物理学科 学生出版会 1997 年度 教育 英語 1

1997年度 入学試験 一般教育科目

教育 英語

1. 次の文章は、中国の李鵬首相によって 1996 年 4 月に行なわれた中国における科学技術の役割についての講演の一部である。この文章を読んで以下の設問 (i) および (ii) に答えよ。

It has been eighteen years since China started to reform and open up to the rest of the world. During this period, the national economy has been developing rapidly, with an average annual growth rate of 9%. Recently, the Chinese People's Congress passed the next 5-year plan and a 15-year long-term development plan. The economy should maintain its good momentum with an estimated growth rate of 7 to 8% during the next 5 years and about 7% in the next century. In order to sustain this growth, we are undergoing two transitions — from a planned economy to a market economy and from growth by increased development to growth by increased economic efficiency. In addition, we are using two strategies — building the country through science and education and through sustainable development. It will take international cooperation to achieve these objectives.

Why can't China do it alone? Because we have many problems. For example, we started to talk about 9-year compulsory education in 1985, but this goal has still not been achieved and will only be 85% complete by the year 2000. In some areas, we can only achieve 6-year compulsory education. In addition, development is not balanced across regions of China. Coastal areas are more advanced, but the middle and western regions are far behind. China still has 65 million people living in absolute poverty; the natural environments they inhabit are extremely poor. This is not to say that there is no future for development in the western regions. They have abundant underground resources, but exploiting them will depend on science, technology, and education, as well as government subsidies.

The biggest problem in China, however, is agriculture. China must use 7% of the world's arable land to feed 22% of the world's population and has a shortage of water resources as well. Currently, only one-third of China's cultivated land produces high-yields; the other two thirds produce medium or low yields. To develop agriculture, we need both practical techniques and high technology. For instances, the use of hybrid rice can increase yields by another 20% (after the most recent 15% increase); and with biological engineering, we have bred a new variety of cotton which is genetically resistant to bollworms, which have plagued our cotton production in recent years. Although China carries out a rather strict family planning policy, the population still increases by 13 million every year, and we must solve the problems of providing food, adequate living conditions, education, and employment for the increased population. I believe that science and technology can help us do so.

Meteorology is another field to which we pay special attention, because it is especially important to China to reduce the effect of natural disasters. China is a country with frequent floods and droughts. Generally in a five-year period, we have two years with good harvests, two with average harvests, and one with disaster. We have dredged rivers and watercourses, built dams, and planted trees to prevent floods. But droughts are more serious than floods in China. Solving this problem will depend on more efficient use of water resources. China also suffers typhoon attacks. Therefore, meteorology is very important to agriculture and people's lives. Accurate forecasts can reduce damage. We have established a national meteorological network and jointed up with worldwide networks; we have used large computers to do forecasts. Currently we can make 5 to 7 days' advanced forecasts.

Chinese industry has high energy consumption, low efficiency, high materials consumption and low product quality. These problems also need science and technology solutions. In addition, our government needs to correctly handle the relation between basic research and applied science. Because applied science can increase productivity, it has been viewed as important by society. However, basic research is also important; its development can bring about breakthroughs. China is a developing country and cannot afford to spend a lot of money on basic research. But the government does appropriate some money for it, and wider international cooperation would help expand China's basic research capabilities.

Since the founding of the People's Republic, we have gradually established a scientific research system that encompasses almost all fields of study. However, this system was based on the old Soviet model. Research was mainly carried out by institutes of the Chinese Academy of Sciences (CAS) and of the various ministries. In developed countries, research is mainly done at universities and by companies. We have encouraged research institutions to establish relations with business enterprises and encouraged large companies to do their own scientific research. CAS has also pioneered in letting research institutes set up enterprises to enter the market.

2

Although China has made great strides in development, there are also many problems and difficulties, and it will take tens of years of arduous effort to solve them. We can't do it alone and would like to establish better cooperation with science and technology circles in the Asia-Pacific region and elsewhere in the world.

(Science 巻頭言より)

arable: 耕作に適する bollworm: 蛾の幼虫の一種 dredge: (しゅんせつ)する meteorology: 気象学 [設問]

- (i) 李鵬首相は、中国における科学技術の果たす役割を4つあげている。中国のどのような現状に対して、どのような役割を果たすのか、それぞれを箇条書きに整理して述べよ。
- (ii) 李鵬首相は、中国における科学研究を行うシステムと先進国のそれとはどのように違うと述べているか。 また、この問題に対し中国はどのように対処していると述べているか。それぞれを簡潔に述べよ。
- 2. 次の文章を読み、下記の下線(ア)および(イ)で示した部分を適切な日本語に訳せ。

Nearly a century ago, Basil Chamberlain opened his famous essay "English as She is Japped" with the sentence: "English as she is spoken and written in Japan forms quite an enticing study". We might well say the same thing today. Despite the tremendous effort and investment put into foreign-language teaching, Japan still abounds in the "Japlish" that Chamberlain found so entertaining.

Three years of English is obligatory in most junior high schools, followed by three more years in senior high school, and usually continuing for another two years for those attending university. But with all that, few Japanese — including those who end up as English teachers — can converse freely in the language or write it with any degree of proficiency. (\mathcal{T})English, or more correctly Eigo, is taught as an academic exercise with so much attention to memorizing fine points of grammar and vocabulary that it ceases to be a means of communication. The examinations for which these methods prepare the student are in turn prepared by those who have gone through the same system, with the result that they do not test linguistic ability but merely the capacity to memorize relatively disconnected bits of information.

The situation becomes all the more ironic when one recalls that, despite the miseducation in English, thousands of English words have entered the Japanese language itself over the past few generations. Some of these loanwords represent new concepts for which there were no equivalents, or at least none that caught on, in Japanese itself. *Terebi* ("television") is an example. Others have rendered the old Japanese synonyms archaic, as *rabu-reta* ("love letter") did to *koibumi*. Still others coexist with Japanese words of the same meaning, such as *tsuma* and *waifu* ("wife"). Occasionally the foreign word carries a special meaning distinguishing it from the old Japanese word, as *raisu* (rice eaten on a plate with a fork) is differentiated from *gohan* (rice eaten in a bowl with chopsticks). Many English loanwords get new, restricted meanings in Japanese. Thus *mishin* ("machine") always means sewing machine.

Perhaps the most difficult class of all for the native speaker to recognize is the words that are abbreviated in much the same way that the Japanese abbreviate their own Chinese compounds. *Zenesuto* ("general strike") and *sabunado* ("subterranean promenade," i.e., an underground walkway) are two of them. Finally, some words are not standard English at all, but new inventions of the Japanese, such as *sarariiman* ("salary man"), which means a white-collar worker.

What helps to keep this *Eigo* from becoming English is that the words are written in the limited sound system of the Japanese syllabary, which produces pronunciations totally unrecognizable to the native ear. At the same time it retards the efforts of the Japanese to learn to speak English intelligibly. (1)On the positive side, these loanwords have helped the Japanese to cope with the demands of an international, technological world. Perhaps in the same way that English, as Anglo-Saxon, was enriched and beautified — by Greek, French, and Latin — Japanese can hope to be improved by its contact with English. But for the moment at least, these hopes belong clearly to the future.

(Beverley D.Tucker による)

3. 下の文章の下線部を英訳せよ。

物理学科 学生出版会 1997 年度 教育 英語 3

あるとき自動車王フォードが、予告なしにエジソンの研究室を訪れた。技師の一人が「先生は昼寝をしていらっしゃいます」とさえぎった。「あまり眠らないと聞いていますが」とフォード。「ええ、夜は少ししかお休みになりません。ただ、昼寝をたくさんなさるだけです」。ナポレオン(Napoleon)も4時間睡眠の人として名高い。しかし、彼は自分の睡眠時間を少なめに言う傾向があった。重要な会議や戦場に居合わせた者の証言によると、疲れ果てて睡眠不足を訴えることも多かったらしい。睡眠不足のために、重大な局面で何度か判断を誤った、と指摘する歴史家もいるそうだ。「Sleep Thieves」を書いた心理学者スタンレー・コレンは、エジソンやナポレオンの例を引き、人間には十分な眠りが必要だと力説する。彼によれば、チェルノブイリの惨事もスリーマイル島事故もチャレンジャーの爆発も、すべて関係者の睡眠不足が絡んでいた、という。

(朝日新聞 天声人語による)

教育 数学

1. 3行3列の実行列

$$A = \left(\begin{array}{cccc} a+1 & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & -1 \\ -1 & 1 & a-1 \end{array}\right)$$

について以下の設問に答えよ。

- (i) $A\vec{e_1} = \lambda_1\vec{e_1}, A\vec{e_2} = \lambda_2\vec{e_2}, A\vec{e_3} = \vec{e_2} + \lambda_2\vec{e_3}$ を満たす実数値 λ_1, λ_2 および R^3 の単位ベクトル $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ を求めよ。 ただし、 $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ の第 2 成分は正とする。
- (ii) $A^n \vec{e_1}, A^n \vec{e_2}, A^n \vec{e_3}$ を $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ の一次結合で表せ。
- (iii) \vec{r}, \vec{d} を R^3 のベクトルとする。このときベクトル列 $\vec{r_0}, \vec{r_1}, \vec{r_2}, \cdots$ を $\vec{r_0} = \vec{r}, \vec{r_{n+1}} = A\vec{r_n} + \vec{d}$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ に よって定める。ベクトル列の極限 $\lim_{n \to \infty} \vec{r_n}$ が任意の \vec{r}, \vec{d} について常に存在するような a の範囲を求めよ。
- 2. 関数 y(x) に関する常微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 y = f(x)$$

について以下の設問に答えよ。 ただし ω は正の定数であり、 x の範囲は $x \ge 0$ とする。

- (i) $y = a(x)\cos \omega x + b(x)\sin \omega x$ とおいて上式に代入し、 $\frac{da}{dx}$ と $\frac{db}{dx}$ に対する関係式を求めよ。 ただし、 $\frac{da}{dx}\cos \omega x + \frac{db}{dx}\sin \omega x = 0$ とする。
- (ii) *a*(*x*) と *b*(*x*) を求めよ。
- (iii) $f(x) = 1/\lambda$ $(0 \le x \le \lambda)$, 0 $(x > \lambda)$ のとき, y(x) を求めよ。ただし λ は正の定数であり、x = 0 で、 $y = \frac{dy}{dx} = 0$ とする。
- (iv) (iii) で得られた y(x) の $\lambda \to 0$ の極限を求めよ。
- 3. A,B 2人があるゲームを繰り返し行なう。A が 2 回続けて勝つまでゲームを続ける。各々のゲームで A が勝つ確率は 2/3 とする。
 - (i) N 回目のゲームでも終了しない確率を x_N とする。 x_N を x_{N-1}, x_{N-2} で表せ。
 - (ii) x_N を N の関数として求めよ。
 - (iii) 行なわれるゲームの回数の期待値を求めよ。

教育 物理

- 1. 転がり迫る石の球に追われている人がトロッコに乗って逃げるときに、逃げきれるか否かを以下の手順で考察 しよう。
 - (i) 勾配 θ の斜面を滑らずに転がり落ちる半径 r、質量 m、中心のまわりの慣性モーメント I の回転体 (円板、 球など)の運動を考えよう。重力加速度をg、斜面の回転体におよぼす転がりまさつ力をF、回転体の回 転角を α 、斜面に沿って測った回転体の中心位置を x とする。

回転体の運動は以下の連立方程式によって決定される。回転に関する運動方程式(2)を与えて方程式を完 成させよ。

$$m\ddot{x} = mg\sin\theta - F$$
 \cdots (1)

 \cdots (2)

$$\dot{x} = r\dot{\alpha}$$
 \cdots (3)

但し、 $= d^2/dt^2$, = d/dt である。

(ii) 上の方程式 (1),(2),(3) を用いて回転体のエネルギー、

$$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\alpha}^2 - mgx\sin\theta$$

が保存することを確認せよ。

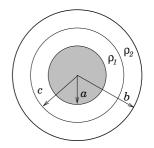
- (iii) 以下の(a)、(b)、(c) に述べる三物体の運動は、m, I を適当に定義すると、問(i) の方程式(1)、(2)、(3) に 従う。
 - (a) 一個の車輪を考える。半径は、20cm、質量は40kgであり、車輪の質量分布は一番外側の輪の部分に 集中している円環(リング)であるとする。これが斜面をすべらずに転がり落ちる運動を考える。
 - (b) トロッコを考える。トロッコを、一つの車輪からなり車軸の上に車台が乗っているものとモデル化す る。車輪を(a)で考えた円環とし、それが質量の無視できる円盤により車軸とつながっており、車軸には トロッコの車台の質量とそれに乗った人の質量をあわせた 360kg の重量がかかっているとする。車輪は 斜面をすべらずに転がり落ちるとし、車軸のまさつは無視する。
 - (c) 石球を考える。質量 $M=2.0\times10^4{
 m kg}$ 、半径 $R=1.0{
 m m}$ の石球が斜面をすべらずに転がり落ちるとする。 球の中心のまわりの慣性モーメントは $\frac{2}{5}MR^2$ で与えられる。

上の (a)、(b)、(c) のそれぞれの物体の、斜面に沿った方向の加速度を g_a, g_b, g_c とする。勾配 3 0 度の斜 面を直線状下方に転がる場合に、 $g_a:g_b:g_c$ の比を求めよ。

- (iv) 問 (iii) の (b) に述べたトロッコが動き始めた時、石球の中心はトロッコ後端から 6.0m のところにあり、 秒速 3.0m で迫っていた。トロッコの車高は石球の半径に等しいとすると、石球はトロッコに衝突するか しないかを判定し、後者の場合には約何 m まで接近するかを計算せよ。計算には $g=9.8 \text{m/s}^2$ を用いよ。
- 2. (i) 図のように断面積 S、長さ L の円柱導体に一様な定常電流 I が流れている。その抵抗 R は抵抗率 ho により $R = \rho L/S$ と表せる。この導体中の電流密度 j (電流に垂直な単位断面積当たりの電流)はいくらか。ま た、導体中の電場 E と電流密度 j との関係を導け。



(ii) 球形電極 (半径 a) と球殻電極 (半径 b) が同心に配置されており、それらの間は半径 c のところで 2 層の球殻に分けられ (a < c < b) 内側に抵抗率 ρ_1 の導体、外側に抵抗率 ρ_2 の導体が詰められている (右に断面図を示す)。電極間に電圧をかけ、一様な定常電流 I を流す。中心からの距離 r として、以下の問に答えよ。なお、実際上、球に細い穴をあけ中心の電極に導線をつなぐが、その穴と導線の影響は無視できるものとする。また、



- 電極、導線の抵抗率も十分小さく無視できるものとする。 イ) 電流密度 j、電極間の電場の強さ E を r の関数で表せ。
- 口)電極間の電圧V、抵抗Rを求めよ。
- 八)中心の電極表面にたまっている全電荷 Q を求めよ。
- 二)異なる導体の境界面にたまっている全電荷 Q' を求めよ。
- 3. 気体の比熱においては、その体積を一定に保ちながら測る場合の定積比熱 $C_V=(\delta Q/dT)_V$ と、圧力を一定に保ちながら測る場合の定圧比熱 $C_p=(\delta Q/dT)_p$ とは値が異なる。但し、T は温度、V は体積、p は圧力、Q は熱量である。
 - (i) 1 モルの理想気体の状態方程式を書き、これを用いて理想気体 1 モルの C_V と C_p の関係を導け。但し、気体定数を R とせよ。
 - (ii) 理想気体が準静的な断熱変化をするときに

$$C_V dT + p dV = 0$$

が成り立つことを示せ。

(iii) 理想気体が準静的な断熱変化をするときに

$$pV^{C_p/C_V} =$$
一定

が成り立つことを示せ。

(iv) ディーゼル機関ではシリンダー内で空気を圧縮して温度を上げ、重油の霧を点火させる。この圧縮が準静的かつ断熱的に行われ、空気は理想気体であると仮定しよう。重油の霧の点火温度が 627° の場合、シリンダー内の空気の体積を何分の一に圧縮させればこの点火温度に達するか、有効数字 2 桁で計算せよ。但し圧縮前の空気の温度は 27° であり、空気の比熱比は $C_p/C_V=\frac{7}{5}$ であるとする。

教育 英語 解答

1. 全訳

中国が改革開放政策を始めて18年になる。この間、中国経済は年平均9%の成長率で急速に発展してき た。最近、中国人民大会で、次期5ヶ年計画と15ヶ年の長期発展計画が可決された。中国経済は、好まし い勢いを維持するべきであり、次の5年で7~8%、来世紀には約7%で成長すると予想している。このよ うな成長を維持するために、我々は計画経済から市場経済へ、また開発による成長から経済効率をあげるこ とによる成長へという2つの変革を経験しようとしている。それに加え、我々は2つの計画科学と教育、 そして持続可能な発展によって国をつくることをすすめている。これらの目標を達成するためには、国際協 力が必要となる。

何故、中国一ヵ国でそれを達成することができないのであろうか。中国は多くの問題を抱えているからであ る。例えば、我々は1985年に9ヵ年の義務教育を提案したのだが、この目標はまだ達成されておらず20 00年までに義務教育を完全に受けることができるのは85%にすぎないだろう。6ヵ年の義務教育を達成し ているにすぎない地域もある。さらに開発には地域格差がある。沿岸地域は発展しているが、中部と西部は遥 かに遅れている。中国にはまだきわめて貧しい生活をしている人々が6500万人おり、彼らのおかれた環境 は劣悪だ。西部地域に発展の見込みがないと言っても過言ではない。豊富な地下資源はあるがそれを開発でき るかどうかは政府補助金だけでなく科学技術や教育にかかっている。

しかし、中国における最大の問題は農業である。中国は世界の農地の7%を使って人類の22%を養わな ければならず、そのうえ水も不足している。現在、中国の農地で高い収穫をあげているのは 1/3 にしかすぎな い。一方、残りの 2/3 は中程度か少ないのである。農業を発展させるためには実行可能で高度な技術が必要で ある。例えば、米の交配種をつかうと、(最近20%増産したにもかかわらず)さらに20%も収穫を増やす ことができる。また、バイオテクノロジーを使えば、近年綿花に損害を与えてきたワタキバガの幼虫に遺伝的 に強い新種の綿花を産み出した。中国では、かなり厳しい家族計画政策が行われているが、人口はまだ年に 1 300万人ずつ増加しているため、増加した人々のために食料、環境、教育、雇用を供給しなければならな い。私は、科学技術がこの問題を解決する助けになると信じている。

気象学も、我々が特に注目している分野である。というのも、中国にとっては災害の影響を減らすことが 特に重要であるからだ。中国では、洪水や干ばつが多い。平均して、5年のうち2年は豊作で、2年は平均、 1年は災害にあう。我々は、洪水を避けるために、水路を堀り、ダムをつくり、植林してきた。しかし、中国 では、干ばつは洪水より深刻である。この問題を解決できるかどうかは、水資源をより効率的に利用できる かにかかっているだろう。中国は、台風にも遭う。そのため、気象学は農業や人々の生活にとっても重要であ る。正確に予報できれば、被害を減らすことができる。我々は、全国気象ネットワークを作り、世界のネット ワークに参加してきた。そして、予報するために大型計算機を使用してきた。現在では、5日~7日先の予報 をすることができる。

中国の産業は、エネルギーの消費は多いが効率は低く、資源消費量は多いが品質は低い。このような問題の 解決にも、科学技術が必要である。それに加えて、政府は基礎研究と応用科学とを正確に関係づけることが必 要である。応用科学は、生産性を向上させることができるため、社会にとって重要であると見なされてきた。 しかし、基礎研究も重要である。というのも、基礎研究の発展によって、大躍進を遂げることができるからで ある。中国は発展途上国であるため、基礎研究に多額の費用を出す余裕はない。しかし、政府は基礎研究に 十分な費用を出しており、より広い国際協力があれば、中国の基礎研究の研究能力をあげることができるだ ろう。

人民共和国の設立以来、我々は、ほぼ全学問の研究領域を含む科学研究システムを設立しつつある。しか し、このシステムは旧ソビエトをもとにしている。研究は主に中国科学アカデミー(CAS)や、様々な国家機 関の研究機関によって行われていた。先進国では、研究は主に大学や企業で行われている。我々は、研究機関 が企業と関係を持ったり、大企業が独自の科学研究を行うことを勧めている。CAS も、研究機関が市場に参 入するために事業を起こすように率先してきた。

中国は、発展の中で研究が大きく躍進してきたが、多くの問題や困難も残っており、それを解決するには、

8

何十年も根気強く努力しなければならないだろう。我々は、独力でそれを成し遂げることはできない。アジア 太平洋地域、そしてその他の地域の科学技術団体とよりよい協力関係を築きたいと考えている。

(i) 現状:沿岸地域は発展しているが、中西部地域は開発が遅れている。

役割:西部地域の豊かな地下資源を開発する。

現状: 増え続ける人口を養うだけの食料と水が不足している。

役割:生命科学を用いて、農作物の生産性を向上させる。

現状:5年に1年は災害にあい、台風の被害にもよく遭う。

役割:気象学を用いて、予報し、被害を軽減する。

現状:中国の産業は効率が低く、品質も悪い。

役割:応用科学と基礎研究の研究を進めて、高効率、高品質を目指す。

(ii) 中国では科学研究は CAS や国家機関が行っているのに対し、先進国では主に大学や企業で行われている。 この問題に対し、中国では、これらの研究機関が企業と関係を持ったり、大企業が独自の科学研究を行う ことを勧めている。

2. 全訳

1世紀近く前、Basil Chamberlain はその有名なエッセイ "English as She in Japped" を次の文章ではじめた。「日本において話されたり書かれたりする英語はきわめておもしろい研究となる。」今も同じことが言えよう。 外国語教育に捧げられた莫大な努力と投資にも関わらず、日本には、いまだ Chamberlain が非常に面白がる "Japlish (和製英語)" が満ちている。

たいていの中学校では英語は3年間必修であり、それに続いて高校でさらに3年間、大学に進学するものは 普通さらに2年間学ぶ。しかしそれにもかからわず、最終的に英語教師になるものも含めて、日本人にはこの言語で自由に会話ができたりこれを書くことに多少なりとも熟練していたりするものはほとんどいないのである。 (ア) "English"、もしくはより正確には「英語」は、学問の訓練として文法や語彙の細かい点を覚えることにあまりに多くの注意を払いすぎて教えられているため、伝達の手段でなくなってしまっているのである。 この方法で生徒たちが(受験) 準備する試験は、同じ制度を経験してきた人々にによって今度はつくられており、その結果言語能力ではなく、単に知識の比較的ばらばらな断片を記憶する能力を試験することになる。

次のことを思い出すとき、この状況はいっそう皮肉なものとなる。つまり、英語の誤った教え方にもかかわらず多くの英単語が過去数世代にわたって日本語そのものに入ってきていることである。これらの外来語のうちには、新しい概念を表すものがある。これら(の概念)には、それに相当する概念がなかったかまたは少なくとも日本語自身の中で受けいられなかったのである。「テレビ」はその一例である。他には、「恋文」に対する「ラブレター」のように、古い日本語での同意語を死語にしたものもある。さらに他には、「妻」と「ワイフ」のように、同じ意味の日本語の単語と共存しているものもある。時には、外来語は古い日本語の単語と異なる特別な意味を持つこともある。たとえば「ライス」(フォークで皿から食べる米)は「ごはん」(箸で茶碗から食べる米)とは区別される。多くの英語からの外来語は、日本語では新しい制限された意味を得る。それゆえに「ミシン」は常に縫い物に使う機械を意味している。

おそらく、(英語を)母国語とする人々にとって認識するのが全ての中でもっとも難しいのは、日本人が独自の漢字の熟語を短縮するのと全く同じやり方で短縮された単語である。ゼネストやサブナード(地下の散歩道)はその2つの例である。最後に、全く標準英語ではなく日本語の新たな発明であるもの、たとえばホワイトカラーを意味する「サラリーマン」などの単語もある。

「英語」が "English" になれない原因は、ネイティブな耳にとっては全く認識不可能な発音をつくりだす日本語の五十音という限られた音の体系で単語が書かれるということである。同時にこのことは、日本人が英語を明瞭に話すことを学ぼうとする努力を妨げている。(イ)肯定的な立場では、これらの外来語は日本人が国際的な科学技術の世界の要求に対処するのに役立ってきている。おそらくアングロサクソン語としての英語がギリシャ語、フランス語、ラテン語によって豊かになり美しくなったのと同じようにして、日本語も英語

<u>との接触によって改良されていくことが望めるだろう。しかしすくなくともさしあたっては、これらの希望</u> は明らかに先のものである。

3. Napoleon is also famous as a person who slept for only four hours. However, he had the tendency of telling others shorter hours of sleep than he actually had. According to those who were present with him at important meetings and battlefields, there were many occasions that he complaint about physical exhaustion and lack of sleep. There are also historians who pointed out that Napoleon made a number of misjudgements during critical situations because of shortage of sleep.

[別解]

It is well known that Napoleon slept only four hours, but he tended to say less than he had actually slept. According to the testimony of those who happened to be present in the important conferences and battlefields, he often complained of his exhaustion and lack of sleep. It is said that some historians point out that he sometimes made wrong judgements during critical situations from lack of sleep.

教育 数学 解答

1. (i) 行列 A の固有値を λ とすると、

$$\det(\lambda E - A) = \begin{vmatrix} \lambda - (a+1) & 0 & 0\\ 0 & \lambda - (a+1) & 1\\ 1 & -1 & \lambda - (a-1) \end{vmatrix}$$
$$= (\lambda - a)^2 \{\lambda - (a+1)\}$$

から、 $\lambda_1 = a + 1, \lambda_2 = a$ となる。それぞれに対する固有ベクトルを求めると、

$$\vec{e_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

さらに、 $\vec{e_3} = (x, y, z)$ とすると、 $A\vec{e_3} = \vec{e_2} + \lambda_2 \vec{e_3}$ に代入し、さらに、大きさが 1 なので、

$$x = 0$$
, $y - z = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

第二成分が正であることを用いて解くと、x=0, $y=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $z=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ となるから、

$$\vec{e_3} = \begin{pmatrix} 0\\ \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\\ \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}$$

(ii)
$$B \equiv \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$
, $J \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ とすると、
$$BJ = JB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \end{pmatrix}$$
となるから、 $(J+B)^n = \begin{pmatrix} \lambda_1^n & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^n & 0 \\ 0 & n\lambda_2^{n-1} & \lambda_2^n \end{pmatrix}$ よって、

$$A^{n}\vec{e_{1}} = \lambda_{1}^{n}\vec{e_{1}}, \quad A^{n}\vec{e_{2}} = \lambda_{2}^{n}\vec{e_{2}}, \quad A^{n}\vec{e_{3}} = n\lambda_{2}^{n-1}\vec{e_{2}} + \lambda_{2}^{n}\vec{e_{3}}$$

(iii)

$$\vec{r_n} = A^n \vec{r_0} + (E + A + A^2 + \dots + A^{n-1}) \vec{d}$$

と、任意の \vec{r},\vec{d} に対して収束するので、 $\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}$ が、 \vec{r},\vec{d} のとき、収束すれば良い。よって、 A^n と $\sum_{k=0}^{\infty}A^k$ が収束すればよい。

 A^n が収束するための必要十分条件は、 $-1 < \lambda_1 \le 1$ かつ $|\lambda_2| < 1$ なので、 $-1 < a \le 0$ 。さらに、

$$\sum_{k=0}^{\infty} k \alpha^{k-1} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k$$

に注意して、 $\sum_{k=0}^{\infty}A^k$ が収束するための必要十分条件は、 $|\lambda_1|<1$ かつ $|\lambda_2|<1$ なので、-1< a<0。よって求める解は、-1< a<0 である。

2. ドットは、 $\frac{d}{dx}$ を表すものとする。 $(\frac{dy}{dx} \equiv \dot{y})$

(i) $\dot{a}\cos\omega x + \dot{b}\sin\omega x = 0$ に注意すると、

$$\ddot{y} = \omega(-\dot{a}\sin\omega x + \dot{b}\cos\omega x) - \omega^2 y \qquad \therefore \quad \omega(-\dot{a}\sin\omega x + \dot{b}\cos\omega x) = f(x)$$

(ii)

$$\begin{cases} \dot{a}\cos\omega x + \dot{b}\sin\omega x = 0\\ -\dot{a}\sin\omega x + \dot{b}\cos\omega x = \frac{f(x)}{\omega} \end{cases}$$

$$f(x) \qquad \qquad f(x)$$

$$\therefore \quad \dot{a} = -\frac{f(x)}{\omega} \sin \omega x, \quad \dot{b} = \frac{f(x)}{\omega} \cos \omega x$$

$$\therefore \quad a = -\int \frac{f(x)}{\omega} \sin \omega x \, dx, \quad b = \int \frac{f(x)}{\omega} \cos \omega x \, dx$$

(iii) x = 0 $y = \dot{y} = 0$ $10, \ a(0) = b(0) = 0$ 35

$$a = -\int_0^x \frac{f(x)}{\omega} \sin \omega x \, dx = \begin{cases} \frac{1}{\omega^2 \lambda} \cos \omega x - \frac{1}{\omega^2 \lambda} & 0 \le x \le \lambda \\ \frac{1}{\omega^2 \lambda} \cos \omega \lambda - \frac{1}{\omega^2 \lambda} & x > \lambda \end{cases}$$

$$b = \int_0^x \frac{f(x)}{\omega} \cos \omega x \, dx = \begin{cases} \frac{1}{\omega^2 \lambda} \sin \omega x & 0 \le x \le \lambda \\ \frac{1}{\omega^2 \lambda} \sin \omega \lambda & x > \lambda \end{cases}$$

以上まとめれば、

$$y(x) = \begin{cases} \frac{1}{\omega^2 \lambda} (1 - \cos \omega x) & 0 \le x \le \lambda \\ \frac{1}{\omega^2 \lambda} (\cos \omega (x - \lambda) - \cos \omega x) & x > \lambda \end{cases}$$

(iv) $\lambda \to 0$ では、 $x \neq 0$ のとき $x > \lambda$ なる λ がつねに存在するので、

$$y(x) = \lim_{\lambda \to 0} \frac{1}{\omega^2 \lambda} (\cos \omega (x - \lambda) - \cos \omega x) = \frac{1}{\omega} \sin \omega x$$

これは、y(0)=0 もみたしている。

3. **(i)**

$$x_N = \frac{1}{3}x_{N-1} + \frac{2}{9}x_{N-2}$$

(ii) $x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{9}$ であるから、

$$\left(x_N + \frac{1}{3}x_{N-1}\right) = \frac{2}{3}\left(x_{N-1} + \frac{1}{3}x_{N-2}\right) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^N$$
$$\left(x_N - \frac{2}{3}x_{N-1}\right) = -\frac{1}{3}\left(x_{N-1} - \frac{2}{3}x_{N-2}\right) = -\left(-\frac{1}{3}\right)^N$$

従って

$$x_N = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{N+1} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{N+1}$$

(iii) N回目におわる確率は、 $x_{N-1}-x_N$ であるから、求める期待値は、

$$\sum_{N=1}^{\infty} N(x_{N-1} - x_N) = \sum_{N=1}^{\infty} x_{N-1}$$

$$= \sum_{N=1}^{\infty} \left(2\left(\frac{2}{3}\right)^N + \left(-\frac{1}{3}\right)^N \right)$$

$$= \frac{15}{4}$$

ただし、途中 $\sum_{N=1}^{\infty} Nx_N = \sum_{N=1}^{\infty} (N-1)x_{N-1}$ を用いた。

教育 物理 解答

1. **(i)**

$$I\ddot{\alpha} = rF$$

(ii) (1) 式に両辺 x をかけて積分すると、

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 = mgx\sin\theta - Fx + C_1$$

となる。ただし、 C_1 は積分定数である。同様にして、(2) 式に $\dot{\alpha}$ をかけて、(3) 式を使うと、

$$I\ddot{\alpha}\dot{\alpha} = rF\dot{\alpha} = F\dot{x}$$
 $\therefore \frac{1}{2}I\dot{\alpha}^2 = Fx + C_2$

ただし、 C_2 は積分定数。従って、

$$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\alpha}^2 - mgx\sin\theta = C_1 + C_2 = -\Xi$$

(iii) (a)、(b)、(c) それぞれ以下のように m, I, r を定義すれば方程式 (1)、(2)、(3) に従う。

(a)
$$m = 40 \text{ kg}$$
, $I = 1.6 \text{ kgm}^2$, $r = 0.2 \text{ m}$

(b)
$$m = 400 \text{ kg}$$
, $I = 1.6 \text{ kgm}^2$, $r = 0.2 \text{ m}$

(c)
$$m = 2.0 \times 10^4 \text{ kg}$$
, $I = 8.0 \times 10^3 \text{ kgm}^2$, $r = 1 \text{ m}$

ここで、方程式 (1)、(2)、(3) から α , F を消去すると、

$$m\ddot{x} + \frac{I}{r^2}\ddot{x} - mg\sin\theta = 0$$
 \therefore $\ddot{x} = \frac{1}{1 + \frac{I}{mr^2}}g\sin\theta$

 \ddot{x} が斜面方向の加速度であるから、(a)、(b)、(c) それぞれの場合の値を代入すれば、

$$g_a:g_b:g_c=\frac{1}{2}:\frac{10}{11}:\frac{5}{7}$$

(iv) (iii) より、

$$g_b = \frac{10}{11}g\sin\theta = \frac{5}{11}g, \quad g_c = \frac{5}{7}g\sin\theta = \frac{5}{14}g$$

t=0 で石球の中心 $x_c=0$ 、トロッコの後端 $x_b=6.0$ とすると、

$$x_b = 6 + \frac{1}{2}g_b t^2$$
, $x_c = 3.0t + \frac{1}{2}g_c t^2$

従って、石球とトロッコの距離 $x_b - x_c - 1$ を計算すると、

$$x_b - x_c - 1 = \frac{15}{308}g\left(t - \frac{154}{5g}\right)^2 - \frac{462}{10g} + 5 > 0$$

よって、石球とトロッコは衝突せず、また、もっとも接近するのは、 $t=\frac{154}{5g}$ のときで、その距離は、約 $0.3\mathrm{m}$ である。

2. **(i)**

$$j = \frac{I}{S}$$

また、この導体の両端の電圧を V とすると、

$$V = EL = IR$$

$$\therefore E = \frac{IR}{L} = \frac{I}{L} \frac{\rho L}{S} = \rho j$$

(ii) (1)
$$j = \frac{I}{4\pi r^2}$$

$$E(r) = \rho j = \begin{cases} \rho_1 \frac{I}{4\pi r^2} & a < r < c \\ \rho_2 \frac{I}{4\pi r^2} & c < r < b \end{cases}$$

(ロ)(イ)の結果より

$$V = \int_{a}^{b} E dr = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\rho_{1}}{a} + \frac{\rho_{2} - \rho_{1}}{c} - \frac{\rho_{2}}{b} \right) I$$

V = RI より

$$R = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\rho_1}{a} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{c} - \frac{\rho_2}{b} \right)$$

(ハ) ガウスの法則より

$$Q = 4\pi a \varepsilon_0 E(a) = \varepsilon_0 \rho_1 I$$

(二)(八)同様、ガウスの法則より

$$Q' = \lim_{r \to c+0} 4\pi r \varepsilon_0 E(r) - Q = \varepsilon_0 I(\rho_2 - \rho_1)$$

3. (i) 状態方程式は、*pV = RT*

また、 $\delta Q = pdV + dU$ を用いると、

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V = \frac{dU}{dT}$$

$$C_P = \left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_P = \frac{dU}{dT} + p\left(\frac{dV}{dT}\right)_P = \frac{dU}{dT} + R$$

$$\therefore C_V + R = C_P \qquad \cdots (1)$$

(ii) 断熱変化なので、 $\delta Q = 0$ 。よって

$$0 = pdV + dU = pdV + \frac{dU}{dT}dT = pdV + C_V dT \qquad \cdots (2)$$

(iii) 状態方程式および式 (1) から、 $Vdp + pdV = RdT = (C_p - C_V)dT$ 。よって、式 (2) において dT を dp, dV に置き換えると、

$$C_p p dV + C_V V dp = 0$$
 \therefore $d\left(pV^{\frac{C_p}{C_V}}\right) = 0$

$$\therefore pV^{\frac{C_p}{C_V}} = -\mathbf{定}$$

(iv) 圧縮前の圧力、体積をそれぞれ p_i, V_i とし、点火温度に達したとき、それぞれ p_f, V_f になったとすると、

$$p_i V_i^{\frac{7}{5}} = p_f V_f^{\frac{7}{5}}$$

それぞれの温度での状態方程式から、 p_i, p_f を消去すると、

$$300RV_i^{\frac{2}{5}} = 900RV_f^{\frac{2}{5}}$$

$$\therefore \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\frac{2}{5}} = \frac{1}{3} \qquad \therefore \quad \frac{V_f}{V_i} = \frac{1}{9\sqrt{3}} \sim \frac{1}{16}$$

したがって、16分の1に圧縮すれば良い。