

ALGEBRALLISET RAKENTEET I 2022 – VIIKON 4 HARJOITUSTEHTÄVÄT

Harjoitustehtävä 1: Totta vai tarua

Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa? Vastauksia ei tarvitse perustella.

- (1) $51 \equiv 1 \pmod{2}$
- (2) $43 \equiv 7 \pmod{8}$
- (3) $43 \equiv -5 \pmod{8}$
- (4) $2^{64} \equiv 0 \pmod{8}$
- (5) $2^{64} \equiv 1 \pmod{3}$
- (6) $50 \cdot 76 \equiv 6 \pmod{7}$

Vihje: Luentomuistiinpanojen Lauseesta 8.1 saattaa olla paikoin hyötyä.

Ratkaisu:

Ratkaisu:

- (1) Totta
- (2) Tarua
- (3) Totta
- (4) Totta
- (5) Totta
- (6) Totta

Harjoitustehtävä 2: Yhdeksällä jaollisuus

- (1) Olkoon $m \in \mathbb{N}$, ja olkoon jokaisella $j \in \{0, \dots, m\}$ $a_j \in \{0, \dots, 9\}$. Osoita, että luku

$$\sum_{j=0}^m a_j 10^j$$

on jaollinen yhdeksällä jos ja vain jos

$$\sum_{j=0}^m a_j$$

on jaollinen yhdeksällä.

- (2) Onko luku 100020000008000060001 jaollinen yhdeksällä? (Perustele)

Vihje: $10 \equiv 1 \pmod{9}$.

Ratkaisu:

Ratkaisu:

- (1) \Rightarrow : Oletetaan, että luku $\sum_{j=0}^m a_j 10^j$ on jaollinen yhdeksällä. Lauseen 8.1 nojalla näemme, että

$$\sum_{j=0}^m a_j \equiv 0 \pmod{9}$$

\Leftarrow : Oletetaan, että luku $\sum_{j=0}^m a_j$ on jaollinen yhdeksällä. Edellisen lauseen nojalla näemme, että

$$\sum_{j=0}^m a_j 10^j \equiv 0 \pmod{9}$$

(2) Lasketaan jokainen luvun ”alkio” yhteen:

$$1 + 0 + 0 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 8 + 0 + 0 + 0 + 0 + 6 + 0 + 0 + 0 + 1 = 18$$

Koska $18 \equiv 0 \pmod{9}$, niin luku 100020000008000060001 on jaollinen yhdeksällä.