**Министерство образования и науки РФ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого Институт компьютерных наук и технологий Высшая школа программной инженерии**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2**

по дисциплине «Вычислительная математика»

Выполнил

студент гр. 3530904/80004 Петров А.И.

Руководитель,

к.т.н, доцент Леонтьева Т.В.

Санкт-Петербург

2020

Формулировка задания

Семейство линейных систем, представленных в следующем виде, зависит от p:

Решить линейные системы, используя программы DECOMP и SOLVE, ПРИ p = 1.0, 0,1, 0,01, 0,0001, 0,000001. Сравнить решение системы с решением системы , полученной из исходной левой трансформацией Гаусса. Проанализировать связь числа обусловленности cond и величины .

Выполнение работы

Из матрицы-шаблона BASE\_A и BASE\_B, представляющих собой частный случай A и b при p = 0 были последовательно получены матрицы A и вектора b для всех p. С помощью библиотеки scipy для каждой матрицы было выполнено LU-разложение и решена система линейных уравнений. Затем была посчитана транспонированная матрица. Уравнение с транспонированной матрицей также было решено через LU-разложение. Расчеты числа обусловленности и δ происходили в ходе выполнения программы.

## Вывод программы

------------------------------------------------------------------------------------------------

p = 1.000000e+00:

Simple:

Det: -465704.00000006426

Cond = 5.658627e+03

x = [ 4. -0. 3. 6. 8. 1. 4. 7.]

Modified:

Det: 216880215733.7727

Cond = 3.202006e+07

x = [ 4. -0. 3. 6. 8. 1. 4. 7.]

d=||x1 - x2|| / ||x1|| = 1.4830112328294142e-10

------------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------------

p = 1.000000e-01:

Simple:

Det: -46570.39999999835

Cond = 5.921820e+04

x = [10. 6. -3. 12. 2. -5. -2. 13.]

Modified:

Det: 2168802204.0466943

Cond = 3.506795e+09

x = [ 9.99999985 5.99999986 -2.99999986 11.99999986 2.00000014 -4.99999986

-1.99999986 12.99999986]

d=||x1 - x2|| / ||x1|| = 1.845866141176211e-08

------------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------------

p = 1.000000e-02:

Simple:

Det: -4657.040000034293

Cond = 5.948675e+05

x = [100. 96. -93. 102. -88. -95. -92. 103.]

Modified:

Det: 21688149.858630005

Cond = 3.538642e+11

x = [ 99.99940528 95.99940544 -92.99940564 101.99940555 -87.99940532

-94.99940555 -91.99940548 102.99940539]

d=||x1 - x2|| / ||x1|| = 6.177129590728701e-06

------------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------------

p = 1.000000e-04:

Simple:

Det: -46.570399996730536

Cond = 5.951635e+07

x = [10000.0000007 9996.0000007 -9993.0000007 10002.0000007 -9988.0000007

-9995.0000007 -9992.0000007 10003.0000007]

Modified:

Det: 2039.9254602684173

Cond = 3.849735e+15

x = [ 10631.66726333 10627.66552413 -10624.66342407 10633.6643438

-10619.66684988 -10626.66437544 -10623.66509832 10634.66602606]

d=||x1 - x2|| / ||x1|| = 0.06319101521520408

------------------------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------------------------

p = 1.000000e-06:

Simple:

Det: -0.46570396855155616

Cond = 5.951663e+09

x = [1000000.06752902 999996.06752902 -999993.06752902 1000002.06752902

-999988.06752902 -999995.06752902 -999992.06752902 1000003.06752902]

Modified:

Det: -21.15592912088009

Cond = 1.257309e+17

x = [-10228.6396773 -10232.61186205 10235.5782758 -10226.59298508

10240.63306497 10233.59349108 10236.60505207 -10225.61988956]

d=||x1 - x2|| / ||x1|| = 1.0102325232352223

------------------------------------------------------------------------------------------------

Вывод

В ходе работы было обнаружено, что при приближении матрицы к более вырожденному виду, все компоненты решения увеличиваются в одно и то же количество раз. Это можно объяснить тем, что по факту нахождение корня системы линейных уравнений – нахождение точки пересечения прямых, описанных каждым уравнением системы. При приближении к вырожденному виду, некоторые прямые становятся всё более и более параллельны друг другу и небольшие погрешности в исходных данных оказывают огромное влияние на результат. Таким образом, исходная система плохо обусловлена, что также подтверждается числом обусловленности. Величина δ прямо пропорциональна числу обусловленности.

Исходный код программы:

import numpy

from scipy.linalg import lu\_factor, lu\_solve

BASE\_A = numpy.array([

[-29., 6., -6., -4., -3., -8., -5., 5.],

[6., -13., -3., 5., 4., 3., 1., 7.],

[5., -5., -1., 7., 2., 0., 7., 1.],

[5., -5., 5., 6., 4., -7., 4., 0.],

[4., 4., 7., -4., 9., -8., -8., -4.],

[-4., 5., -4., 1., 0., 12., 0., 6.],

[-3., -2., -4., 2., -8., -3., 16., 4.],

[7., 5., 0., 2., 0., -6., 8., -12.]

])

BASE\_B = numpy.array([-175, 133, 110, 112, 17, 32, 13, -18])

P = numpy.array([1, 0.1, 0.01, 0.0001, 0.000001])

def generate\_system(param):

a\_new = numpy.copy(BASE\_A)

a\_new.itemset((0, 0), param + BASE\_A[0, 0])

b\_new = numpy.copy(BASE\_B)

b\_new.itemset(0, 4 \* param + BASE\_B[0])

return a\_new, b\_new

numpy.set\_printoptions(suppress=True)

for p in P:

print("------------------------------------------------------------------------------------------------")

(a, b) = generate\_system(p)

lu = lu\_factor(a)

x = lu\_solve(lu, b)

print("p = {0:e}:"

.format(p))

print("Simple:")

print("Det: {0}"

.format(numpy.linalg.det(a)))

print("Cond = {0:e}"

.format(numpy.linalg.cond(a)))

print("x = {0}"

.format(x))

a\_transposed = a.transpose()

a\_modified = a\_transposed.dot(a)

b\_modified = a\_transposed.dot(b)

lu\_modified = lu\_factor(a\_modified)

x\_modified = lu\_solve(lu\_modified, b\_modified)

print("Modified:")

print("Det: {0}"

.format(numpy.linalg.det(a\_modified)))

print("Cond = {0:e}"

.format(numpy.linalg.cond(a\_modified)))

print("x = {0}"

.format(x\_modified))

norm1 = numpy.linalg.norm(x - x\_modified)

norm2 = numpy.linalg.norm(x)

print("d=||x1 - x2|| / ||x1|| = {0}".format(norm1 / norm2))

print("------------------------------------------------------------------------------------------------")