* 複素数平面
* 複素数と座標の関係

複素数\(a + bi\)（ただし、\(a\)、\(b\)は実数）を座標平面上の点\((a, b)\)で表します。

例

\(3 + 2i\)の場合

* MC\_G032\_01.png

このとき!!  
座標軸を複素数平面と呼び、\(x\)軸を実軸、\(y\)軸を虚軸と呼びます。

* 共役複素数

複素数\(a + bi\)（\(a\)、\(b\)は実数）に対して、\(a - bi\)を共役〔きょうやく〕複素数と申します。  
で!!　複素数\(z\)の共役複素数を\(\overline{z}\)と表します。

../../../share/assets/img/MA\_G000\_03.png  
ちなみに、\(a\)、\(b\)を実数として、点\(a + bi\)と\(a - bi\)は実軸（\(x\)軸）に関して対称となります（下の図を参照）。

* MC\_G032\_02.png

公式いろいろ

①\(\overline{z\_1 + z\_2} = \overline{z\_1} + \overline{z\_2}\)  
②\(\overline{z\_1 - z\_2} = \overline{z\_1} - \overline{z\_2}\)  
③\(\overline{z\_1z\_2} = \overline{z\_1}\overline{z\_2}\)  
④\(\overline{\left ( \displaystyle\frac{z\_2}{z\_1} \right )} = \displaystyle\frac{\overline{z\_2}}{\overline{z\_1}}\)（ただし、 \(z\_1 \neq 0\)）

ちなみに、\(z\)が実数である条件は…  
\(z = \overline{z}\)  
となります。理由は簡単…  
\(z = z + 0i\)  
のとき  
\overline{z} = z - 0i  
つまり!　\(z = \overline{z}\)となります。

./../../share/assets/img/MA\_G000\_02.png  
そうか…虚数部分が\(0\)だから\(+0i\)も\(-0i\)も\(0\)なんだね。

* 複素数の絶対値

\(a + bi\)と原点\(\rm O\)との距離を複素数\(a + bi\)の絶対値といい、\(|a + bi|\)で表します。  
とゆーわけで…  
\(|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}\)  
つまり!  
\(z = a + bi\)のとき  
\(|z| = \sqrt{a^2 + b^2}\)  
ということです。

公式いろいろ

①\(|z|^2 = z\overline{z}\)  
②\(|z\_1z\_2| = |z\_1||z\_2|\)  
③\(\left |\displaystyle\frac{z\_2}{z\_1} \right | = \displaystyle\frac{|z\_2|}{|z\_1|}\)（ただし、\( z\_1 \neq 0\)）

例

\(z = 3 + 2i\)の絶対値を求めてみよう。

求め方①  
\(|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}\)  
つまり、\(|z|^2 = (\sqrt{13})^2 =\)\(13\)

求め方②  
\(\overline{z} = 3 - 2i\)だから  
\(z\overline{z} = (3 + 2i)(3 - 2i)\)  
\(= 3^2 - (2i)^2\)  
\(= 9 - 4i^2)  
\(= 9 + 4\)  
\(=\)\(13\)

* 複素数平面における演算

和

\((a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + c)i\)

まさに、これは座標平面におけるベクトルの和の話と一致します。  
ベクトルの成分の計算を思い出して!!

* MC\_G032\_03.png

\((a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)\)  
ホラ!! 同じでしょ!!

差

\((a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i\)

これも、座標平面上のベクトルの差の話とピッタリ一致!!  
思い出してごらん!!

* MC\_G032\_04.png

\((a, b) - (c, d) = (a - c, b - d)\)  
すると、\(z\_1 = a + bi\)、\( z\_2 = c + di\)に対して、  
\(z\_2 - z\_1 = (a - b) + (c - d)i\)  
\(|z\_2 - z\_1| = \sqrt{(a - b)^2 + (c - d)^2}\)となり  
2点\((a, b)\)と\( (c, d)\)の距離を表してます。

実数倍

\(k\)を実数としたとき  
\(k(a + bi) = ka + kbi\)

これも、座標平面上のベクトルを実数倍するときの話と一致します。

* MC\_G032\_05.png

\(k(a, b) = (ka, kb)\)