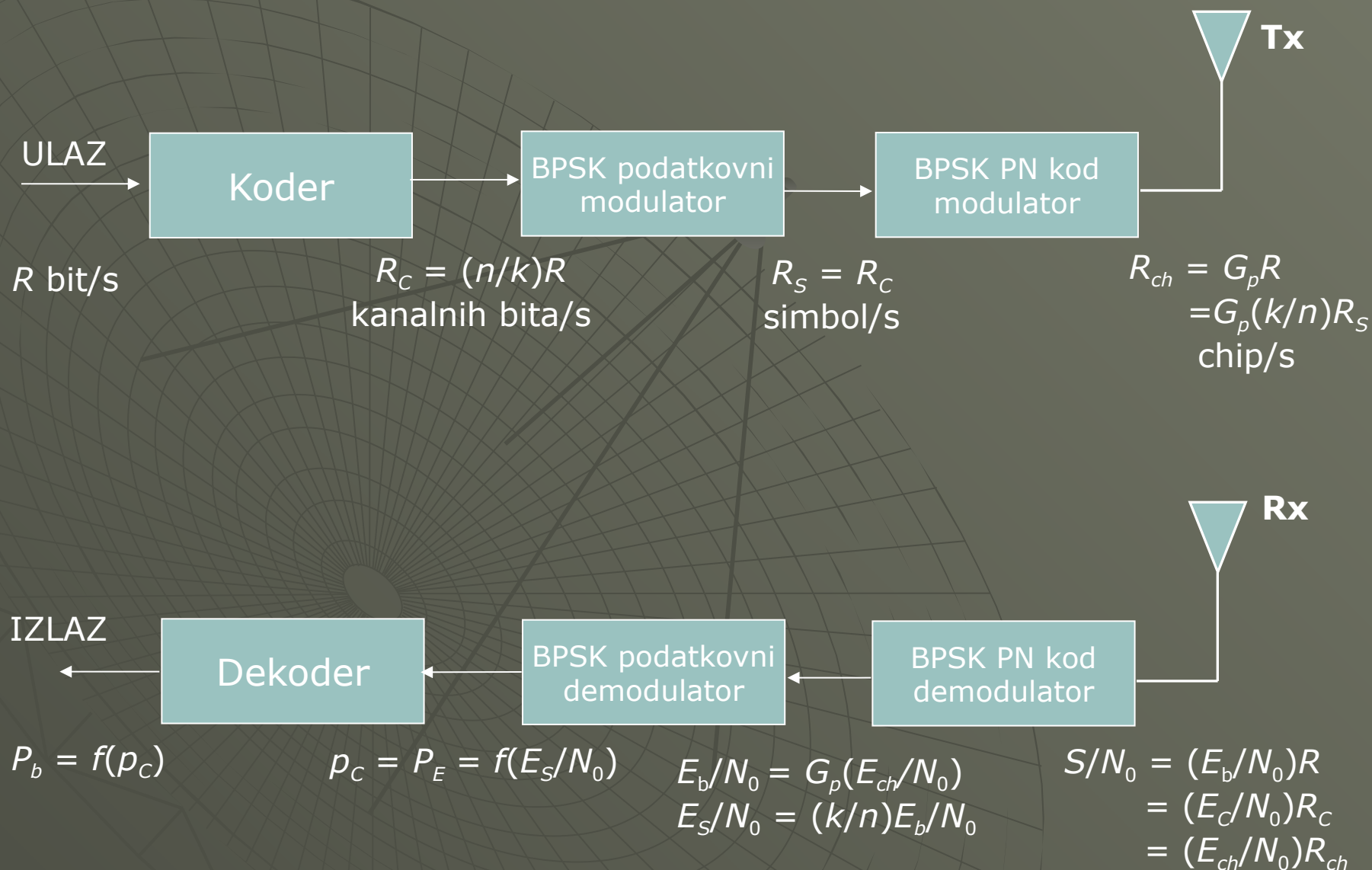
$$R_s = \frac{R_C}{\lg M} = \frac{11859}{3} = 3953 \text{ simbol/s}$$

Radijski DS/SS kodirani sustavi

- ◆ DS/SS – *Direct Sequence Spread Spectrum*
- ◆ Mogu se podvesti pod sustave s ograničenjem snage jer informacija zauzima mnogo veću širinu pojasa od one koja je zaista potrebna za njen prijenos.
- ◆ Širenje pojasa signala za određeni faktor omogućava smanjenje gustoće spektra snage signala za isti faktor. (Ukupna prosječna snaga signala ostaje ista kao i prije proširenja spektra.)
- ◆ Proširenje širine pojasa ostvaruje se tipično množenjem uskopojasnog signala podataka s širokopojasnim signalom koji služi za širenje pojasa. Signal za proširenje, odnosno kod za proširenje obično se naziva pseudoslučajni ili PN kod.
- ◆ Tipični DS/SS radijski sustav može se opisati kao BPSK modulacijski proces u dva koraka. U prvom koraku val nosioc modulira se s bipolarnim valnim oblikom podataka koji ima amplitudu +1 ili -1 tijekom cijelog vremena trajanja bita podataka. U drugom koraku izlaz prvog koraka množi se (modulira) s bipolarnim valnim oblikom PN koda koji ima vrijednosti +1 ili -1 tijekom cijelog vremena trajanja bita PN koda (chipa). U stvarnosti, DS/SS sustav ostvaruje se najčešće moduliranjem PN valnog oblika sa signalom podataka te prosljeđivanjem tako dobivenog signala u BPSK modulator. Međutim, korisno je opisati ovaj proces u dva odvojena koraka: vanjski modulator za podatke i unutrašnji modulator za PN kod.
- ◆ Dobitak obrade SS sustava:

$$G_p = \frac{B_{W,SS}}{R} = \frac{R_{ch}}{R}$$

DS/SS MODEM s kodiranjem kanala:



Primjer 3. DS/SS radijski sustav

- ♦ AWGN radijski kanal
- ♦ nema posebnih zahtjeva za širinom pojasa
- ♦ BCH (63,51) kod, BPSK ($M = 2$)
- ♦ $S/N_0 = 48$ dB-Hz
- ♦ $R = 9600$ bit/s
- ♦ $P_b \ll 10^{-6}$
- ♦ Može li se zahtijevani BER ostvariti korištenjem DS/SS arhitekture?

$$\text{BCH \& BPSK} \Rightarrow R_S = R_C = \left(\frac{n}{k}\right) R = \left(\frac{63}{51}\right) \cdot 9600 \approx 11859 \text{ kanalni bit/s}$$

$$G_p = 1000 \Rightarrow R_{ch} = G_p R = 1000 \cdot 9600 = 9,6 \cdot 10^6 \text{ chip/s}$$

$$\frac{E_{ch}}{N_0} = \frac{S}{N_0} \frac{1}{R_{ch}} = \frac{S}{N_0} \frac{1}{G_p R} = \frac{1}{G_p} \frac{E_b}{N_0} \Rightarrow \boxed{\frac{E_{ch}}{N_0} \ll \frac{E_b}{N_0}}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = 8,2 \text{ dB} = 6,61 \Rightarrow \frac{E_{ch}}{N_0} (\text{dB}) = \frac{E_b}{N_0} (\text{dB}) - G_p (\text{dB}) = 8,2 - 10 \log 1000 = -21,8 \text{ dB}$$

$$\frac{E_S}{N_0} = \frac{E_C}{N_0} = \left(\frac{k}{n}\right) \frac{E_b}{N_0} = \frac{61}{53} \cdot 6,61 = 5,35$$

$$\text{BPSK: } p_C = P_E = Q\left(\sqrt{2 \frac{E_C}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{2 \cdot 5,35}\right) = 5,8 \cdot 10^{-4}$$

$$n=63, t=2 \Rightarrow P_b \cong \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n j \binom{n}{j} p_C^j (1-p_C)^{n-j} = \frac{1}{63} \sum_{j=3}^n j \binom{63}{j} (5,8 \cdot 10^{-4})^j (1-5,8 \cdot 10^{-4})^{63-j} = \underline{3,6 \cdot 10^{-7} < 10^{-6}}$$

3. Čelijski radijski sustavi

Čelijski radijski sustavi su mobilni sustavi s reupotrebom frekvencije.

Dva osnovna zahtjeva na dizajn čelijskog radio sustava:

- ♦ osigurati propisani SIR omjer u ćeliji u svrhu eliminacije ISI,
- ♦ osigurati optimalnu pokrivenost ćelije u skladu sa zahtjevom br. 1.

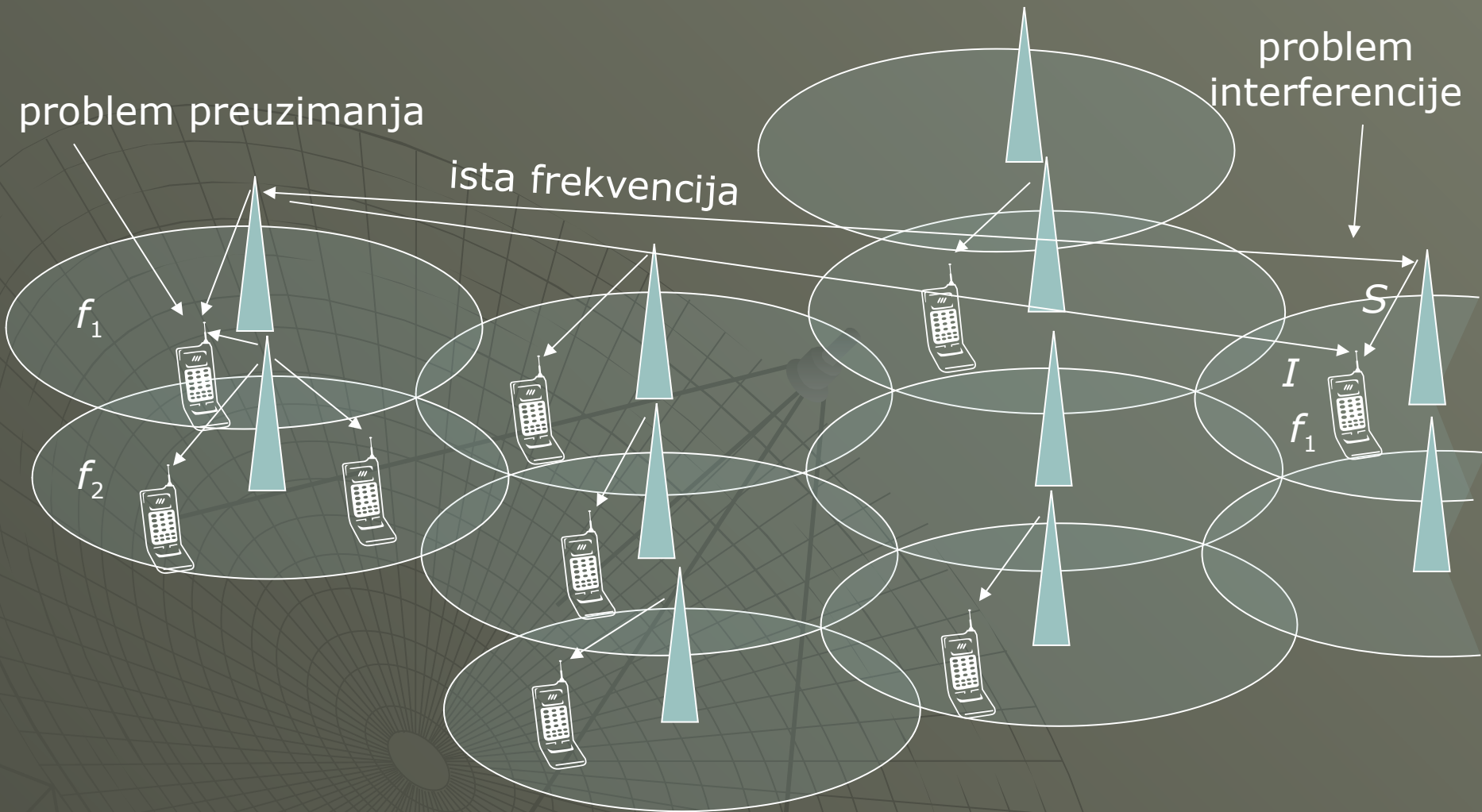
Podjela ćelija prema veličini:

- ♦ Pikoćelije (za pokrivanje unutrašnjosti pojedinih objekata)
- ♦ Mikroćelije (za pokrivanje pojedinih ulica s velikim komunikacijskim prometom ili sivih zona u pojedinoj maloj ćeliji)
- ♦ Male ćelije (tipične za urbane sredine, radijusa tipično reda kilometra)
- ♦ Velike ćelije (za pokrivanje slabo naseljenih većih područja)
- ♦ Makroćelije (satelitski komunikacijski sustavi)
- ♦ **Klaster**: najmanji skup ćelija koji sadrži sve dodijeljene kanale.

problem preuzimanja

ista frekvencija

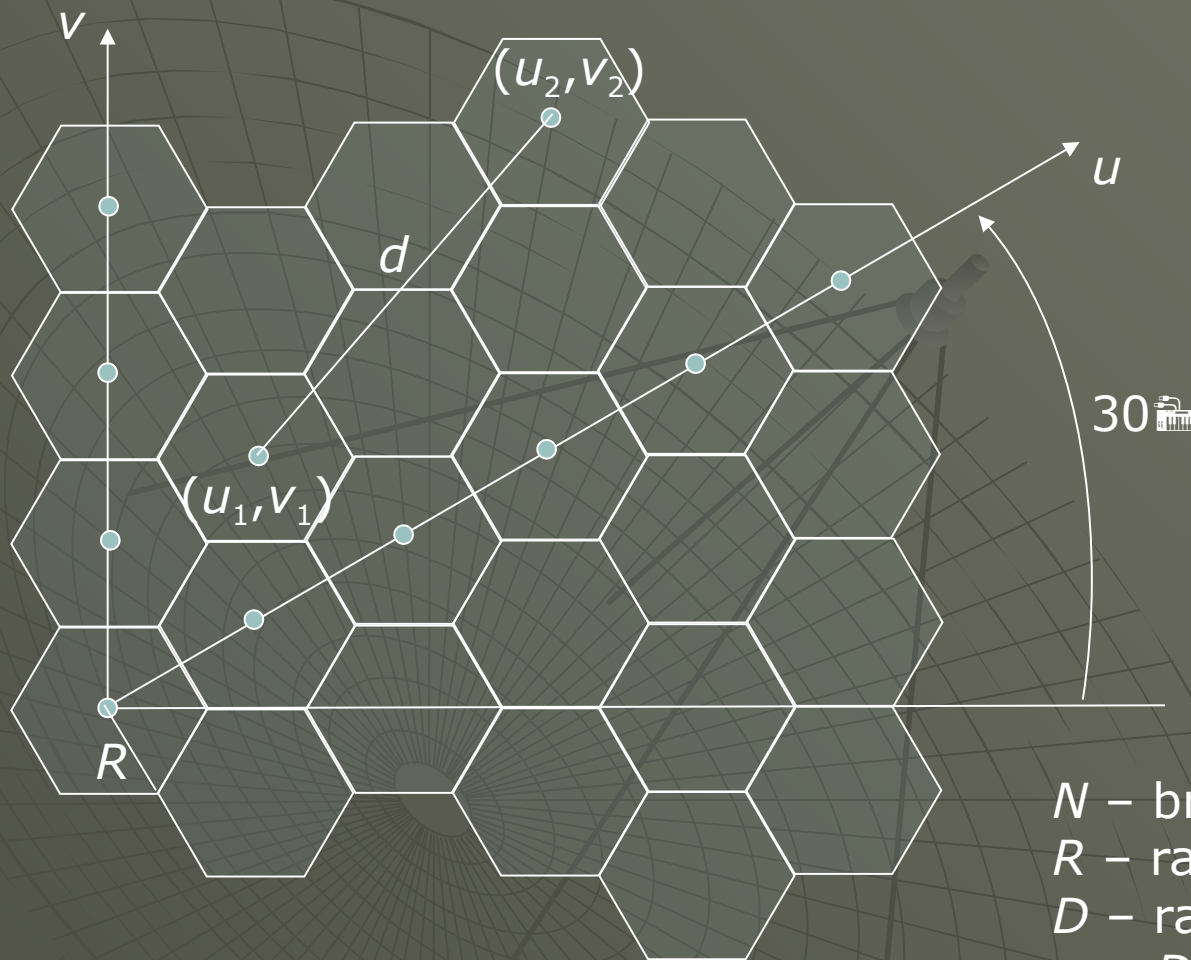
problem
interferencije



S – snaga korisnog signala (od nadležne bazne postaje)

I – snaga signala interferencije (od bazne postaje koja koristi istu noseću frekvenciju kao i bazna postaja koja opslužuje korisnika)

Geometrija heksagonalne ćelije




N – broj ćelija
 R – radijus ćelije
 D – radijus klastera
 $q = D/R$ – faktor reupotrebe

$$(u_1, v_1) = (0, 0) \text{ \& } (u_2, v_2) = (\pm 3Ri, \pm 3Rj); i, j \in \mathbb{Z}, N$$

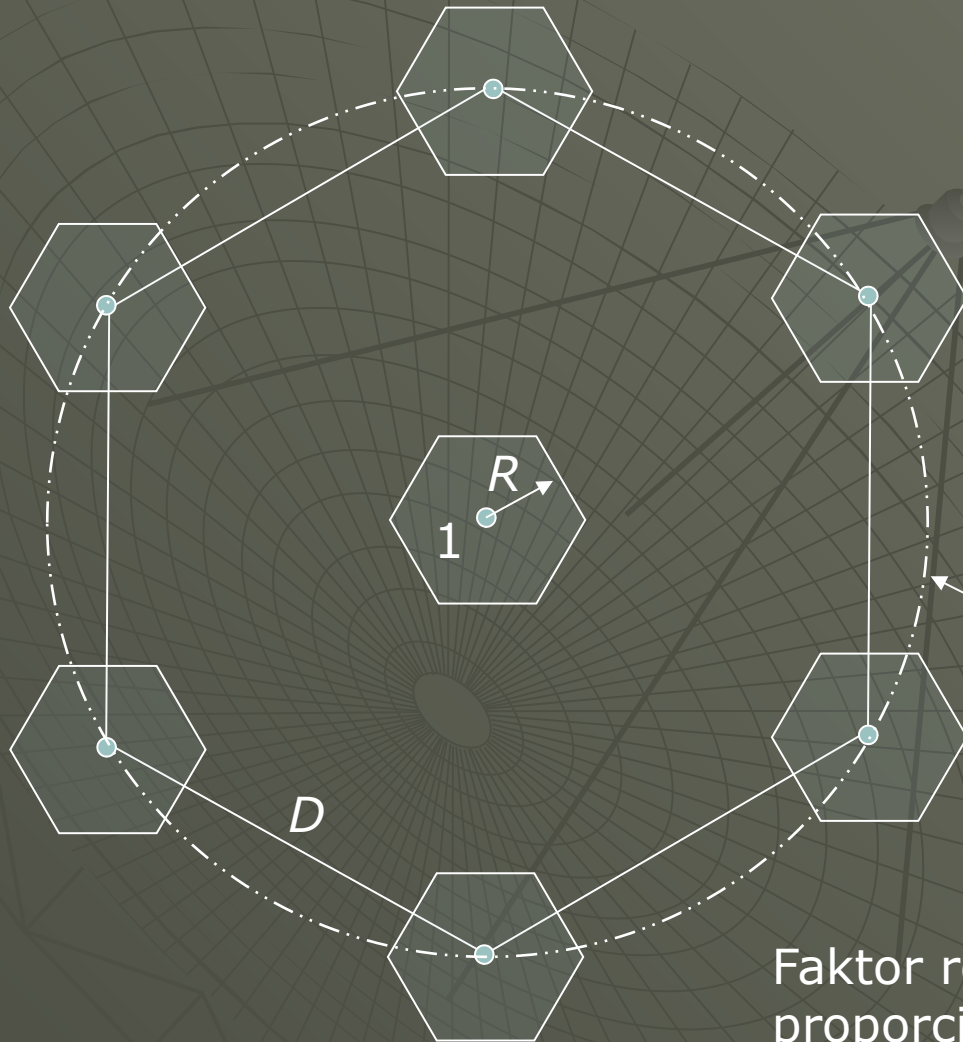
$$d = \pm 3R(i^2 + j^2 + ij)^{1/2}$$



Razmak između susjednih ćelija: $i = 1 \text{ \& } j = 0$ ili $i = 0 \text{ \& } j = 1$  $d_{11} = R \cdot 3$

$$A_{\text{KLASTERA}} : A_{\text{ĆELIJE}} = D^2 : R^2$$

Broj ćelija u klasteru: $N + 6 \cdot (1/3)N = 3N$ $A_{\text{KLASTERA}} : A_{\text{ĆELIJE}} = 3N$



$$q = \frac{D}{R} = \sqrt{3N}$$

Prvi prsten od 6 interferirajućih ćelija za ćeliju 1

Faktor reupotrebe frekvencije proporcionalan je kvadratnom korijenu broja ćelija kojeg obuhvaća klaster.

Istokanalna interferencija

$$\text{SIR} = \frac{S}{I} = \frac{S}{\sum_{m=1}^{N_I} I_m}$$

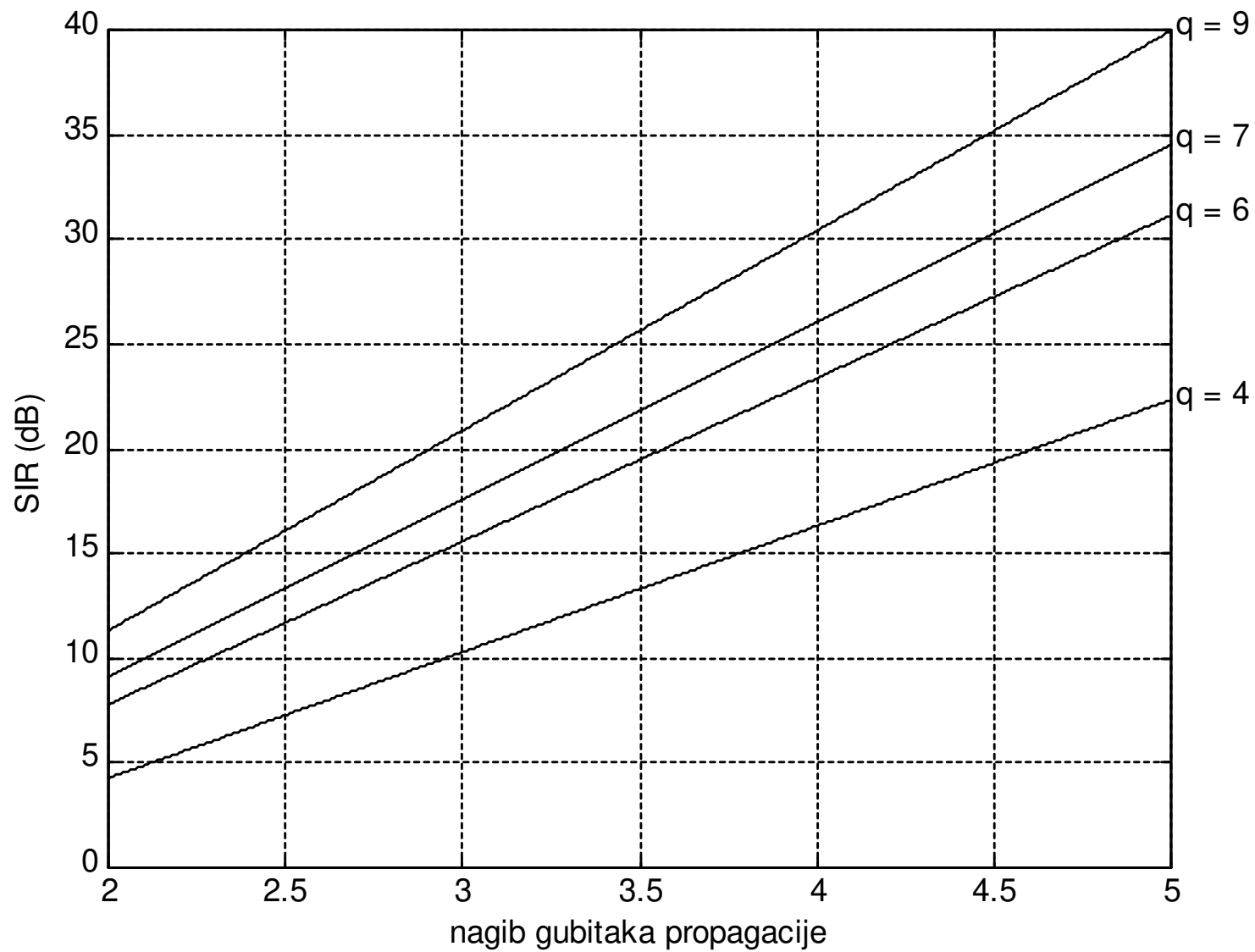
$$N_I = 6 \text{ \& } S \sim \frac{1}{R^\gamma} \text{ \& } I \sim \frac{1}{D^\gamma} \Rightarrow \frac{S}{I} = \frac{1}{\sum_{m=1}^{N_I} \left(\frac{D_m}{R} \right)^{-\gamma}}$$

$$D = D_m \Rightarrow \frac{S}{I} = \frac{1}{6} q^\gamma \Rightarrow q = \left[6 \left(\frac{S}{I} \right) \right]^{\frac{1}{\gamma}}$$

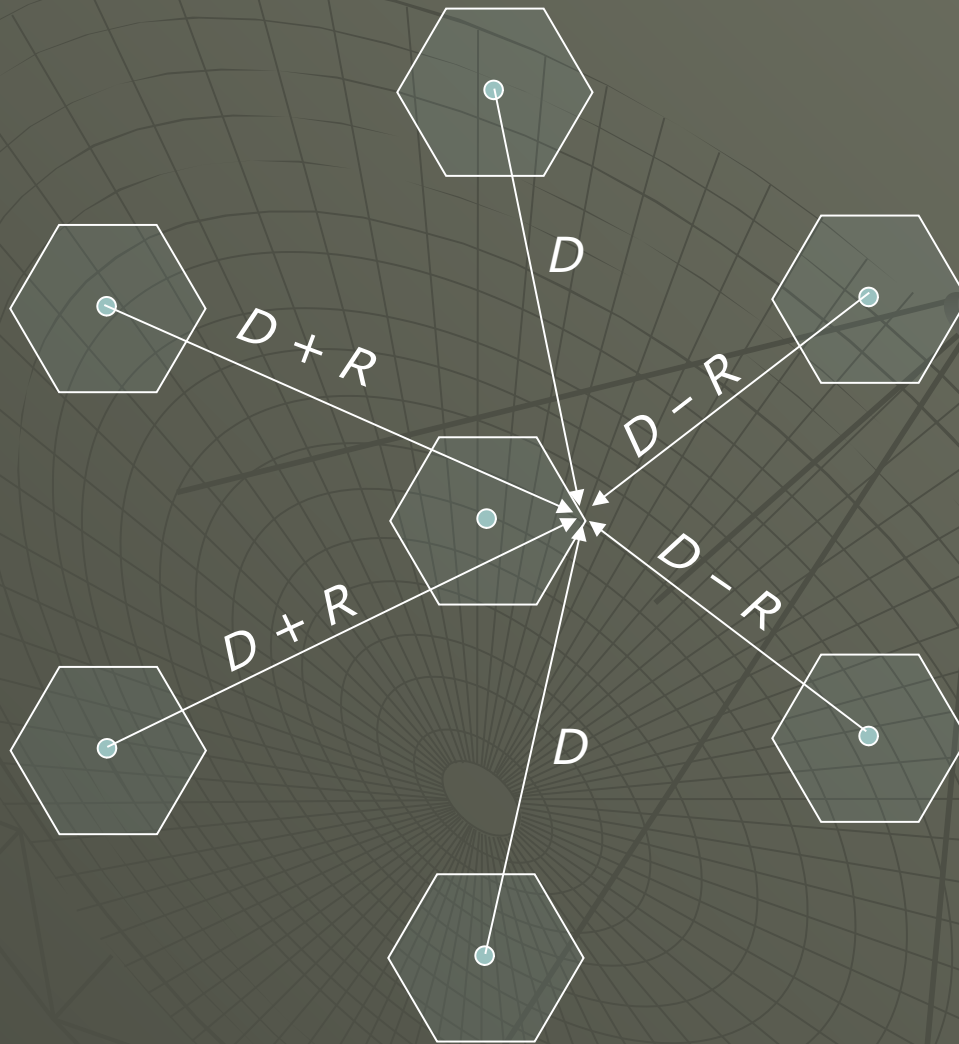
Faktor reupotrebe frekvencije, uz pretpostavku jednakih ćelija ovisi o SIR omjeru i nagibu gubitaka propagacije γ za promatranu sredinu.

($\gamma = 2$ za propagaciju u slobodnom prostoru)

Primjer: 1G, analogni FM sustav sa SIR = 18 dB i $\gamma = 4$ $\Rightarrow q = 4,41$ N



Scenarij najlošijeg slučaja istokanalne interferencije



$$\frac{S}{I} = \frac{R^{-\gamma}}{2(D-R)^{-\gamma} + 2D^{-\gamma} + 2(D+R)^{-\gamma}}$$

$$\frac{S}{I} = \frac{1}{2(q-1)^{-\gamma} + 2q^{-\gamma} + 2(q+1)^{-\gamma}}$$

$$N=7 \Rightarrow q=4.6 \Rightarrow \frac{S}{I} = 54,3 = 17,3 \text{ dB}$$

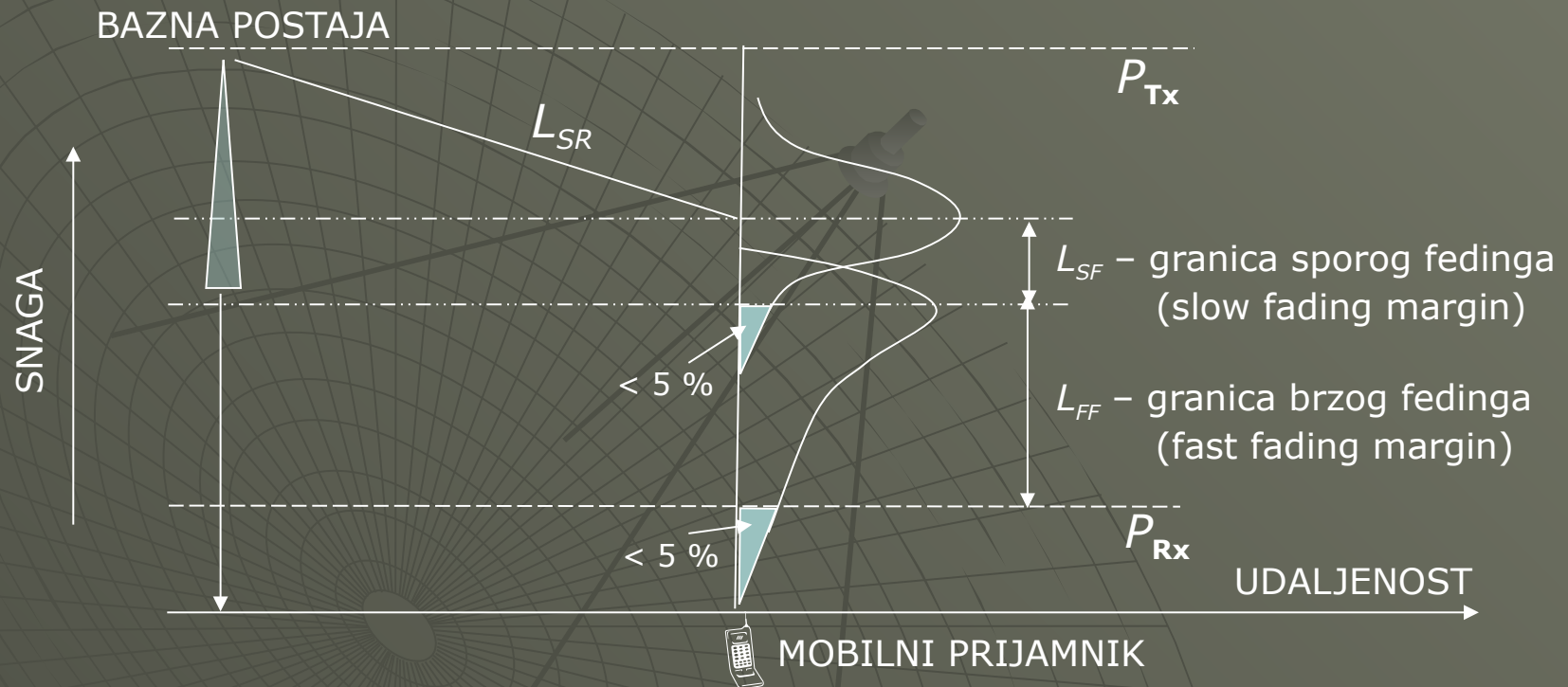
- konzervativnija procjena:

$$\frac{S}{I} = \frac{1}{6(q-1)^{-\gamma}} = 28 = 14,47 \text{ dB}$$

U svrhe redukcije istokanalne interferencije u sustavu često se koristi postupak sektorizacije ćelija korištenjem usmjerenih antena.

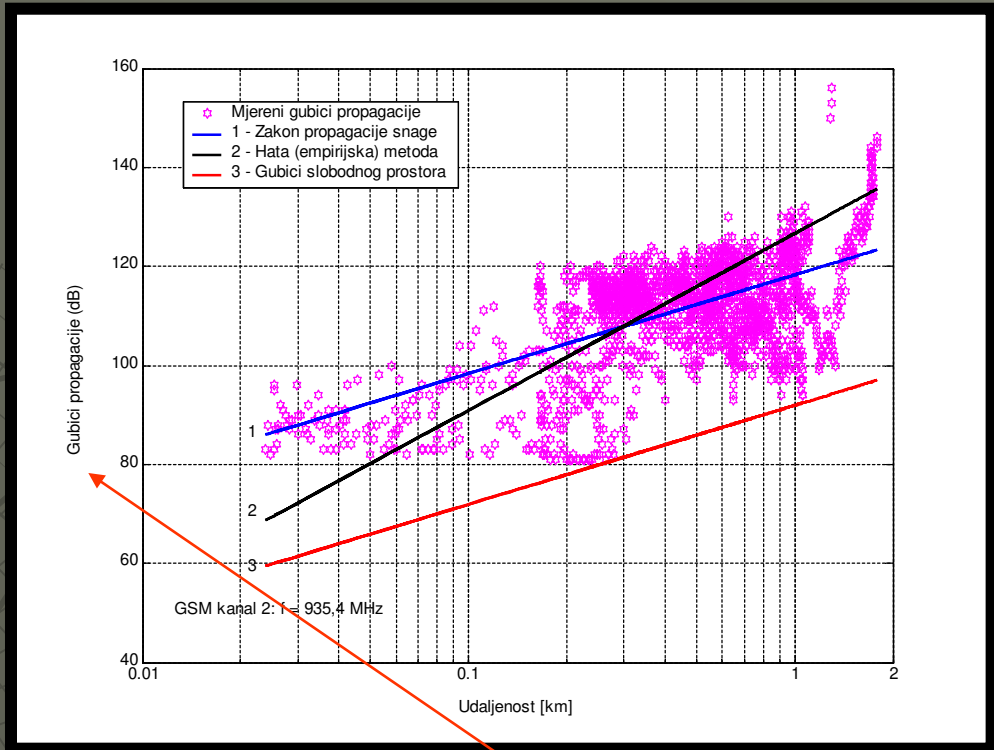
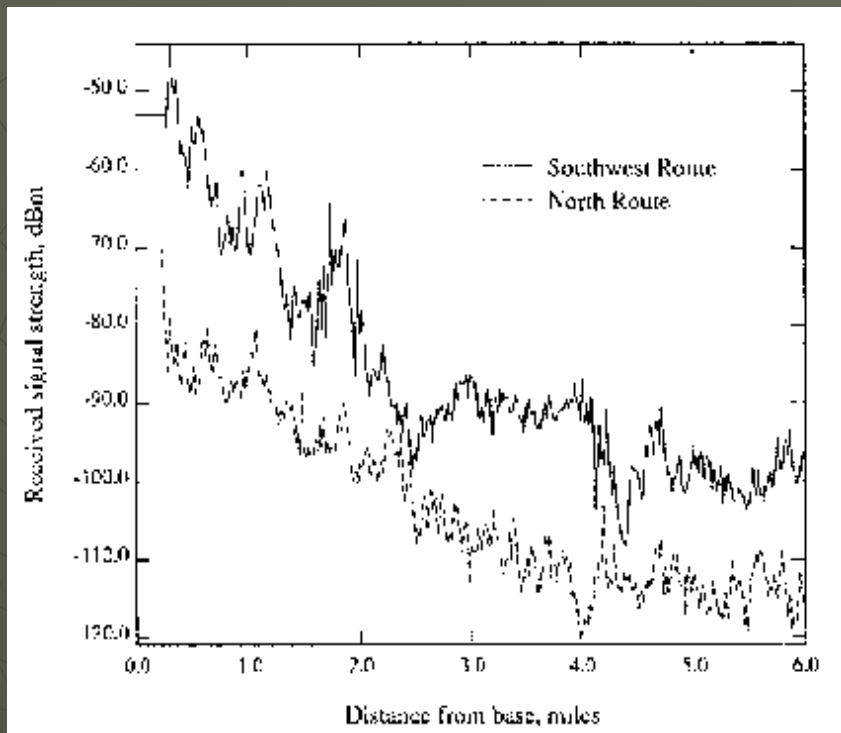
Proračun snage bazne postaje

$$P_{TX} = P_{RX} + L_{SF} + L_{FF} + L_{SR} \leq P_{TX \max}$$



- ◆ Gubici propagacije L_{SR} : zakon opadanja snage
- ◆ Spori feding: log-normalna razdioba;
- ◆ Brzi feding: Rayleighova ili Riceova razdioba;

Zakon opadanja prosječne snage



L: svakih 4,75 m
prosjek od 25
mjerenja

$$S = \frac{K}{r^y} = \frac{C}{\left(\frac{r}{R}\right)^y}, \quad C = KR^y \Rightarrow S(\text{dB}) = \alpha - 10y \log \frac{r}{R}, \quad \alpha(\text{dB}) = 10 \log C$$

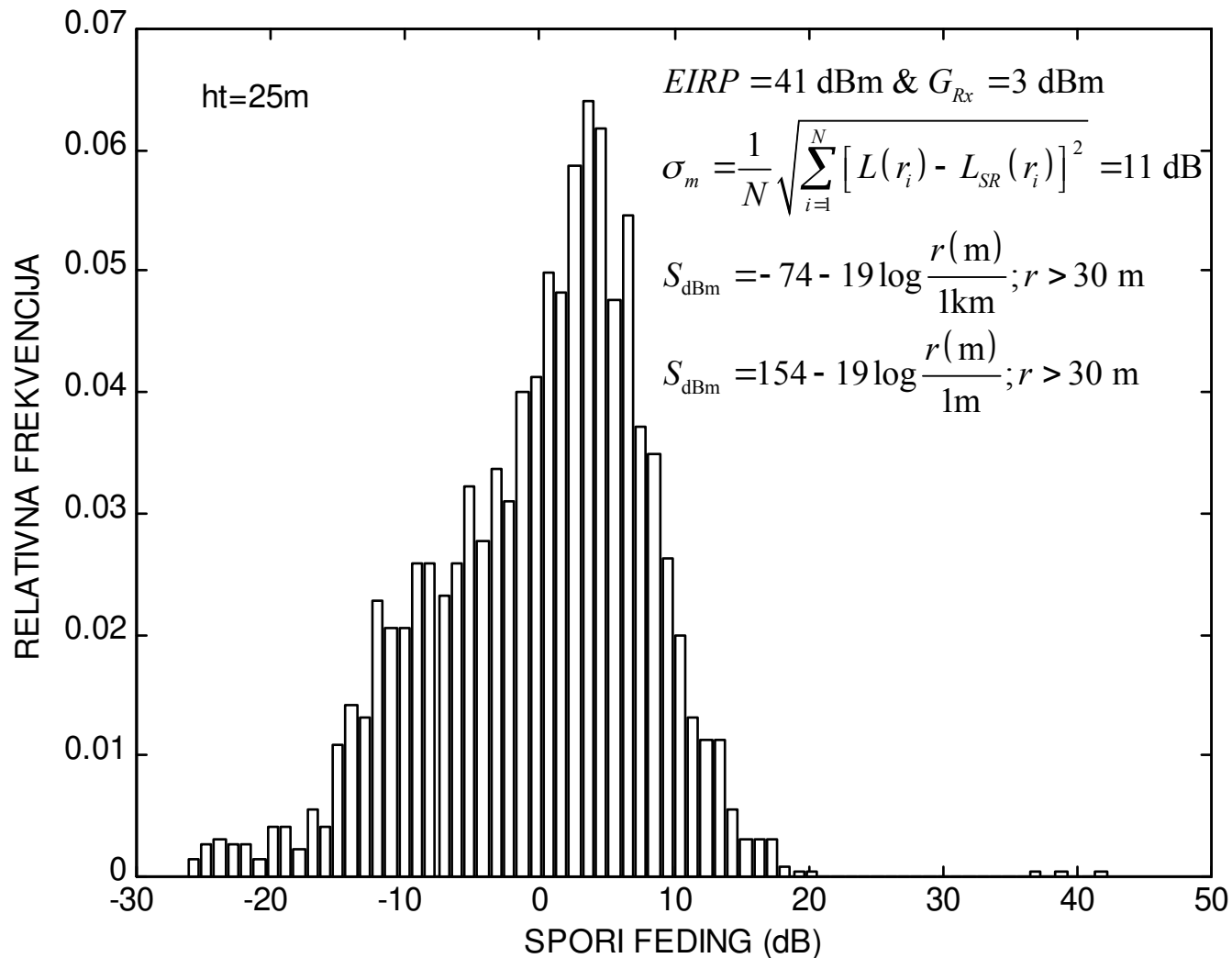
$$L_{SR}(\text{dB}) = \alpha_L + 10y \log \frac{r}{R} \quad \& \quad S(\text{dB}) = EIRP(\text{dB}) + G_{Rx}(\text{dB}) - L_{SR}(\text{dB}) \Rightarrow \alpha(\text{dB}) = EIRP(\text{dB}) + G_{Rx}(\text{dB}) - \alpha_L(\text{dB})$$

$$r = R = 1 \text{ km} \Rightarrow \alpha_L \approx 118 \text{ dB} \quad \& \quad 10y \approx 19 \text{ dB/dekada} \Rightarrow \alpha(\text{dB}) = EIRP + G_{Rx} - 118 \quad \& \quad y = 1,9 \Rightarrow S \sim \frac{1}{r^{1,9}}$$

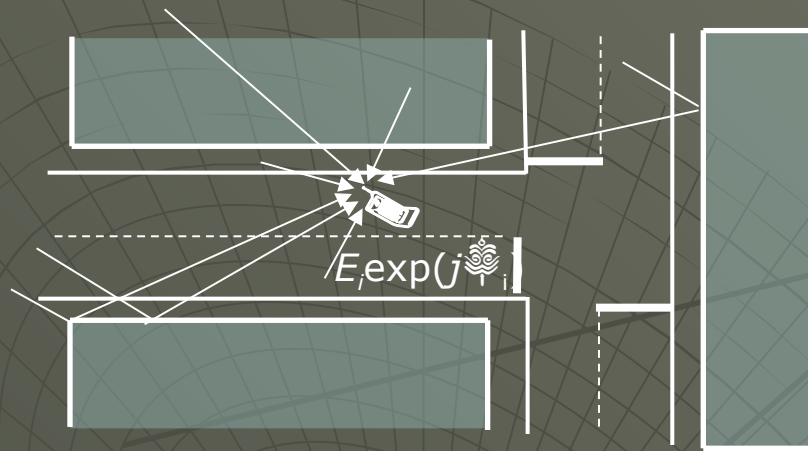
$$L_{SR}(\text{dB}) = 118 + 19 \log \frac{r(\text{km})}{1 \text{ km}} \Rightarrow S(\text{dB}) = EIRP + G_{Rx} - 118 - 19 \log \frac{r(\text{m}) \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 1 \text{ m}} = EIRP + G_{Rx} - 4 - 19 \log \frac{r(\text{m})}{1 \text{ m}}; r > 30 \text{ m}$$

Prosječna snaga preko duljih ruta ima log-normalnu PDF. To znači da prosječna snaga u decibelima ima normalnu PDF .

Za naš primjer mjerenja statistika sporog fedinga je kao na slici:



Višestazni prijam




$$E_{uk}(t) = E_0 \sum_i A_i(t) \cos(2\pi f_0 t + \Theta(t))$$

$$E_{uk}(t) = E_0 (I(t) \cos 2\pi f_0 t - Q(t) \sin 2\pi f_0 t)$$

$$I(t) = \sum_i A_i(t) \cos(\Theta(t))$$

$$Q(t) = \sum_i A_i(t) \sin(\Theta(t))$$

$$S(t) = E_0 \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}$$

- ◆ Prema centralnom graničnom teoremu $I(t)$ i $Q(t)$ imaju Gaussovu PDF s prosjekom nula i varijancom σ^2 (prosječna snaga u točki prijama)  envelope $S(t)$ ima Rayleighovu PDF uz pretpostavku da nema izravnog vala, a ukoliko izravni val nije blokiran $S(t)$ ima Riceovu PDF.
- ◆ Da bi se odredila granica brzog fedinga nije dovoljno imati usrednjene podatke svakih 4,75 m u 900-MHz pojasu; za proračun statistike brzog fedinga, podaci o snazi u točki prijama moraju biti s korakom udaljenosti manjim od barem polovine valne duljine.
- ◆ Od tih se podataka mora oduzeti statistika sporog fedinga i srednji gubici propagacije L_{SR} , a granicu brzog fedinga dobivamo iz statistike tako dobivenih vrijednosti envelope brzog fedinga.

Proračun pokrivenosti ćelije

$$ACP = \frac{1}{\pi R^2} \int P_{s0} dx dy = \frac{1}{\pi R^2} \int P_{s0} r dr d\theta$$

$$P_{s0} = \text{Vjerojatnost}(m \geq s_0) = \int_{s_0}^{+\infty} p(m) dm$$

$$p(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} e^{-\left(\frac{m-\mu_m}{\sqrt{2}\sigma_m}\right)^2} \text{ - sporo promjenjiva komponenta fedinga}$$

$$P_{s0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m^2} \int_{s_0}^{+\infty} e^{-\frac{m-\mu_m}{\sqrt{2}\sigma_m}} dm = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{s_0 - \mu_m}{\sqrt{2}\sigma_m}\right)$$

$$\mu_m = S = \alpha - 10\gamma \log\left(\frac{r}{R}\right) \Rightarrow P_{s0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{s_0 - \alpha + 10\gamma \log\left(\frac{r}{R}\right)}{\sqrt{2}\sigma_m}\right)$$

$$b = \frac{10\gamma \log(e)}{\sqrt{2}\sigma_m} \& a = \frac{s_0 - \alpha}{\sqrt{2}\sigma_m} \Rightarrow P_{s0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(a + b \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right)$$

$$ACP = \frac{1}{R^2} \int_0^R r \operatorname{erfc}\left[a + b \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right] dr$$

$$ACP = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc}(a) + \exp\left(\frac{1-2ab}{b^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{1-ab}{b}\right) \right\}$$

- funkcija pogreške:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

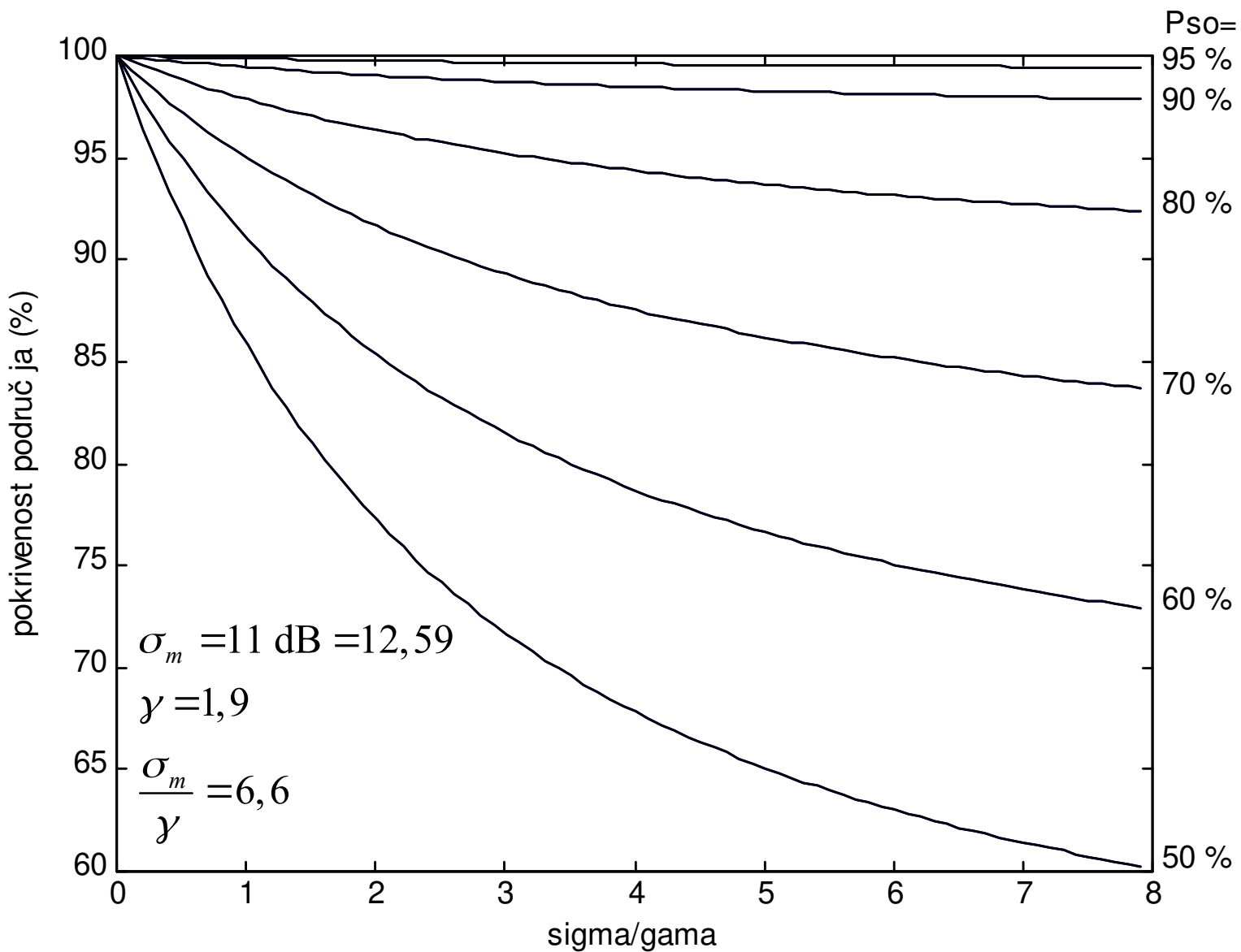
- komplementarna funkcija pogreške:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2} du$$

$$\boxed{\operatorname{erf}(x) + \operatorname{erfc}(x) = 1}$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 2\sqrt{2}Q(x)$$

ACP – Area Coverage Probability

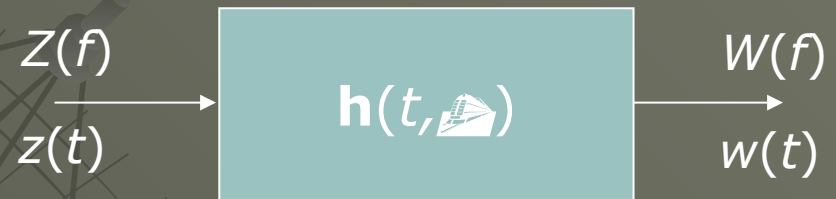


4. Analiza propagacijskog kanala

Realni sustav:



Kompleksni ekvivalent:



$$x(t) = \text{Re} \left[z(t) \exp(j2\pi f_0 t) \right]$$

$$y(t) = \text{Re} \left[w(t) \exp(j2\pi f_0 t) \right]$$

$$g(t, \tau) = 2 \text{Re} \left[\mathbf{h}(t, \tau) \exp(j2\pi f_0 t) \right]$$

$$\mathbf{G}(f) = \mathfrak{T} \left[g(\tau) \right]$$

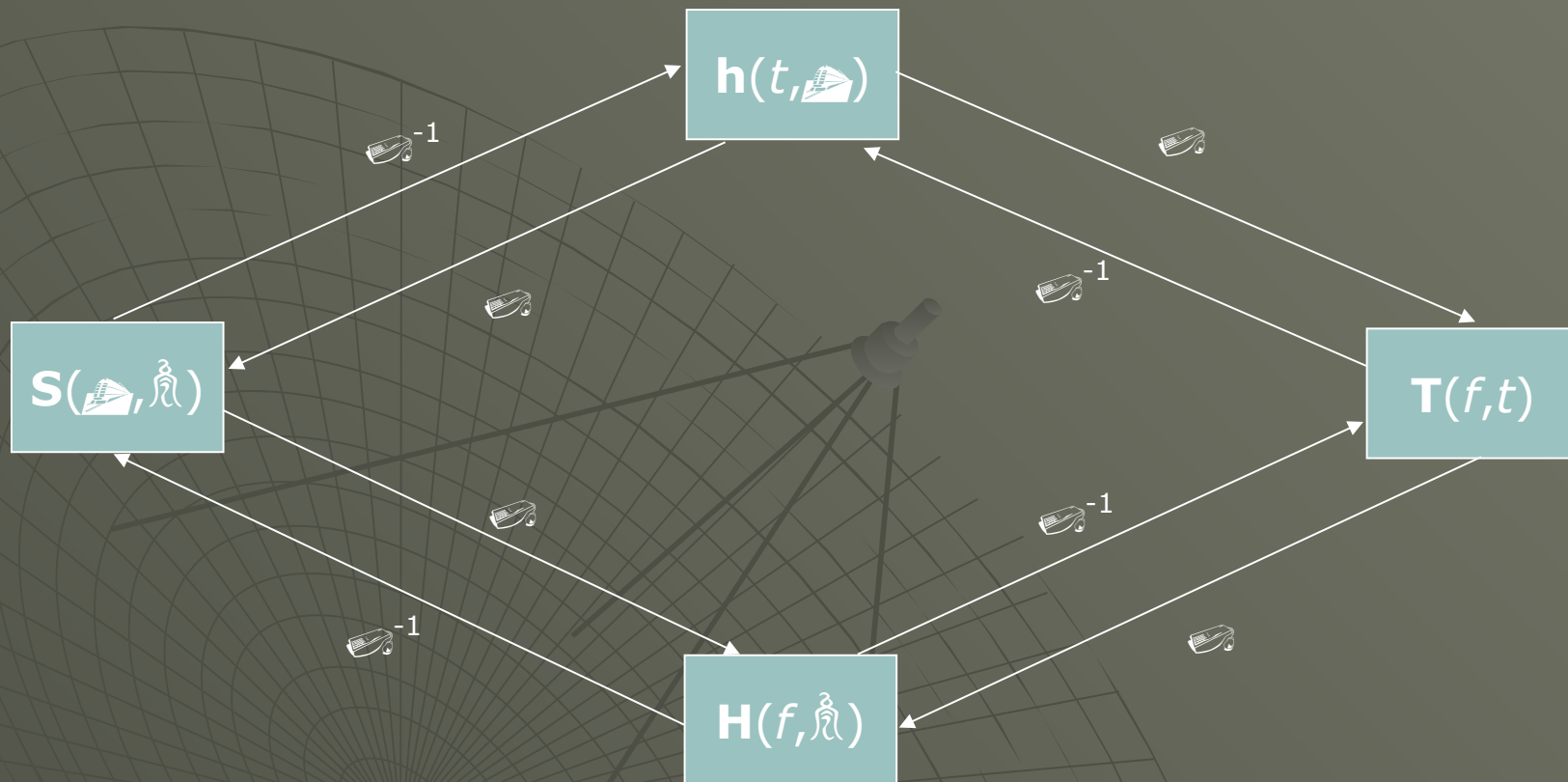
$$\boxed{\mathbf{G}(f) = \mathbf{G}^*(-f)}$$

$$Z(f) = \mathfrak{T} \left[z(t) \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$

$$W(f) = \mathfrak{T} \left[w(t) \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$

$$w(t) = z(t) \otimes \mathbf{h}(t, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t, \tau) z(t - \tau) d\tau$$

$$W(f) = Z(f) \otimes \mathbf{H}(f, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(f - \nu, \nu) Z(f - \nu) d\nu$$



$$h(t, \tau) = \mathfrak{I}^{-1} \left[T(f, t) \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \exp(j2\pi f\tau) df \Rightarrow w(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} Z(f) T(f, t) \exp(j2\pi ft) df$$

$$h(t, \tau) = \mathfrak{I}^{-1} \left[S(\tau, \nu) \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, \nu) \exp(j2\pi \nu t) d\nu \Rightarrow w(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} z(t - \tau) S(\tau, \nu) \exp(j2\pi \nu t) d\nu d\tau$$

VARIJABLE VREMENSKI VARIJANTNOG KANALA

Varijabla	Oznaka	Jedinica
Vrijeme	t	Sekunda
Frekvencija	f	Hertz
Kašnjenje		Sekunda
Dopplerov pomak		Hertz

- h** – impulsni odziv kanala, ulazna funkcija rasipanja kašnjenja
(Time-Variant Impulse Response, Input Delay-Spread Function)
- T** – vremenski varijantna prijenosna funkcija kanala
(Time-Variant Transfer Function)
- S** – funkcija raspršenja kanala, funkcija Dopplerovog i rasipanja kašnjenja
(Scattering Function, Delay-Doppler Spread Function)
- H** – izlazna funkcija Dopplerovog raspršenja
(Output Doppler Spread Function)

Bellove funkcije su Fourierovi transformacijski parovi u odnosu na odgovarajuću varijablu: f , t .

Varijable f i t su dualne, a  i  su dualni operatori.

- apsolutni gubici propagacije:

$$L(f, t) = -10 \log \frac{P_r}{P_t} = -20 \log |\mathbf{T}(f, t)| \text{ (dB)}$$

- širokopolasni gubici propagacije:

$$L_{WB}(t) = -10 \log \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{T}(f, t)|^2 df \text{ (dB)}$$

- gubici propagacije u domeni vremena kašnjenja:

$$L_\tau(\tau, t) = -20 \log |\mathbf{h}(\tau, t)| \text{ (dB)}, \mathbf{h}(\tau, t) = \mathfrak{T}^{-1} \left[\mathbf{T}(f, t) \right]$$

- relativna snaga u domeni frekvencije:

$$P_f(f, t) = 20 \log \left| \mathfrak{T} \left[|\mathbf{h}(\tau, t)| \right] \right| \text{ (dB)}$$

- Dopplerov spektar snage u pojasu:

$$P_{WD}(\nu) = 10 \log \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{S}(\tau, \nu)|^2 d\tau \text{ (dB)}, \mathbf{S}(\tau, \nu) = \mathfrak{T} \left[\mathbf{h}(\tau, t) \right]$$

- uskopolasni gubici propagacije:

$$L(t; f_0) = -20 \log |\mathbf{T}(0, t)| \text{ (dB)}$$

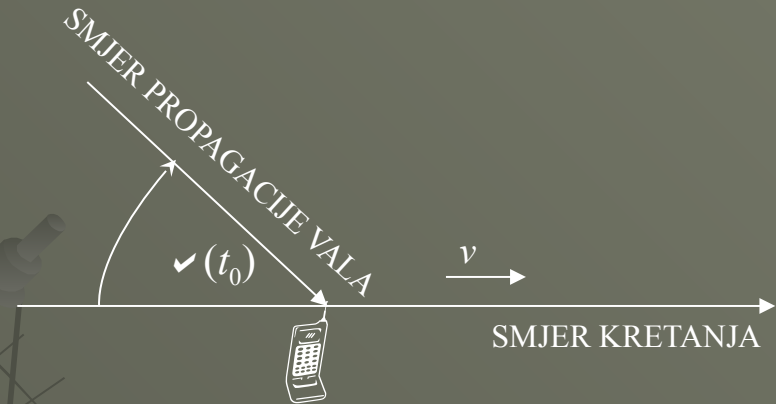
- Dopplerov spektar snage na nosećoj frekvenciji:

$$P_{ND}(\nu; f_0) = 20 \log \left| \mathfrak{T} \left[\mathbf{T}(0, t) \right] \right| \text{ (dB)}$$

Efekt kretanja prijamnika

- za LOS val (izravni val):

U mobilnom radijskom kanalu uslijed Dopplerovog efekta postoji **slučajna fazna modulacija** signala koji se prenosi kroz kanal.



$$\mathbf{G}_0(f_0, t) = \frac{c}{4\pi f_0 d_0(t)} \exp \left[j2\pi f_0 \cdot \left(t - \frac{d_0(t)}{c} \right) \right];$$

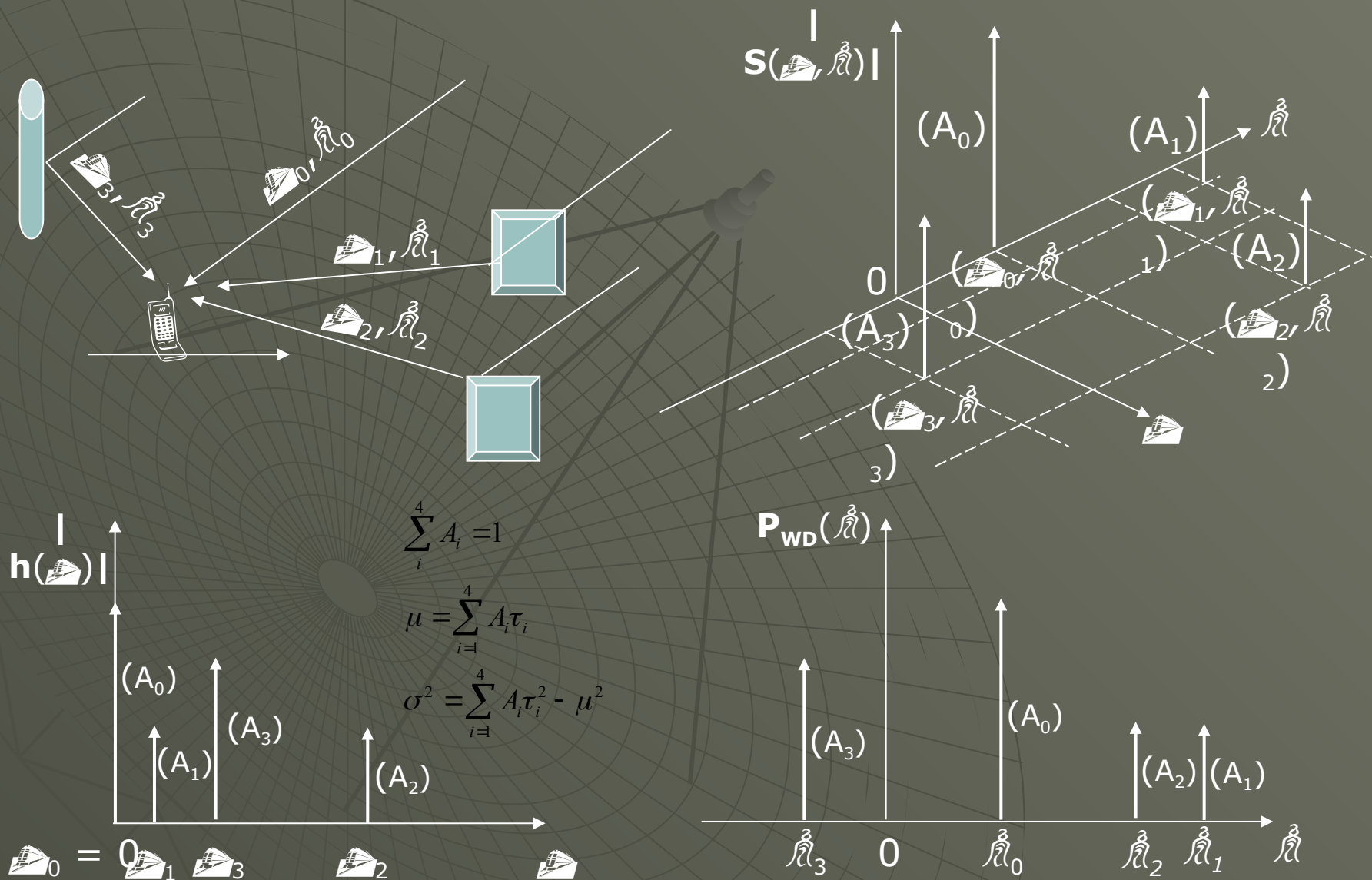
$$d_0(t) = c \cdot \tau_0(t) \Rightarrow \mathbf{G}_0(f_0, t) = \frac{1}{4\pi f_0 \tau_0(t)} \exp \left[j2\pi f_0 [t - \tau_0(t)] \right]$$

- Dopplerov pomak u trenutku $t = t_0$ (linearni kanal):

$$v(t_0) = \frac{v}{\lambda} \cos \alpha(t_0); \quad \lambda = \frac{c}{f_0}$$

$$v(t_0) = -f_0 \left. \frac{d\tau_0(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = -f_0 \cdot \dot{\tau}_0(t_0) \Rightarrow \boxed{y(t) = Y_0(t) \cos \left(2\pi f_0 t + 2\pi \int v dt \right)}$$

Primjer višestaznog kanala

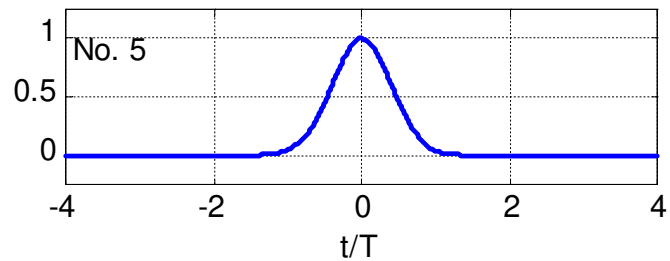
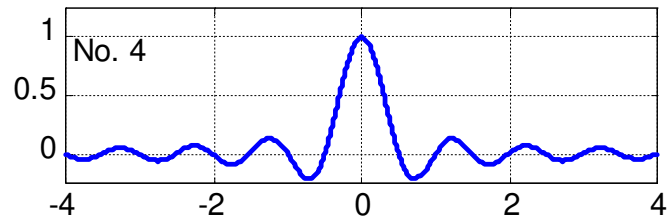
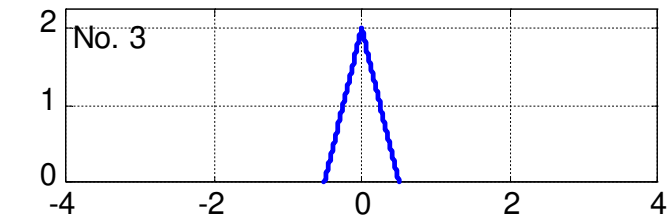
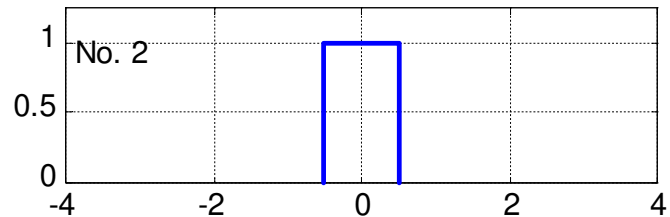
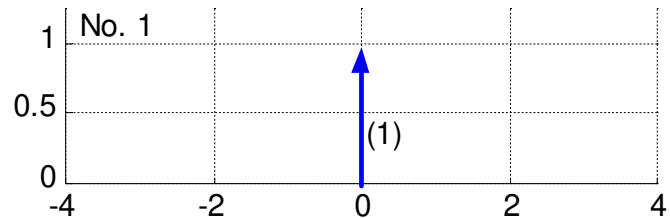


Mjerenja propagacijskog kanala

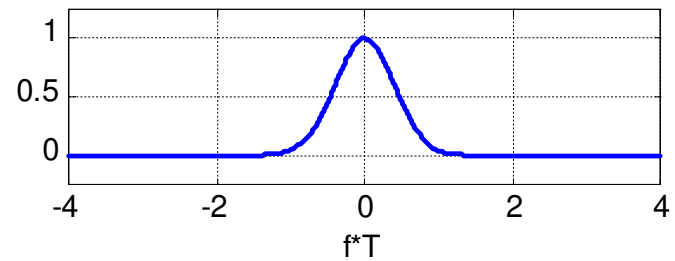
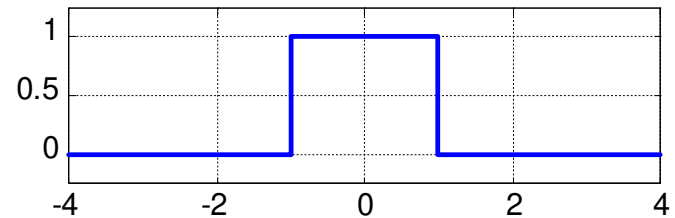
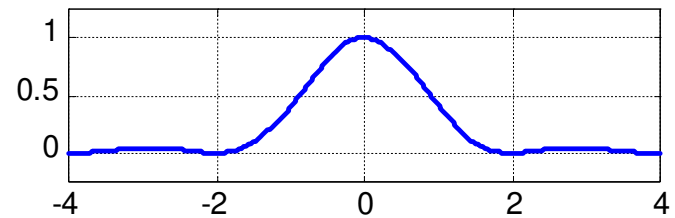
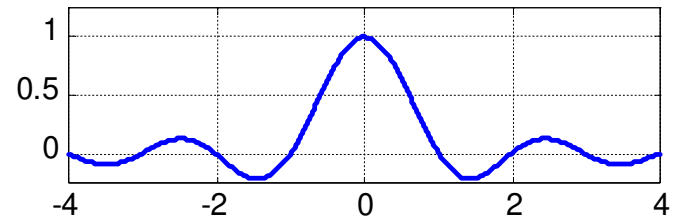
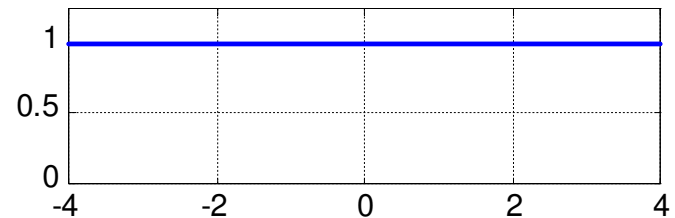


No.	Test impuls	Vremenska domena	Frekvencijska domena
1.	Delta impuls	$x(t) = \delta(t)$	$X(f) = 1$
2.	Pravokutni impuls	$x(t) = \begin{cases} 1/T, & t \leq T/2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$	$X(f) = \text{sinc}(fT)$
3.	Trokutasti impuls	$x(t) = \begin{cases} 2(-2 t/T +1), & t \leq T/2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$	$X(f) = \text{sinc}^2(fT/2)$
4.	Impuls sinc(x)	$x(t) = \text{sinc}(2t/T)$	$X(f) = \begin{cases} 1, & f \leq 1/T \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$
5.	Gaussov impuls	$x(t) = \exp\left[-\pi(t/T)^2\right]$	$X(f) = \exp\left[-\pi(fT)^2\right]$

VREMENSKA DOMENA



FREKVENCIJSKA DOMENA



Rasipanje kašnjenja i koherentni pojas kanala

$$A_c(\Delta f)_{f=B_c} = \mathbf{T}(f) \otimes \mathbf{T}^*(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{T}(f) \mathbf{T}^*(f + \Delta f) df - \text{Autokorelacija prijenosne funkcije}$$

$$A_c(\Delta f) = \mathfrak{I}[\mathbf{h}(\tau) \cdot \mathbf{h}^*(\tau)] = \mathfrak{I}[|\mathbf{h}(\tau)|^2]$$

$$|A_c(\Delta f = B_c)| = C \cdot P, C - \text{korelacijski prag}$$

$$B_c = B_c(\sigma) \sim \frac{1}{\sigma}; - \text{koherentni pojas}$$

$$\sigma = \frac{\int_0^\infty (\tau - \mu)^2 |\mathbf{h}(\tau)|^2 d\tau}{P} - \text{rasipanje kašnjenja (standardna devijacija kašnjenja)}$$

$$\mu = \frac{\int_0^\infty \tau |\mathbf{h}(\tau)|^2 d\tau}{P} - \text{prosječno prekoračenje kašnjenja}$$

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{T}(f)|^2 df = \int_0^\infty |\mathbf{h}(\tau)|^2 d\tau - \text{ukupna snaga u pojasu}$$

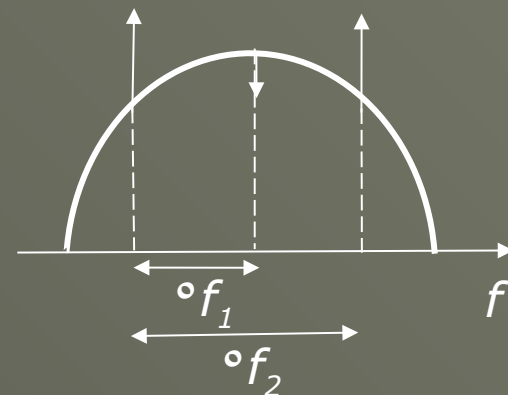
$$P_h(\tau) = \frac{|\mathbf{h}(\tau)|^2}{P} = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{\tau}{\sigma}\right) - \text{čest oblik karakteristike prosječnog profila snage}$$

$$A_c(\Delta f) = \mathfrak{I}[P_h(\tau)] = \frac{1}{1 - j2\pi\sigma \cdot \Delta f}$$

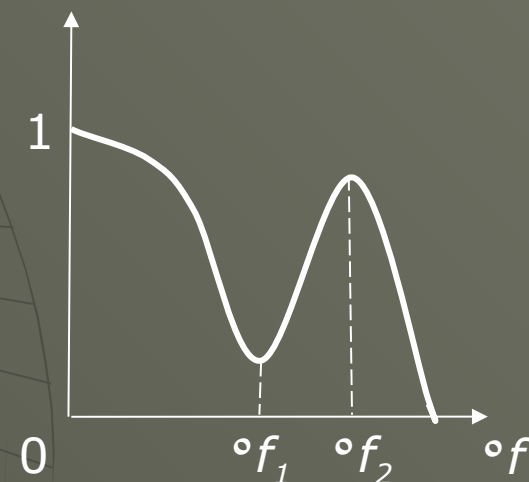
$$|A_c(\Delta f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi\sigma \cdot \Delta f)^2}}; |A_c(\Delta f)|_{\Delta f=B_c} = C$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow B_c = \frac{1}{2\pi\sigma}$$

SPEKTAR



AUTOKORELACIJA



Klasifikacija propagacijskog kanala

Koherentni pojas kanala, u slučaju frekvencijski selektivnog kanala, određuje najmanju frekvencijsku razdvojenost na kojoj atenuacije amplituda dviju komponenti u spektru signala postaju nekorelirane tako da koeficijent korelacije envelope signala opadne do zadane vrijednosti (0,9; 0,5; $1/e$).

ŠIRINA POJASA SIGNALA > KOHERENTNI POJAS \Rightarrow FREKVENCIJSKI SELEKTIVAN FEDING I VREMENSKA DISPERZIJA SIGNALA

Koherentno vrijeme kanala, u slučaju vremenski selektivnog kanala, određuje vremensku razdvojenost za koju atenuacije amplitude signala postaju nekorelirane tako da koeficijent korelacije envelope signala opadne do zadane vrijednosti (0,9; 0,5; $1/e$).

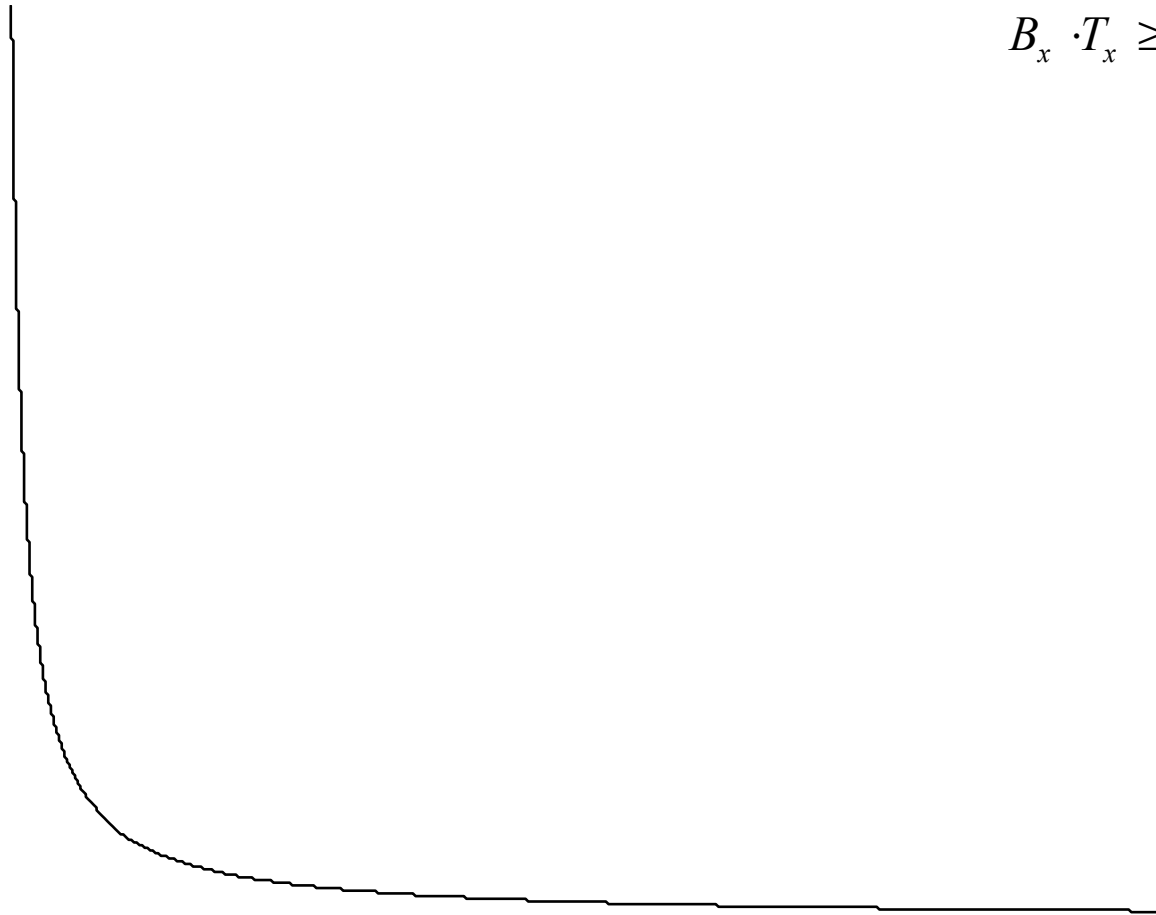
VRIJEME TRAJANJA SIGNALA > KOHERENTNO VRIJEME \Rightarrow VREMENSKI SELEKTIVAN FEDING I FREKVENCIJSKA DISPERZIJA SIGNALA (DOPPLEROVO RASIPANJE)

Minimalna širina pojasa signala na kojoj **vremenska disperzija** postaje uočljiva pojava (signal osjeća frekvencijski selektivan feding u kanalu) obrnuto je proporcionalna maksimalnom prekoračenju kašnjenja u kanalu, pri čemu pod prekoračenjem kašnjenja podrazumijevamo stvarno vrijeme kašnjenja umanjeno za vrijeme kašnjenja vala koji prvi stiže do prijamnika.

Minimalno trajanje valnog oblika signala na kojoj **frekvencijska disperzija** (Dopplerovo rasipanje signala) postaje uočljiva pojava (signal osjeća vremenski selektivan feding u kanalu) obrnuto je proporcionalna maksimalnom Dopplerovom frekvencijskom pomaku.

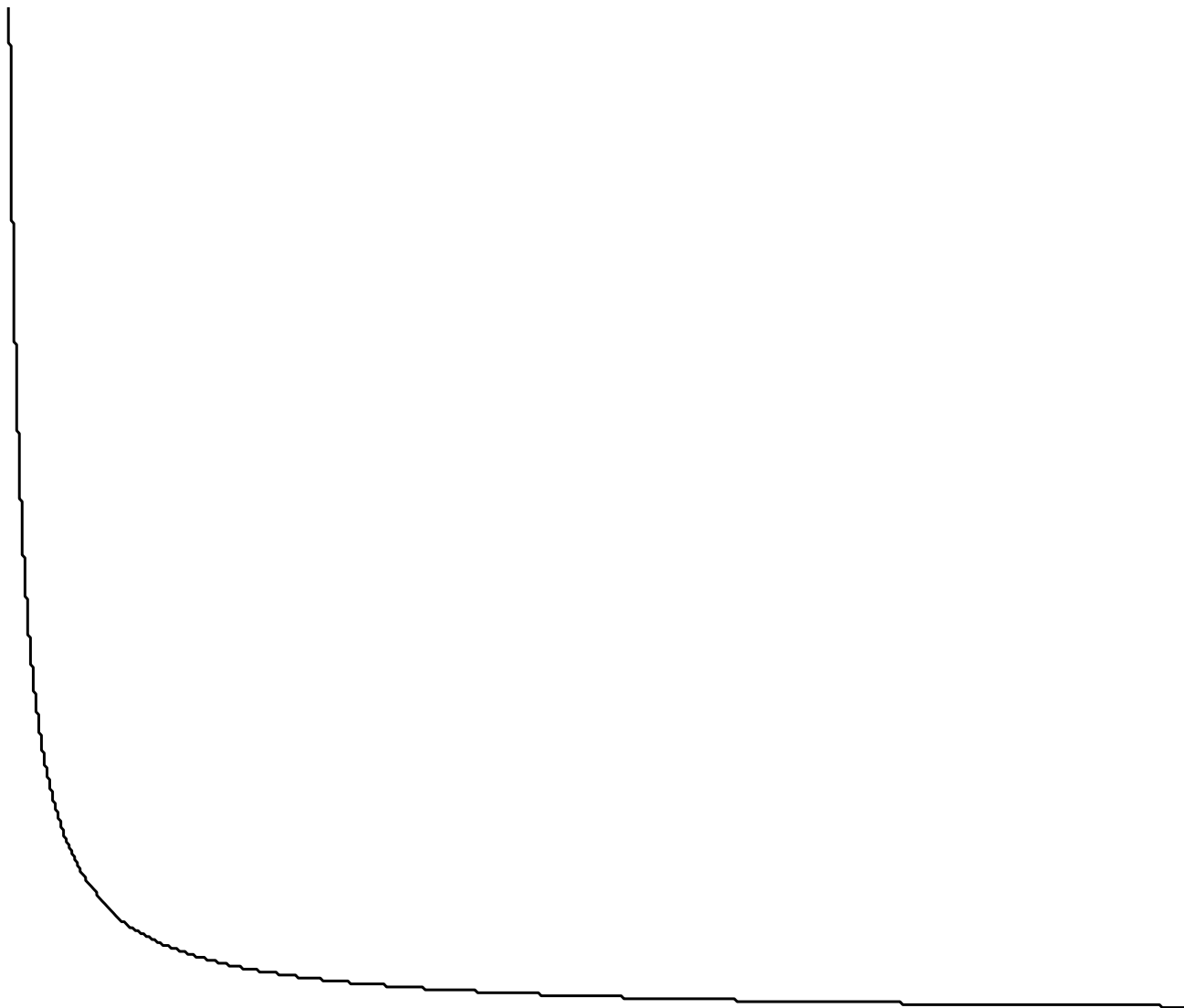
Ako širina pojasa signala u nekom sustavu ne prelazi iznos koherentnog pojasa kanala tada se takav radijski sustav može promatrati kao uskopojasni.

$$B_x \cdot T_x \geq \frac{1}{2}$$

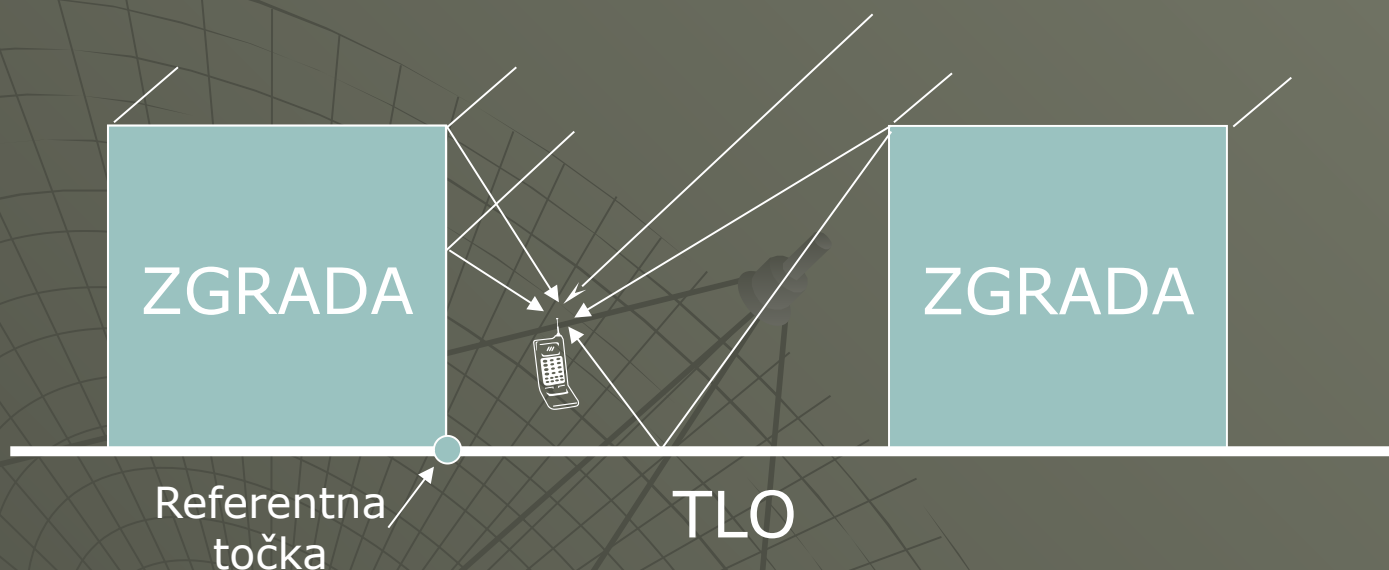


B_C – koherentni pojas kanala (*coherence bandwidth*)

T_C – koherentno vrijeme kanala (*coherence time*)



Primjer simulacije LEO satelitskog kanala



LEO satelit 780 km iznad površine Zemlje i na elevaciji 45° od prijarnika
Orbitalni period satelita: 110 min.

Visina granice troposfere: 16 km, standardna atmosfera

Polarizacija: vertikalna

Središnja frekvencija: 1625 MHz (L-pojas)

Frekvencija takta PN sekvence: 125 MHz, PN sekvenca od 511 chip

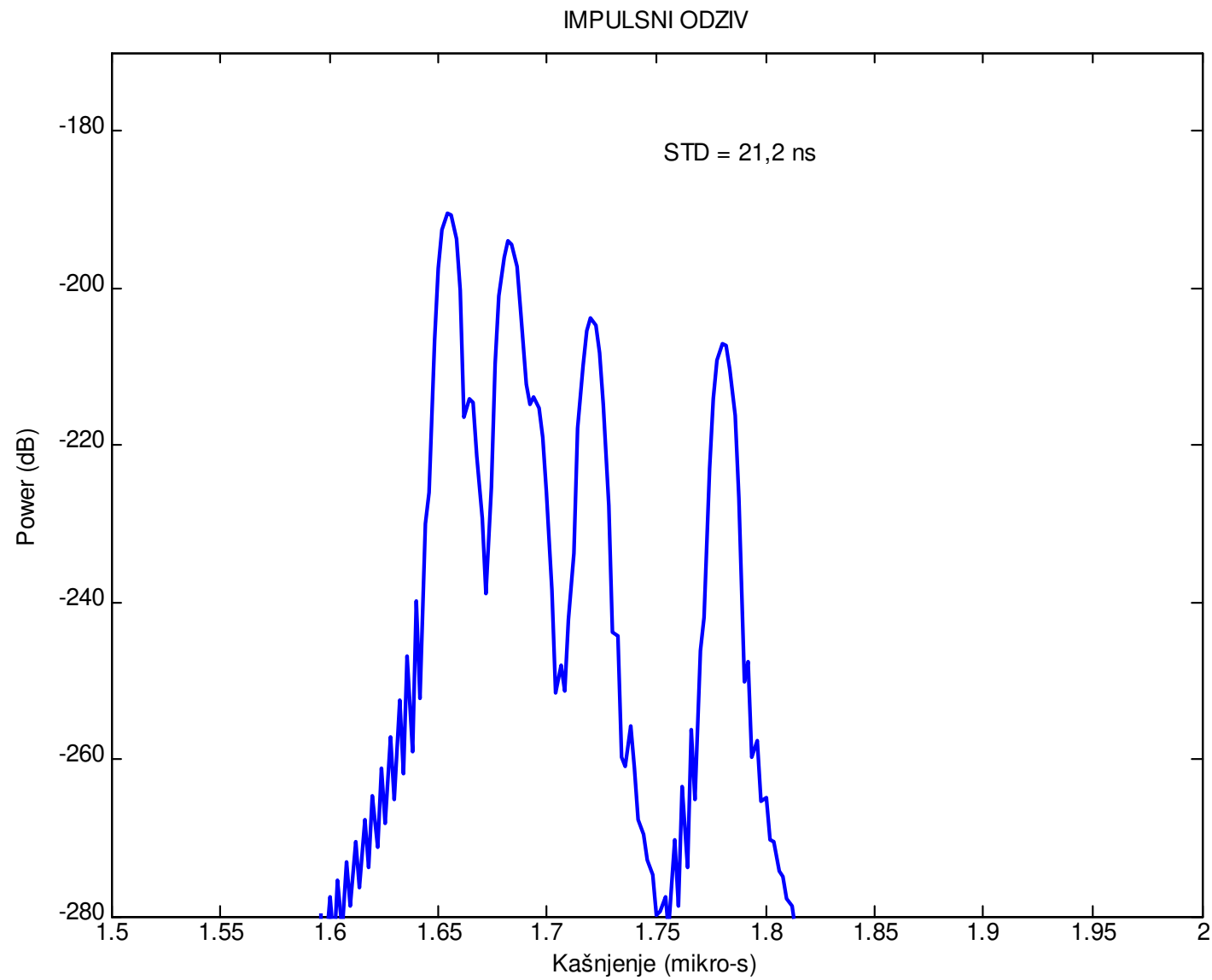
Broj koraka u inverznoj FFT: 2048, referentna faza 500 m od ref. točke

Broj koraka u FFT: 128

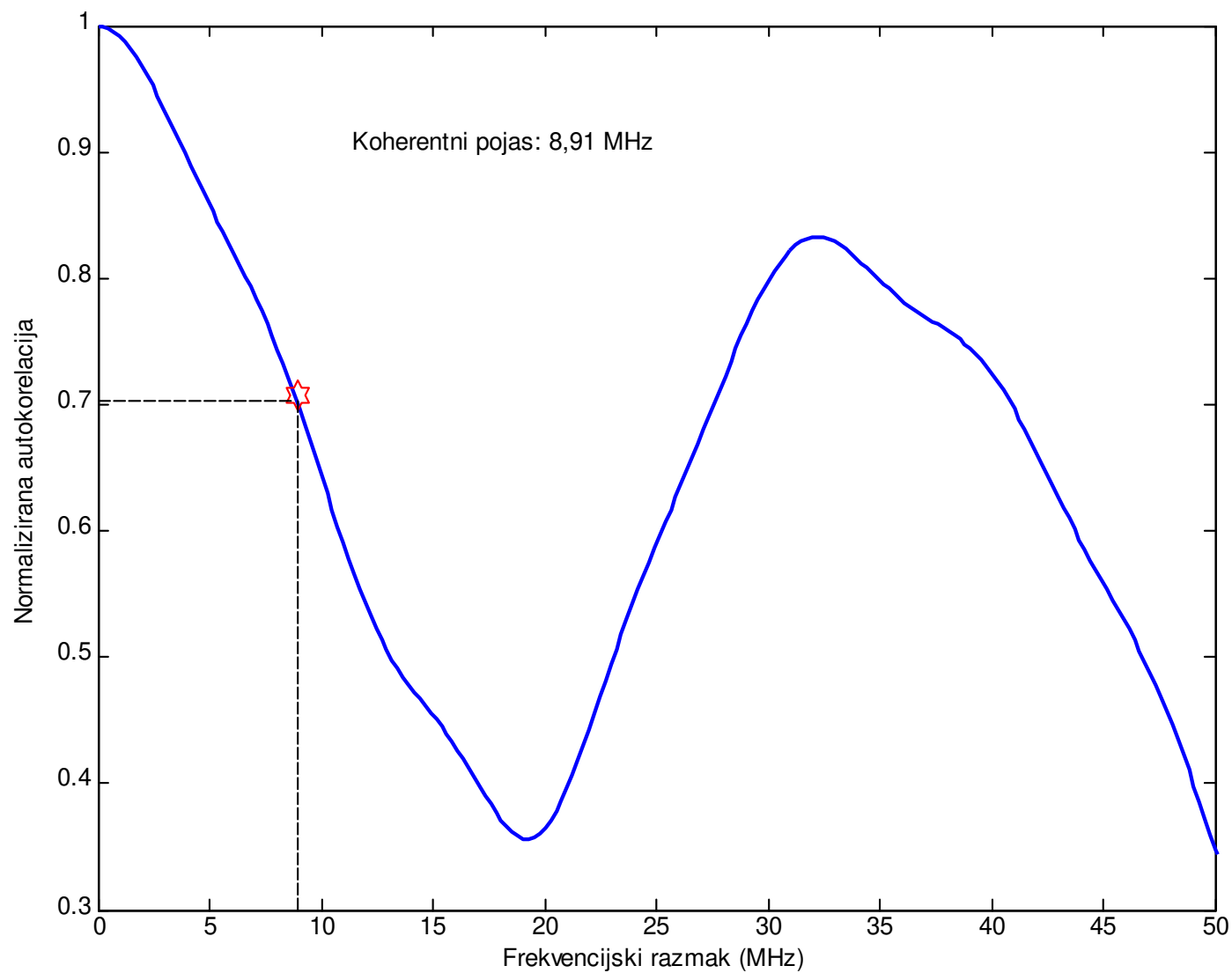
Dimenzije zgrada: 10 m x 7 m, širina ulice: 25 m

Visina prijarnika: 3 m

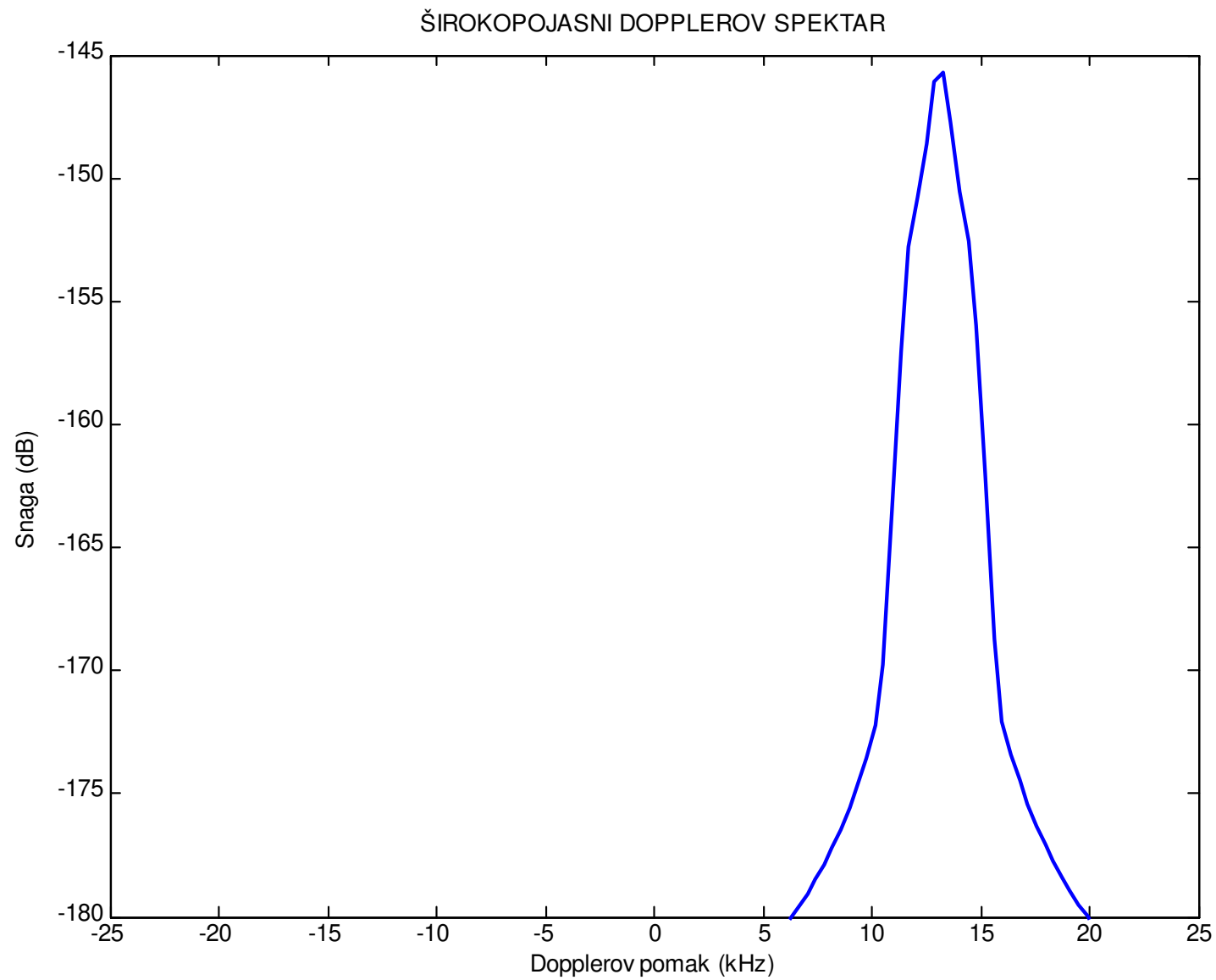
Impulsni odziv



Funkcija autokorelacije



Širokopojasni Dopplerov spektar



Neki postupci za poništavanje efekta višestaznog prijama u mobilnim sustavima

- ◆ Tehnika višestrukog prijama (Diversity Reception): prostorna, frekvencijska, kutna, polarizacijska, vremenska (na strani bazne postaje)
- ◆ Korištenje posebnih izvedbi antena (npr. GPS Choke Ring Antenna) i antenskih nizova
- ◆ Ekvilajzeri: imaju prijenosnu karakteristiku koja odgovara inverznoj prijenosnoj funkciji kanala; pošto je kanal vremenski promjenjiv, ekvilajzer mora biti adaptivan
- ◆ Potpuno poništavanje efekta višestaznog prijama rezultira prijenosnom karakteristikom bez distorzije. Impulsni odziv takvog kanala je jedan istaknuti i zakašnjeni šiljak, te pod pretpostavkom isključivo Gaussovog šuma u kanalu, možemo primijeniti analizu kao u poglavlju 2. Drugim riječima, tek ukoliko je višestazni prijam potpuno eliminiran stvorene su pretpostavke korištenja cijele raspoložive širine frekvencijskog pojasa. Postotak iskorištenja širine pojasa bez redukcije distorzije u kanalu može se procijeniti kao omjer koherentnog pojasa i raspoložive širine pojasa.

Literatura

- ◆ R. Steele: "Mobile Radio Communications", IEEE Press, Pentech Press, USA, 1995.
- ◆ J. D. Parsons: "The Mobile Radio Propagation Channel", Pentech Press London, GB, 1992.
- ◆ J. D. Gibson: "The Mobile Communications Handbook", CRC Press, IEEE Press
- ◆ V. K. Garg, J. E. Wilkes: "Wireless and Personal Communications Systems", Prentice Hall, Inc. USA, 1996.
- ◆ G. C. Hess: "Handbook of Land-Mobile Radio System Coverage", Artech House Boston – London, 1998.
- ◆ G. C. Hess: "Land-Mobile Radio System Engineering", Artech House Boston – London, 1993.
- ◆ J. Doble: "Introduction to Radio Propagation for Fixed and Mobile Communications, Artech House Boston – London, 1996.

Dodatak 1. Diracova δ -funkcija

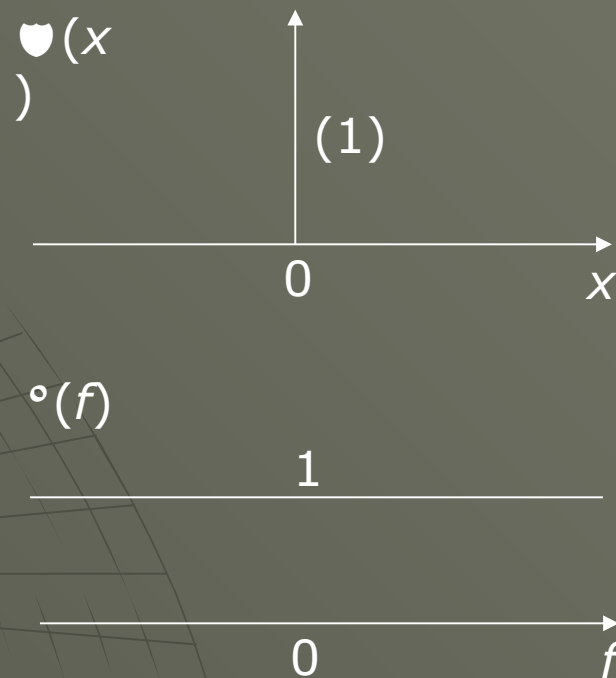
$$1. \delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

$$2. \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$$

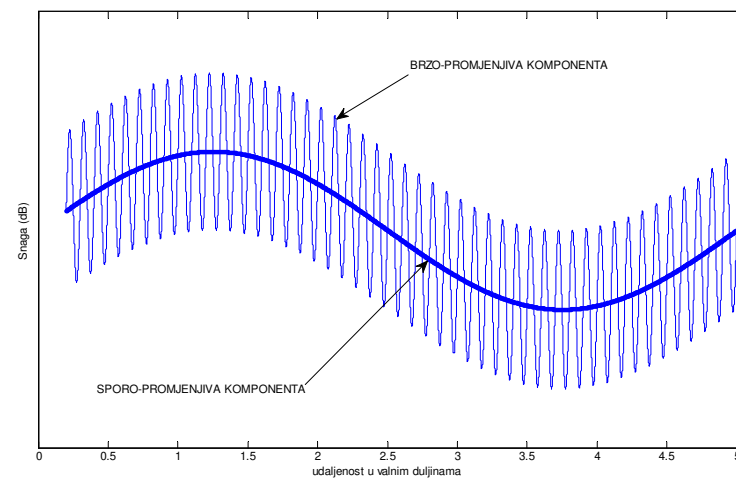
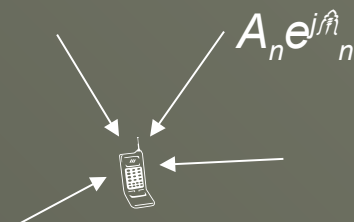
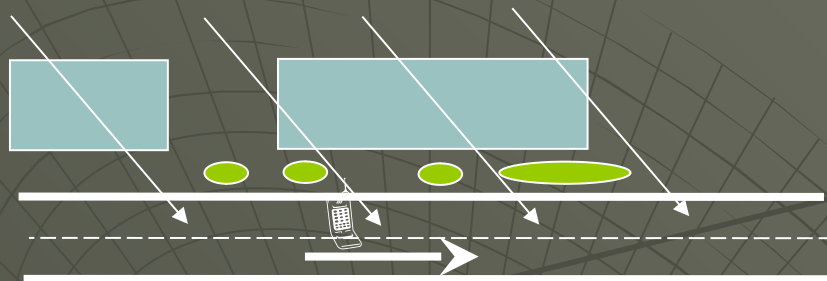
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0)$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0)$$

$$\Delta(f) = \mathfrak{T}[\delta(x)] = 1$$

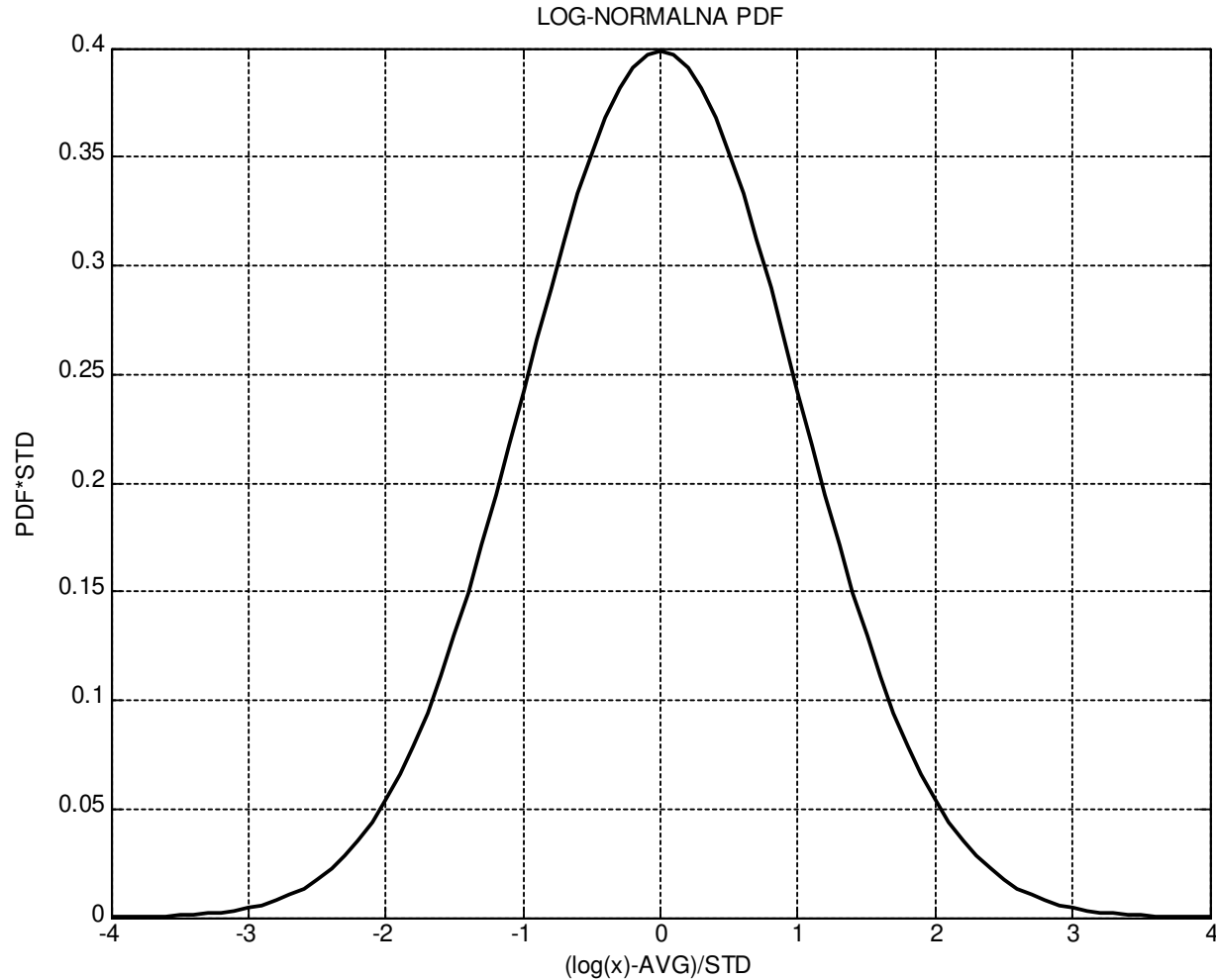


Brzi i spori fading



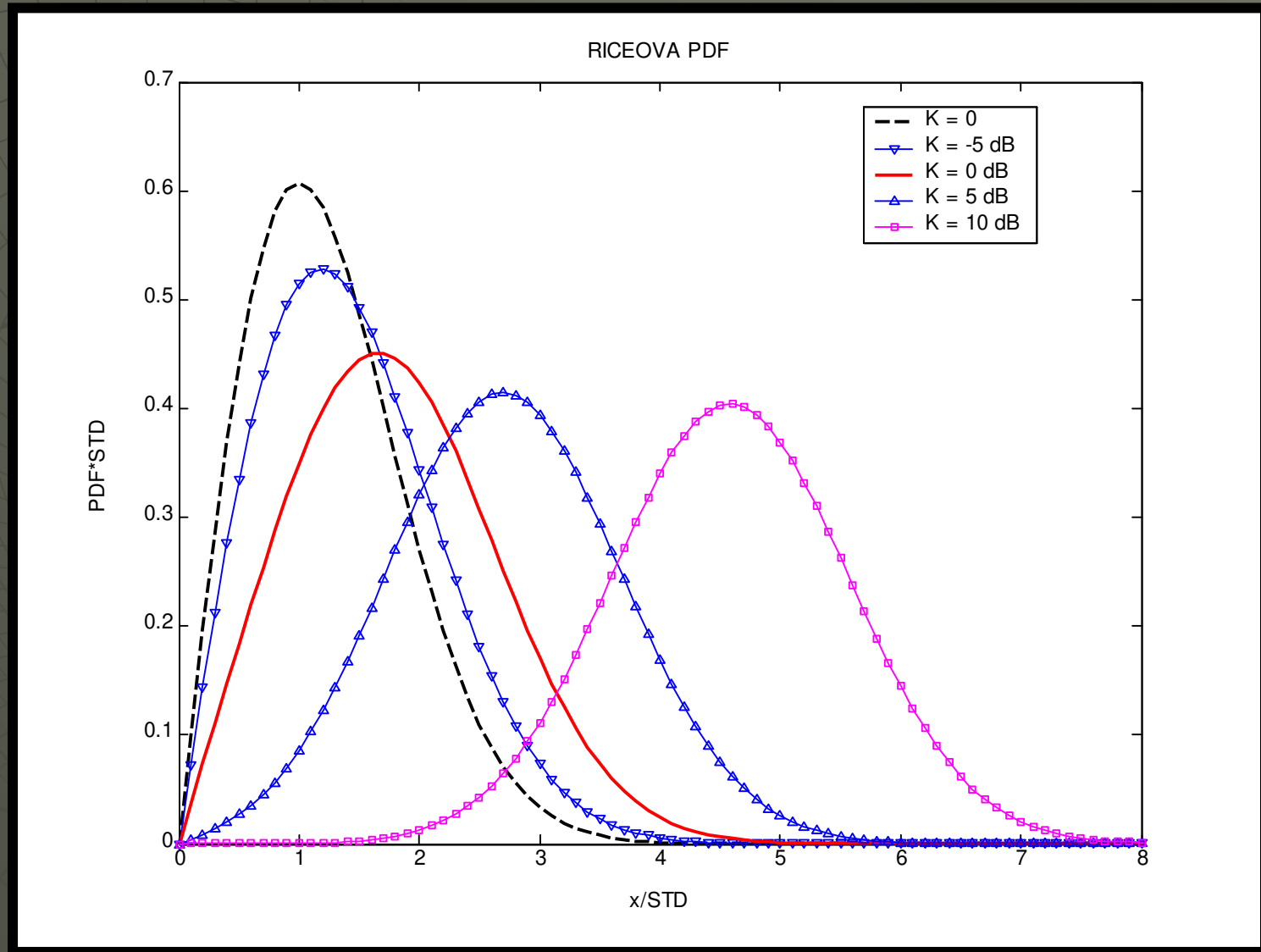
Dodatak 2a. Gaussova normalna i log-normalna PDF

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[- \left(\frac{x - \mu}{\sqrt{2}\sigma} \right)^2 \right]; y = \log x \Rightarrow p[y(x)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp \left[- \left(\frac{\log x - \mu}{\sqrt{2}\sigma} \right)^2 \right], x > 0$$



Dodatak 2b. Riceova i Rayleighova PDF

$$p(x;K) = \frac{x}{\sigma^2} \exp \left[- \left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma} \right)^2 \right] \exp(-K) I_0 \left(\frac{a}{\sigma} \sqrt{2K} \right) \Rightarrow p(x;K=0) = \frac{x}{\sigma^2} \exp \left[- \left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma} \right)^2 \right], \quad x > 0$$



Dodatak 3. Centralni granični teorem

- ◆ Promotrimo sumu:

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n,$$

gdje su x_1, x_2, \dots, x_n nezavisne slučajne varijable koje imaju istu distribuciju, ne nužno normalnu, s prosjekom μ i varijancom σ^2 .

Za veliki n distribucija slučajne varijable x teži normalnoj razdiobi, s prosjekom $n\mu$ i varijancom $n\sigma^2$.

Korijen sume kvadrata dviju slučajnih varijabli

- x i y nezavisne slučajne varijable normalne distribucije s jednakim varijancama i prosjekom nula:

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x) f_Y(y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

- prijelaz na polarne koordinate:

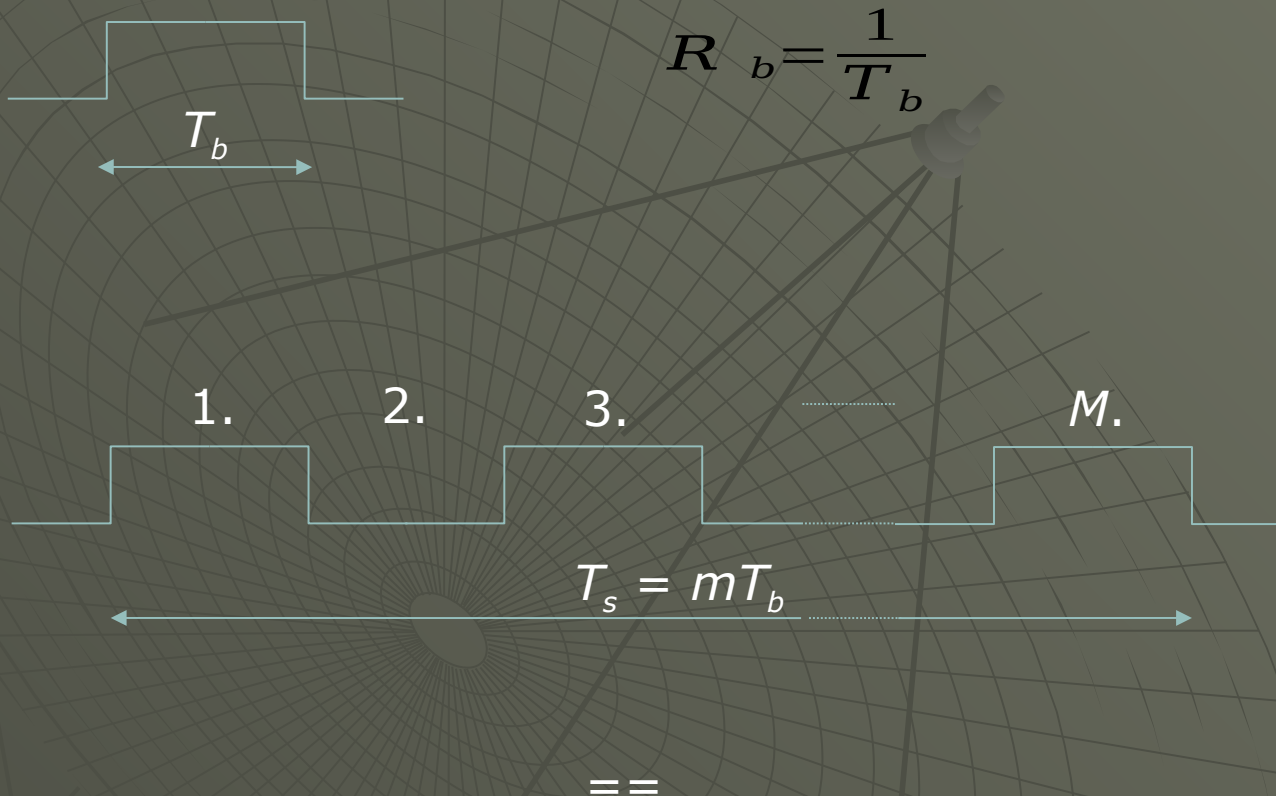
$$f_{R\theta}(x, y) = |J| f_{XY}(x, y)$$

$$|J| = |J(r, \theta)| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} \quad \text{- Jakobijan}$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned} \Rightarrow |J| = \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{vmatrix} = r \quad \& \quad r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow f_{R\theta}(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\left(\frac{r}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right]$$

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} f_{R\theta}(r, \theta) d\theta \Rightarrow \boxed{f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left[-\left(\frac{r}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right]} \quad \text{- Rayleighova PDF}$$

Brzine prijenosa bitova i simbola



HEX	
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
.	.
.	.
.	.
.	.
15	1 1 1 1

$m = 4$ bita

$M = 2^m = 16$ simbola

Realni signal i kompleksna reprezentacija

=A

$$x(t) = \text{Re} \left[A(t) e^{j\theta(t)} e^{j2\pi f_0 t} \right] = \text{Re} \{ \dots \}$$

$$x(t) = A(t) \left\{ \cos[\theta(t)] \cos 2\pi f_0 t - \sin[\theta(t)] \sin 2\pi f_0 t \right\}$$

$$x^{+}(t) = z(t) e^{j2\pi f_0 t}$$

$$z(t) = A(t) e^{j\theta(t)}$$

$$x(t) = \Re \{ \dots \}$$

$$\text{Re} [z(t)] = I(t) = A(t) \cos [\theta(t)]$$

$$\text{Im} [z(t)] = Q(t) = A(t) \sin [\theta(t)]$$

$$A(t) = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}$$

$$\theta(t) = \arctan \frac{Q(t)}{I(t)}$$