

## Systemy równoległe i rozproszone

## Drzewa wszystkich najkrótszych ścieżek - algorytm Dijkstry Aplikacja równoległa MPI

Arkadiusz Kasprzak Aleksandra Poręba

21 kwietnia 2020

# Spis treści

$W_{S^1}$	tęp	3
1.1	Algorytm Dijkstry	3
1.2	Aplikacje równoległe MPI	
Buc	lowa projektu	5
2.1	Podział na komponenty	5
2.2		
Dzi	ałanie projektu	7
3.1	Inicjalizacja	7
3.2		2
3.3		6
Tes	ty projektu 1	6
Obs	sługa programu 1	7
5.1	Kompilacja	7
5.2		
5.3		
5.5	Generowanie grafów	
	1.1 1.2 Buc 2.1 2.2 Dzi: 3.1 3.2 3.3 Test Obs 5.1 5.2 5.3 5.4	1.1 Algorytm Dijkstry 1.2 Aplikacje równoległe MPI  Budowa projektu 2.1 Podział na komponenty 2.2 Najważniejsze klasy w projekcie  Działanie projektu 3.1 Inicjalizacja 3.2 Implementacja i zakończenie algorytmu 1.3.3 Zastosowane funkcjonalności MPI  Testy projektu  1  Obsługa programu 5.1 Kompilacja 5.2 Uruchomienie 5.3 Dodatkowe opcje 5.4 Dane wejściowe  1  Algorytm Dijkstry 1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1

## 1 Wstęp

Niniejszy dokument stanowi dokumentację projektu wykonanego w ramach przedmiotu *Systemy równoległe i rozproszone*. Tematem projektu było stworzenie, z użyciem protokołu MPI, aplikacji równoległej implementującej algorytm Dijkstry.

#### 1.1 Algorytm Dijkstry

Zaimplementowany w ramach projektu algorytm Dijkstry jest algorytmem poszukiwania najkrótszych ścieżek z wybranego wierzchołka do wszystkich pozostałych w grafie (skierowanym lub nieskierowanym) o nieujemnych wagach krawędzi. Oparty jest on na metodzie zachłannej: w każdym kroku wybierany jest wierzchołek, do którego koszt dojścia jest najmniejszy.

Listing 1: Pseudokod algorytmu Dijkstry.

W czasie wykonania algorytmu program operuje na dwóch tablicach - jedna z nich, zwykle oznaczana literą d, przechowuje koszty dotarcia z wierzchołka źródłowego do każdego z wierzchołków w badanym grafie. Druga, oznaczana literą p, przechowuje informację o poprzedniku każdego z wierzchołków - taka informacja pozwala po zakończeniu działania algorytmu odtworzyć ścieżkę z wierzchołka źródłowego do każdego z wierzchołków w grafie.

## 1.2 Aplikacje równoległe MPI

Aplikacje równoległe charakteryzują się możliwością działania na wielu procesorach (rdzeniach) równocześnie. Wiąże się to z podziałem problemu na

mniejsze fragmenty, które mogą wykonywać się niezależnie od siebie. Wynik działania programu powstaje przez połączenie poszczególnych rozwiązań.

Do implementacji aplikacji rozproszonych powstał standard MPI (*Message Passage Interface*), który stanowi protokół komunikacyjny pomiędzy równoległymi procesami. Odbywa się to za pomocą jawnie przekazywanych komunikatów. Możliwe są różne rodzaje komunikacji, na przykład typu punktpunkt pomiędzy dwoma procesami (MPI\_Send, MPI\_Recv), albo komunikacja grupowa, gdzie bierze udział wiele procesów (na przykład MPI\_Bcast, MPI\_Reduce). Standard MPI jest wysocy wydajny i umożliwia efektywną obsługą dużej ilości procesów.

 ${\bf W}$ projekcie została użyta biblioteka  ${\tt MPICH}$ będąca implementacją standardu MPI.

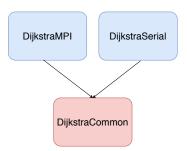
## 2 Budowa projektu

W tej części dokumentacji opisana została budowa przygotowanego projektu - zarówno jeśli chodzi o podział projektu na komponenty (biblioteki), jak i na poszczególne klasy. Nie jest to natomiast dokumentacja kodu - ta została przygotowana odrębnie, w postaci zbioru dokumentów HTML, przy pomocy narzędzia Doxygen.

#### 2.1 Podział na komponenty

Projekt podzielony został na trzy główne komponenty:

- DijkstraCommon biblioteka statyczna zawierająca klasy oraz funkcje współdzielone przez pozostałe dwa komponenty. W jej skład wchodzą klasy odpowiedzialne za: zapis wyników obliczeń, walidację danych podanych przez użytkownika, przechowywanie danych na temat przetwarzanego grafu i jego poszczególnych wierzchołków czy przetwarzanie argumentów linii poleceń. Zawiera również klasę DijkstraAlgorithmBackend stanowiącą szkielet implementowanego algorytmu.
- DijkstraSerial implementacja algorytmu bez użycia protokołu MPI, czyli w formie klasycznego algorytmu szeregowego. Komponent ten został dołączony do projektu jako punkt odniesienia w procesie testowania wydajności implementacji równoległej. Zawiera funkcję main.
- Dijkstrampi implementacja algorytmu używająca protokołu MPI. Jest to jedyny komponent projektu używający tej biblioteki. Zawiera funkcję main.



Rysunek 1: Komponenty wchodzące w skład projektu wraz z wzajemnymi zależnościami.

Zależności między poszczególnymi komponentami przedstawia rysunek 1. Na niebiesko oznaczone zostały komponenty produkujące plik wykonywalny, na czerwono natomiast biblioteki. Każdy z komponentów znajduje się w osobnym katalogu o nazwie odpowiadającej nazwie komponentu.

#### 2.2 Najważniejsze klasy w projekcie

Poniżej przedstawiono listę najważniejszych klas wchodzących w skład projektu (nie jest to pełna lista wszystkich klas, taką listę znaleźć można w dokumentacji wygenerowanej za pomocą narzędzia Doxygen):

- klasa DijkstraAlgorithmBackend z komponentu DijkstraCommon stanowi podstawę implementacji algorytmu zarówno w przypadku równoległym, jak i sekwencyjnym. Zarządza stanem wykonania algorytmu i wykonuje na tym stanie podstawowe operacje przewidziane przez algorytm, np. dodanie wierzchołka do zbioru wierzchołków przetworzonych czy wybór wierzchołka o najniższym koszcie.
- klasa DijkstraMPI z komponentu DijkstraMPI zawiera równoległą implementację algorytmu Dijkstry. Korzysta z API udostępnionego przez klasę DijkstraAlgorithmBackend. Dostarcza pojedynczą metodę run wykonującą algorytm i zwracającą jego wynik.
- klasa DijkstraSerial z komponentu DijkstraSerial zawiera sekwencyjną implementację algorytmu Dijkstry. Korzysta z API udostępnionego przez klasę DijkstraAlgorithmBackend. Dostarcza pojedynczą metodę run wykonującą algorytm i zwracającą jego wynik.
- klasa AdjacencyMatrix z komponentu DijkstraCommon pozwala na wczytanie i przechowywanie danych wejściowych
- klasa szablonowa Log udostępnia opcję wypisywania na standardowe wyjście informacji na temat działania algorytmu. Posiada specjalizację Log<false>, które wyłącza mechanizm wypisywania informacji. Implementacja wypisywania oparta jest na tzw. variadic templates z C++11.

## 3 Działanie projektu

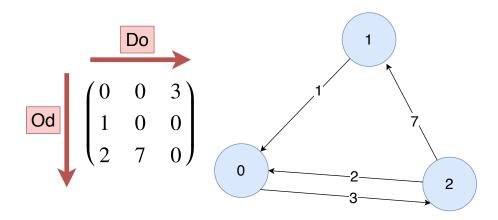
W tej części dokumentacji omówiony zostanie sposób działania implementacji algorytmu Dijkstry wykorzystującej protokół MPI. Algorytm składa się z trzech głównych części:

- inicjalizacja podział danych wejściowych na części, walidacja, rozesłanie danych do poszczególnych procesów
- obliczenie odległości i ścieżek (algorytm Dijkstry)
- zapisanie wyników do pliku i zakończenie działania programu

#### 3.1 Inicjalizacja

Pierwsza część programu składa się z kilku mniejszych etapów. Na początku ma miejsce standardowa inicjalizacja protokołu MPI oraz przypisanie każdemu z procesów rangi. Kolejnym etapem jest utworzenie klasy odpowiedzialnej za wyświetlanie informacji o przebiegu programu na standardowe wyjście. W dalszej kolejności przetwarzane i walidowane są dane wejściowenumer wierzchołka stanowiącego źródło oraz ścieżka do pliku z danymi wejściowymi. W przypadku, gdy dane są niepoprawne, program kończy działanie wyświetlając odpowiedni komunikat.

Następnie odbywa się przede wszystkim podział danych wejściowych na części i rozesłanie ich do poszczególnych procesów. Program przyjmuje informacje na temat przetwarzanego grafu w postaci tzw. **macierzy sąsiedztwa**. W i-tym rzędzie i j-tej kolumnie takiej macierzy znajduje się waga przypisana do krawędzi łączącej wierzchołek i z wierzchołkiem j. W przypadku braku krawędzi waga wynosi 0. Rysunek 2 przedstawia przykład tego typu reprezentacji wraz z odpowiadającym jej grafem.



Rysunek 2: Przykładowa macierz sąsiedztwa wraz z odpowiadającym jej grafem skierowanym.

Macierz sąsiedztwa wczytywana jest z pliku z danymi wejściowymi przez proces główny (proces root o identyfikatorze 0). Proces ten dokonuje podziału macierzy na części zgodnie z ilością procesów biorących udział w wykonaniu algorytmu. Każdy z procesów otrzymuje k kolumn oryginalnej macierzy w formie ciągłego obszaru pamięci - przykładowy podział dla grafu o 5 wierzchołkach i 3 procesów przedstawia rysunek 3.

Algorytm podziału jest prosty. Dana jest macierz o n kolumnach i m procesów. Najpierw każdemu z procesów przypisywane jest:

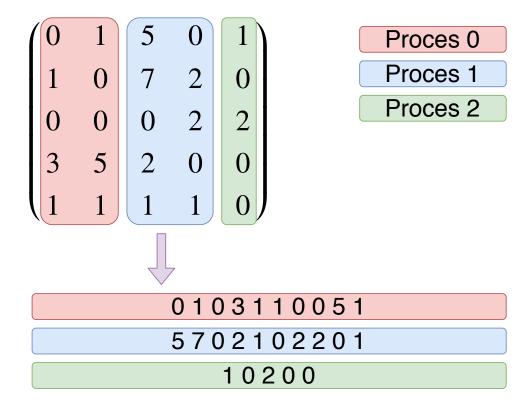
$$a = \left| \frac{n}{m} \right| \tag{1}$$

kolumn - w przypadku n=5 i m=3 każdy proces otrzymuje domyślnie jedną kolumnę. Ilość pozostałych kolumn dana jest zależnością:

$$k = n \mod m \tag{2}$$

W analizowanym przykładzie jest to k=2. Kolumny te rozdzielane są po jednej pomiędzy k pierwszych (zgodnie z numeracją nadaną przez MPI)

procesów. Ostatecznie w omawianym przykładzie proces zerowy i pierwszy otrzymują po dwie kolumny, proces drugi otrzymuje natomiast tylko jedną kolumnę.



Rysunek 3: Przykładowy podział macierzy sąsiedztwa reprezentującej graf o 5 wierzchołkach. W wykonaniu algorytmu biorą udział 3 procesy.

Kolumny przypisywane są każdemu procesowi po kolei, tzn. proces 0 otrzymuje  $x_0$  pierwszych kolumn macierzy, proces 1 kolejne  $x_1$  itd. Zbiór kolumn reprezentowany jest za pomocą jednowymiarowej tablicy - ułożone są w niej kolejno dane z pierwszej, drugiej itd. kolumny.

Po dokonaniu przez proces root podziału, do każdego z procesów wysyłane są trzy informacje:

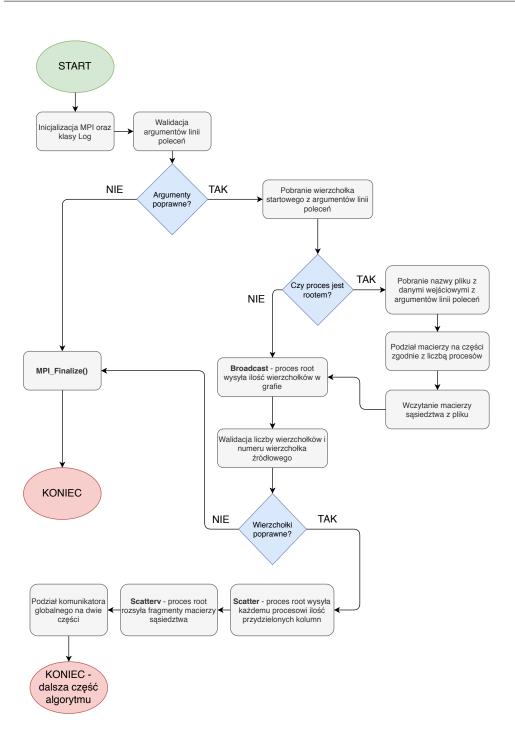
- całkowita liczba wierzchołków w przetwarzanym grafie wysyłanie odbywa się za pomocą operacji kolektywnej MPI\_Bcast
- ilość kolumn macierzy sąsiedztwa, jaka każdy z procesów będzie musiał obsłużyć. Informacja ta jest w tym momencie potrzebna, ponieważ każdy z procesów musi przygotować sobie odpowiednio duży bufor na dane z samej macierzy. Wysyłanie tej informacji odbywa się za pomocą operacji MPI\_Scatter, ponieważ każdy z procesów otrzymuje swoją indywidualną informację.
- zawartość kolumn macierzy sąsiedztwa, które będą przetwarzane przez dany proces. Wysyłanie tej informacji odbywa się za pomocą funkcji MPI\_Scatterv, ponieważ jest ona w stanie obsłużyć wysyłanie innej ilości danych do każdego z procesów.

Po zakończeniu wysyłania danych następuje podział procesów na dwie grupy: procesy które otrzymały przynajmniej jedną kolumnę oraz takie, które nie otrzymały żadnej (ma to miejsce, gdy do wykonania algorytmu przydzielone zostaje więcej procesów, niż przetwarzany graf posiada wierzchołków). W tym celu za pomocą operacji MPI\_Comm\_split komunikator globalny dzielony jest na dwa komunikatory. Kryterium podziału stanowi tutaj właśnie sprawdzenie, czy procesowi zostały przydzielone kolumny macierzy do obsługi (numberOfColumnsToHandle > 0). Pozwala to wykluczyć nadmiarowe procesy z dalszego przebiegu algorytmu.

Przebieg procesu inicjalizacji jest komunikowany użytkownikowi - na standardowym wyjściu pojawiają się odpowiednie informacje. Poniżej zamieszczono przykład takich informacji wygenerowany dla przykładu widocznego na rysunku 3:

```
[Process 0] This process will handle 2 vertices in range \begin{bmatrix} 0 \ , \ 1 \end{bmatrix} [Process 1] This process will handle 2 vertices in range \begin{bmatrix} 2 \ , \ 3 \end{bmatrix} [Process 2] This process will handle 1 vertices in range \begin{bmatrix} 4 \ , \ 4 \end{bmatrix} ...
```

Rysunek 4 przedstawia **schemat blokowy** ilustrujący przebieg procesu inicjalizacji.



Rysunek 4: Schemat blokowy ilustrujący przebieg procesu inicjalizacji.

#### 3.2 Implementacja i zakończenie algorytmu

Początek właściwej części programu stanowi sprawdzenie, czy danemu procesowi przydzielone zostały wierzchołki grafu (czyli kolumny macierzy sąsiedztwa) do przetworzenia. Jeśli nie, to taki proces nie bierze udziału w dalszym wykonaniu algorytmu - następuje dealokacja utworzonego komunikatora i zakończenie działania. W przeciwnym wypadku proces przystępuje do realizacji algorytmu.

Implementacja algorytmu Dijkstry za pomocą protokołu MPI nie różni się w sposób znaczący od klasycznej implementacji szeregowej. Każdy z procesów obsługuje dwie tablice:

- tablica odległości (kosztów) od wierzchołka źródłowego do każdego z wierzchołków w grafie
- tablica poprzedników każdego z wierzchołków służy do odtworzenia najkrótszych ścieżek między wierzchołkami

oraz zbiór obsłużonych wierzchołków (często nazywany klastrem). Początkowo zbiór ten jest pusty, tablica kosztów zainicjalizowana jest nieskończonościami, a tablica poprzedników wartościami -1. Różnica w stosunku to szeregowej wersji algorytmu jest taka, że w przypadku implementacji równoległej każdy z procesów przechowuje **fragmenty tych tablic** odpowiadające przydzielonym im wierzchołkom grafu.

W procesie obsługującym wierzchołek źródłowy jego wpis w tablicy kosztów ustawiany jest na wartość 0. Następnie, dopóki wszystkie wierzchołki nie zostały przetworzone, wykonywany jest w pętli algorytm:

- każdy proces wybiera spośród przydzielonych mu wierzchołków taki, który nie został jeszcze dodany do zbioru wierzchołków obsłużonych i którego wartość w tablicy kosztów jest najmniejsza
- za pomocą operacji MPI\_Allreduce wybierany jest wierzchołek o globalnie najniższej wartości kosztu (czyli najlepszy spośród najlepszych z każdego procesu)
- jeśli nie został wyznaczony taki wierzchołek, to następuje wyjście z pętli i zakończenie algorytmu

- w przeciwnym razie wierzchołek zostaje dodany do zbioru wierzchołków przetworzonych (w każdym procesie zbiór ten jest przechowywany osobno, w całości)
- dla każdego nieprzetworzonego sąsiada wyznaczonego wierzchołka dokonywana jest aktualizacja w tablicy kosztów i poprzedników (wybrany wierzchołek staje się poprzednikiem swoich sąsiadów), jeśli nowy koszt okazuje się niższy od dotychczasowego

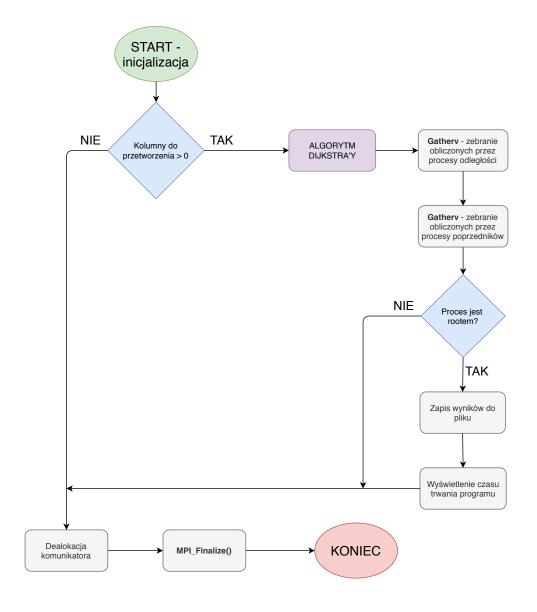
Po zakończeniu działania algorytmu fragmenty tablic kosztów i poprzedników są łączone w całość za pomocą operacji MPI\_Gatherv. Proces root wyznacza ścieżki z wierzchołka źródłowego do każdego wierzchołka w grafie i zapisuje wyniki do pliku. Następnie wyświetlany jest czas działania algorytmu. Ostatnim krokiem jest zwolnienie utworzonego wcześniej komunikatora, wywołanie operacji MPI\_Finalize i zakończenie działania programu.

W kilku miejscach w programie tworzona jest zmienna zawierająca aktualny czas. Pod koniec działania, proces root zbiera te informacje i wyświetla czas wykonywania się każdej z trzech części programu:

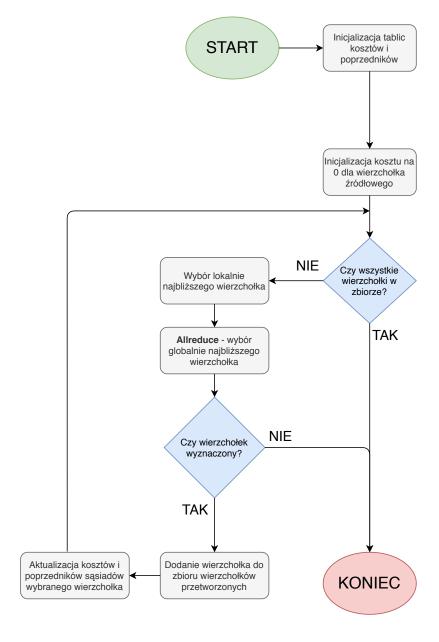
Wyświetlane są wyniki pomiarów dokonanych jedynie w procesie głównym - wyniki z pozostałych procesów są pomijane. Pomiar wykonywany jest z użyciem obiektu klasy high\_resolution\_clock z biblioteki chrono (standard C++11). Użycie takiego zegara gwarantuje, że mierzony czas jest czasem rzeczywistym, a nie czasem procesora.

Rysunek 5 przedstawia schemat blokowy ilustrujący przebieg działania algorytmu po inicjalizacji. Kolorem fioletowym oznaczony został blok związany z główną pętlą algorytmu Dijkstry. Schemat ten nie zawiera szczegółów jej działania.

Rysunek 6 przedstawia schemat blokowy ilustrujący działania głównej pętli algorytmu Dijkstry. Schemat ten stanowi rozwinięcie fioletowego bloku z rysunku 5.



Rysunek 5: Schemat blokowy ilustrujący przebieg głównej części programu wraz z zapisaniem wyników i zakończeniem. Schemat nie zawiera implementacji algorytmu Dijkstry.



Rysunek 6: Schemat blokowy ilustrujący przebieg głównej pętli algorytmu Dijkstry.

#### 3.3 Zastosowane funkcjonalności MPI

W ramach projektu zastosowane zostały następujące funkcjonalności MPI:

- operacja MPI\_Bcast w celu rozesłania wszystkim procesom informacji o całkowitej ilości wierzchołków w przetwarzanym grafie
- operacja MPI\_Scatter w celu wysłania każdemu z procesów liczby przypisanych mu do obsłużenia wierzchołków grafu
- operacja MPI\_Scatterv celu wysłania każdemu z procesów danych z macierzy sąsiedztwa. Wymagana jest w tym przypadku możliwość wysłania każdemu z procesów danych o różnej długości.
- operacja MPI\_Allreduce w celu wyznaczenia wierzchołka o najmniejszej wartości kosztu
- operacja MPI\_Gatherv w celu zebrania wyników wyprodukowanych przez każdy z procesów. W tym przypadku wymagana jest możliwość odbioru od każdego z procesów danych i innej długości
- operacje MPI\_Comm\_split oraz MPI\_Comm\_free w celu utworzenia i zwolnienia nowego komunikatora. Pozwala to wykluczyć bierne (nadmiarowe) procesy z udziału w wykonywaniu algorytmu.

## 4 Testy projektu

TODO:Wtorek

## 5 Obsługa programu

Niniejsza część dokumentacji przedstawia informacje związane z kompilacją i uruchomieniem projektu.

#### 5.1 Kompilacja

Do kompilacji projektu został przygotowany plik CMakeLists.txt. Za jego pomocą możliwe jest wygenerowanie pliku Makefile służącego do kompilacji. Preferowanym sposobem użycia tego pliku jest tzw. użycie *out-of-source* z katalogu build. Znajdując się w katalogu głównym projektu należy wykonać następujące operację:

```
$ mkdir build
$ cd build
$ cmake ..
$ make
```

Aby kompilacja zakończyła się powodzeniem wymagane jest posiadanie zainstalowanej biblioteki MPI. Na pracowni WFiIS konieczne jest ponadto załadowanie odpowiednich zmiennych środowiskowych przed kompilacją za pomocą polecenia:

```
$ source /opt/nfs/config/source_mpich32.sh
```

W dalszej części przydatny może się również okazać plik zawierający informację o dostępnych węzłach. Na pracowni generuje się go za pomocą poniższej komendy:

```
\ \ /opt/nfs/config/station_name_list.sh \ 201 \ 216 > nodes
```

#### 5.2 Uruchomienie

Aby uruchomić program użytkownik może skorzystać z opcji udostępnianych przez wygenerowany plik Makefile:

- make runMPI uruchomiona zostaje równoległa wersja programu,
- make runSerial uruchomiona zostaje sekwencyjna wersja programu.

Można skorzystać z domyślnych parametrów uruchomienia, lub podać własne:

- VERTEX=V jako wierzchołek startowy zostanie wybrany wierzchołek V, domyślną wartością jest 0,
- FILE=F jako plik wejściowy zostanie użyty plik F, plik domyślny to ../data/graph.dat
- N=N parametr mpiexec ustalający ilość procesów, wartość domyślna jest równa 1,
- HOSTS=H parametr mpiexec, plik wejściowy z węzłami.

Przykładowe uruchomienie programu może wyglądać następująco:

```
$ make runMPI VERTEX=1 FILE="../data/graph.dat" N=5
```

Jeśli użytkownik nie chce skorzystać z udostępnionych opcji można również uruchomić pliki wykonywalne samodzielnie. Po wykonaniu komendy make install—all zostaną one udostępnione w katalogu z którego prowadzona była kompilacja. Jako argument należy podać kolejno numer wierzchołka startowego oraz plik wsadowy. Pierwszy argument jest obligatoryjny. Może to wyglądać np. tak jak poniżej:

```
$ make install-all
$ mpiexec -n 5 ./DijkstraMPI 1 "../data/graph.dat"
```

Po uruchomieniu programu, jeśli zostało włączone logowanie, zostaną wyświetlone informacje na temat czasu wykonania. Znalezione ścieżki są zapisywane do plików: odpowiednio resultMPI.txt oraz resultSerial.txt.

## 5.3 Dodatkowe opcje

Korzystając z udostępnionego CMakeLists.txt można również włączyć dodatkowe opcje, takie jak:

- -DBUILD\_DOC=ON|OFF generowanie dokumentacji Doxygen, domyślnie ta opcja jest wyłączona,
- -DSHOULD\_LOG=TRUE|FALSE włączenie/wyłączenie generowania logów.

Dostępne są również dodatkowe opcje programu make, takie jak:

 make clean—all - przywrócenie zawartości podkatalogu do stanu wyjściowego,

- make install-all udostępnienie plików wykonywalnych w podkatalogu,
- make doc wygenerowanie dokumentacji Doxygen,
- make runMPI uruchomienie programu w wersji równoległej, opisane w punkcie 5.2,
- make runSerial uruchomienie programu w wersji sekwencyjnej, opisane w punkcie 5.2,

#### 5.4 Dane wejściowe

Program jako jedną z danych wejściowych przyjmuje plik z grafem zapisanym w postaci macierzy sąsiedztwa. W pierwszej linii pliku powinna znajdować się ilość wierzchołków.

```
0.0000
        0.0000
                 0.0000
                          8.2700
                                   0.0000
                 8.5200
4.2000
        0.0000
                          0.0000
                                   0.0000
3.0700
        0.0000
                 0.0000
                          0.0000
                                   7.7700
0.0000
        0.0000
                 7.4900
                          0.0000
                                   0.0000
9.5700
        6.9400
                 7.7900
                          6.6900
                                   0.0000
```

Listing 2: Przykładowy graf zapisany w odpowiednim formacie.

Do wygenerowania pliku w takim formacie można użyć skryptu pomocniczego generateGraphs.py opisanego w sekcji 5.5.

### 5.5 Generowanie grafów

W ramach projektu został udostępniony dodatkowy skrypt generateGraphs.py. Służy on do generowania grafów skierowanych o wybranej przez użytkownika liczbie wierzchołków i krawędzi. Znajduje się on w katalogu \data. Dostępne są opcje:

- −h pomoc skryptu,
- -e liczba krawędzi w grafie, jeśli wartość nie została podana, ustawiana jest wartość domyślna = 10,
- -v liczba wierzchołków w grafie, wartość domyślna = 10,

• -f - nazwa pliku wyjściowego, domyślna nazwa to graph.dat.

Jeśli wartość krawędzi jest zbyt duża dla danej liczby wierzchołków, użytkownik zostaje poinformowany i zostaje ustawiona nowa, losowa wartość. Wagi krawędzi są nieujemnymi liczbami rzeczywistymi, z zakresu [0, 10].

Listing 3: Pomoc skryptu generateGraphs.py.

Grafy wygenerowane przy pomocy tego skryptu mogą zostać użyte jako dane wejściowe do programu.

#### Literatura

- [1] Ananth Grama, Anshul Gupta, George Karypis, Vipin Kumar *Introduction to Parallel Computing, Second Edition*. Addison-Wesley, 2003.
- [2] Aditya Pore, Russ Miller Parallel implementation of Dijkstra's algorithm using MPI library on a cluster. Link: https://cse.buffalo.edu/faculty/miller/Courses/CSE633/Pore-Spring-2014-CSE633.pdf (dostęp: 21.04.2020)
- [3] Zilong Ye An Implementation of Parallelizing Dijkstra's Algorithm. Link: https://cse.buffalo.edu/faculty/miller/Courses/CSE633/Ye-Fall-2012-CSE633.pdf (dostęp: 21.04.2020)
- [4] Wikipedia, The Free Encyclopedia *Dijkstra's algorithm* Link: https://en.wikipedia.org/wiki/Dijkstra%27s\_algorithm (dostęp: 21.04.2020)
- [5] Dokumentacja MPICH: https://www.mpich.org/documentation/guides/ (dostęp: 21.04.2020)
- [6] Dokumentacja Microsoft MPI: https://docs.microsoft.com/en-us/message-passing-interface/microsoft-mpi (dostep: 21.04.2020)
- [7] Wes Kendall MPI Tutorial: MPI Scatter, Gather, and Allgather. Link: https://mpitutorial.com/tutorials/mpi-scatter-gather-and-allgather/ (dostep: 21.04.2020)
- [8] Dokumentacja języka C++ dostępna na stronie https://en.cppreference.com/w/ (dostęp: 21.04.2020)