# 「ガウス過程と機械学習」

## P.49 多変量ガウス分布の周辺化

2次元ガウス分布に関して、

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}\begin{pmatrix} \mu_1 & \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \mu_2 & \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

$p(\vec{x}) = p(x_1, x_2)$を$x_2$で周辺化した$\boldsymbol{x}_1$の分布は、

$$p(x_1) = \int p(x_1, x_2) dx_2 = \mathcal{N}(\mu_1, \Sigma_{11})$$

になる。つまり、$x_2$について周辺化することは、対応する$\mu_2$や共分散行列$\Sigma_{12}$、$\Sigma_{21}$、$\Sigma_{22}$を「見なかった」ことと同じになる。

In [1]:

```
using Distributions
using Plots
using StatsBase
```

In [2]:

```
μ₁ = μ₂ = 0.0

μ = [
    μ₁
    μ₂
]

Σ₁₁ = Σ₂₂ = 1.0
Σ₁₂ = Σ₂₁ = -0.7

Σ = [
    Σ₁₁ Σ₁₂
    Σ₂₁ Σ₂₂
]

data = rand(MvNormal(μ, Σ), 200)
```

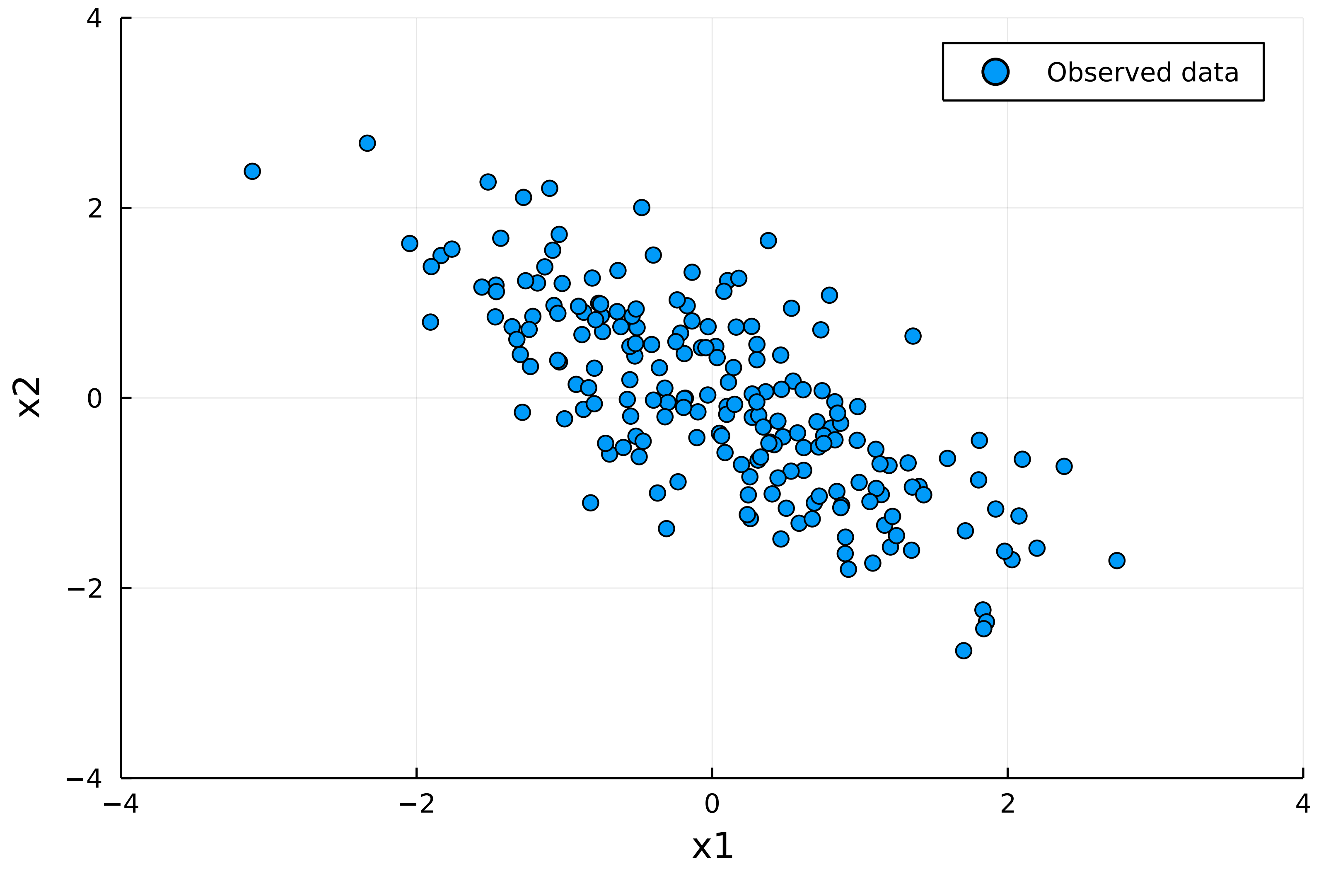
Out[2]:

```
2×200 Matrix{Float64}:
 -0.796772  0.30299   -0.693999   2.19841  …  -1.46028  -0.0297067  0.110337
  0.31328   0.402616  -0.590041  -1.58018      1.11948   0.0314023  0.166438
```

In [3]:

```
scatter(data[1, :], data[2, :], xlim=(-4,4), ylim=(-4,4), xlab="x1", ylab="x2", label="Observed data")
```

Out[3]:




In [4]:

```
# x₂について周辺化したx₁の分布
p_x₁ = rand(Normal(μ₁, Σ₁₁), 200)

# x₁について周辺化したx₂の分布
p_x₂ = rand(Normal(μ₂, Σ₂₂), 200)

bins=80
plot(
    histogram(p_x₁; bins, norm=:pdf, xlab="x1", ylab="Density", label="x1_prob"),
    histogram(p_x₂; bins, norm=:pdf, xlab="x2", ylab="Density", label="x2_prob")
)
```

Out[4]: