

ООPython

Задача 5. Численное решение ОДУ

Введение

Будем рассматривать следующие методы численного решения автономного ОДУ:

- (1) явный метод Эйлера 1-го порядка точности (реализован в `lecture_9_scalar_ode.ipynb`)
- (2) метод Эйлера с пересчетом 2-го порядка точности (реализован в `lecture_9_scalar_ode.ipynb`)
- (3) *любой* явный метод Рунге-Кутты 3-го порядка точности
- (4) явный метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности (реализован в `lecture_9_scalar_ode.ipynb`)
- (5) неявный метод трапеций 2-го порядка точности

Задание

Определение классов

Для каждого из методов (1)-(5) реализовать соответствующий класс *MethodName*, минимизировав суммарное число строк кода с помощью наследования. Каждый класс должен включать в себя как минимум следующее:

Поля:

- функция правой части ОДУ
- начальное условие
- множество точек сетки и ее параметры: кол-во точек, отрезков, шаг сетки
- массив для хранения значений численного решения
- начальный и конечный моменты времени

Методы:

- конструктор
- сеттеры для функции правой части, начального условия, параметров сетки
- решить ОДУ (timestepping - цикл по точкам сетки)
- построить график численного решения

Использование классов

Каждым из методов провести численное решение логистического уравнения и построить графики соответствующих решений.

Параметры функции правой части логистического уравнения:

- $\alpha = 0.2$
- $R = 1$

Параметры расчетной сетки:

- число отрезков разбиения $N = 200$
- $t_{\text{start}} = 0$
- $t_{\text{end}} = 40$

Начальное условие:

- $u(0) = 0.1$

При реализации неявного метода трапеций критерий остановки итераций метода Ньютона для решения нелинейного уравнения: $\left\| u_{n+1}^{(K)} - u_{n+1}^{(K-1)} \right\| \leq \varepsilon = 10^{-3}$.