# 計算物理学 II 第 2 回レポート課題

提出期限：2025 年 11 月 28 日

以下の課題 1，2，3，4 に取り組み，その結果を LaTeX でレポートにまとめよ．なお，以下の点に留意せよ．

- レポートにはタイトルを付け，氏名，学籍番号，所属，レポート作成日を記載すること．
- レポート作成時に，この.pdf ファイルのソースファイル（`lecture6/report2/main.tex`）を活用しても構わない．
- 読みやすく，体裁の整ったレポート作成を心がけて欲しい．
- 作成したレポートの.pdf ファイルと**課題 1，課題 2，課題 4 で使用したソースコード（.py ファイル）**を manaba に提出すること．

## 1

Leibniz（ライプニッツ）の公式,

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4} \tag{1.1}$$

を使って，$\pi$ の近似値を次のように得ることを考える．

$$\pi \simeq 4 \sum_{n=0}^{N} \frac{(-1)^n}{2n+1}. \tag{1.2}$$

$N = 10^5$ の時の $\pi$ の近似値を求めよ．

## 2

Wallis（ウォリス）の公式

$$\prod_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \right) = \frac{\pi}{2} \tag{2.1}$$

を使って，$\pi$ の近似値を次のように得ることを考える．

$$\pi \simeq 2 \prod_{n=1}^{N} \left( \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \right). \tag{2.2}$$

$N = 10^5$ の時の $\pi$ の近似値を求めよ．

## 3

課題 1，2 で求めた $N = 10^5$ での $\pi$ の近似値について，どちらの方が真の $\pi$ に近い結果を与えているか調べよ．[*1]

## 4

$f(x)$ および $g(x)$ として，異なる初等関数を自由に二つ選び，以下の課題に取り組んでみよ．

(1) 自分の選んだ初等関数を明記した上で，$f(x)$，$g(x)$ の Taylor 展開を書け．

(2) 以下のように，次数 $N$ で打ち切られた $f(x)$ の Taylor 展開を使って $f(a)$ の近似値を求めることを考える．ただし，$a$ は $f(x)$ の Taylor 展開の収束半径内にある数値とし，自由に選んでよい．

- 与えられた $a$ と $N$ に対して，次数 $N$ で打ち切られた Taylor 展開から $f(a)$ の近似値を求めるプログラムを作成すること．例えば，ソースコード 1 は，$f(x) = \mathrm{e}^x$ の場合のサンプルプログラムである．20 行目以下では，定義した関数 `taylor_exp` の引数を `for` 文で回すことで，$N = 1, 2, \cdots, 10$ までの結果が得られるようになっている．
- Python で初等関数を使う場合，`math` モジュールにそれらが用意されている．`math` モジュールで使える数学関数については，`https://docs.python.org/ja/3/library/math.html` を参照するとよい．
- 「LaTeX 入門」の 5 節，あるいはこの.pdf ファイルのソースファイルを参照し，得られた結果を表 1 のようにまとめよ．ただし，下の行に行くほど打ち切り次数 $N$ の値が大きくなるように並べること．なお，$N$ の値は好きに選べばよいが，最低でも三つは選んで表に載せること．また，一番下の行には $N = \infty$ の場合，すなわち $f(a)$ の厳密な値を記載せよ．

(3) $g(x)$ についても問 (2) と同様のことを行え．[*2]

表 1　$f(a)$ の Taylor 展開による近似

| 打ち切り次数 $N$ | $f(a)$ の近似値 |
|---|---|
| 2 | 得られた近似値 |
| 4 | 得られた近似値 |
| 6 | 得られた近似値 |
| 8 | 得られた近似値 |
| 10 | 得られた近似値 |
| $\infty$ | 厳密な値 |

[*1] `lecture_material_5.pdf` の 67 ページ参照．

[*2] すなわち，次数 $N$ で打ち切られた $g(x)$ の Taylor 展開を使って $g(b)$ の近似値を求め，厳密な値へ近づいていくことを確認せよ．ただし，$b$ は $g(x)$ の Taylor 展開の収束半径内にある数値とし，自由に選んでよい．

ソースコード 1　指数関数の場合の例

```
import math

def taylor_exp(value_x,num_terms):
    acc = 0
    num = 1
    den = 1

    for index in range(num_terms):
        nextTerm = num / den
        acc = acc + nextTerm
        num = num * value_x
        den = den * (index+1)

    return acc

value_x = 0.1
exact = math.exp(value_x)
print("Exact = ",exact)

for num_terms in range(1,10):
    approximation = taylor_exp(value_x,num_terms)
    print(num_terms,approximation,math.fabs(exact-approximation))
```