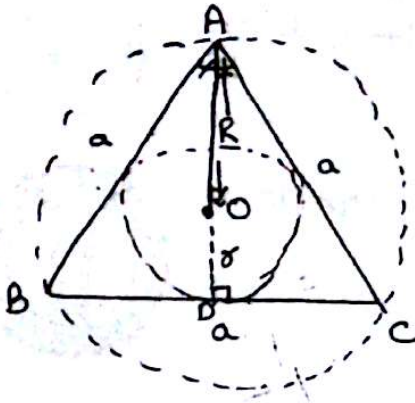


समबाहु त्रिभुज



$$\text{क्षेत्र} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{ऊँचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

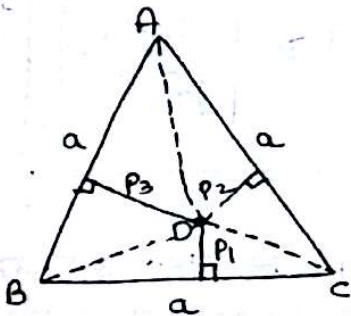
$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

अन्तः केन्द्र
परिकेन्द्र
लम्ब केन्द्र
केन्द्रक

माध्यिका
लम्ब बिभाजक
ऊँचाई
कोण बिभाजक

$$\frac{\text{परिवृत्त का क्षेत्र}}{\text{अन्तःवृत्त का क्षेत्र}} = \frac{4}{1}, \quad \frac{\text{परिवृत्त की त्रिज्या}}{\text{अन्तःवृत्त की त्रिज्या}} = \frac{2}{1}$$

#



$$\text{BDC क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times a \times P_1$$

$$\text{ADC क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times a \times P_2$$

$$\text{ABD क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times a \times P_3$$

$$\therefore \frac{1}{2} a P_1 + \frac{1}{2} a P_2 + \frac{1}{2} a P_3 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\therefore a = \frac{2}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a = P_1 + P_2 + P_3$$



① उस समबाहु त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करो जिसमें किसी बिन्दु से तीन लम्ब $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$ डाले गए।

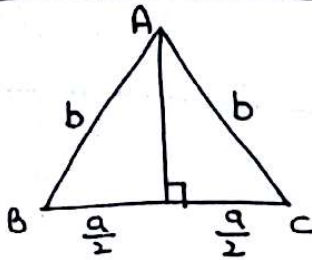
$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) = 16$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 16 \times 16 = 64\sqrt{3} \text{ Ans}$$



समद्विबाहु त्रिभुज

125

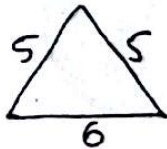


$$\text{ऊँचाई} = \frac{1}{2} \sqrt{4b^2 - a^2}$$

$$\text{क्षेत्र} = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$$

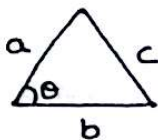


② इस त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करो जिसकी भुजाएँ 5, 5 व 6 cm हैं।



$$\text{क्षेत्र} = \frac{6}{4} \sqrt{100 - 36} \Rightarrow \frac{6}{4} \times 8 = 12 \text{ cm}^2 \text{ Ans}$$

विषमबाहु त्रिभुज



$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$r = \frac{A}{S}$$

$$\text{क्षेत्र} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

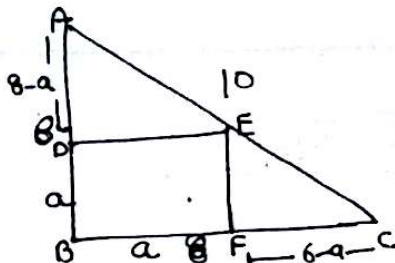
$$R = \frac{abc}{4A}$$

$$\text{क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin \theta$$

③ 5, 6 और 7 cm भुजा वाले त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करो

$$S = \frac{5+6+7}{2} = 9 \quad \text{क्षेत्र} = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

④ किसी समकोण त्रिभुज की भुजाएँ 6, 8, 10 cm हैं। इसके अन्दर बन सकने वाले बड़े से बड़े वर्ग का क्षेत्र ज्ञात करो।



$$\underbrace{\frac{1}{2} \times a \times (8-a)}_{\Delta ADE} + \underbrace{\frac{1}{2} (6-a)a}_{\Delta EFC} + \underbrace{a^2}_{\square BDEF} = 24$$

$$\Rightarrow 7a - a^2 + a^2 = 24$$

$$\boxed{a = \frac{24}{7}}$$

$$\text{क्षेत्र} = \left(\frac{24}{7}\right)^2 = \frac{576}{49}$$

$$A = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ cm}^2$$

किसी समकोण त्रिभुज में बनने वाले बड़े से बड़े वर्ग की भुजा \Rightarrow

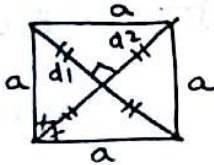
$$a = \frac{\text{आधार} \times \text{लंब}}{\text{आधार} + \text{लंब}}$$

OR $a = \frac{6 \times 8}{6+8} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$

क्षेत्र = $\left(\frac{24}{7}\right)^2 = \frac{576}{49}$ Ans.

#

वर्ग

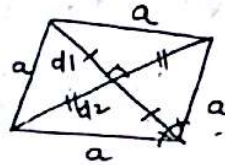


क्षेत्र = a^2

परिमाप = $4a$

$d_1 = d_2$

समचतुर्भुज



क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

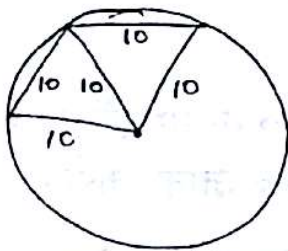
परिमाप = $4a$

$d_1 \neq d_2$

क्षेत्र = $a^2 \sin \theta$

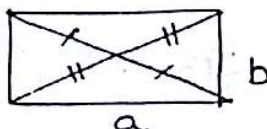


- 5) उस समचतुर्भुज का क्षेत्र ज्ञात करो जिसके 3 शीर्ष वृत्त की परिधि पर हैं तथा एक शीर्ष वृत्त के केन्द्र पर हैं।
वृत्त की त्रिज्या = 10 cm.



क्षेत्र = $2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10 \times 10\right)$
= $50\sqrt{3}$ Ans

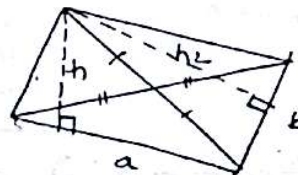
आयत



क्षेत्र = $a \times b$

परिमाप = $2(a+b)$

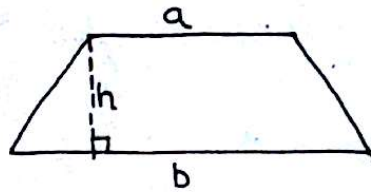
समानान्तर चतुर्भुज



क्षेत्र = $a \times h = b \times h$



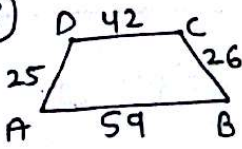
#

समलम्ब
चतुर्भुज

$$\text{क्षेत्र} = \frac{1}{2} (a+b) \times h$$

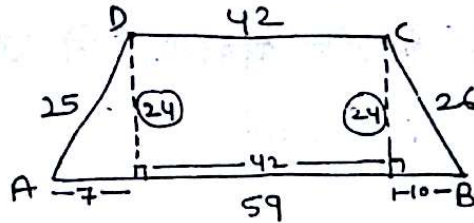
= 2 समानान्तर भुजाओं का
औसत $\times h$.

6



AB || CD

क्षेत्र ज्ञात करो:



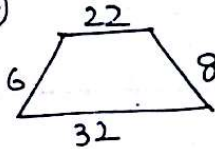
Triplet बन रहा है

$$7, 24, 25$$

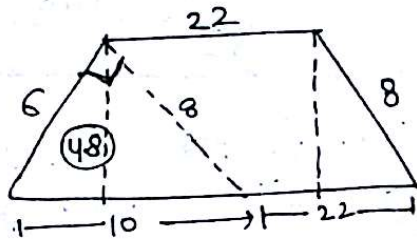
$$10, 24, 26$$

$$\text{क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times (42+59) \times 24 = 1212 \text{ cm}^2 \text{ Ans}$$

7

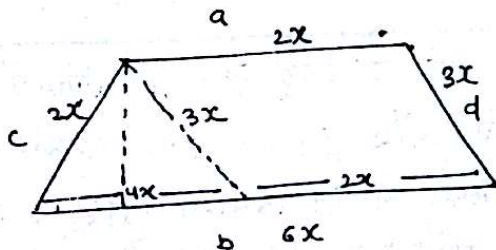


क्षेत्र = ?



$$\text{क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times (22+32) \times 4.8 = 129.6 \text{ Ans}$$

8 किसी समलम्ब चतुर्भुज में 2 समानान्तर भुजाओं का अनुपात 1:3 व असमानान्तर भुजाओं का अनुपात 2:3 है। यदि बड़ी समानान्तर भुजा तथा बड़ी असमानान्तर भुजा का अनुपात 2:1 है तो समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्र ज्ञात करो यदि इसकी ऊँचाई $\frac{15\sqrt{3}}{4} \text{ cm}$



$$\Delta \rightarrow 3 = \frac{2x+3x+4x}{2} = \frac{9x}{2}$$

$$\text{क्षेत्र (क्षेत्र)} = \sqrt{\frac{9x}{2} \times \frac{5x}{2} \times \frac{3x}{2} \times \frac{1x}{2}} = \frac{3x^2\sqrt{3}}{4}$$

$$a : b : c : d$$

$$1x : 3x : 2 : 3$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$2 \quad \quad \quad 1$$

$$2x : 6x : 2x : 3x$$

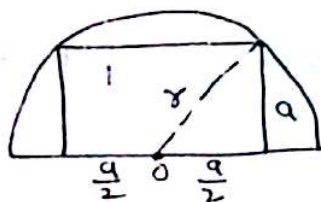
$$\therefore \frac{1}{2} \times 4x \times \frac{15\sqrt{5}}{4} = \frac{3x^2\sqrt{5}}{4}$$

$$x = 10$$



$$\text{समलंब चतुर्भुज का क्षेत्र} = \frac{1}{2} (20+60) \times \frac{15\sqrt{5}}{4} = 150\sqrt{5} \text{ Ans}$$

- 9) 8 cm त्रिज्या वाले किसी अर्धवृत्त में बनने वाले बड़े से बड़े वर्ग की भुजा ज्ञात करो।



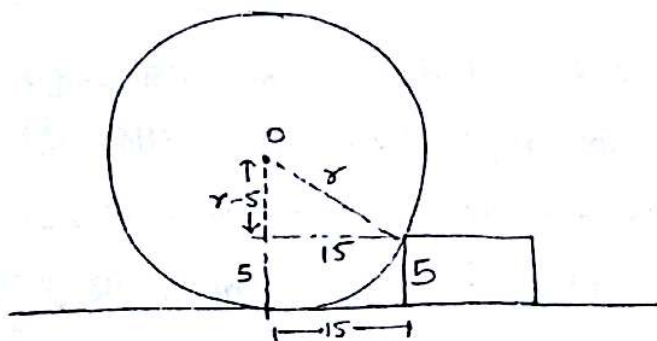
$$r^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$r = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

$$a = \frac{2r}{\sqrt{5}} \text{ Ans}$$



- 10) एक पट्टिये के आगे 5 cm की स्क ईंट रखी गई। ईंट से पट्टिये के बीच की दूरी (जहाँ पर पट्टिये ने जमीन को स्पर्श किया हुआ है) 15 cm है। पट्टिये की त्रिज्या ज्ञात करो।

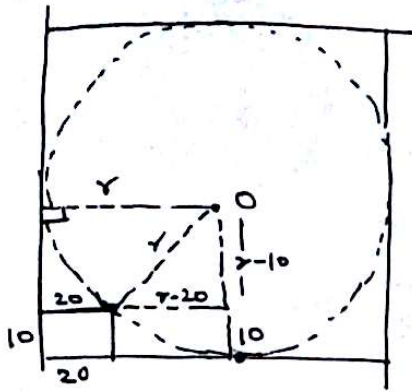


$$r^2 = (r-5)^2 + 15^2$$

$$r = 25$$



- 11) किसी वर्ग के अन्दर बनने वाले बड़े से बड़े वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो। यदि वर्ग के कोने में वर्ग और वृत्त के बीच खाली जगह में 20 cm लम्बा और 10 cm चौड़ा स्क आयत बनाया जाए। आयत के तीन शीर्ष वर्ग पर तथा स्क शीर्ष वृत्त की परिधि पर हैं

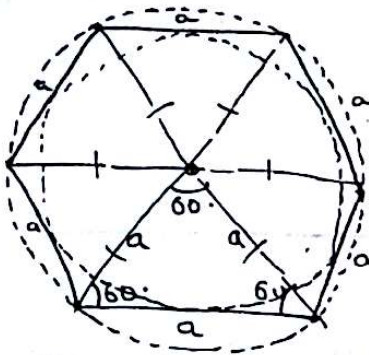


$$r^2 = (r-10)^2 + (r-20)^2$$

$$r = 50$$



षट्भुज



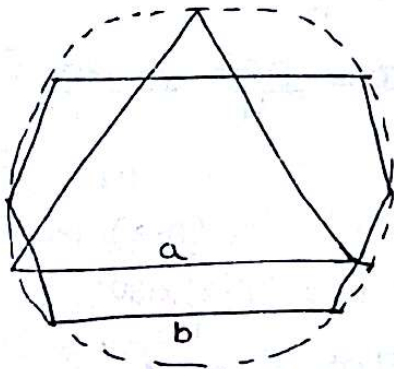
$$\text{क्षेत्र} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

परिवृत्त की त्रिज्या (R) = a

अन्तःवृत्त की त्रिज्या (r) = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

(12) किसी वृत्त के अन्दर बनने वाले समबाहु त्रिभुज और षट्भुज की भुजाओं की लम्बाई का अनुपात क्या होगा



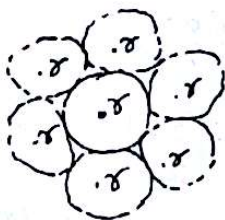
$$r = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ (}\Delta \text{ से)}$$

$$r = b \text{ (षट्भुज से)}$$

$$\frac{a}{\sqrt{3}} = b \quad \therefore \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{1} \text{ सिद्ध}$$



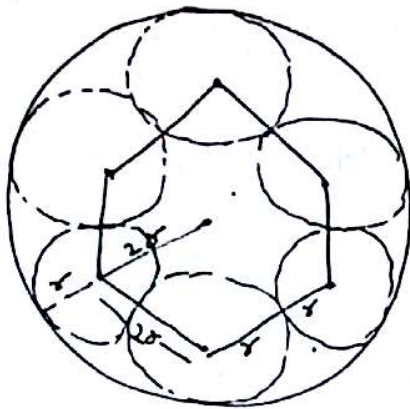
#



r cm त्रिज्या वाले किसी वृत्त के चारों ओर समान त्रिज्या के 6 वृत्त बनाए जा सकते हैं जो वास्तविक वृत्त को और 2 और वृत्त को स्पर्श करेंगे।

13

130



$$R = 10$$

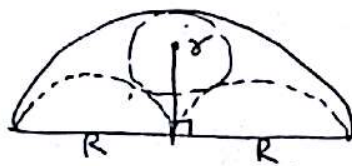
$$r = ?$$



$$3r = 10$$

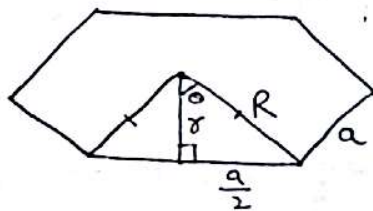
$$r = \frac{10}{3} \text{ Ans}$$

#



$$r = \frac{R}{3}$$

#



किसी भी बहुभुज की परिवृत्त की त्रिज्या

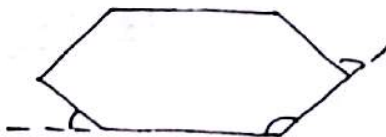
$$R = \frac{a}{2} \operatorname{cosec} \frac{180^\circ}{n}$$

किसी भी बहुभुज की अन्तःवृत्त की त्रिज्या

$$r = \frac{a}{2} \cot \frac{180^\circ}{n}$$

n भुजाओं वाले किसी भी बहुभुज का क्षेत्रफल = $\frac{n a^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n}$

#



सभी अन्तः कोणों का योग = $(n-2) \times 180^\circ$

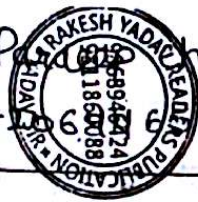
प्रत्येक अन्तः कोण = $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

सभी बाह्य कोणों का योग = 360°

प्रत्येक बाह्य कोण = $\frac{360^\circ}{n}$

विकर्णों की संख्या = $\frac{n(n-3)}{2}$





- 14) किसी बहुभुज के भुजाओं की संख्या ज्ञात करो यदि इसके विकर्णों की संख्या 27 है तो -

$$\frac{n(n-3)}{2} = 27$$

$$n(n-3) = 54$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$9 \times 6$$

$$\therefore n=9 \text{ Ans}$$



- 15) किसी बहुभुज में प्रत्येक बाह्य व अन्तः कोण का अनुपात 2:3 है। भुजाओं की संख्या ज्ञात करो।

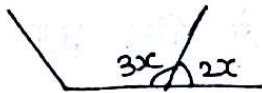
$$5x = 180^\circ - 360^\circ = -360^\circ \quad (\text{अन्तः + बाह्य} = 360^\circ)$$

$$x = 36$$

$$2x = 72^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 72^\circ$$

$$n=5$$



- 16) 10 cm भुजा वाले किसी वर्ग के कोनों को काटकर अष्टभुज बनाया गया। अष्टभुज की भुजा ज्ञात करो :

$$(*) \text{ किसी अष्टभुज का क्षेत्रफल} = 2a^2(1+\sqrt{2})$$

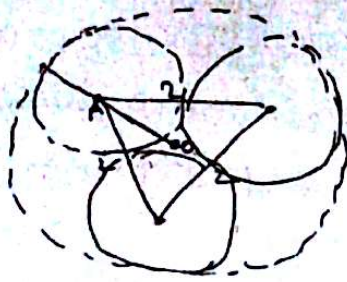
$$(*) \text{ वर्ग की भुजा} = \text{अष्टभुज की भुजा} (\sqrt{2}+1)$$

$$10 = \text{अष्टभुज की भुजा} (\sqrt{2}+1)$$

$$\text{अष्टभुज की भुजा} = \frac{10}{(\sqrt{2}+1)} \text{ Ans}$$



- 17) 1 cm त्रिज्या वाले 3 वृत्त एक दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं तीनों वृत्तों के बाहर बनने वाले परिवृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



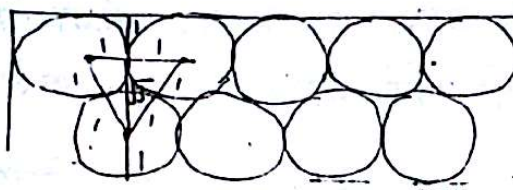
$$R = \frac{r}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad (A0)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{क्षेत्र} = \pi R^2 = \pi \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right)^2$$



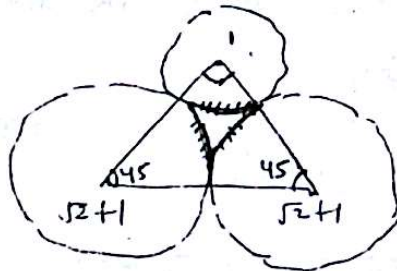
- (18) किसी आयताकार शीट की लं० 10 cm है। इसकी कम से कम चौड़ाई क्या होगी ताकि इसमें से 1 cm त्रिज्या की 9 वृत्ताकार शीट काटी जा सके।



$$\text{ऊँचाई} = \sqrt{3} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$\text{चौ०} = (2 + \sqrt{3}) \text{ cm}$$

- (19) 1 cm, $(\sqrt{2}+1)$ cm, $(\sqrt{2}+1)$ cm त्रिज्या वाले तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं। उनके बीच की common चाप की लंबाई ज्ञात करो।



$$\frac{90^\circ}{180} \pi (1) + \frac{45^\circ}{180} \pi (\sqrt{2}+1) \times 2$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} (\sqrt{2}+1)$$

$$\frac{\pi}{2} [1 + \sqrt{2} + 1]$$

$$= \frac{\pi}{2} [2 + \sqrt{2}] \text{ Ans}$$

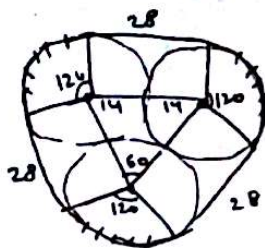


$$\text{Arc} = \frac{\theta}{180} \pi r$$

सिर्फ दो परिस्थितियों में चाप निकाल सकते हैं
या तो Δ समबाहु हो
या फिर समकोण समबाहु हो।



- (20) इस छोटे से छोटे रबर बैंड की लम्बाई ज्ञात करो जो 14 cm त्रिज्या वाले तीन वृत्तों को बांध सकता है।



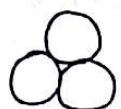
$$\frac{120}{180} \times \pi \times 14 \times 3 = 88$$

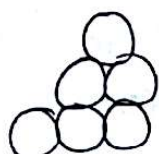
$$28 \times 3 = 84$$

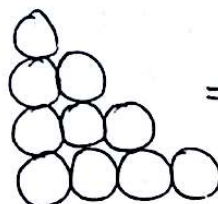
$$\therefore \text{रबर बैंड की लं०} = 88 + 84 = 172 \text{ cm}$$



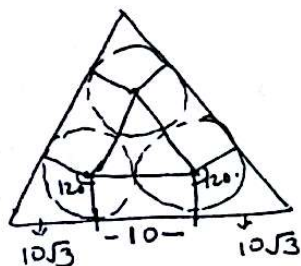
#

 \Rightarrow रबर बैंड की लं० = $3D + 3\pi r$

 \Rightarrow रबर बैंड की लं० = $6D + 2\pi r$

 \Rightarrow रबर बैंड की लं० = $9D + 2\pi r$

(21)



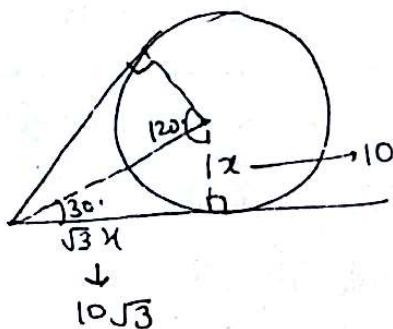
त्रिज्या = 10 त्रिभुज का परिमाप ज्ञात करो

परिमाप =

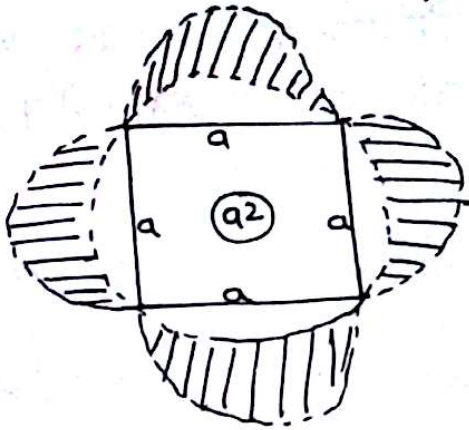
$$3(20 + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3})$$

$$60 + 60\sqrt{3}$$

$$60(1 + \sqrt{3}) \text{ Ans.}$$

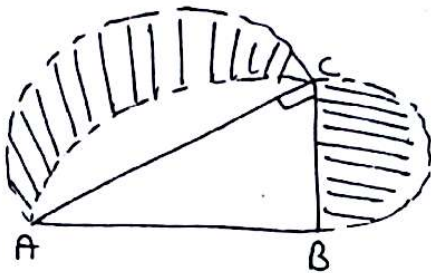


#



छायांकित भाग का क्षेत्रफल = a^2 (वर्ग का क्षेत्रफल)
जिस पर बना हुआ है

22



$\angle ABC$ का क्षेत्रफल = 50
छायांकित भाग का क्षेत्रफल
जात करो.

\therefore छायांकित भाग का क्षेत्रफल = 50 Ans

