



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ Фундаментальные науки  
КАФЕДРА \_\_\_\_\_ Прикладная математика

ОТЧЕТ  
*К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ*  
*НА ТЕМУ:*

*Численное решение краевых задач для  
одномерного уравнения теплопроводности*  
*Вариант 1*

Студент	ФН2-61Б (Группа)	_____ (Подпись, дата)	Н. О. Акиншин (И. О. Фамилия)
Студент	ФН2-61Б (Группа)	_____ (Подпись, дата)	А. С. Джагарян (И. О. Фамилия)

## Оглавление

1. Контрольные вопросы . . . . .	3
----------------------------------	---

## 1. Контрольные вопросы

- 1) Дайте определения терминам: корректно поставленная задача, понятие аппроксимации дифференциальной задачи разностной схемой, порядок аппроксимации, однородная схема, консервативная схема, монотонная схема, устойчивая разностная схема (условно/абсолютно), сходимость.

**Ответ.** Пусть дана задача

$$Au = f \text{ в } G, \quad Ru = \mu \text{ на } \partial G,$$

для которой известна разностная схема

$$A_h u = \phi \text{ в } G_h, \quad R_h u = \nu \text{ на } \partial G_h.$$

Разностная схема  $A_h u = \phi$ ,  $R_h u = \nu$  называется корректной, если её решение существует, единственно и непрерывно зависит от входных данных. Погрешность аппроксимации данной разностной схема определяется как  $\Psi_h = (\phi - f_n) + ((Av)_h - A_h v_h)$ . Погрешность аппроксимации граничных и начальных условий  $\chi_h = (\nu - \mu_n) + ((Rv)_h - R_h v_h)$ .

Разностная схема аппроксимирует исходную задачу, если  $\|\Psi_h\| \rightarrow 0$ ,  $\|\chi_h\| \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow 0$ .

Аппроксимация имеет порядок  $p$ , если  $\|\Psi_h\| = O(h^p)$ ,  $\|\chi_h\| = O(h^p)$ , при  $h \rightarrow 0$ . Аппроксимацию называют условной, если она имеет место только при наличии некоторой зависимости между шагами по разным направлениям и безусловной в противном случае.

Разностная схема называется устойчивой, если её решение непрерывно зависит от входных данных. Устойчивость называется условной, если её наличие зависит от соотношения шагов сетки по разным направлениям, и безусловной в противном случае.

Схема называется консервативной, если её решение удовлетворяет дискретному аналогу закона сохранения, присущего данной задаче.

Разностная схема называется монотонной, если она удовлетворяет аналогу принципа максимума, присущего исходной задаче.

- 2) Какие из рассмотренных схем являются абсолютно устойчивыми? Какая из рассмотренных схем позволяет вести расчеты с более крупным шагом по времени?

**Ответ.**

- 3) Будет ли смешанная схема (2.15) иметь второй порядок аппроксимации при  $a_i = \frac{2K(x_i)K(x_{i-1})}{K(x_i) + K(x_{i-1})}$

**Ответ.**

- 4) Какие методы (способы) построения разностной аппроксимации граничных условий (2.5), (2.6) с порядком точности  $O(\tau + h^2)$ ,  $O(\tau^2 + h^2)$ ,  $O(\tau^2 + h)$

**Ответ.**

- 5) При каких  $h$ ,  $\tau$ ,  $\sigma$  смешанная схема монотонна? Проиллюстрируйте результатами расчетов свойства монотонных и немонотонных разностных схем.

**Ответ.**

- 6) Какие ограничения на  $h$ ,  $\tau$  и  $\sigma$  накладывают условия устойчивости прогонки?

**Ответ.**

- 7) В случае  $K = K(u)$  чему равно количество внутренних итераций, если итерационный процесс вести до сходимости, а не обрывать после нескольких первых итераций?

**Ответ.**

- 8) Для случая  $K = K(u)$  предложите способы организации внутреннего итерационного процесса или алгоритмы, заменяющие его.

**Ответ.**