



BLOQUE III. Dibujo Técnico.

TANGENCIAS

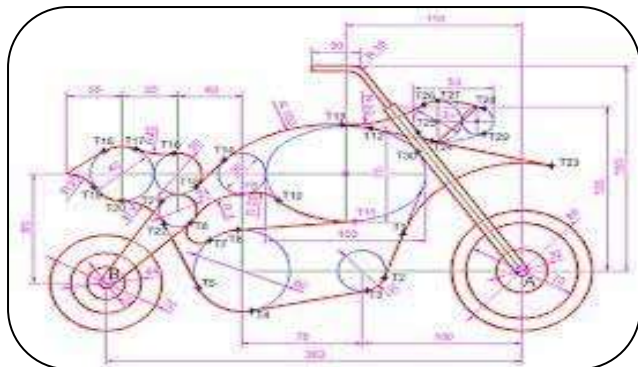
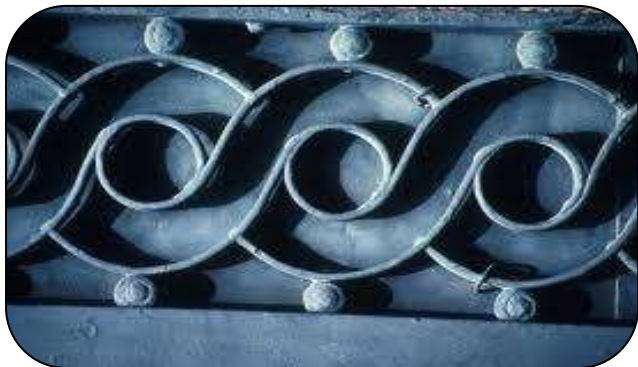
BIII-C12	- Tangencias y enlaces. Propiedades. Casos complejos.
----------	-------------------------------------------------------

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	CRITERIOS DE CALIFICACIÓN BLOQUE 3. Dibujo Técnico	
Resuelve correctamente los distintos casos de tangencia entre circunferencias y rectas, utilizando adecuadamente las herramientas.	- Aplicar las condiciones de los centros y las rectas tangentes en los distintos casos de tangencia y enlaces.	Comprender las condiciones de los centros y las rectas tangentes en los distintos casos
Resuelve correctamente los casos de tangencia entre circunferencias, utilizando adecuadamente las herramientas.	- Resolver casos de tangencias entre circunferencias y rectas.	
	- Resolver casos de tangencias entre circunferencias.	

Dos o más figuras geométricas son tangentes cuando sólo tienen UN PUNTO EN COMÚN.

Los casos que vamos a estudiar son **entre circunferencias** o **entre circunferencias y rectas**.

La construcción de tangencias sirve, básicamente, para diseñar objetos, figuras o planos donde intervengan curvas realizadas con compás.



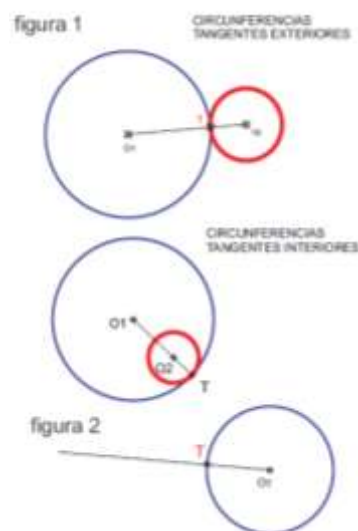


PROPIEDADES DE LAS TANGENCIAS:

1. Si dos circunferencias son tangentes entre sí, el punto de tangencia se encuentra en la recta que une los centros. (figura 1).

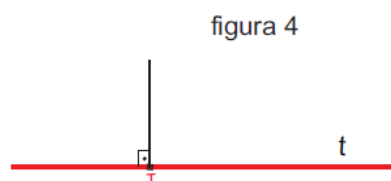
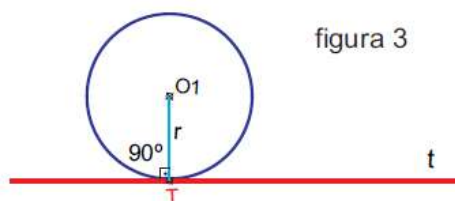
Cuando queramos dibujar una circunferencia que sea tangente a otra circunferencia y que además pase por un punto de tangencia de esta última, lo que tenemos que hacer es unir el centro de la circunferencia con el punto de tangencia y prolongar.

En esta recta estarán todos los centros de las circunferencias (infinitas) que son tangentes a la primera. (figura 2).

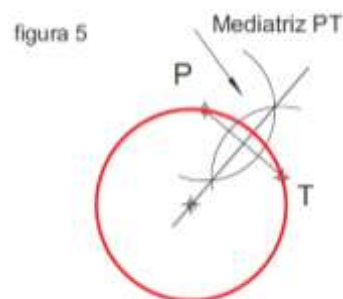


2. Si una recta es tangente a una circunferencia, el radio en el punto de tangencia es perpendicular a la tangente. (figura 3).

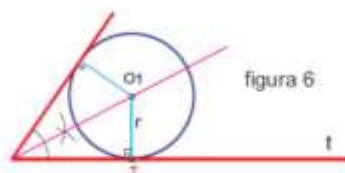
Cuando queramos hallar una circunferencia que sea tangente a una recta por un punto de tangencia de ésta lo primero que tenemos que hacer es levantar una perpendicular por este punto a la recta. (figura 4).



3. Recordemos que una mediatriz es lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de otros dos (extremos de un segmento). Por lo tanto el centro de cualquier circunferencia que pase por dos puntos estará **siempre** en la mediatriz del segmento que lo forman.



4. El centro de cualquier circunferencia tangente a dos rectas se encuentra en la bisectriz del ángulo que lo forman. (figura 6)



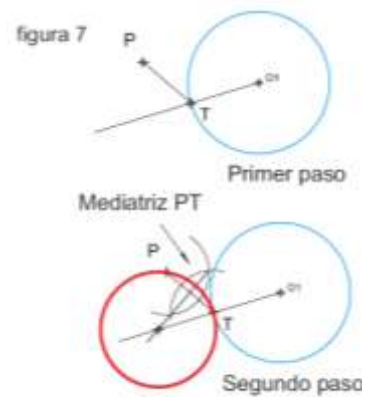


Aplicación de los principios anteriores en un caso de tangencias:

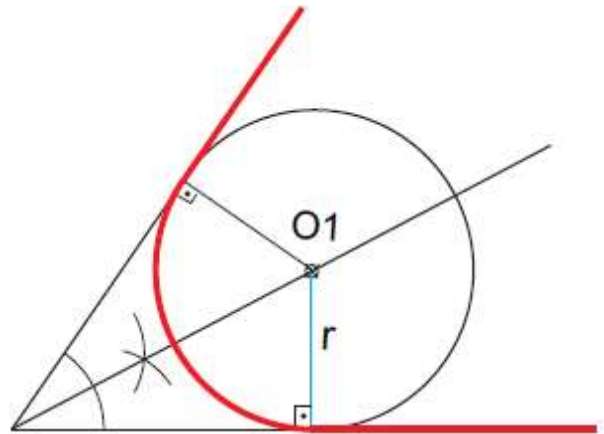
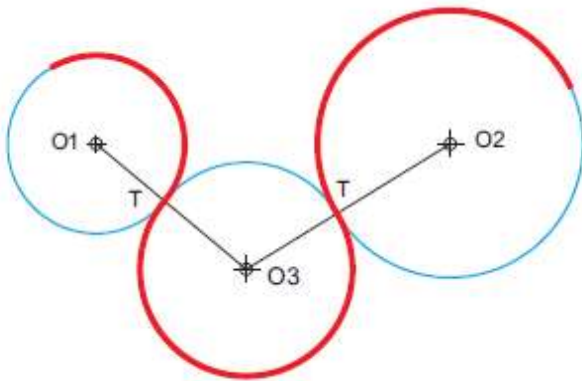
- Circunferencia tangente a una circunferencia que pase por un punto T de tangencia de ésta y por un punto P exterior. (figura 7)

1. Se aplica la propiedad 1: se une el centro O1 con el punto de tangencia T.

2. Se une P con T y se halla la mediatriz de PT. Donde corte la mediatriz con la primera recta estará el centro de la circunferencia buscada.



ENLACES: Son la unión de varias curvas tangentes entre sí o bien curvas con rectas, creando un enlace continuo o curva continua.



Realiza el siguiente formulario de autoevaluación <https://forms.gle/eBWeBpMJSPF2qjih6>

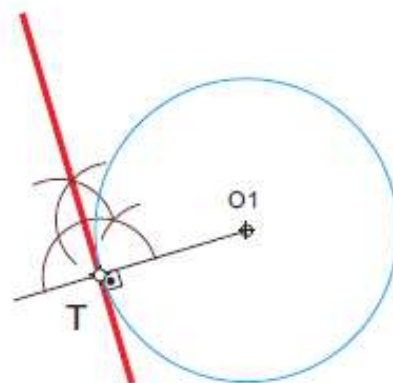
Si ya estás preparad@, comenzamos a practicar. Recuerda que aprendemos “haciendo”.



TANGENCIAS RECTAS-CIRCUNFERENCIA. Lámina I.

1. Recta tangente a la circunferencia O_1 por un punto T de la misma.

Dada la circunferencia O_1 debemos dibujar una recta que sea tangente a ella por el punto T de tangencia. Como veíamos al principio del tema en el resumen de tangencias, la máxima de tangentes entre rectas y circunferencias es: el radio de la circunferencia es perpendicular a la recta tangente. Para hallar los puntos de tangencia entre rectas y circunferencias hay que dibujar una perpendicular desde el centro de la circunferencia hasta la recta. Como lo que tenemos nosotros en el ejercicio es el punto de tangencia, habrá que hacer exactamente lo contrario: dibujar una perpendicular al radio de la circunferencia.

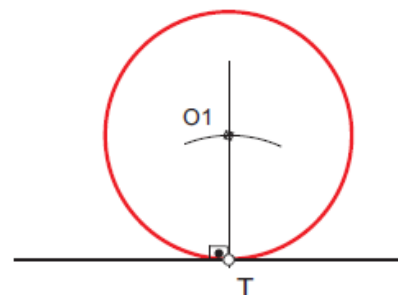


1. Dibujar el radio de la circunferencia que pase por el punto T .
2. Dibujar una recta perpendicular al radio por el punto T .
3. Repasar más oscuro o bien en color igual de fino.

2. Dibujar una circunferencia de radio r que sea tangente a la recta dada por T .

Este ejercicio es exactamente lo contrario que en el nº1 anterior. Lee toda la teoría inicial del ejercicio porque es exactamente igual.

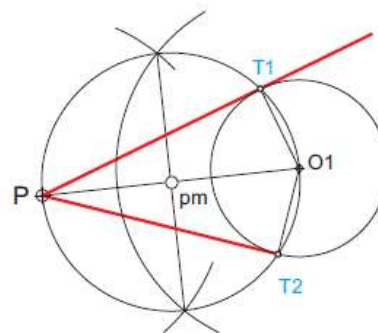
1. Dibujar una recta perpendicular a la recta r por el punto de tangencia T .
2. Desde el punto T poner el compás con la medida del radio r que debemos dibujar.
3. Dibujar un arco que corte a la recta perpendicular: éste será el centro de la circunferencia buscada.
4. Poner el compás en O_1 y abrirlo hasta T y dibujar la circunferencia.



3. Dibujar las rectas tangentes a una circunferencia desde un punto P exterior.

Esta es una construcción específica de tangencias:

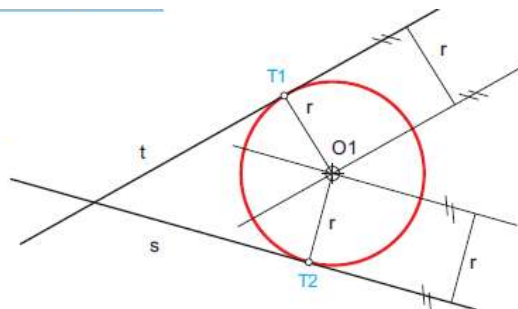
1. Unir el punto P con el centro de la circunferencia O_1 .
2. Dibujar la mediatriz del segmento PO_1 para hallar el punto medio (pm).
3. Con centro en pm dibujar una circunferencia que pasa por P y por O_1 .
4. Esta circunferencia corta a O_1 en los puntos de tangencia T_1 y T_2 .
5. Unir mediante rectas P con T_1 y T_2 .
6. Para comprobar que las rectas son tangentes a la circunferencia, dibujar los radio de O_1 hasta T_1 y T_2 y comprobar que forman ángulos de 90° .



4. Dibujar una circunferencia de radio r que sea tangente a dos rectas que se cortan.

El radio de la circunferencia que buscamos será el mismo tanto desde t como de las dos rectas que se cruzan. Por lo tanto:

1. Dibujar paralelas desde s y desde t con el radio de la circunferencia buscada.
2. Donde se corten las dos paralelas: centro O_1 de la circunferencia.
3. Desde O_1 dibujar perpendiculares a t y a s para hallar los puntos T_1 y T_2 de tangencia.
4. Poner el compás en O_1 y abrirlo hasta T_1 y dibujar la circunferencia.
5. La circunferencia debe de pasar por T_1 y T_2 .

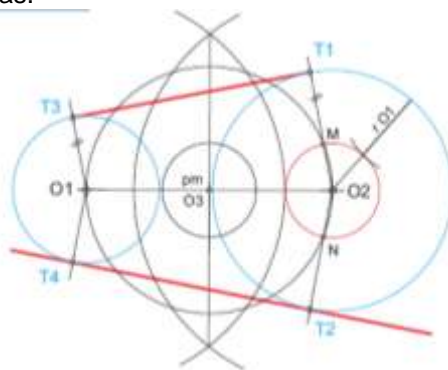




TANGENCIAS RECTAS-CIRCUNFERENCIA. Lámina I.

5. Dibujar las RECTAS tangentes comunes EXTERIORES a dos circunferencias dadas.

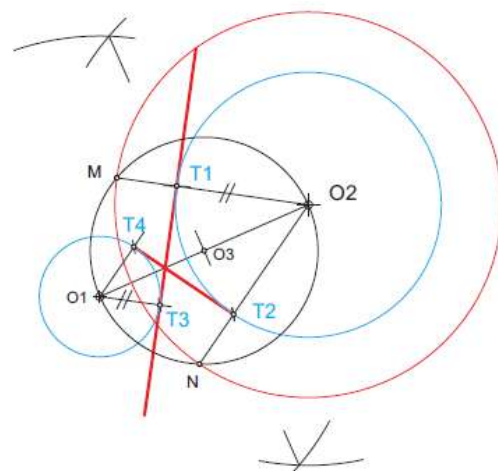
1. Unir O_1 y O_2 mediante una recta.
2. Hallar el punto medio de O_1O_2 (pm).
3. Dibujar una circunferencia auxiliar que pase por O_1 y O_2 , le llamaremos O_3 .
4. Para este ejercicio se **RESTAN los radios** de circunferencia O_1 y O_2 , y con esa medida se dibuja una circunferencia concéntrica a O_2 (es decir, con la medida que nos da de restar $O_2 - O_1$ se dibuja una circunferencia poniendo el compás en O_2 ; es la circunferencia roja). También se puede realizar este punto 4 de forma gráfica: Se toma con el compás la medida del radio de O_1 y se señala en el radio de O_2 , desde el exterior hacia el interior. Desde el centro O_2 se dibuja una circunferencia que pase por esa marca.
5. La primera circunferencia auxiliar que pasa por O_1 y O_2 corta a ésta última (la roja $O_2 - O_1$) en los puntos M y N.
6. Pasar líneas o radios de O_2 por M y por N hasta que corten a la circunferencia O_2 . Los puntos de corte serán T1 y T2 respectivamente.
7. Dibujar una paralela a O_2T1 por el centro de la circunferencia dada O_1 hasta que la corte: será el punto T3.
8. Dibujar una paralela a O_2T2 por el centro de la circunferencia dada O_1 hasta que la corte: será el punto T4.
9. Unir T1 con T3. Unir T2 y T4 con rectas.



6. Dibujar las RECTAS tangentes comunes INTERIORES a dos circunferencias dadas.

Este ejercicio es básicamente igual al anterior pero con la diferencia que para rectas INTERIORES los radios O_1 y O_2 se SUMAN.

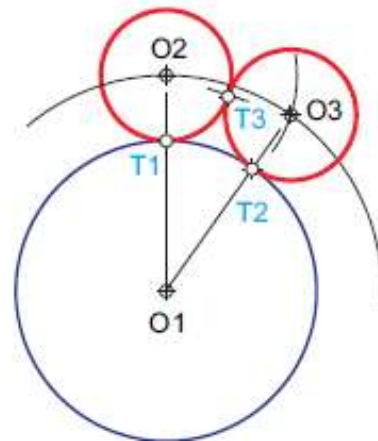
1. Unir O_1 y O_2 mediante una recta.
2. Hallar el punto medio de O_1O_2 (pm).
3. Dibujar una circunferencia auxiliar que pase por O_1 y O_2 , le llamaremos O_3 .
4. Para este ejercicio se **SUMAN los radios** de circunferencia O_1 y O_2 , y con esa medida se dibuja una circunferencia concéntrica a O_2 (es decir, con la medida que nos da de SUMAR $O_2 + O_1$ se dibuja una circunferencia poniendo el compás en O_2 ; es la circunferencia roja). También se puede realizar este punto 4 de forma gráfica: Se toma con el compás la medida del radio de O_1 y se señala en el radio de O_2 , hacia el exterior de la circunferencia. Desde el centro O_2 se dibuja una circunferencia que pase por esa marca.
5. La primera circunferencia auxiliar que pasa por O_1 y O_2 corta a ésta última (la roja $O_2 + O_1$) en los puntos M y N.
6. Pasar líneas o radios de O_2 por M y por N hasta que corten a la circunferencia O_2 . Los puntos de corte serán T1 y T2 respectivamente.
7. Dibujar una paralela a O_2T1 por el centro de la circunferencia dada O_1 hasta que la corte: será el punto T3.
8. Dibujar una paralela a O_2T2 por el centro de la circunferencia dada O_1 hasta que la corte: será el punto T4.
9. Unir T1 con T3. Unir T2 y T4 con rectas.



**TANGENCIAS RECTAS-CIRCUNFERENCIA.** Lámina II**1. Circunferencias tangentes EXTERIORES a una circunferencia a la dada y entre ellas.**

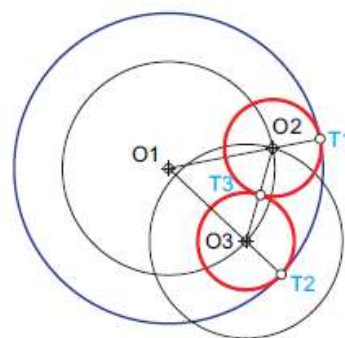
Dada la circunferencia O_1 debemos dibujar una circunferencia O_2 que sea tangente a la primera. Después vamos a dibujar otra circunferencia O_3 que sea tangente a O_1 y a O_2 .

1. Para hallar las circunferencias exteriores hay que sumar datos, es decir **SUMAMOS LOS RADIOS**. Sumamos el radio de O_1 + el radio de O_2 , y desde O_1 dibujamos una circunferencia concéntrica a O_1 .
2. Si no tenemos otra condición, pondremos O_2 en cualquier punto de esta circunferencia concéntrica a O_1 .
3. Para hallar el punto de tangencia entre O_1 y O_2 , UNIMOS LOS CENTROS mediante una recta. Donde corta la recta a la circunferencia O_1 estará T_1 .
4. Dibujar la circunferencia O_2 . Poner el compás en el centro O_2 y abrir hasta T_1 .
5. Para dibujar la circunferencia O_3 hay que sumar $O_1 + O_3$ (ya la tenemos dibujada anteriormente) y sumar los radios de $O_2 + O_3$, después dibujamos un arco con esta medida hasta que corte a la circunferencia concéntrica. Ese punto será el centro O_3 . Unir O_3 con O_1 y con O_2 para hallar los puntos de tangencia T_2 y T_3 .

**2. Circunferencias tangentes INTERIORES a una circunferencia a la dada y entre ellas.**

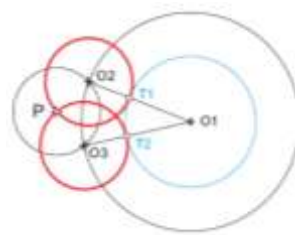
Dada la circunferencia O_1 debemos dibujar una circunferencia O_2 que sea tangente a la primera. Después vamos a dibujar otra circunferencia O_3 que sea tangente a O_1 y a O_2 .

1. Para hallar circunferencias interiores hay que restar datos, es decir **RESTAMOS LOS RADIOS**. Restamos el radio de O_1 - el radio de O_2 , y desde O_1 dibujamos una circunferencia concéntrica a O_1 .
2. Si no tenemos otra condición, pondremos O_2 en cualquier punto de esta circunferencia concéntrica a O_1 .
3. Para hallar el punto de tangencia entre O_1 y O_2 , UNIMOS LOS CENTROS mediante una recta. Donde corta la recta a la circunferencia O_1 estará T_1 .
4. Dibujar la circunferencia O_2 . Poner el compás en el centro O_2 y abrir hasta T_1 .
5. Para dibujar la circunferencia O_3 hay que restar $O_1 - O_3$ (ya la tenemos dibujada anteriormente) y sumar los radios de $O_2 + O_3$, después dibujamos un arco con esta medida hasta que corte a la circunferencia concéntrica. Ese punto será el centro O_3 . Unir O_3 con O_1 y con O_2 para hallar los puntos de tangencia T_2 y T_3 .

**3. Circunferencias tangentes EXTERIORES a una circunferencia a la dada y que pase por un punto P dado.**

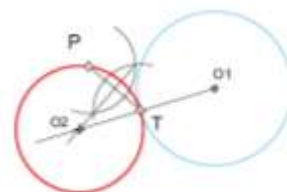
Dada la circunferencia O_1 debemos dibujar una circunferencia O_2 que sea tangente a la primera y que además pase por el punto P (habrá dos circunferencias O_2 y O_3).

1. Sumamos radios: O_1 y O_2 y con esta medida dibujamos una circunferencia concéntrica a O_1 .
2. Desde el punto P dibujamos una circunferencia con el radio de O_2 .
3. Donde corte esta última circunferencia a la circunferencia concéntrica estará el centro de O_2 . Como en realidad se corta en dos puntos pondremos dos circunferencias O_2 y O_3 .
4. Unir los centros. Unimos O_2 con O_1 para hallar T_1 , punto de tangencia de ambas.
5. Hacemos lo mismo con O_3 y O_1 .
6. Dibujar las circunferencias y comprobar que son tangentes a O_1 y que pasan por P.

**4. Circunferencia tangente EXTERIOR a una circunferencia dada, que pase por un punto P y por el punto de tangencia T.**

Dada la circunferencia O_1 y un punto T de tangencia de ella, debemos dibujar una circunferencia O_2 que sea tangente a la primera por T y que además pase por el punto P que nos dan.

1. Lo primero que debemos hacer es dibujar una recta que pase por el centro de O_1 y por el punto de tangencia T. En esta recta están TODOS los centros de TODAS las circunferencias que son tangentes a O_1 . Nosotros buscamos solamente una: la que pase además por P. Como O_2 debe de pasar por T y por P tenemos un problema de geometría ya estudiado: Dibujar una circunferencia que pase por 2 puntos. El centro de O_2 estará a la misma distancia de P y de T (tendrá el mismo radio).
2. Unimos P y T y dibujamos la mediatriz de este segmento.
3. Donde la mediatriz corte a la recta O_1T estará el centro de O_2 buscado.





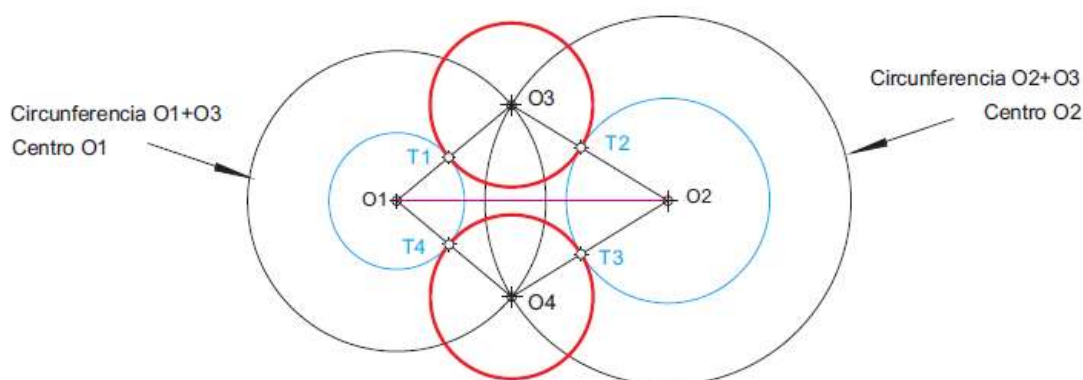
5. Circunferencias tangentes EXTERIORES a dos circunferencias dadas.

Dadas las circunferencias O1 y O2 debemos dibujar una circunferencia O3 (en el ejercicio dibujamos dos O3 y O4) que sea tangente común

EXTERIOR a O1 y a O2. Para ello deducimos que el radio de O3 será el mismo hasta la circunferencia O1 como hasta la circunferencia O2.

Recordar el ejercicio nº 1 de esta lámina. SUMAMOS DATOS, SUMAMOS LOS RADIOS.

1. Sumamos los radios de O1 y de O3. Desde el centro de O1 dibujamos una circunferencia concéntrica con esta medida.
 2. Realizamos la misma operación con O2 y O3, los sumamos y dibujamos una circunferencia desde O2.
 3. Donde se corten las dos circunferencias concéntricas auxiliares dibujadas estará el centro de O3. Como se cortan en dos puntos, pondremos O3 y O4.
 4. UNIMOS CENTROS para hallar los puntos de tangencia.
 5. Donde corte la recta O3O1 con la circunferencia O1 estará T1. Donde corte la recta O3 con O2 estará T2, Haremos lo mismo con O4 para hallar T3 y T4.
 6. Para dibujar O3 poner el compás en el centro O3 y abrirlo hasta T1. Al dibujar la circunferencia ésta debe de pasar por T2. No debe quedarse corta ni cortar a O2.
- Se puede rectificar el centro O3 para poner el compás si el ejercicio no coincide con T1 y T2.



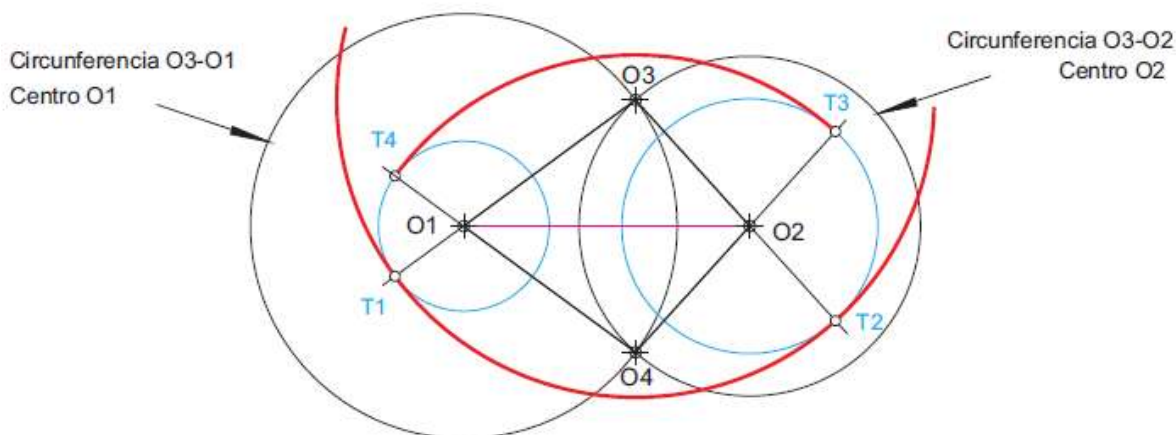
6. Circunferencias tangentes INTERIORES a dos circunferencias dadas.

Dadas las circunferencias O1 y O2 debemos dibujar una circunferencia O3 (en el ejercicio dibujamos dos O3 y O4) que sea tangente común

INTERIOR a O1 y a O2. Para ello deducimos que el radio de O3 será el mismo hasta la circunferencia O1 como hasta la circunferencia O2.

Recordar el ejercicio nº 2 de esta lámina. RESTAMOS DATOS, RESTAMOS LOS RADIOS.

1. Restamos los radios de O1 y de O3. Desde el centro de O1 dibujamos una circunferencia concéntrica con esta medida.
 2. Realizamos la misma operación con O2 y O3, los restamos y dibujamos una circunferencia desde O2.
 3. Donde se corten las dos circunferencias concéntricas auxiliares dibujadas estará el centro de O3. Como se cortan en dos puntos, pondremos O3 y O4.
 4. UNIMOS CENTROS para hallar los puntos de tangencia. Tener en cuenta que en este ejercicio la recta se PROLONGA hasta cortar O1.
 5. Donde corte la recta O3O1 con la circunferencia O1 estará T1. Donde corte la recta O3 con O2 estará T2, Haremos lo mismo con O4 para hallar T3 y T4.
 6. Para dibujar O3 poner el compás en el centro O3 y abrirlo hasta T1. Al dibujar la circunferencia, ésta debe de pasar por T2. No debe quedarse corta ni cortar a O2.
- Se puede rectificar el centro O3 para poner el compás si el ejercicio no coincide con T1 y T2.





ÓVALO- OVOIDE. Láminas III y IV

BIII-C13	- Construcción de varios tipos de óvalos y ovoides.	
ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	CRITERIOS DE CALIFICACIÓN BLOQUE 3. Dibujo Técnico	
Construye correctamente un óvalo regular, conociendo el diámetro mayor.	- Aplicar las tangencias entre circunferencias para dibujar un óvalo regular conocido el diámetro mayor.	Comprender la construcción del óvalo y del ovoide básicos, aplicando las propiedades de las tangencias entre circunferencias..
Construye varios tipos de óvalos y ovoides, según los diámetros conocidos.	- Construir varios tipos de óvalos y ovoides, según los diámetros conocidos.	Analizar y estudiar las propiedades de las tangencias en los óvalos y los ovoides

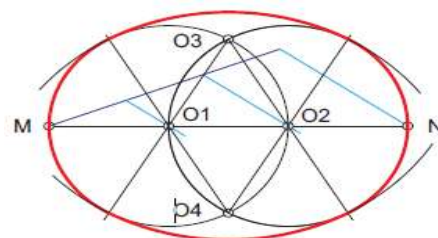
Los óvalos son formas que recuerdan a las elipses. Se construyen trazando cuatro arcos iguales dos a dos. Los óvalos son simétricos según sus dos ejes perpendiculares, eje mayor y eje menor. Los centros de los arcos también serán simétricos.

Se pueden plantear tres tipos de problema:

1. Dibujar un óvalo conocido el eje mayor \overline{MN} .

\overline{MN} es el segmento **eje mayor** del óvalo.

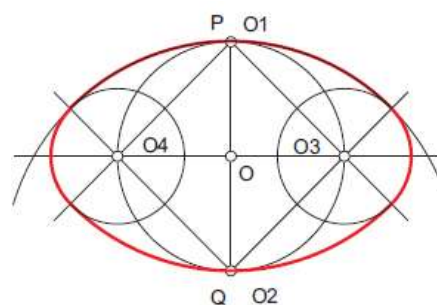
1. Se divide el segmento \overline{MN} en tres partes iguales obteniendo los puntos O_1 y O_2 .
2. Con centro en O_1 y O_2 se trazan las circunferencias de radios O_1M y O_2N .
3. Los puntos de intersección de estas dos circunferencias, O_3 y O_4 , serán los centros de los otros dos arcos del óvalo. Unir, como siempre en tangencias, los centros de los arcos para marcar los puntos de tangencia.



2. Dibujar un óvalo conocido el eje menor \overline{PQ} .

\overline{PQ} es el segmento **eje menor** del óvalo.

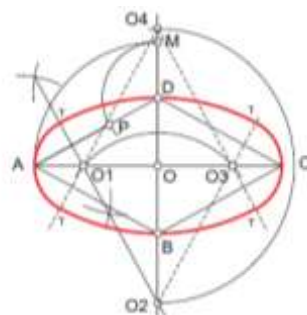
1. Se dibuja una circunferencia de diámetro \overline{PQ} y se traza el diámetro perpendicular a \overline{PQ} .
2. Se une P , que es igual a O_1 , con O_3 que es el punto que se obtiene cuando se corta la circunferencia antes dibujada con el eje mayor, perpendicular a \overline{PQ} .
3. Se actúa de igual manera con Q que será O_2 y O_4 .
4. Con centro en en estos puntos se trazan los cuatro arcos que forman el óvalo: entro en O_1 y radio O_1O_2 . Etc.



3. Dibujar un óvalo conocidos los dos ejes, mayor y menor, \overline{AB} y \overline{CD} .

Las diagonales del rombo coinciden con los ejes del óvalo.

1. Se dibuja un arco con centro en O y radio igual a la mitad del eje mayor OA . Este arco corta a la prolongación del eje menor en M .
2. Se traza un arco con centro en D y radio DM que corte al lado del rombo AD en P .
3. Se dibuja la mediatriz del segmento AP . Esta mediatriz corta al eje mayor en O_1 y al eje menor en O_2 .
4. Los simétricos de O_1 y O_2 con respecto a los ejes serán O_3 y O_4 .
5. Faltaría unir, como en todas estas curvas, los centros de los arcos para acotar los puntos de tangencia. O_1 con O_4 y O_3 con O_2 .





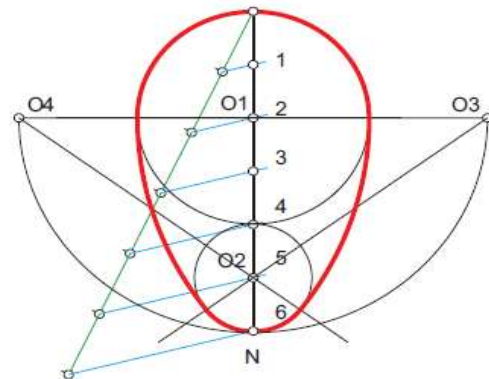
El ovoide es una curva plana, cerrada formada por cuatro arcos de circunferencia: uno de ellos es una semicircunferencia y dos de ellos son simétricos. El ovoide tiene un eje, un eje, llamado eje mayor, y un diámetro llamado también eje menor, es simétrico únicamente sobre su eje mayor.

Se pueden plantear tres tipos de problema:

1. *Construcción de un ovoide conociendo el EJE MAYOR.*

MN es el segmento **eje mayor** del ovoide.

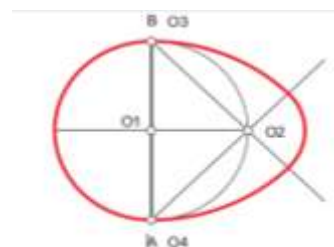
1. Se divide el segmento MN en seis partes iguales. (teorema de thales). Se numeran y se llama al número 2 como O1 y al número 5 O2.
2. Con centro en O1 y radio O1N se dibuja un arco que corte a la prolongación del eje menor (diámetro de la circunferencia O1M) en los centros O3 y O4.
3. Se unen los centros O3 y O4 con O2, prolongando.
4. Se dibujan los arcos correspondientes.



2. *Construcción de un ovoide conociendo el diámetro o EJE MENOR.*

AB es el segmento diámetro del ovoide y eje menor.

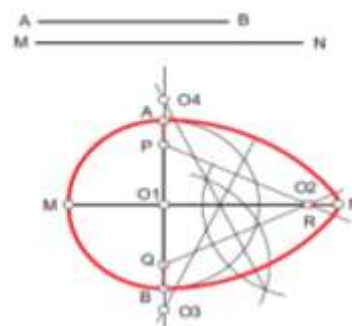
1. Se dibuja la circunferencia de centro O1, centro del segmento AB, y radio O1A.
2. Los puntos A y B serán los centros de los arcos O3 y O4.
3. Se traza una perpendicular por el centro de AB, que será el eje mayor.
4. Donde la perpendicular corte a la circunferencia será O2.
5. Se unen los centros O3 y O4 con O2 para delimitar los arcos con los puntos de tangencia.
6. Se trazan los arcos de centros O1, O2, O3 y O4.



3. *Construcción de un ovoide conociendo el diámetro y el eje mayor.*

MN es el eje mayor y AB el diámetro.

1. Se dibuja la circunferencia de diámetro AB y cuyo centro es O1.
2. Se traza por el punto O1 la recta perpendicular a AB, que corta a la semicircunferencia en M.
3. Sobre la perpendicular anterior y a partir del punto M se lleva el eje mayor MN.
4. A partir de los puntos A, B y N se llevan hacia el interior los segmentos AP, BQ y NR, iguales al radio del arco menor del ovoide O2N, que se elige arbitrariamente.
5. Se hallan las mediatrices de los segmentos Po2 y QO2 que cortan a la prolongación del diámetro AB en los puntos O3 y O4.



CURVAS TÉCNICAS.

Se construyen con arcos de circunferencias y con los enlaces en cada unión de cada curva. Es decir, para construir una curva técnica hay que hallar los centros de los arcos a trazar y los puntos de tangencia de los enlaces.

Los óvalos y los ovoides están formados a partir de circunferencias tangentes entre sí. Son normas muy utilizadas en el diseño industrial y arquitectónico, dada la sencillez de su trazado.



Espirales. Lámina V

BIII-C14	- Realización de diseños de espirales de 2, 3 y 4 centros.	
ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	CRITERIOS DE CALIFICACIÓN BLOQUE 3. Dibujo Técnico	
Construye correctamente espirales de 2, 3 y 4 centros.	- Realizar diseños de espirales de 2, 3 y 4 centros.	Aplicar las condiciones de las tangencias y enlaces para construir espirales de 2, 3, 4 y 5 centros.

La espiral es una línea curva que se da vueltas alrededor de un punto. Pueden ser infinitas tanto hacia el interior como hacia el exterior.

Se llama “**paso**” a la distancia radial que existe entre dos vueltas consecutivas.

- Las “**VOLUTAS**” no son espirales propiamente dicho aunque lo parezcan. Son curvas formadas por arcos de circunferencia, cuyos radios se van ampliando o reduciendo. Los centros de los arcos pueden ser desde dos hasta cualquier nº de vértices que tenga un polígono regular.
- La **EVOLVENTE** del círculo es una curva que se genera por rectas tangentes a una circunferencia.
- Las **HÉLICES** son curvas que se generan por un punto que se mueve sobre una superficie de revolución.

1. Construcción de volutas de varios centros.

<https://www.youtube.com/watch?v=GFAYRWRw24E>

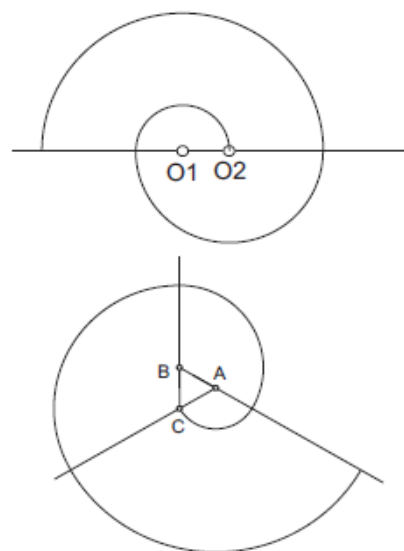
Voluta de dos centros (espiral de Honnecourt). Está formada por circunferencias tangentes entre sí con centros en dos puntos dados:

1. Se dibuja una recta y en ella se colocan los dos centros.
2. Se dibuja una semicircunferencia con centro en O1 y radio O1O2.
3. Con centro en O2 se dibuja otra circunferencia tangente a la primera. (centro O2 y radio O2M). Así sucesivamente.

Voluta de tres centros (centros en los vértices de un triángulo).

1. Se dibuja el polígono regular. En este caso un triángulo. Si nos dan el paso, éste sería de la siguiente manera: medida del lado del triángulo = $\frac{1}{3}$ del paso, luego medida del paso $\cdot \frac{1}{3}$.
2. Se prolongan los lados de manera que no se corten las prolongaciones.
3. Desde el vértice A y con radio AC se dibuja un arco de medida el ángulo del lado y la prolongación.
4. Desde B y enlazando con el arco anterior se dibuja un segundo arco hasta que corte a la prolongación del vértice B.
5. Desde C y enlazando donde corte el arco anterior se dibuja otro arco. Continuar así tantas veces como sea necesario.

Se pueden dibujar volutas con las prolongaciones de cualquier polígono regular.



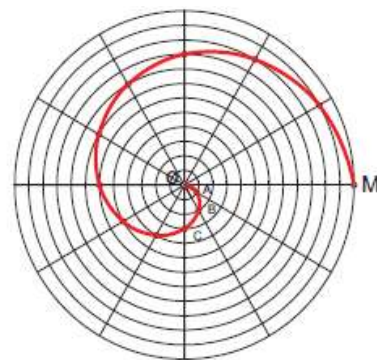


2. Construcción de la Espiral de Arquímedes.

<https://www.youtube.com/watch?v=GtTw-C6SYI0>

Es la consecuencia del desplazamiento de un punto con un movimiento angular regular con respecto a otro punto fijo central.

1. Sea el paso de la espiral OM.
2. Se divide la circunferencia en tantas partes como vamos a dividir OM. En nuestro caso en 12 partes iguales.
3. Se trazan las circunferencias concéntricas con centro en un punto O y radios O1, O2, O3, ... Así nos darán los puntos A, B, C, etc.
4. Se unen a mano alzada o con plantilla los puntos anteriores, que configuran la espiral.

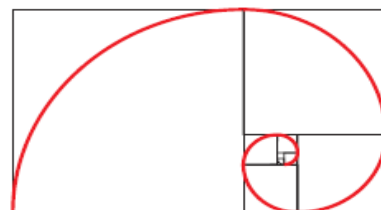


3. Construcción de la espiral áurea.

<https://www.youtube.com/watch?v=R3KNVxYwBFQ>

Está basada en la construcción del rectángulo áureo, está formada por arcos de Circunferencia tangentes entre sí que cumplen que $r/r' = f$.

Para construirla dibujaremos un rectángulo de oro y en él la sucesión de divisiones áureas en forma de cuadrados y rectángulos áureos. Trazaremos los arcos áureos como se indica en la figura.



4. Construcción de la evolvente de la circunferencia conociendo el radio.

<https://www.youtube.com/watch?v=XozQmtEhj7g>

1. Se dibuja la circunferencia.
2. Se divide en un número igual de partes (8 en el ejemplo)
3. Por cada división se dibujan tangentes.
4. El primer arco 1A. Esta distancia es la rectificación del arco 1-8. 5.- En la tangente desde 2 se pone la distancia - rectificación de 1-8 dos veces o bien se rectifica el arco 2-8. Se realiza la misma operación con todos los puntos. Los puntos obtenidos A, B, C, D, etc. se unen a mano alzada o con plantilla. Se puede hacer una variante con arcos de circunferencia desde 1, 2, 3, 4, etc. y radios 1A, 2B, 3C, 4D, etc.

