Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчет по лабораторным работам № 1,2

на тему

Сигналы телекоммуникационных систем. Ряд Фурье. Преобразование Фурье. Корреляция.

Работу выполнила:
студентка гр.
33501/2 Акимова
М.А.

Преподаватель:
Богач Н.В.

Санкт-Петербург
2018 г.

1. Цель работы

Познакомиться со средствами генерации и визуализации простых сигналов. Получить представление о спектрах телекоммуникационных сигналов

2. Постановка задачи

1. В командном окне MATLAB и в среде Simulink промоделировать синусоидальный и прямоугольный сигналы с различными параметрами. Получить их спектры. Вывести график.
2. Получить их спектры с помощью преобразования Фурье, вывести на график.
3. Выполнить расчет преобразования Фурье. Перечислить свойства преобразования Фурье.
4. С помощью функции корреляции найдите позицию синхропосылки [101] в сигнале [0001010111000010] . Получите пакет данных, если известно, что его длина составляет 8 бит без учета синхропосылки. Вычислите корреляцию прямым методом, воспользуйтесь алгоритмом быстрой корреляции, сравните время работы обоих алгоритмов

3. Теоретическая часть

Сигнал — материальный носитель информации, используемый для передачи сообщений в системе связи. Сигнал может генерироваться, но его приём не обязателен, в отличие от сообщения, которое рассчитано на принятие принимающей стороной, иначе оно не является сообщением. Сигналом может быть любой физический процесс, параметры которого изменяются (или находятся) в соответствии с передаваемым сообщением.

Спектр сигнала — это совокупность простых составляющих сигнала с определенными амплитудами, частотами и начальными фазами. Между спектром сигнала и его формой существует жесткая взаимосвязь: изменение формы сигнала приводит к изменению его спектра и наоборот, любое изменение спектра сигнала приводит к изменению его формы. Это важно запомнить, поскольку при передаче сигналов в системе передачи, они подвергаются преобразованиям, а значит, происходит преобразование их спектров.

Классификация сигналов:

По физической природе носителя информации:
- -электрические
- -электромагнитные
- -оптические
- -акустические
- -и др

По способу задания сигнала:
- -детерминированные (описываемые аналитической функцией)
- -случайные (для их описания используется аппарат теории вероятностей)

непрерывные и дискретные
периодические и непериодические
бесконечные и конечные

3.1 Ряд и интеграл Фурье

Любая ограниченна, периодическая функция, имеющая конечное число экстремумов на протяжении периода, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k\, e^{j2\pi k f_1 t}$$

где $f_1 = 1/T_1$; T_1 период функции $\varphi_p(t)$; C_k – постоянные коэффициенты. Коэффициенты могут быть найдены следующим образом:

$$C_k = \frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt$$

При этом значение выражения не зависит от t_0. Обычно берется $t_0=0$ или $t_0= -T_1/2$.

Приведены формулы можно записать в виде одного выражения:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt\right] e^{j2\pi k f_1 t}$$

Ряд Фурье справедлив для периодических сигналов, однако на его основе можно вывести соотношения и для непериодических сигналов. В этом случае T1 стремится к бесконечности, в связи с этим частота f1 стремится к нулю и обозначается как *df*, *kf1* является текущим значением частоты f, а сумма меняется на интеграл. В результате получается выражение:

$$\varphi_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt\right] \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} df$$

Это выражение называется интегралом Фурье и объединяет прямое преобразование Фурье:

$$\Phi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

и обратное преобразование Фурье:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(t) e^{j2\pi f t} dt$$

Приведенные преобразования существуют только для функций с ограниченной энергией:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 dt \neq \infty$$

В большинстве случаев термин преобразование Фурье обозначает именно интеграл Фурье. Преобразование Фурье сигнала так же называется спектром сигнала.

3.2 Свойства преобразования Фурье

Преобразование Фурье имеет ряд свойств:

- Суммирование функций

Преобразование Фурье – линейное преобразование. Отсюда следует:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \varphi_i(t) \leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Phi_i(f)$$

где α_i постоянный коэффициент.

- Смещение функций

При смещении функции t_0 ее ПФ умножается на $e^{j2\pi f t_0}$

$$\varphi(t - t_{0)} \leftrightarrow e^{-j2\pi f t_0}\Phi(f)$$

- Изменение масштаба аргумента функции

При домножении аргумента функции t на постоянный коэффициент α, ПФ функции имеет вид $\frac{1}{|\alpha|}\Phi(\frac{f}{\alpha})$:

$$\varphi(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha}\ \Phi(\frac{f}{\alpha})$$

- Перемножение функций

ПФ произведения двух функции равно свертки ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f) * \Phi_1(f)$$

- Свертывание функций

ПФ свертки двух функций равно произведению ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f)\Phi_1(f)$$

- Дифференцирование функции

При дифференцировании функции ее ПФ домножается на $j2\pi f$:

$$\frac{d[\varphi(t)]}{dt} \leftrightarrow j2\pi f\Phi(t)$$

- Интегрирование функции

При интегрировании функции ее ПФ делится на $j2\pi f$:

$$\int_{-\infty}^{t} \varphi(t')dt' \leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f}\Phi(t)$$

- Обратимость преобразования

Преобразование обратимо с точностью до знака аргумента.

3.3 Корреляция

Для нахождения посылки в сигнале можно использовать алгоритм взаимной корреляции, где N – длина всех x и y. Для нахождения посылки можно сдвигать один вектор относительно другого, каждый раз находя значение корреляции. Максимальная корреляция будет соответствовать месту искомой посылки:

$$R = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i * y_i$$

Алгоритм быстрой корреляции:

$$R = \frac{1}{N} F_d^{-1}[X_s' * Y]$$

4. Ход работы

Строим синусоидальный сигнал в командном окне Matlab и его спектр

```
f = 25;
f0 = 10;
t1=1;
t=0:1:100;
s = 5*cos(2*Pi*f*t+f0);
plot(t, s);
dots = 1024;
fft(s,dots);
plot(abs(fft(s, dots)))
```

Результат работы программы - на рис.1 и 2

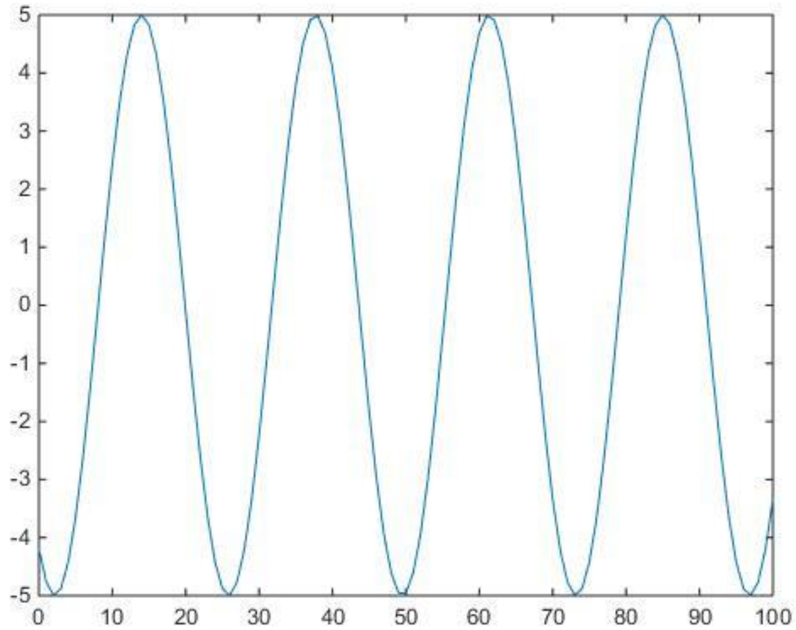


Рис. 1 Синусоидальный сигнал.

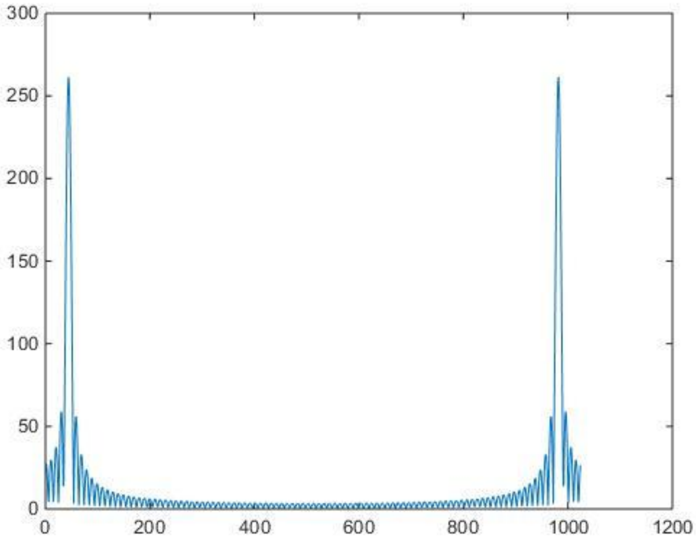


Рис. 2 Спектр синусоидального сигнала.

Прямоугольный сигнал:

```
x = 0:0.01:4*pi;
t=0:0.1:20;
duty =50;
y=square(t,duty);
plot(t(1:200),y(1:200))
grid
ylim([-1.1 1.1]);
figure
dots = 1024;
fft(y,dots);
plot(abs(fft(y, dots)))
```

Результат работы программы - на рис.3 и 4

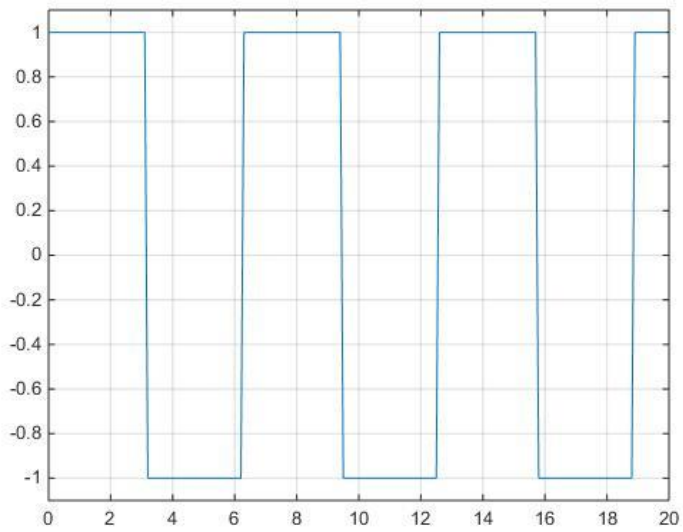
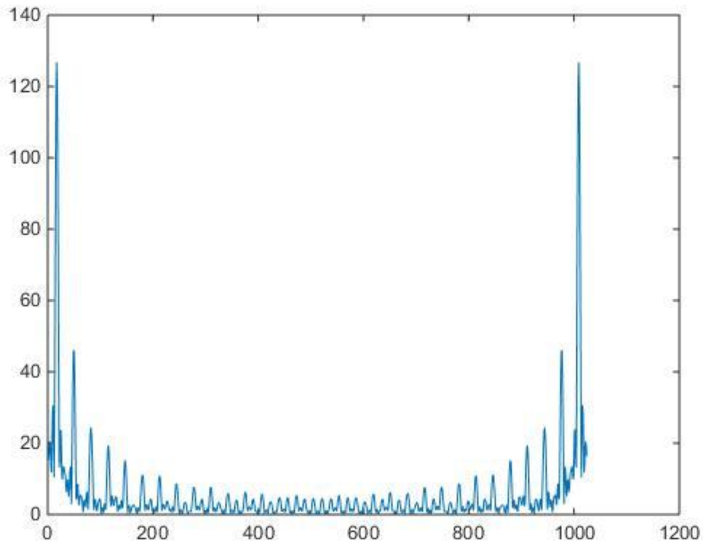


Рис. 3 Прямоугольный сигнал сигнал.



Спектр прямоугольного сигнала сигнала.

Повторяем те же опыты на Simulink.

Рис. 5 - схема для синусоидального сигнала сигнала (рис. 6 - сам сигнал и его спектр).

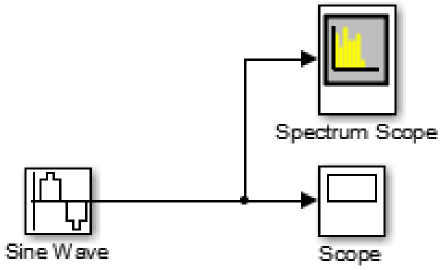


Рис. 5 Схема для синусоидального сигнала.

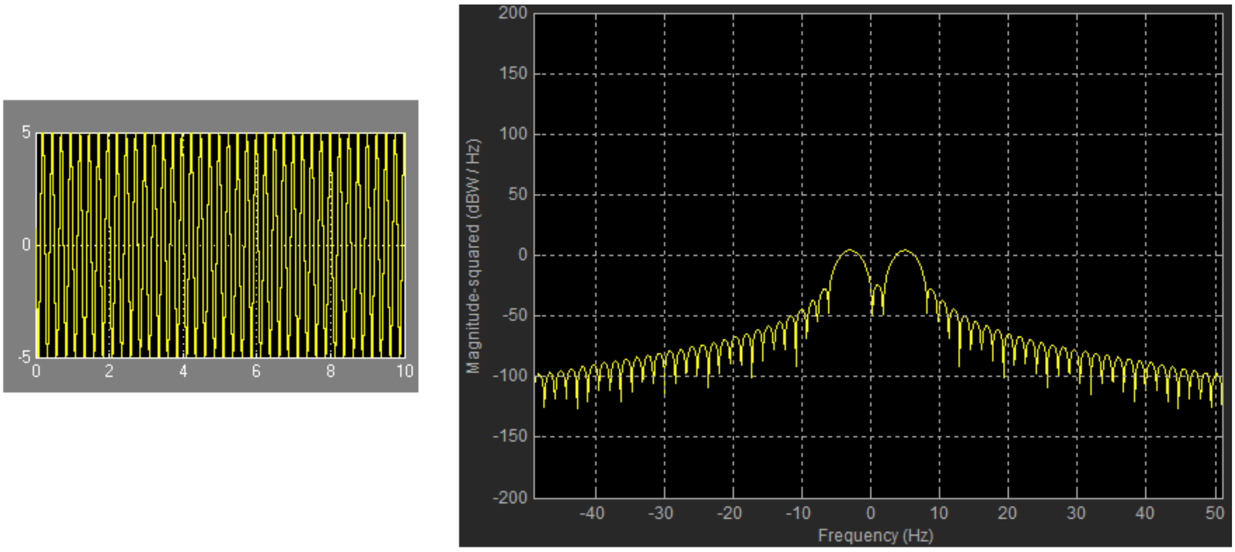


Рис. 6 Синусоидальный сигнал и его спектр

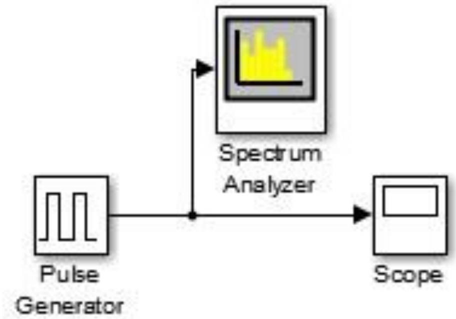


Рис. 7 Схема для прямоугольного сигнала

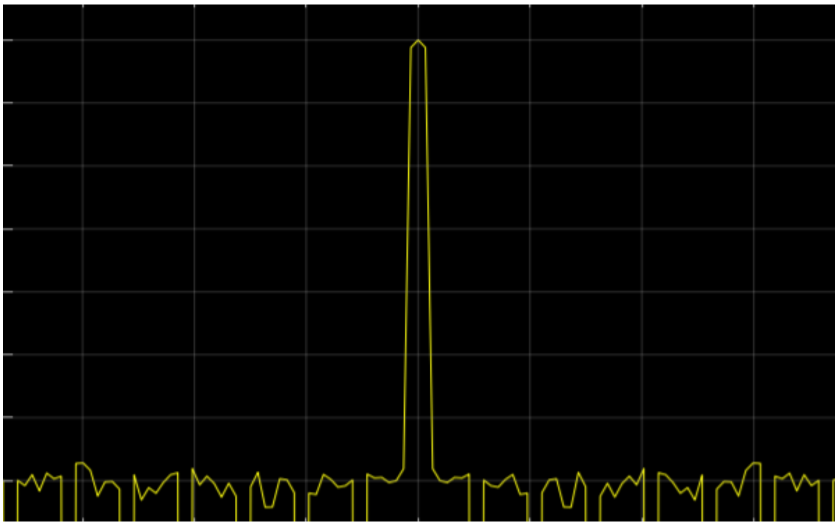


Рис. 8 Спектр прямоугольного сигнала

4.1 Расчет преобразования Фурье

В пункте 4 рассматривались синусоидальные и прямоугольные сигналы. Применим преобразование Фурье для синусоидальной и прямоугольной функций:

```
sinus  = A*sin(2*pi*f*t + ph) + b;  //для синусоидального сигнала
f_preobr_s = fourier(sinus)

pryamoug = A*rectangularPulse(-T, T, t); //для прямоугольного сигнала
f_preobr_p= fourier(pryamoug)
```

где A – амплитуда, f – частота, ph – фаза и b – смещение.
В результате получим две формулы:

```
f_preobr_s=2*pi*b*dirac(w) - A*pi*(dirac(w - 2*pi*f)*exp(ph*1i) - dirac(w + 2*pi*f)*exp(-ph*1i))*1i

f_preobr_p =A*((sin(T*w) + cos(T*w)*1i)/w - (cos(T*w)*1i - sin(T*w))/w)
```

4.2 Корреляция

```
posylka = [0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0];
sinhro_p = [1 0 1];

sinhro_p_d = zeros (1, length(posylka));
sinhro_p_d(sinhro_p == 1) = 1;
sinhro_p_d(sinhro_p == 0 ) = -1;

posylka_t = posylka;

R = zeros(1, length(posylka_t));

tic % прямой метод
for i = 1:length(posylka_t)
```

```
R(i) = sum(posylka_t.*circshift(sinhro_p_d, i-1, 2))/length(posylka_t);
end
toc

tic % быстрый метод
posylka_t = fft(posylka_t);
sinhro_p_d = fft(sinhro_p_d);
posylka_t = conj(posylka_t);
BR=ifft(posylka_t.* sinhro_p_d)/length(posylka_t);
Toc
```

В качестве исходного примера возьмем синхропосылку 101 в сигнале 0001010111000010.

До начала вычисления корреляции изменим синхропосылку с 1 0 1 на 1 -1 1, что обеспечит более точное ее нахождение в посылке, также дополним ее нулями для совпадения длин векторов. Произведем два расчета корреляции – обычным алгоритмом и быстрым с контролем времени на каждую операцию.

Первый алгоритм показал время выполнения - 0.041 мс, а второй – 0.0018.

Можно сделать вывод, что алгоритм быстрой корреляции эффективней обычного. Разница не значительна из-за малой длины посылки.

Стоит отметить, что на таком коротком примере алгоритм быстрой корреляции оказался всего в 2 раза быстрее обычного алгоритма. Его эффективность вырастет во много раз, по сравнению с обычным алгоритмом на больших посылках.

5. Вывод

В данной работе мы познакомились со средствами генерации и визуализации простых сигналов в средах Matlab и Simulink. Были выполнены анализы спектров синусоидальных и прямоугольных сигналов.

5.1 Признаки классификации сигналов

Сигналы используются для передачи информации. Основными признаками классификации сигналов являются:

- Характер измерения информативного и временного параметров (аналоговый, дискретный, цифровой).
- Непрерывность (постоянные и переменные).
- По степени наличия априорной информации (детерминированные, квазидетерминированные и случайные).
- По конечности и переодичности

5.2 Примеры применения преобразования Фурье и корелляция

Преобразование Фурье применяется при обработке звука и изображений (их сжатие и кодировка, восстановление и улучшение, обработка массивов отсчетов). Также модуляция и демодуляция данных для передачи по каналам связи, фильтрация сигналов.

Корреляционный анализ дает возможность установить в сигналах наличие связи. Методы корреляции активно применяются при анализе случайных процессов для выявления неслучайных составляющих и оценки неслучайных параметров этих процессов.