# 上級ミクロ経済学 2020 年度最終試験

財務省財政経済理論研修
担当: 石原章史

制限時間: 120 分

## 注意事項

- 問題は全部で 7 ページ (表紙を含む) である。
- 解答用紙は各自で用意すること。
- 読める字で書くこと (読めないと点をあげられません)。
- 問 1、2、3 の全てと問 4、5、6 のうち 1 問に解答せよ。
  - ◇ 答を得るプロセスも丁寧に (かつ簡潔に) 説明すること。
  - ◇ (特に明記がなければ) ノート内で扱った定理等は証明無しに用いて構わない。ただし、用いた定理等の名前は明示すること。
  - ◇ 設問が不可解である時は、適宜仮定 (場合によっては修正) すること。
- ノートなどを見ても構わない。ただし携帯電話やコンピューターの使用を含めコミュニケーションは全て禁止。
- 最終成績は

  $$\max\{\alpha E + (1-\alpha)F, F\}$$

  を点数とし、必要に応じて調整したた後に決定する予定。ただし
  - ◇ $E$: 演習の総得点 (max: 100)
  - ◇ $F$: 最終試験の総得点 (max: 100)
  - ◇ $\alpha = 0.3$: (変更の可能性あり)

# 1

ある消費者の間接効用関数が

$$v(\mathbf{p}, y) = \frac{y}{p_1 p_2}$$

で与えられているとする。

1. (マーシャルの) 需要関数 $x_i(\mathbf{p}, y)$ を求めよ。
2. 効用水準が $\bar{u}$ の時の支出関数 $e(\mathbf{p}, \bar{u})$ を求めよ。
3. 補償需要関数 $x_i^h(\mathbf{p}, \bar{u})$ を求めよ。
4. スルツキー方程式から、財 1 の価格 $p_1$ に関する代替効果と所得効果を求めよ。

## 2

配達ピザを営むピザキャップの 1 日の利潤は天気に依存し晴れの日は 65000 円、雨の日は 35000 円である。一方、ファミリーレストランを経営するスモークの 1 日の利潤もその日の天気に依存し、晴れの日は 169000 円、雨の日は 9000 円である。天気が晴れの確率は $p$、雨の確率は $1-p$ であり、各店舗の選好はフォンノイマン-モルゲンシュテルン効用関数で表現されるとし、ピザキャップの効用関数は $u^P(x) = 10x$、スモークの効用関数は $u^S(x) = \sqrt{10x}$ とする。

1. ピザキャップとスモークはそれぞれリスク愛好的、中立的、回避的のどれであるか。
2. ピザキャップとスモークのそれぞれの 1 日の営業からの期待効用を求めよ。
3. 今、「晴れの日にはスモークがピザキャップに 25000 円を支払い、雨の日はピザキャップがスモークに 16000 円を支払う」という約束がなされたとする。
   (a) 約束がなされた時のそれぞれの期待効用を求めよ。
   (b) この約束によって両者とも期待効用が改善する $p$ の範囲を求めよ。

## 3

オンライン販売サイトを運営する薬天には潜在的参加者が今 2 人いて、参加者 $i(=1,2)$ は参加する $(a_i = 1)$ かしない $(a_i = 0)$ を決定する。薬天は参加費を徴収することで収益を得ようとしており、ここでは $p_i = 100$ の参加費か $p_i = 0$(無料) の参加費のどちらかを各参加者 $i$ に対して徴収する。参加者 $i$ への参加費が $p_i$ の時に参加したときの参加者 $i$ の利得 $u_i$ は

$$u_1 = \begin{cases} 2 - p_1 & \text{if } a_2 = 1, \\ -p_1 & \text{if } a_2 = 0, \end{cases}$$
$$u_2 = \frac{1}{2} - p_2 \text{ (for both } a_1 = 1, 0).$$

となるとする。一方、もし参加者 $i$ が参加しなければ ($p_i$ によらず) 利得は 0 とする。

1. $(p_1, p_2) \in \{100, 0\}^2$ が与えられているときに参加者 1 と 2 が同時に参加するかどうか $(a_i)$ を決めるとする。
   (a) 利得表を書け。
   (b) 各 $(p_1, p_2) \in \{100, 0\}^2$ の時の、純粋戦略ナッシュ均衡を導出せよ。
2. 薬天は $(p_1, p_2)$ の下で参加者が純粋戦略ナッシュ均衡を選ぶと予想し、その予想の下で収益 $(\sum_i p_i a_i)$ を最大にしようと参加費を決めるとする。
   (a) 薬天が選択する $(p_1, p_2) \in \{100, 0\}^2$ を求めよ。
   (b) この時の参加者の選ぶ純粋戦略ナッシュ均衡を求めよ。

## 4

ある町のガソリンの需要量 $q$ と価格 $p$ の関係が $q = 12 - p$ で与えられている。

1. この町はエネオサナイというガソリンスタンド 1 社のみの独占であり、限界費用 6 でガソリンを供給するとする。このときの独占価格と独占供給量を求めよ。
2. この町にコスモスというもう 1 つのガソリンスタンドが参入し、複占となったとする。参入してきたガソリンスタンドの限界費用も 6 であり、2 つのガソリンスタンドは数量競争を行う。このときにクールノー均衡における供給量、価格、利潤を求めよ。
3. エネオサナイは費用 $F$ のセルフ式給油機の導入を検討していて、セルフ式給油機を導入するとエネオサナイは限界費用 3 でガソリンを供給できる。
   (a) エネオサナイがセルフ式給油機を導入した時、コスモスとの複占下でのクールノー均衡の供給量、価格、利潤を求めよ。
   (b) コスモスとの複占下でのクールノー均衡を比較し、エネオサナイがセルフ式給油機を導入する $F$ の条件を表せ。

## 5

ある企業は生産活動を行う際に空気の汚染を伴い、空気の汚染により近隣住民は損失を被る。企業は競争市場に直面する価格受容者であり、市場の価格 $p(>0)$ とするときに $q$ 単位の生産を行うと利潤は $\pi = pq - q^2/2$ となる。空気の汚染は生産量に依存し、代表的近隣住民の金銭単位で換算した効用水準は $u = -\alpha q^2$ とする (ただし $\alpha > 0$)。

1. 企業の利潤を最大化する生産量 $q^*$ とこの時の利潤 $\pi^*$ と代表的近隣住民の効用水準 $u^*$ を求めよ。

2. 企業の利潤と代表的近隣住民の効用の和を最大にするような生産量 $q^o$ を求めよ。

3. 企業に 1 単位の生産につき $t$ だけのピグー税 ($t < 0$ の場合は補助金) を課すことができるとする。その時の効用水準は $u = -\alpha q^2 + tq$ とする。企業が $q^o$ を選択するようなピグー税 $t^o$ を導出せよ。

4. (ピグー税は課されていない状態で) 企業と近隣住民の間で「企業は $q = q^o$ を選択し、近隣住民は企業に $T$ 単位支払う」という合意ができたとする。企業の利潤が $\pi^*$ となるような $T$ を求め、この時代表的近隣住民の効用水準は $u^*$ を上回ることを示せ。(企業の利潤は $\pi = pq - q^2/2 + T$、代表的近隣住民の効用水準は $u = -\alpha q^2 - T$ とする。)

## 6

コーヒーショップを経営するカッタリーズ社は新たな直営店の店長を選定したが、カッタリーズの上層部はその店長の能力がはっきり分からず新しい店の望ましい経営方針が分からないため、店長に営業方針を選んでもらうことにした。

具体的には店長の能力は高い ($\theta_H$) か低い ($\theta_L$) かのどちらかであり、(ただし $\theta_H > \theta_L > 0$) 店長自身は能力を分かっているが上層部は分かっていない。能力 $\theta$ の店長が $q$ 時間営業し $w$ の給料をもらうと、利得が $w - \frac{q^2}{2\theta}$ であるとする。

今、上層部は 2 種類の給料と営業時間の組 $(w_H, q_H)$ と $(w_L, q_L)$ を提示し、能力が $\theta_i$ の場合には $(w_i, q_i)$ が選ばれるようにするような状況を考える。(ただし $q_i > 0$ とする。)

1. $\theta_L$ の店長が $(w_H, q_H)$ よりも $(w_L, q_L)$ を好む条件を書け。
2. $\theta_H$ の店長が $(w_L, q_L)$ よりも $(w_H, q_H)$ を好む条件を書け。
3. 上の二つの条件から $q_H$ と $q_L$ の大小関係を判別せよ。
4. 店長は利得が 0 以上でないとこの役職を引き受けないとする。この時、上の条件から、能力の高い店長の利得は 0 よりも (厳密に) 大きくなることを示せ。

# 解答例

## 1

1. ロイの恒等式より

$$x_i(\mathbf{p}, y) = -\frac{\partial v/\partial p_i}{\partial v/\partial y} = \frac{y}{p_i}$$

2. 双対性より

$$v(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, \bar{u})) = \bar{u} \iff \frac{e(\mathbf{p}, \bar{u})}{p_1 p_2} = \bar{u}$$

   よって、$e(\mathbf{p}, \bar{u}) = p_1 p_2 \bar{u}$

3. シェファードの補題より

$$x_i^h(\mathbf{p}, \bar{u}) = \frac{\partial e}{\partial p_i} = p_j \bar{u}$$

4. 代替効果: $\dfrac{\partial x_1^h}{\partial p_1} = 0$
   所得効果: $\dfrac{\partial x_1}{\partial y} x_1(\mathbf{p}, y) = \dfrac{y}{p_1^2}$

## 2

1. $u^{P\prime\prime}(x) = 0$: ピザキャップはリスク中立的
   $u^{S\prime\prime}(x) = -\sqrt{10}x^{-3/2}/4 < 0$: スモークはリスク回避的

2. ピザキャップ: $650000p + 350000(1-p) = 350000 + 300000p$
   スモーク: $\sqrt{1690000}p + \sqrt{90000}(1-p) = 300 + 1000p$

3. (a) ピザキャップ: $(650000 + 250000)p + (350000 - 160000)(1-p) = 190000 + 710000p$
   スモーク: $\sqrt{1690000 - 250000}p + \sqrt{90000 + 160000}(1-p) = 500 + 700p$

   (b) ピザキャップが改善: $350000 + 300000p < 190000 + 710000p \iff p > 16/41$
   スモークが改善: $300 + 1000p < 500 + 700p \iff p < 2/3$
   よって $16/41 < p < 2/3$

## 3

1. (a)

| $1 \setminus 2$ | $a_2 = 1$ | $a_2 = 0$ |
|---|---|---|
| $a_1 = 1$ | $\left(2 - p_1, \dfrac{1}{2} - p_2\right)$ | $(-p_1, 0)$ |
| $a_1 = 0$ | $\left(0, \dfrac{1}{2} - p_2\right)$ | $(0, 0)$ |

   (b) $(p_1, p_2) = (100, 100)$: $(a_1, a_2) = (0, 0)$
   $(p_1, p_2) = (100, 0)$: $(a_1, a_2) = (0, 1)$
   $(p_1, p_2) = (0, 100)$: $(a_1, a_2) = (0, 0), (1, 0)$
   $(p_1, p_2) = (0, 0)$: $(a_1, a_2) = (1, 1)$

2. (a) 任意の $(p_1, p_2) \in \{100, 0\}^2$ が最適
   (b) 対応するナッシュ均衡

## 4

1. 利潤: $(p-6)(12-p)$。1 階条件より $p = 9$、$q = 3$。

2. 各ガソリンスタンドの利潤: $q_i(12 - q_E - q_C) - 6q_i$。1 階条件より $q_i = (6 - q_j)/2$。
   クールノー均衡: $q_E = q_C = 2$
   価格: $p = 8$
   利潤: 4

3. (a) エネオサナイの利潤: $q_i(12 - q_E - q_C) - 3q_i - F$。
   1 階条件より $q_E = (9 - q_C)/2$。
   コスモスの利潤: $q_i(12 - q_E - q_C) - 6q_i$。
   1 階条件より $q_C = (6 - q_E)/2$。
   クールノー均衡: $q_E = 4$、$q_C = 1$
   価格: $p = 7$
   利潤: $\pi_E = 16 - F$、$\pi_C = 1$
   (b) $16 - F \geq 4 \iff F \leq 12$

## 5

(選択者がいなかったので省略)

## 6

(選択者がいなかったので省略)

## 評価基準

説明不足や説明の間違いなどは適宜減点。(前の問題の) 計算ミスなど、答えが間違ってても説明があっていれば適宜加点。

# 1

1. (6 点)
2. (6 点)
3. (6 点)
4. (7 点)

# 2

1. (6 点)　特定のくじでのみ確認しているものは減点。
2. (7 点)
3. (a) (7 点)
   (b) (5 点) 弱い不等式で答えても正解。

# 3

1. (a) (8 点)
   (b) (8 点)
2. (出題ミスにつき全員満点: 利得を意図していない値で出題してしまったため)
   (a) (5 点)
   (b) (4 点)

# 4

1. (6 点)
2. (7 点)
3. (a) (7 点)
   (b) (5 点) 厳密な不等式で答えても正解。

## 結果

受験者数 ：7 名

素点平均 ：87

素点の最高点 ：100

最終成績 ：(最終試験でのアナウンス通り評価)