

WYDZIAŁ FIZYKI I INFORMATYKI STOSOWANEJ



SYSTEMY RÓWNOLEGŁE I ROZPROSZONE  
**Drzewa wszystkich najkrótszych  
ścieżek - algorytm Dijkstra'y**  
**Aplikacja równoległa MPI**

Arkadiusz Kasprzak  
Aleksandra Poręba

21 kwietnia 2020

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>3</b>
1.1	Algorytm Dijkstry . . . . .	3
1.2	Aplikacje równoległe . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Budowa projektu</b>	<b>3</b>
2.1	Podział na komponenty . . . . .	4
2.2	Klasy w projekcie . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Działanie projektu</b>	<b>6</b>
3.1	Inicjalizacja . . . . .	6
3.2	Implementacja i zakończenie algorytmu . . . . .	11
3.3	Zastosowane funkcjonalności MPI . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Testy projektu</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Obsługa programu</b>	<b>15</b>
5.1	Kompilacja . . . . .	15
5.2	Uruchomienie . . . . .	16
5.3	Dodatkowe opcje . . . . .	17
5.4	Dane wejściowe . . . . .	17
5.5	Generowanie grafów . . . . .	18

# 1 Wstęp

## 1.1 Algorytm Dijkstry

Implementowany w projekcie algorytm Dijkstry jest algorytmem poszukiwania najkrótszych ścieżek z pojedynczego, wybranego wierzchołka do wszystkich pozostałych.

Oparty jest on na metodzie zachłannej, w każdym kroku wybierany jest wierzchołek, do którego koszt dojścia jest najmniejszy.

```
V – zbiór wierzchołków
E – zbiór krawędzi z wagami
v – wierzchołek startowy

Dijkstra(V, E, v)
    Q := V;
    p := null;
    d := ∞
    d(v) := 0
    dopoki Q != ∅ wykonaj
        wybierz ze zbioru Q wierzchołek u o ←
            najmniejszym koszcie dojścia d(u)
        Q := Q \ {u}
        dla każdego sąsiada w wierzchołka u, który ←
            należy do zbioru Q wykonaj
                jeśli d(w) > d(u) + E(w, u) to
                    d(w) := d(u) + E(w, u)
                    p(w) := u
```

Listing 1: Pseudokod algorytmu Dijkstry.

## 1.2 Aplikacje równoległe

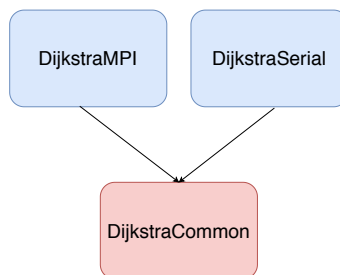
# 2 Budowa projektu

W tej części dokumentacji opisana została budowa przygotowanego projektu - zarówno jeśli chodzi o podział projektu na komponenty (biblioteki), jak i na poszczególne klasy. Nie jest to natomiast dokumentacja kodu - ta została przygotowana odrębnie, w postaci zbioru dokumentów HTML, przy pomocy narzędzia *Dxygen*.

## 2.1 Podział na komponenty

Projekt podzielony został na trzy główne komponenty:

- `DijkstraCommon` - biblioteka statyczna zawierająca klasy oraz funkcje współdzielone przez pozostałe dwa komponenty. W jej skład wchodzi klasy odpowiedzialne za: zapis wyników obliczeń, walidację danych podanych przez użytkownika, przechowywanie danych na temat przetwarzanego grafu i jego poszczególnych wierzchołków czy przetwarzanie argumentów linii poleceń. Zawiera również klasę `DijkstraAlgorithmBackend` stanowiącą szkielet implementowanego algorytmu.
- `DijkstraSerial` - implementacja algorytmu bez użycia protokołu MPI, czyli w formie klasycznego algorytmu szeregowego. Komponent ten został dołączony do projektu jako punkt odniesienia w procesie testowania wydajności implementacji równoległej. Zawiera funkcję `main`.
- `DijkstraMPI` - implementacja algorytmu używająca protokołu MPI. Jest to jedyny komponent projektu używający tej biblioteki. Zawiera funkcję `main`.



Rysunek 1: Komponenty wchodzące w skład projektu wraz z wzajemnymi zależnościami.

Zależności między poszczególnymi komponentami przedstawia rysunek 1. Na niebiesko oznaczone zostały komponenty produkujące plik wykonywalny, na czerwono natomiast biblioteki. Każdy z komponentów znajduje się w osobnym katalogu o nazwie odpowiadającej nazwie komponentu.

## **2.2 Klasy w projekcie**

**TODO:Wtorek**

### 3 Działanie projektu

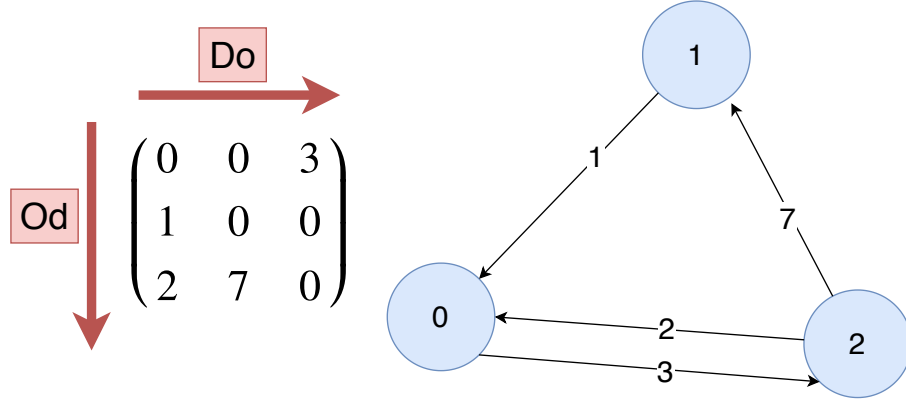
W tej części dokumentacji omówiony zostanie sposób działania implementacji algorytmu Dijkstra'y wykorzystującej protokół MPI. Algorytm składa się z trzech głównych części:

- inicjalizacja - podział danych wejściowych na części, walidacja, rozesłanie danych do poszczególnych procesów
- obliczenie odległości i ścieżek (algorytm Dijkstra'y)
- zapisanie wyników do pliku i zakończenie działania programu

#### 3.1 Inicjalizacja

Pierwsza część programu składa się z kilku mniejszych etapów. Na początku ma miejsce standardowa inicjalizacja protokołu MPI oraz przypisanie każdemu z procesów rangi. Kolejnym etapem jest utworzenie klasy odpowiedzialnej za wyświetlanie informacji o przebiegu programu na standardowe wyjście. W dalszej kolejności przetwarzane i walidowane są dane wejściowe - numer wierzchołka stanowiącego źródło oraz ścieżka do pliku z danymi wejściowymi. W przypadku, gdy dane są niepoprawne, program kończy działanie wyświetlając odpowiedni komunikat.

Następnie odbywa się przede wszystkim podział danych wejściowych na części i rozesłanie ich do poszczególnych procesów. Program przyjmuje informacje na temat przetwarzanego grafu w postaci tzw. **macierzy sąsiedztwa**. W  $i$ -tym rzędzie i  $j$ -tej kolumnie takiej macierzy znajduje się waga przypisana do krawędzi łączącej wierzchołek  $i$  z wierzchołkiem  $j$ . W przypadku braku krawędzi waga wynosi 0. Rysunek 2 przedstawia przykład tego typu reprezentacji wraz z odpowiadającym jej grafem.



Rysunek 2: Przykładowa macierz sąsiedztwa wraz z odpowiadającym jej grafem skierowanym.

Macierz sąsiedztwa wczytywana jest z pliku z danymi wejściowymi przez proces główny (proces `root` o identyfikatorze 0). Proces ten dokonuje podziału macierzy na części zgodnie z ilością procesów biorących udział w wykonaniu algorytmu. Każdy z procesów otrzymuje  $k$  kolumn oryginalnej macierzy w formie ciągłego obszaru pamięci - przykładowy podział dla grafu o 5 wierzchołkach i 3 procesów przedstawia rysunek 3.

Algorytm podziału jest prosty. Dana jest macierz o  $n$  kolumnach i  $m$  procesów. Najpierw każdemu z procesów przypisywane jest:

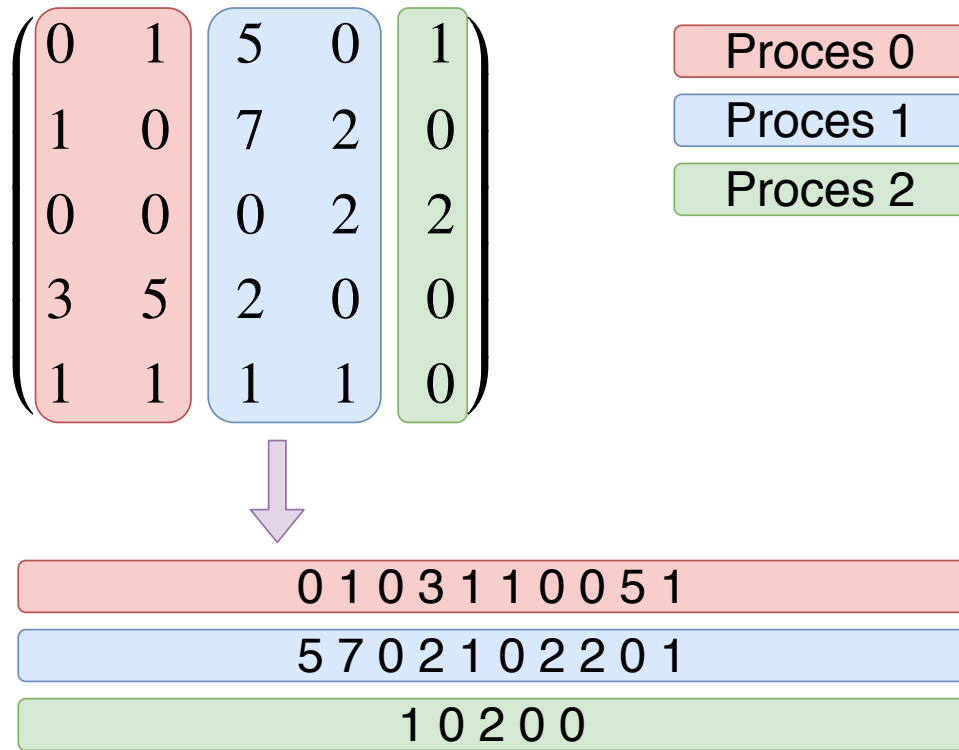
$$a = \left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor \quad (1)$$

kolumn - w przypadku  $n = 5$  i  $m = 3$  każdy proces otrzymuje domyślnie jedną kolumnę. Ilość pozostałych kolumn dana jest zależnością:

$$k = n \bmod m \quad (2)$$

W analizowanym przykładzie jest to  $k = 2$ . Kolumny te rozdzielane są po jednej pomiędzy  $k$  pierwszych (zgodnie z numeracją nadaną przez MPI) procesów. Ostatecznie w omawianym przykładzie proces zerowy i pierwszy

otrzymują po dwie kolumny, proces drugi otrzymuje natomiast tylko jedną kolumnę.



Rysunek 3: Przykładowy podział macierzy sąsiedztwa reprezentującej graf o 5 wierzchołkach. W wykonaniu algorytmu biorą udział 3 procesy.

Kolumny przypisywane są każdemu procesowi po kolei, tzn. proces 0 otrzymuje  $x_0$  pierwszych kolumn macierzy, proces 1 kolejne  $x_1$  itd. Zbiór kolumn reprezentowany jest za pomocą jednowymiarowej tablicy - ułożone są w niej kolejno dane z pierwszej, drugiej itd. kolumny.

Po dokonaniu przez proces `root` podziału, do każdego z procesów wysyłane są trzy informacje:

- całkowita liczba wierzchołków w przetwarzanym grafie - wysyłanie odbywa się za pomocą operacji kolektywnej `MPI_Bcast`



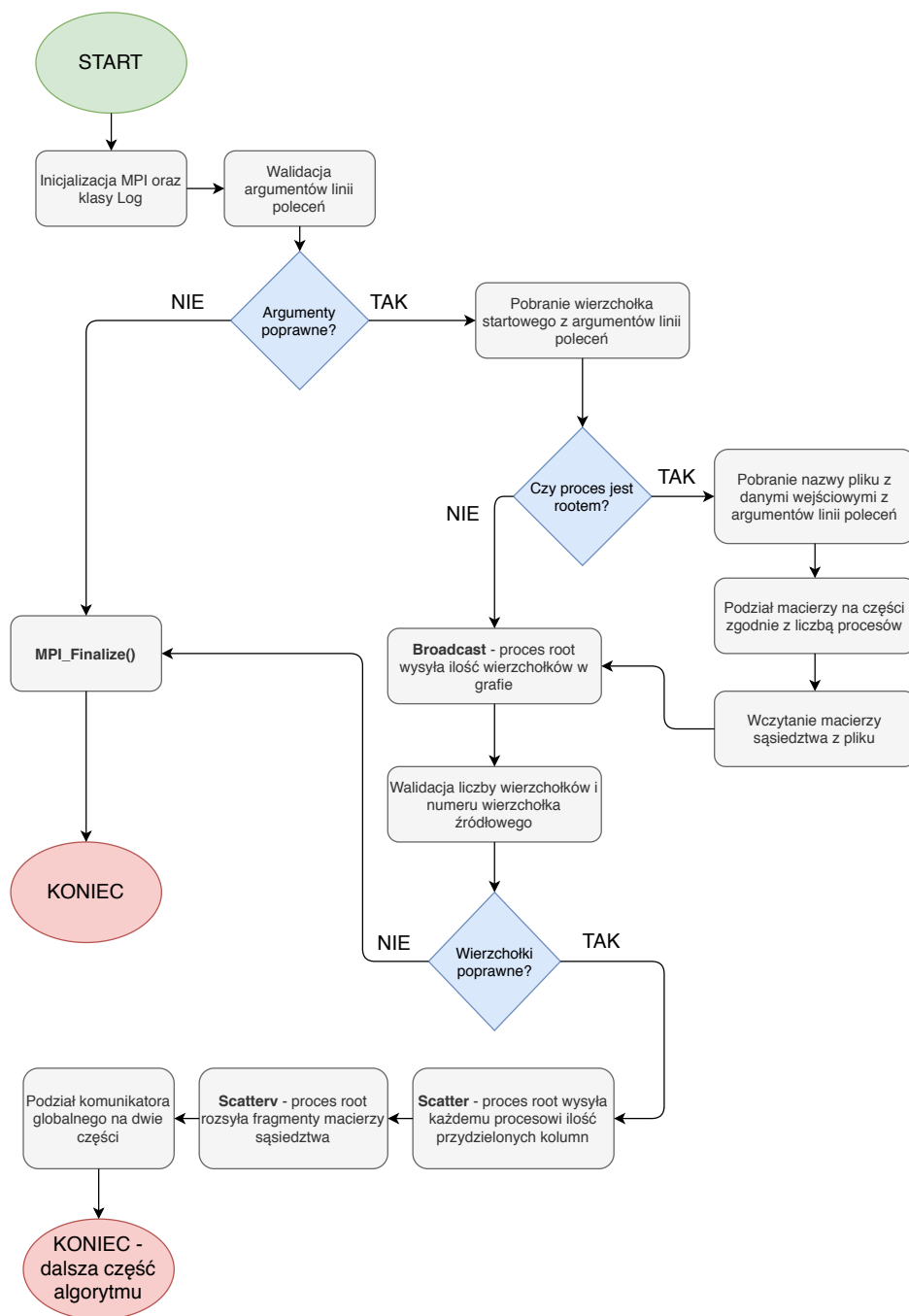
- ilość kolumn macierzy sąsiedztwa, jaka każdy z procesów będzie musiał obsłużyć. Informacja ta jest w tym momencie potrzebna, ponieważ każdy z procesów musi przygotować sobie odpowiednio duży bufor na dane z samej macierzy. Wysyłanie tej informacji odbywa się za pomocą operacji `MPI_Scatter`, ponieważ każdy z procesów otrzymuje swoją indywidualną informację.
- zawartość kolumn macierzy sąsiedztwa, które będą przetwarzane przez dany proces. Wysyłanie tej informacji odbywa się za pomocą funkcji `MPI_Scatterv`, ponieważ jest ona w stanie obsłużyć wysyłanie innej ilości danych do każdego z procesów.

Po zakończeniu wysyłania danych następuje podział procesów na dwie grupy: procesy które otrzymały przynajmniej jedną kolumnę oraz takie, które nie otrzymały żadnej (ma to miejsce, gdy do wykonania algorytmu przydzielone zostaje więcej procesów, niż przetwarzany graf posiada wierzchołków). W tym celu za pomocą operacji `MPI_Comm_split` komunikator globalny dzielony jest na dwa komunikatory. Kryterium podziału stanowi tutaj właśnie sprawdzenie, czy procesowi zostały przydzielone kolumny macierzy do obsługi (`numberOfColumnsToHandle > 0`). Pozwala to wykluczyć nadmiarowe procesy z dalszego przebiegu algorytmu.

Przebieg procesu inicjalizacji jest komunikowany użytkownikowi - na standardowym wyjściu pojawiają się odpowiednie informacje. Poniżej zamieszczono przykład takich informacji wygenerowany dla przykładu widocznego na rysunku 3:

```
[Process 0] This process will handle 2 vertices in range [0 , 1]
[Process 1] This process will handle 2 vertices in range [2 , 3]
[Process 2] This process will handle 1 vertices in range [4 , 4]
...
```

Rysunek 4 przedstawia **schemat blokowy** ilustrujący przebieg procesu inicjalizacji.



Rysunek 4: Schemat blokowy ilustrujący przebieg procesu inicjalizacji.

### 3.2 Implementacja i zakończenie algorytmu

Początek właściwej części programu stanowi sprawdzenie, czy danemu procesowi przydzielone zostały wierzchołki grafu (czyli kolumny macierzy sąsiedztwa) do przetworzenia. Jeśli nie, to taki proces nie bierze udziału w dalszym wykonaniu algorytmu - następuje dealokacja utworzonego komunikatora i zakończenie działania. W przeciwnym wypadku proces przystępuje do realizacji algorytmu.

Implementacja algorytmu Dijkstra'y za pomocą protokołu MPI nie różni się w sposób znaczący od klasycznej implementacji szeregowej. Każdy z procesów obsługuje dwie tablice:

- tablica odległości (kosztów) od wierzchołka źródłowego do każdego z wierzchołków w grafie
- tablica poprzedników każdego z wierzchołków - służy do odtworzenia najkrótszych ścieżek między wierzchołkami

oraz zbiór obsługiwanych wierzchołków (często nazywany klastrem). Początkowo zbiór ten jest pusty, tablica kosztów zainicjalizowana jest nieskończonościami, a tablica poprzedników wartościami -1. Różnica w stosunku to szeregowej wersji algorytmu jest taka, że w przypadku implementacji równoległej każdy z procesów przechowuje **fragmenty tych tablic** odpowiadające przydzielonym im wierzchołkom grafu.

W procesie obsługującym wierzchołek źródłowy jego wpis w tablicy kosztów ustawiany jest na wartość 0. Następnie, dopóki wszystkie wierzchołki nie zostały przetworzone, wykonywany jest w pętli algorytm:

- każdy proces wybiera spośród przydzielonych mu wierzchołków taki, który nie został jeszcze dodany do zbioru wierzchołków obsługiwanych i którego wartość w tablicy kosztów jest najmniejsza
- za pomocą operacji `MPI_Allreduce` wybierany jest wierzchołek o globalnie najniższej wartości kosztu (czyli najlepszy spośród najlepszych z każdego procesu)
- jeśli nie został wyznaczony taki wierzchołek, to następuje wyjście z pętli i zakończenie algorytmu
- w przeciwnym razie wierzchołek zostaje dodany do zbioru wierzchołków przetworzonych (w każdym procesie zbiór ten jest przechowywany osobno, w całości)

- dla każdego nieprzetworzonego sąsiada wyznaczonego wierzchołka dokonywana jest aktualizacja w tablicy kosztów i poprzedników (wybrany wierzchołek staje się poprzednikiem swoich sąsiadów), jeśli nowy koszt okazuje się niższy od dotychczasowego

Po zakończeniu działania algorytmu fragmenty tablic kosztów i poprzedników są łączone w całość za pomocą operacji `MPI_Gatherv`. Proces `root` wyznacza ścieżki z wierzchołka źródłowego do każdego wierzchołka w grafie i zapisuje wyniki do pliku. Następnie wyświetlany jest czas działania algorytmu. Ostatnim krokiem jest zwolnienie utworzonego wcześniej komunikatora, wywołanie operacji `MPI_Finalize` i zakończenie działania programu.

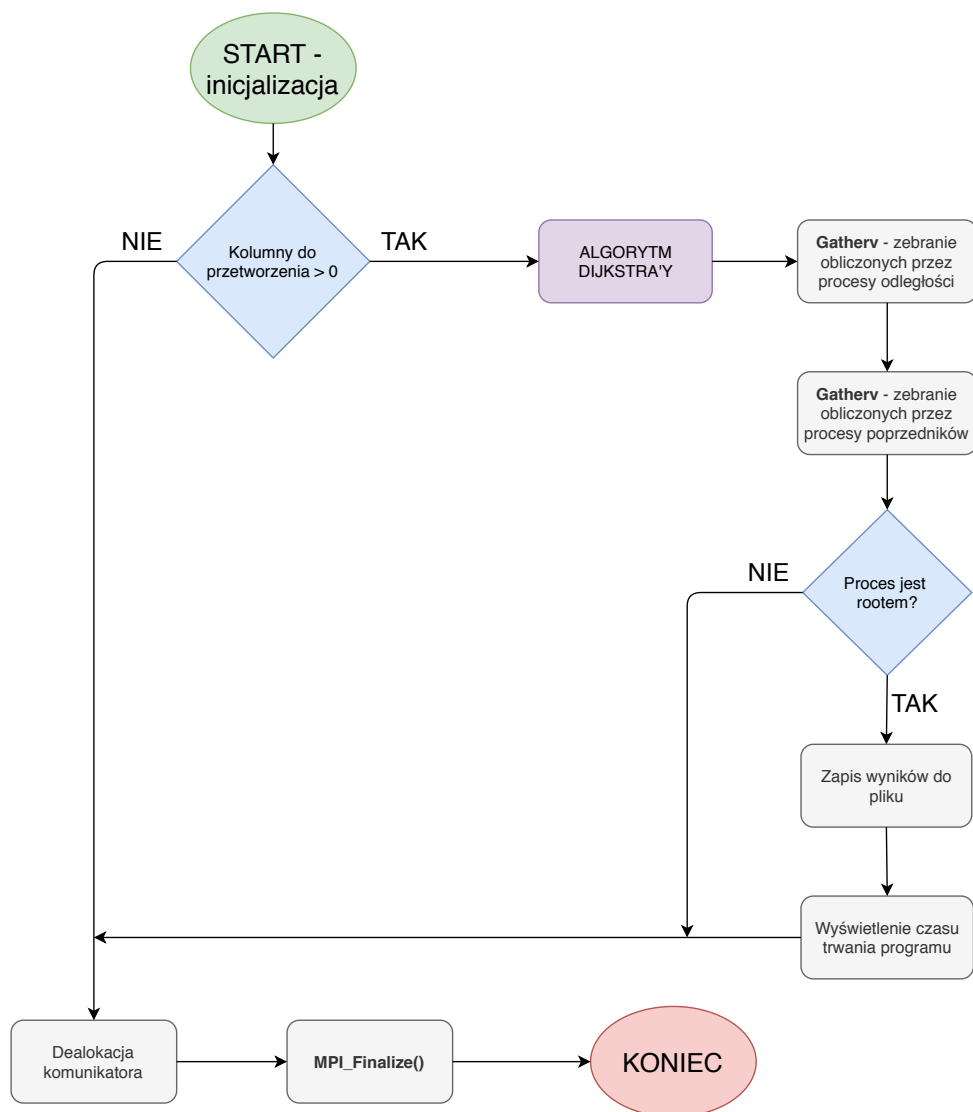
W kilku miejscach w programie tworzona jest zmienna zawierająca aktualny czas. Pod koniec działania, proces `root` zbiera te informacje i wyświetla czas wykonywania się każdej z trzech części programu:

```
[Process 0] Total elapsed time: 0.0298846s
[Process 0] Setup took: 0.0260188s
[Process 0] Algorithm took: 0.0020106s
[Process 0] Printing solution took: 0.0018552s
```

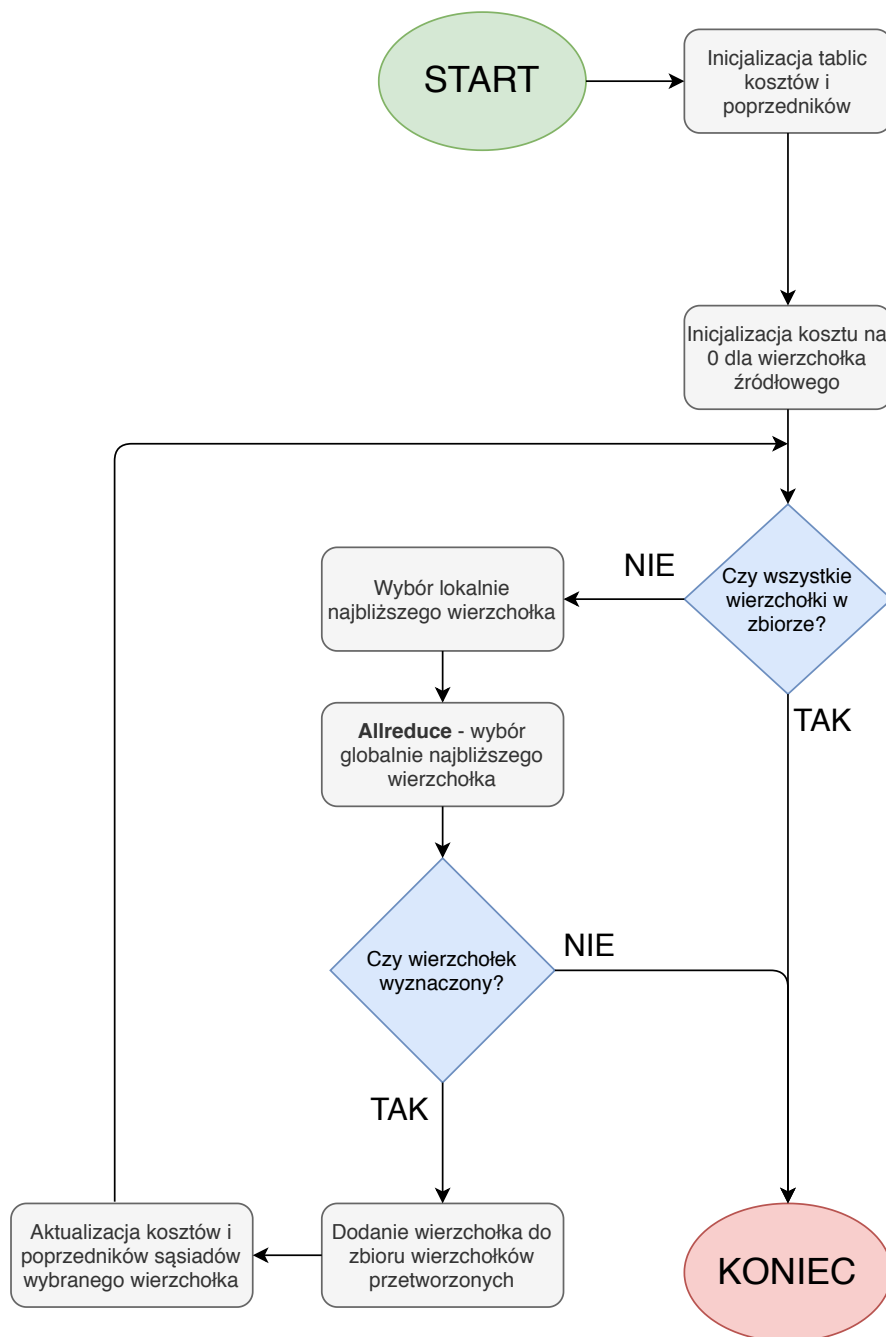
Wyświetlane są wyniki pomiarów dokonanych jedynie w procesie głównym - wyniki z pozostałych procesów są pomijane. Pomiar wykonywany jest z użyciem biblioteki `chrono` z C++11.

Rysunek 5 przedstawia schemat blokowy ilustrujący przebieg działania algorytmu po inicjalizacji. Kolorem fioletowym oznaczony został blok związany z główną pętlą algorytmu Dijkstra'y. Schemat ten nie zawiera szczegółów jej działania.

Rysunek 6 przedstawia schemat blokowy ilustrujący działania głównej pętli algorytmu Dijkstra'y. Schemat ten stanowi rozwinięcie fioletowego bloku z rysunku 5.



Rysunek 5: Schemat blokowy ilustrujący przebieg głównej części programu wraz z zapisaniem wyników i zakończeniem. Schemat nie zawiera implementacji algorytmu Dijkstra'y.



Rysunek 6: Schemat blokowy ilustrujący przebieg głównej pętli algorytmu Dijkstra'y.

### 3.3 Zastosowane funkcjonalności MPI

**TODO:Wtorek** W ramach projektu zastosowane zostały następujące funkcjonalności MPI:

- operacja kolektywna `MPI_Bcast`
- operacja kolektywna `MPI_Scatter`
- operacja `MPI_Scatterv`
- operacja `MPI_Gatherv`
- operacja `MPI_Allreduce`
- tworzenie nowego komunikatora za pomocą `MPI_Comm_split`

## 4 Testy projektu

**TODO:Wtorek**

## 5 Obsługa programu

### 5.1 Kompilacja

Do kompilacji projektu został przygotowany `CMakeLists.txt`. Za jego pomocą możemy utworzyć potrzebne biblioteki oraz pliki wykonywalne.

```
$ cmake CMakeLists.txt  
$ make
```

Listing 2: Kompilacja programu.

Aby kompilacja przeszła poprawnie wymagane jest posiadanie zainstalowanej biblioteki `MPI`. Na pracowni wiąże się to z załadowaniem zmiennych środowiskowych przed kompilacją.

```
$ source /opt/nfs/config/source_mpich32.sh
```

Listing 3: Skonfigurowanie dostępu do pakietu `MPI` na pracowni.

## 5.2 Uruchomienie

Aby uruchomić program użytkownik może skorzystać z opcji udostępnianych w programie `Makefile`.

- `make runMPI` - uruchomiona zostaje równoległa wersja programu,
- `make runSerial` - uruchomiona zostaje sekwencyjna wersja programu.

Można skorzystać z domyślnych parametrów uruchomienia, lub podać własne:

- `VERTEX=V` - jako wierzchołek startowy zostanie wybrany wierzchołek `V`, domyślną wartością jest `0`,
- `FILE=F` - jako plik wejściowy zostanie użyty plik `F`, plik domyślny to `'../data/graph.dat'`.
- `N=N` - parametr `mpiexec` ustalający ilość procesów dla węzła, wartość domyślna jest równa `1`,
- `HOSTS=H` - parametr `mpiexec`, plik wejściowy z węzłami.

```
$ make runMPI VERTEX=1 FILE="../data/graph.dat"
```

Listing 4: Przykładowe uruchomienie programu.

Jeśli użytkownik nie chce skorzystać z udostępnionych opcji można również uruchomić pliki wykonywalne samodzielnie. Po wykonaniu komendy `make install-all` zostaną one udostępnione w katalogu kompilacji. Jako argument należy podać kolejno numer wierzchołka startowego oraz plik wsadowy. Pierwszy argument jest obligatoryjny.

```
$ make install-all
$ mpiexec -n 5 ./DijkstraMPI 1 "../data/graph.dat"
```

Listing 5: Przykładowe uruchomienie programu z bezpośrednim użyciem plików wykonywalnych.

Po uruchomieniu programu, jeśli zostało włączone logowanie, zostaną wyświetlone informacje na temat czasu wykonania. Znalezione ścieżki są zapisywane do plików odpowiednio `resultMPI.txt` oraz `resultSerial.txt`.



### 5.3 Dodatkowe opcje

Korzystając z udostępnionego `CMakeLists.txt` można również włączyć dodatkowe opcje, takie jak:

- `-DBUILD_DOC=ON|OFF` generowanie dokumentacji `Doxygen`, domyślnie ta opcja jest wyłączona,
- `-DSHOULD_LOG=TRUE|FALSE` włączenie/wyłączenie generowania logów w czasie działania programu.

Dostępne są również dodatkowe opcje programu `Makefile`, takie jak:

- `make clean-all` - przywrócenie zawartości podkatalogu do stanu wyjściowego,
- `make install-all` - udostępnienie plików wykonywalnych w podkatalogu,
- `make doc` - wygenerowanie dokumentacji `Doxygen`,
- `make runMPI` - uruchomienie programu w wersji równoległej, opisane w punkcie 5.2,
- `make runSerial` - uruchomienie programu w wersji sekwencyjnej, opisane w punkcie 5.2,

### 5.4 Dane wejściowe

Program jako jedną z danych wejściowych przyjmuje plik z grafem zapisanym w postaci macierzy sąsiedztwa. W pierwszej linii pliku powinna znajdować się ilość wierzchołków.

```
5
0.0000  0.0000  0.0000  8.2700  0.0000
4.2000  0.0000  8.5200  0.0000  0.0000
3.0700  0.0000  0.0000  0.0000  7.7700
0.0000  0.0000  7.4900  0.0000  0.0000
9.5700  6.9400  7.7900  6.6900  0.0000
```

Listing 6: Przykładowy graf zapisany w odpowiednim formacie.

Do wygenerowania takiego pliku można użyć skryptu pomocniczego `generateGraphs.py` opisanego w sekcji .

## 5.5 Generowanie grafów

W ramach projektu został udostępniony dodatkowy skrypt `generateGraphs.py`. Służy on do generowania grafów skierowanych o wybranej przez użytkownika liczbie wierzchołków i krawędzi. Znajduje się on w katalogu `\data`. Dostępne są opcje:

- `-h` - pomoc skryptu,
- `-e` - liczba krawędzi w grafie, jeśli wartość nie została podana, ustawiana jest wartość domyślna = 10,
- `-v` - liczba wierzchołków w grafie, wartość domyślna = 10,
- `-f` - nazwa pliku wyjściowego, domyślna nazwa to `'graph.dat'`.

Jeśli wartość krawędzi jest zbyt duża dla danej liczby wierzchołków, użytkownik zostaje poinformowany i zostaje ustawiona nowa, losowa wartość.

Wagi krawędzi są nieujemnymi liczbami rzeczywistymi, z zakresu  $[0, 10]$ .

```
generateGraphs.py [-h] [-e E] [-v V] [-f FILE]
```

optional arguments:

<code>-h, --help</code>	show this help message and exit
<code>-e E, --edges E</code>	number of edges
<code>-v V, --vertices V</code>	number of vertices
<code>-f FILE, --file FILE</code>	name of output file

Listing 7: Pomoc skryptu `generateGraphs`.

Wygenerowane grafy za pomocą tego skryptu można użyć jako plik wejściowy do programu.