

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Нейронная сеть Хопфилда</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Сеть Хопфилда как метод прогнозирования цен акций фондового рынка</b>	<b>6</b>
3.1	Технические индикаторы . . . . .	6
3.2	Теории технического анализа . . . . .	8
3.3	Полносвязная нейронная сеть . . . . .	10
3.4	Работа системы в целом . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Применение нейронной сети Хопфилда для прогнозирования цен акций российского фондового рынка</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Список литературы</b>	<b>13</b>

# 1 Введение

Рост финансовых рынков, а также увеличение числа частных инвесторов в недавнее время создают спрос на появление эффективных инструментов для прогнозирования цен акций и других активов. Точные прогнозы критически важны для принятия обоснованных инвестиционных решений, снижения рисков и увеличения прибыли. Однако фондовый рынок подвержен влиянию множества факторов, таких как макроэкономические показатели, политические события и настроения инвесторов. Это делает задачу прогнозирования сложной и требует применения продвинутых аналитических методов. Именно поэтому необходимы новые подходы, которые смогут учитывать нелинейность и сложность процессов, влияющих на поведение цен акций. [1]

Один из подходов к прогнозированию цен акций на фондовом рынке основан на применении нейронной сети Хопфилда [2]. Сеть Хопфилда — это вид рекуррентной нейронной сети, которая может служить в качестве ассоциативной памяти. Одной из ключевых особенностей таких сетей является их способность восстанавливать полные, запомненные в ходе обучения образы из частичных или зашумленных входных данных [3]. Сеть Хопфилда состоит из одного слоя нейронов, где каждый нейрон связан со всеми остальными, кроме самого себя. Связь сети Хопфилда со статистической механикой и нейрофизиологией человека привела к её применению в различных областях, включая физику, нейробиологию [4] и машинное обучение [5].

Авторы статьи [2] предлагают использовать для изучения поведения фондового рынка сочетание технических индикаторов, теорий технического анализа, полносвязных нейронных сетей и нейронной сети Хопфилда. Полученный в ходе исследования результат показал перспективность данного подхода в уменьшении риска торговли на бирже, а также в принятии более выгодных инвестиционных решений.

## 2 Нейронная сеть Хопфилда

Классическая дискретная сеть Хопфилда представляет из себя однослойную рекуррентную нейронную сеть со знаковой функцией активации:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0; \\ -1, & \text{если } x < 0; \\ \text{не определена,} & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

Сеть Хопфилда состоит из  $N$  нейронов, где каждый нейрон связан со всеми остальными, кроме самого себя. У сети имеется  $N$  входов и  $N$  выходов, состоящих из сигналов  $+1$  или  $-1$  (Рис. 1).

Активность нейрона в каждый момент времени дискретна и может принимать значение  $+1$ , что соответствует состоянию «возбуждения», и  $-1$ , что отвечает «торможению». Эта дискретность отражает нелинейный, пороговый характер функционирования нейрона и известный из нейробиологии принцип «все или ничего» [6].

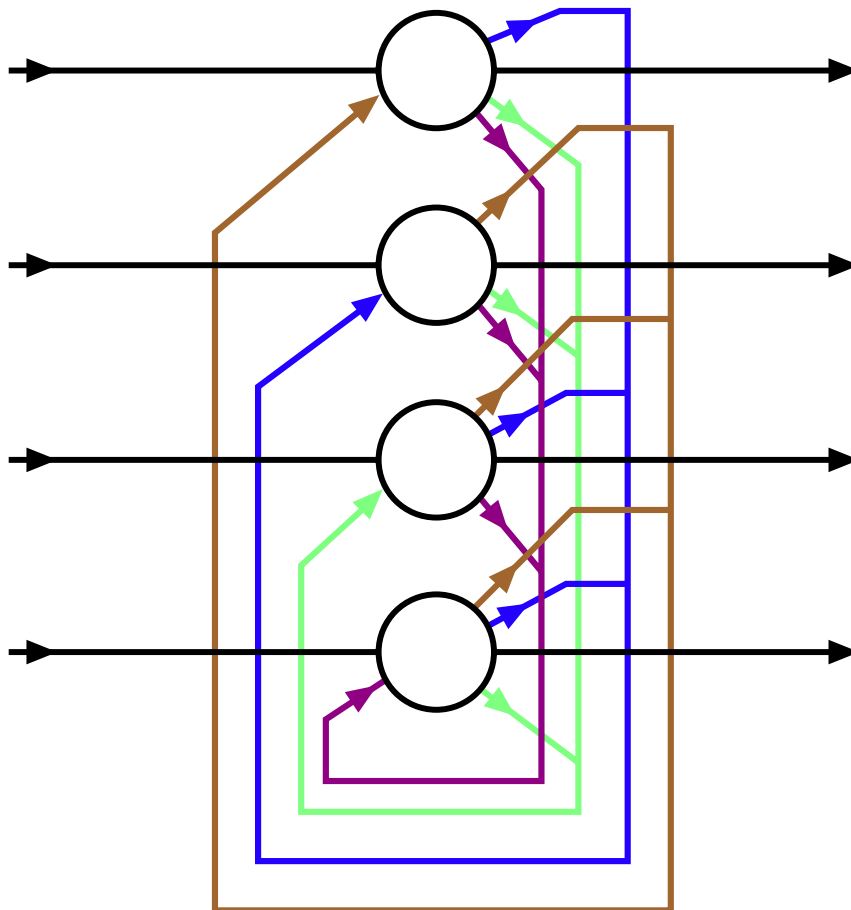


Рис. 1: Нейронная сеть Хопфилда при  $N = 4$ .

Математически работу сети можно описать следующим образом:

$$s(t+1) = \text{sign}(Ws(t)),$$

где  $s(t) \in \{+1, -1\}^N$  — состояние сети в момент  $t$ ,  $s(0) = x \in \{+1, -1\}^N$  — входной сигнал,  $W \in \mathbb{R}^{N \times N}$  — матрица весов.

Обучение нейронной сети представляет из себя процесс нахождения матрицы весов  $W$  по заданному набору из  $M$  эталонных образов  $\{X_\mu\}_{\mu=\overline{1,M}}$ ,  $X_\mu \in \{+1, -1\}^N$ . Этот процесс проводится по правилу обучения Хебба:

$$W_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^M X_\mu^i X_\mu^j \text{ при } i \neq j, W_{ii} = 0.$$

Важным свойством сети Хопфилда является возможность «запоминания»  $M$  эталонных образов, использованных для обучения матрицы весов. Сущность «запоминания» состоит в том, что состояния сети  $s(t)$  при увеличении  $t$  сходятся к эталонным образам  $X_\mu$ , то есть эти образы являются аттракторами сети Хопфилда как динамической системы [6].

Как было показано [3, 7], это достигается тем, что ключевые образы являются локальными минимумами функции энергии сети, которая для рассматриваемой модели играет роль функции Ляпунова. Энергия сети — следующая функция:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} s_i s_j,$$

где  $s_i$  — состояние  $i$ -го нейрона,  $i \in \overline{1, N}$ .

Таким образом, применение обученной сети Хопфилда к входу  $x$  сводится к обновлению состояния сети с начальным состоянием  $s(0) = x$ , повторяемому до тех пор, пока динамика сети не выйдет на аттрактор, то есть, пока  $s(t+1) \neq s(t)$ . Существует 2 различных режима обновления состояния сети: синхронный и асинхронный. При асинхронном режиме только один нейрон обновляет своё состояние за один раз. Этот нейрон может быть выбран случайно или по заданному порядку. При синхронном режиме все нейроны обновляются одновременно.

Стоит отметить, что сеть Хопфилда может не сойтись или сойтись к «ложному» аттрактору. Необходимое условие сходимости сети — асинхронный режим работы обновления состояний [8]. «Ложные» аттракторы представляют из себя локальные минимумы энергии сети, состоящие из частей эталонных образов, в частности, они могут иметь вид тривиальных векторов, состоящих из одних  $+1$  или  $-1$ . Они возникают в ситуациях, когда количество эталонных образов превышает возможности сети по их «запоминанию». Количество образов, которая сеть может «эффективно запомнить», можно оценить сверху [9]:

$$M \cong \frac{N}{2 \log_2(N)}.$$

Существуют алгоритмы обучения сети Хопфилда, которые существенно увеличивают это количество [10].

### 3 Сеть Хопфилда как метод прогнозирования цен акций фондового рынка

Волатильность и непредсказуемость фондового рынка представляют собой серьезный вызов для инвесторов и аналитиков, требуя разработки эффективных методов прогнозирования цен акций. Традиционные подходы часто оказываются неспособными учитывать сложные взаимосвязи и нелинейные зависимости, определяющие поведение рынка [11].

В такой сфере нашла применение система, основанная на использовании нейронной сети Хопфилда [2]. Работа системы включает в себя обработку входных данных, содержащих информацию о состоянии фондового рынка, различными техническими индикаторами фондового рынка, моделями технического анализа, а также полносвязной нейронной сетью. Результат обработки данных подаётся на вход сети Хопфилда, которая принимает итоговое решение о покупке определённого актива.

#### 3.1 Технические индикаторы

Технические индикаторы, или индикаторы технического анализа, представляют из себя некоторые преобразования или агрегации данных, возвращающие сигнал о том, стоит ли держать, покупать (положительный сигнал) или продавать (отрицательный сигнал) акцию.

Для работы индикаторов часто вычисляются величины:

- $C(k)$  — цена закрытия акции в день  $k$ ;
- $V(k)$  — объём торгов акции в день  $k$ ;
- $EMA_{N,f}(k) = \frac{f(k) + af(k-1) + a^2f(k-2) + \dots + a^{N-1}f(k-N+1)}{1 + a + a^2 + \dots + a^{N-1}}$  — Экспоненциально взвешенное скользящее среднее в день  $k$  с коэффициентом  $a$ ,  $0 < a < 1$ ;
- $SMA_{N,f}(k) = \frac{f(k) + f(k-1) + f(k-2) + \dots + f(k-N+1)}{N}$  — простое скользящее среднее в день  $k$ ;
- $H(k, N)$  — максимальная цена акции за последние  $N$  дней перед днём  $k$ ;
- $L(k, N)$  — минимальная цена акции за последние  $N$  дней перед днём  $k$ ;
- $SD(k)$  — стандартное отклонение цены акции в день  $k$ ;
- $U(k) = |C(k) - C(k-1)|[C(k) > C(k-1)]$  — рост цены акции в день  $k$ ;
- $D(k) = |C(k-1) - C(k)|[C(k-1) > C(k)]$  — падение цены акции в день  $k$ .

Используемые индикаторы технического анализа:

1. Скорость изменения (Rate of Change). Рассчитывается для  $N = 5, 10, 20$ , возвращает положительный сигнал при пересечении с нулевой линией снизу вверх:

$$ROC(k, N) = \frac{C(k)}{C(k-N)};$$

2. Индекс относительной силы (Relative Strength Index). Положительный сигнал — при значении больше 80, отрицательный — при значении меньше 20:

$$RSI(k, N) = 100 - \frac{100}{1 + \frac{EMA_{N,U}(k)}{EMA_{N,D}(k)}};$$

3. Стохастический осциллятор (Stochastic Oscillator). Возвращает отрицательный сигнал при значении выше 70, положительный — при значении меньше 30:

$$K\%D(k) = 100 \frac{C(k) - L(14)}{H(14) - L(14)};$$

4. Схождение/расхождение скользящих средних (Moving Average Convergence/Divergence) и сигнальная линия (Signal Line). Положительный сигнал возникает при пересечении линии MACD с линией SL снизу вверх, и отрицательный — наоборот:

$$\begin{aligned} MACD(k) &= EMA_{12,C}(k) - EMA_{26,C}(k), \\ SL(k) &= EMA_{9,MACD}(k), \end{aligned}$$

где  $MACD$  — линия схождения/расхождения,  $SL$  — сигнальная линия;

5. Индекс накопления/распределения (Accumulation/Distribution). Цена растет и A/D растет — это подтверждает восходящий тренд:

$$AD(k) = V(k) \frac{C(k) - L(k, 1) - [H(k, 1) - C(k)]}{H(k, 1) - L(k, 1)};$$

6. Осциллятор Боллинджера (Bollinger Oscillator). Значение больше 2 означает отрицательный сигнал, а меньше 2 — положительный:

$$BOS(k, N) = \frac{C(k + N - 1) - SMA_{N,C}(k)}{SD(k)};$$

7. Индикатор DPO (Detrend Price Oscillator). Значение больше 0 — положительный сигнал, иначе отрицательный:

$$DPO(k, N) = C(k) - SMA_{\frac{N}{2}+1,C}(k);$$

8. Верхняя и нижняя полосы Боллинджера (Bollinger Bands). Возвращает положительный сигнал при цене закрытия выше верхней полосы и отрицательный сигнал при цене закрытия ниже нижней полосы:

$$\begin{aligned} UL(k, N) &= SMA_{N,C}(k) + 2\sqrt{\frac{\sum_{i=k}^{k-N} (C(i) - SMA_{N,C}(i))^2}{N}}, \\ DL(k, N) &= SMA_{N,C}(k) - 2\sqrt{\frac{\sum_{i=k}^{k-N} (C(i) - SMA_{N,C}(i))^2}{N}}, \end{aligned}$$

где  $UL$  — верхняя полоса,  $DL$  — нижняя полоса;

9. Канал Дончяна (Donchian channel indicator) — сигнал покупать, когда цена акций выше 10-дневного максимума, и продавать, когда цена акций ниже 20-дневного минимума;

### 3.2 Теории технического анализа

Теории технического анализа дополняют технические индикаторы, преобразовывая их нелинейно или совмещая. Полученные результаты составляют новые технические индикаторы. В работе используются три теории.

1. Преобразование Фишера. Данное преобразование применяется в ситуациях, когда распределение изменения цен акций не соответствует нормальному. После применения этого преобразования данные становятся ближе к нормальному распределению, и к ним становится возможным применение различных статистических методов [12]:

$$Fisher(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right).$$

Обратное преобразование Фишера также находит своё применение. Оно разносит значения входных данных ближе к +1 и -1, что подходит для построения индикатора:

$$Fisher^{-1}(y) = \frac{e^{2y} - 1}{e^{2y} + 1};$$

В данной работе обратное преобразование Фишера применяется к значению RSI[2]:

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{10}(RSI - 50), \\y &= 50(Fisher^{-1}(x) + 1),\end{aligned}$$

где к результату  $y$  применяется правило поиска сигнала для RSI.

2. Теория чисел Ишимоку. Теория заключается в построении специальных кривых, агрегирующих цену закрытия акций за различные промежутки времени, и в их последующем анализе.

Всего пять линий:

- (a) Tenkan линия (Tenkan Line) — TL,
- (b) Kijun линия (Standard Line) — SL,
- (c) Senkou A линия (First line of the range) — 1S,
- (d) Senkou B линия (Second line of the range) — 2S,
- (e) Chikou линия (Delayed Line) — DL:

$$\begin{aligned}
TL(k) &= \frac{H(k, 10) + L(k, 10)}{2}, \\
SL(k) &= \frac{H(k, 20) + L(k, 20)}{2}, \\
DL(k) &= C(k - 21), \\
1S(k) &= \frac{SL(k) + TL(k)}{2}, \\
2S(k) &= \frac{H(k - 10, 10) + L(k - 10, 10)}{2}.
\end{aligned}$$

Согласно теории, сигналы на покупку поступают при следующих условиях: TL пересекает SL снизу вверх; значение DT выше, чем текущая цена закрытия акции; текущая цена закрытия акции выше 2S. В то же время сигналы на продажу появляются при условиях: SL пересекает TL снизу вверх; значение DT ниже, чем текущая цена закрытия акции; текущая цена закрытия акции ниже 1S. Инструмент выдаёт общий положительный сигнал, если сигналов на покупку больше, чем два, и отрицательный в ином случае.

3. Фрактальный анализ. Данная теория была представлена в 1994 году и с тех пор активно развивается [13]. Она основывается на поиске и анализе фракталов в различных задачах. В контексте фондового рынка предполагается, что графики цен акций состоят из фракталов, анализ размерности которых позволяет понять рисунок графика будущих цен акций.

Размерность фрактала  $D$  за промежуток времени  $T$  может быть найдена следующим образом:

$$\begin{aligned}
N_{1T}(k) &= \frac{H(k, T) + L(k, T)}{T} \\
N_{2T}(k) &= \frac{H(k - T, T) + L(k - T, T)}{T} \\
N_{0-2T}(k) &= \frac{H(k, 2T) + L(k, 2T)}{2T} \\
D &= \frac{\ln(N_{1T} + N_{2T}) - \ln(N_{0-2T})}{\ln(2)}.
\end{aligned}$$

После вычисления размерность используется для построения фрактального скользящего среднего. Оно представляет из себя экспоненциально скользящее среднее с коэффициентом  $a$ :

$$a = \exp(-4.6(D - 1)).$$

Фрактальное скользящее среднее формирует положительный сигнал при пересечении с графиком цены закрытия акций снизу вверх и отрицательный иначе. Также существует стратегия с использованием фрактальных скользящих с разными периодами. Так, пересечение скользящей с коротким периодом со скользящей с длинным периодом снизу вверх означает положительный сигнал.



### 3.3 Полносвязная нейронная сеть

Один из этапов обработки информации о фондовом рынке — обработка полносвязной нейронной сетью [14]. Для этого входные данные, состоящие из цен закрытия акций, их объёма, а также сигналов и значений, полученных техническими индикаторами и теориями технического анализа, делятся в пропорции 70:30 на обучающую и тестовую выборку, а затем линейно нормируются для каждой выборки отдельно по формуле:

$$0.8 \frac{value}{value_{max}} + 0.1.$$

На обучающей выборке проходит процесс обучения нескольких полносвязных нейросетей с одним скрытым слоем и различными значениями размерности этого слоя:  $n+1$ ,  $3n$ ,  $2n+1$ ,  $2n-1$ , где  $n$  — размерность входного слоя, а также различными функциями активаций: сигмодой и гиперболическим тангенсом. Каждая нейронная сеть содержит ровно 2 нейрона в выходном слое и пытается спрогнозировать падение или рост цены (бинарная классификация), оптимизируя логистическую функцию потерь (Log Loss). Для каждой архитектуры тренируются 8 экземпляров, при этом для каждого из них случайно выбирается признаковое подпространство входных данных с размерностью в диапазоне от 4 до 6, то есть  $n \in \overline{4, 6}$ . Среди всех представителей выбирается лучший, согласно значению функционала качества на тестовой выборке.

Итоговая нейронная сеть предсказывает рост или падение цены акции, а значит, полученный инструмент можно рассматривать как способ получения сигнала на покупку или продажу.

### 3.4 Работа системы в целом

Для работы системы необходимы данные о ценах акций фондового рынка и их объёме продаж, причём как минимум за 40 последних торговых дней (это условие для построения индикаторов). Эта информация обрабатывается инструментами технического анализа и техническими индикаторами, а затем нейронной сетью. Полученный набор сигналов о покупке или продаже для каждого дня торгов, избавленный от повторов и наборов, подходящих как для дней с ростом цен акций, так и для дней с падением цен акций, поступает на обучение сети Хопфилда, которое представляет из себя их «запоминание» сетью. Использование системы для конкретного дня торгов для прогнозирования падения или роста цены акции состоит в построении сигналов для этого дня и применении к ним сети Хопфилда. Сеть выдаёт сигнал на покупку, если данный набор сошёлся в ходе применения сети к образу, полученному в день, когда цена акций росла, и сигнал на продажу (бездействие) в ином случае. Можно рассматривать полученный метод как бинарный классификатор.

## 4 Применение нейронной сети Хопфилда для прогнозирования цен акций российского фондового рынка

Система, основанная на использовании нейронной сети Хопфилда, была использована для прогнозирования роста и падения цен акций российского фондового рынка в период с 30 ноября 2021 года по 30 сентября 2024 года. Были выбраны 21 компания, среди которых представлены компании, занятые в сфере финансов (Сбербанк, ВТБ, Московский Коммерческий Банк, Санкт-Петербургская биржа, Росбанк, Банк Санкт-Петербург, Т-Банк, Московская Биржа), сфере добычи ресурсов (Русал, Алроса, Иркут, Лукойл, Газпром), ритейле (Х5, Магнит, Озон), авиаперевозках (Аэрофлот), телекоммуникациях (МТС, Ростелеком) и технологической сфере (VK, Яндекс).

Для данных компаний были получены следующие результаты:

- Метрика Accuracy: 0.536;
- Метрика Precision: 0.453;
- Метрика Recall: 0.224;
- Изменение цены портфеля за период (процент): -0.09%;
- Изменение цены портфеля за период (рубли): -535.20 р.

Результаты полносвязной нейронной сети, построенной на основе тех же технических индикаторов и теорий технического анализа, с одним скрытым слоем:

- Метрика Accuracy: 0.521;
- Метрика Precision: 0.461;
- Метрика Recall: 0.466;
- Изменение стоимости портфеля за период (процент): -0.17%;
- Изменение стоимости портфеля за период (рубли): -2901.54 р.

Таким образом, для системы были получены результаты, довольно близкие к результатам для полносвязной нейронной сети с точки зрения метрик Accuracy и Precision. Это связано с тем, что в большинстве случаев сеть Хопфилда после установления сходимости конвергирует к «ложному» аттрактору, что влечёт его ненахождение среди «запомненных» образов и затем отрицательный сигнал. Такое поведение обусловлено «переполнением памяти» сети, когда количество «запомненных» образов превышает теоретически оптимальное, как это было обсуждено ранее. А именно, около 600 образов хранятся в памяти, в то время как при размерности в 21 признак оптимальное число — около 3. Отчётливо видна разница в Recall: для системы показатель гораздо ниже. С точки зрения финансового результата метод можно назвать более «аккуратным», что и приводит к лучшим показаниям метрик по изменению стоимости портфеля.

Снижение количества запомненных образов до 4 привело к улучшению результата, так как уменьшает вероятность появления «ложного» аттрактора:

- Метрика Accuracy: 0.557;
- Метрика Precision: 0.504;
- Метрика Recall: 0.117;
- Изменение цены портфеля за период (процент): +0.15%;
- Изменение цены портфеля за период (рубли): +935.64 р.

Отдельный интерес представляет изучение эффективности сети при увеличении числа запоминаемых образов  $M$  (Рис. 2). Качество не возрастает, несмотря на прибавление к «запомненным» образам новых возможных комбинаций, но и не убывает катастрофически, несмотря на переизбыток образов. В целом, можно заметить падение качества при добавлении новых образов в «память».

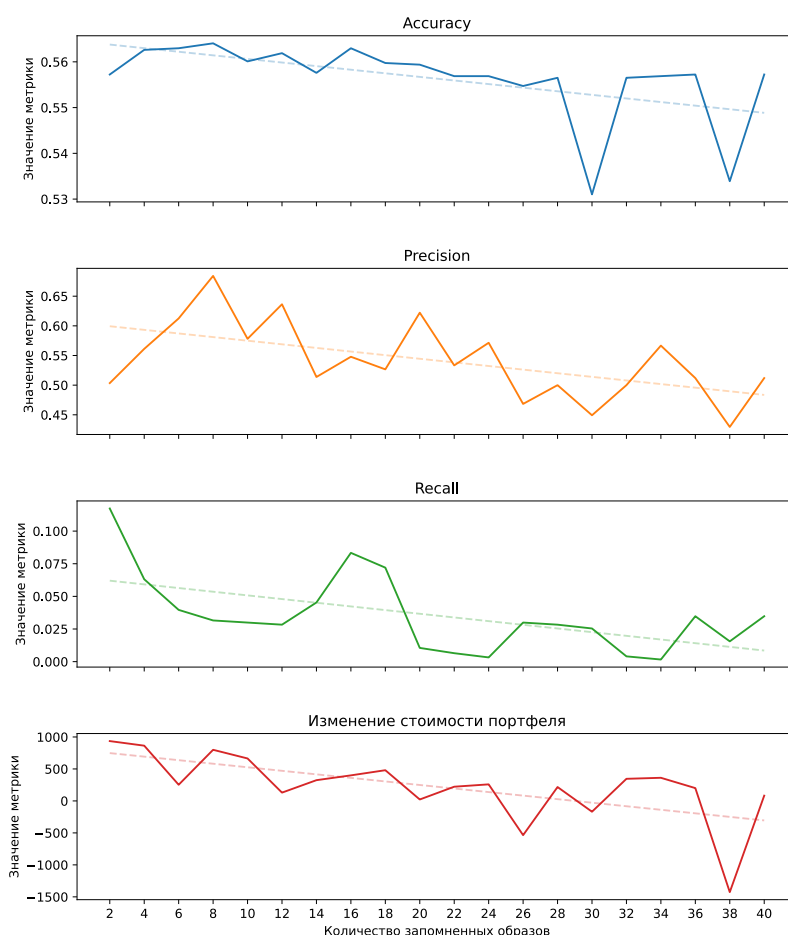


Рис. 2: Метрики качества для разных  $M$ .

## 5 Список литературы

- [1] Bensignor R.: New Concepts in Technical Analysis. Wig-Press, Warszawa 2004.
- [2] Paluch, M., Jackowska-Strumillo, L. (2016) "DECISION SYSTEM FOR STOCK DATA FORECASTING BASED ON HOPFIELD ARTIFICIAL NEURAL NETWORK", *Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska*, 6(2), pp. 28–33. doi: 10.5604/20830157.1201313.
- [3] Hopfield, John. (1982). Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 79. 2554-8. 10.1073/pnas.79.8.2554.
- [4] Krotov, D., Hopfield, J. (2020). Large associative memory problem in neurobiology and machine learning. arXiv preprint arXiv:2008.06996.
- [5] Ramsauer, H., et al. (2020). Hopfield networks is all you need. arXiv preprint arXiv:2008.02217.
- [6] Малинецкий, Г. Г. Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. Изд. 6-е.— М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.— 312 с.
- [7] Bruck, Jehoshua. (1990). On the convergence properties of the Hopfield model. *Proceedings of the IEEE*, 78(10), 1579-1585. *Proceedings of the IEEE*. 78. 1579 - 1585. 10.1109/5.58341.
- [8] MacKay, David J. C. (2003). "42. Hopfield Networks". *Information Theory, Inference and Learning Algorithms*. Cambridge University Press. p. 508. ISBN 978-0521642989.
- [9] Hertz, J., Krogh, A., Palmer, R. G., Horner, H. (1991). Introduction to the theory of neural Computation. *Physics Today*, 44(12), 70. <https://doi.org/10.1063/1.2810360>.
- [10] Storkey, Amos. (1999). Increasing the capacity of a Hopfield network without sacrificing functionality. 1327. 10.1007/BFb0020196.
- [11] Lo, Andrew W. (2004). "The Adaptive Markets Hypothesis: Market Efficiency from an Evolutionary Perspective" (PDF). *Journal of Portfolio Management*. 5. 30: 15–29. doi:10.3905/jpm.2004.442611. S2CID 14128508.
- [12] Ehlers J.: *Cybernetics Analysis For Stocks And Futures*. John Wiley & Sons, New York 2004.
- [13] Ehlers J.: *Fractal Adaptive Moving Average. Technical Analysis of Stock & Commodities*, 2005.
- [14] Paluch, Michał & Jackowska-Strumillo, Lidia. (2012). Prediction of Closing Prices on the Stock Exchange with the Use of Artificial Neural Networks. *Image Processing & Communications*. 17. 10.2478/v10248-012-0056-5.
- [15] Hopfield, J. J. (1984). "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons". *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 81 (10): 3088–3092. Bibcode:1984PNAS...81.3088H. doi:10.1073/pnas.81.10.3088.