

# 計算物理学 II 第 2 回レポート課題

提出期限：2025 年 11 月 28 日

以下の課題 1, 2, 3, 4 に取り組み、その結果を L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X でレポートにまとめよ。なお、以下の点に留意せよ。

- レポートにはタイトルを付け、氏名、学籍番号、所属、レポート作成日を記載すること。
- レポート作成時に、この.pdf ファイルのソースファイル (lecture6/report2/main.tex) を活用しても構わない。
- 読みやすく、体裁の整ったレポート作成を心がけて欲しい。
- 作成したレポートの.pdf ファイルと**課題 1, 課題 2, 課題 4**で使用したソースコード (.py ファイル) を manaba に提出すること。

## 1

Leibniz (ライプニッツ) の公式、

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4} \quad (1.1)$$

を使って、 $\pi$  の近似値を次のように得ることを考える。

$$\pi \simeq 4 \sum_{n=0}^N \frac{(-1)^n}{2n+1}. \quad (1.2)$$

$N = 10^5$  の時の  $\pi$  の近似値を求めよ。

## 2

Wallis (ウォリス) の公式

$$\prod_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \right) = \frac{\pi}{2} \quad (2.1)$$

を使って、 $\pi$  の近似値を次のように得ることを考える。

$$\pi \simeq 2 \prod_{n=1}^N \left( \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \right). \quad (2.2)$$

$N = 10^5$  の時の  $\pi$  の近似値を求めよ。

### 3

課題 1, 2 で求めた  $N = 10^5$  での  $\pi$  の近似値について、どちらの方が真の  $\pi$  に近い結果を与えているか調べよ。<sup>\*1</sup>

### 4

$f(x)$  および  $g(x)$  として、異なる初等関数を自由に二つ選び、以下の課題に取り組んでみよ。

- (1) 自分の選んだ初等関数を明記した上で、 $f(x)$ ,  $g(x)$  の Taylor 展開を書け。
- (2) 以下のように、次数  $N$  で打ち切られた  $f(x)$  の Taylor 展開を使って  $f(a)$  の近似値を求ることを考える。ただし、 $a$  は  $f(x)$  の Taylor 展開の収束半径内にある数値とし、自由に選んでよい。
  - 与えられた  $a$  と  $N$  に対して、次数  $N$  で打ち切られた Taylor 展開から  $f(a)$  の近似値を求めるプログラムを作成すること。例えば、ソースコード 1 は、 $f(x) = e^x$  の場合のサンプルプログラムである。20 行目以下では、定義した関数 `taylor_exp` の引数を `for` 文で回すことで、 $N = 1, 2, \dots, 10$  までの結果が得られるようになっている。
  - Python で初等関数を使う場合、`math` モジュールにそれらが用意されている。`math` モジュールで使える数学関数については、<https://docs.python.org/ja/3/library/math.html> を参照するとよい。
  - 「 $\text{\LaTeX}$  入門」の 5 節、あるいはこの.pdf ファイルのソースファイルを参照し、得られた結果を表 1 のようにまとめよ。ただし、下の行に行くほど打ち切り次数  $N$  の値が大きくなるように並べること。なお、 $N$  の値は好きに選べばよいが、最低でも三つは選んで表に載せること。また、一番下の行には  $N = \infty$  の場合、すなわち  $f(a)$  の厳密な値を記載せよ。
- (3)  $g(x)$  についても問 (2) と同様のことを行え。<sup>\*2</sup>

表 1  $f(a)$  の Taylor 展開による近似

打ち切り次数 $N$	$f(a)$ の近似値
2	得られた近似値
4	得られた近似値
6	得られた近似値
8	得られた近似値
10	得られた近似値
$\infty$	厳密な値

<sup>\*1</sup> `lecture_material_5.pdf` の 67 ページ参照。

<sup>\*2</sup> すなわち、次数  $N$  で打ち切られた  $g(x)$  の Taylor 展開を使って  $g(b)$  の近似値を求め、厳密な値へ近づいていくことを確認せよ。ただし、 $b$  は  $g(x)$  の Taylor 展開の収束半径内にある数値とし、自由に選んでよい。

```
1 import math
2
3 def taylor_exp(value_x,num_terms):
4     acc = 0
5     num = 1
6     den = 1
7
8     for index in range(num_terms):
9         nextTerm = num / den
10        acc = acc + nextTerm
11        num = num * value_x
12        den = den * (index+1)
13
14    return acc
15
16 value_x = 0.1
17 exact = math.exp(value_x)
18 print("Exact = ",exact)
19
20 for num_terms in range(1,10):
21     approximation = taylor_exp(value_x,num_terms)
22     print(num_terms,approximation,math.fabs(exact-approximation))
```

---

## アンケート

この項目は成績とは無関係です。こちら（クリック）の Google フォームよりアンケートにご協力ください。