

TABLE DES MATIERES

I.	Racine Carrée	4
II.	Equation et Inéquation du 1 ^{er} degré à une inconnue	7
III.	Equation et système d'équation du 1 ^{er} degré à deux inconnues	10
IV.	Inéquation et système d'Inéquations du 1 ^{er} degré à deux inconnues.....	14
V.	Statistiques	17
VI.	Application Affine-Application affine par intervalle	25
VII.	Théorème de Thalès.....	32
VIII.	Relations Trigonométriques dans un triangle rectangle.....	37
IX.	Angle Inscrit – Angle au Centre	42
X.	Géométrie dans l'espace	47
XI.	Vecteurs	54
XII.	Repérage dans le plan	57
XIII.	Transformations du plan	62
XIV.	EPREUVES BLANCHES	65
XV.	CORRIGES EPREUVES BLANCHES	76
XVI.	EPREUVES CONCOURS.....	85

I. RACINE CARRÉE

EXERCICE 1 : ©

Répondre par vrai ou faux

- 1) Le produit de 10 par la racine carrée de 2 est égal à 200.
- 2) Si a est négatif, $(\sqrt{a})^2 = a$
- 3) Si x est un nombre positif ou nul, $\sqrt{x} \geq 0$.
- 4) Le carré de la racine carrée d'un nombre positif x est égal à x .
- 5) La racine carrée du carré d'un nombre négatif x est l'opposé de x .
- 6) Si $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ a pour solution $x = \sqrt{a}$
- 7) $\sqrt{7} + \sqrt{3} = \sqrt{10}$

EXERCICE 2 : ©

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}+c$, avec a , b et c des nombres entiers, les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} A = \sqrt{45} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{20} & E = \sqrt{81} + 2\sqrt{200} - 3\sqrt{32} + 4 \\ F = 3\sqrt{125} - \sqrt{500} + \sqrt{169} & G = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{7})^2 \\ H = 9(4\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 & B = -5\sqrt{48} - \sqrt{27} + 2\sqrt{12} \\ C = \sqrt{27} \times \sqrt{12} \times \sqrt{48} & D = -2\sqrt{112} + \sqrt{63} - 2\sqrt{28} \end{array}$$

EXERCICE 3 : ©

Soit $A = 2 - \sqrt{3}$ $B = 2 + \sqrt{3}$

1. Calculer A^2 et B^2 puis en déduire une écriture simplifiée de $C = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$
2. Rendre rationnel $\frac{A}{B}$

EXERCICE 4 : ©

On considère les 4 expressions suivantes :

- $A = 3 + 5\sqrt{10}$ $B = 3 - 5\sqrt{10}$ $C = 48\sqrt{45}$ $D = 9\sqrt{80}$
- 1) Calculer A^2 et B^2
- 2) Montrer que $A \times B$ et $\frac{C}{D}$ sont des entiers relatifs.

EXERCICE 5 :

On considère les expressions ci-dessous :

$$F(x) = 4x^2 + 4\sqrt{5}x + 5 \quad G(x) = (x-2)^2 - 5 \quad \text{et} \quad H(x) = 4(x + \sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}(x + \sqrt{3}) + 3$$

- 1) Factoriser $F(x)$ et $G(x)$

1. Développe, réduis et ordonne $H(x)$.
2. Déduis-en une factorisation de $H(x)$.

EXERCICE 6 :

Soit x un nombre réel positif (ou nul). Détermine si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

$$\begin{array}{ll} a) 6\sqrt{9x} = 18\sqrt{x} & d) 5\sqrt{-9+9x} = -15\sqrt{1+x} \\ b) \sqrt{36x} = 6x & e) \sqrt{49x+25x} = 7\sqrt{x} + 5\sqrt{x} \\ c) \sqrt{4x+8} = 2\sqrt{x+8} & f) \sqrt{4x^2+36x-20} = 2\sqrt{x^2+9x-5} \end{array}$$

EXERCICE 7 :

Soit $A = -\sqrt{27} + 2\sqrt{12} - \sqrt{3} + 2$ et $B = \frac{\sqrt{20}\sqrt{21}}{\sqrt{35}\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

- 1- Montrer $A = 2 + \sqrt{3}$ et $B = 2 - \sqrt{3}$
- 2- Montrer que l'inverse A est B

Calculer $A^2 + B^2$ puis $\frac{B}{A} + \frac{A}{B}$

EXERCICE 8 :

On donne les expressions ci-dessous

$$X = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} \text{ et } Y = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

- 1) Détermine les signes respectifs de X et Y
- 2) Calcule X^2 et Y^2
- 3) Déduis-en X et Y

EXERCICE 9

- 1) Soit $t = 45 + 196 - 180 - 245$ Ecris t sous la forme $a + b + c$ où a , b et c sont des entiers ;
- 2) On donne les réels $x = \frac{4}{7+3\sqrt{5}}$ et $y = 3\sqrt{5} - 7$
 - a) Écris x avec un dénominateur rationnel.
 - b) Justifie que y est négatif.
 - c) Justifie que : $x = -y$
 - d) Encadre x à 10^{-2} près sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$

EXERCICE 10

On donne les expressions ci-dessous :

$$p = [(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 1] [(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 1] \quad \text{et} \quad q = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$$

1. Calcule p .
2. Rends rationnel le dénominateur de q .
3. Montre que $\frac{p+q^2}{p-2q} \in \mathbb{Z}$.

EXERCICE 11

$$\text{On donne les réels : } a = 2 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{3\sqrt{2} + 4}$$

1. Rends rationnel le dénominateur de b puis montre que les nombres a et b sont des nombres opposés.
2. Soit $A = \sqrt{(1-2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-2)^2} - \sqrt{18}$

Montre que $A = 5 - 5\sqrt{2}$ puis encadre A à 10^{-2} près sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,4$

EXERCICE 12 : ©

Soit les expressions suivantes :

$$a = \sqrt{50} - \sqrt{8}(\sqrt{2} + 1) \text{ et } b = (1 + \sqrt{2})^2 + |-1 - \sqrt{2}|$$

- 1). a). Montrer que $a = 3\sqrt{2} - 4$ et $b = 3\sqrt{2} + 4$
 - b). Montrer que $a \cdot b = 2$. En déduire le signe de a .
 - c). Écrire $\frac{2}{b}$ avec un dénominateur entier.
 - d). Montrer que $\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} + 5$ est un entier.
- 2). a). Vérifier que $0 < a < 1$.
 - b). Ranger dans l'ordre croissant les réels : a , \sqrt{a} et a^2 .
 - c). Vérifier que $|a^2 - a| + |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - a^2| = 0$.

Correction série d'exercices racine carrée

EXERCICE 1 :

- 1) Faux 2) Faux 3) vrai 4) vrai 5) faux 6) faux 7) faux

EXERCICE 2 :

$$A = \sqrt{45} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{20} = \sqrt{9 \times 5} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{4 \times 5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 10\sqrt{5} = -5\sqrt{5} \Leftrightarrow \boxed{A = -5\sqrt{5}}$$

$$B = -5\sqrt{48} - \sqrt{27} + 2\sqrt{12} = -5\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} + 2\sqrt{4 \times 3} = -20\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -19\sqrt{3} \Leftrightarrow \boxed{B = -19\sqrt{3}}$$

$$C = \sqrt{27} \times \sqrt{12} \times \sqrt{48} = \sqrt{9 \times 3} \times \sqrt{4 \times 3} \times \sqrt{16 \times 3} = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{27} = 24 \times \sqrt{9 \times 3} = 72\sqrt{3} \Leftrightarrow \boxed{C = 72\sqrt{3}}$$

$$D = -2\sqrt{112} + \sqrt{63} - 2\sqrt{28} = -2\sqrt{16 \times 7} + \sqrt{9 \times 7} - 2\sqrt{4 \times 7} = -8\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = -9\sqrt{7} \Leftrightarrow \boxed{D = -9\sqrt{7}}$$

$$E = \sqrt{81} + 2\sqrt{200} - 3\sqrt{32} + 4 = 9 + 2\sqrt{100 \times 2} - 3\sqrt{16 \times 2} + 4 = 9 + 20\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 4 = 13 + 8\sqrt{2} \Leftrightarrow \boxed{A = 13 + 8\sqrt{2}}$$

$$F = 3\sqrt{125} - \sqrt{500} + \sqrt{169} = 3\sqrt{25 \times 5} - \sqrt{100 \times 5} + 13 = 15\sqrt{5} - 10\sqrt{5} + 13 = 5\sqrt{5} + 13 \Leftrightarrow \boxed{B = 13 + 5\sqrt{5}}$$

$$G = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{7})^2 = (2\sqrt{5})^2 - 2 \times (2\sqrt{5})(3\sqrt{7}) + (3\sqrt{7})^2 = 20 - 12\sqrt{35} + 63 = 83 - 12\sqrt{35} \Leftrightarrow \boxed{C = 83 - 12\sqrt{35}}$$

$$H = 9(4\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 9[(4\sqrt{2})^2 - 2 \times 4\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2] = 9(32 - 8\sqrt{6} + 3) = 9(35 - 8\sqrt{6}) = 315 - 72\sqrt{6} \Leftrightarrow \boxed{D = 315 - 72\sqrt{6}}$$

EXERCICE 3 :

$$1) A^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow \boxed{A^2 = 7 - 4\sqrt{3}}$$

$$2) B^2 = (2 + \sqrt{3})^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 \Leftrightarrow \boxed{B^2 = 7 + 4\sqrt{3}}$$

$$C = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| \text{ cherchons le signe de } 2 - \sqrt{3}$$

$$\text{On a : } 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1 \text{ donc } 2 - \sqrt{3} \text{ est positif. par suite } |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$$

$$\text{D'où } \boxed{C = 2 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{7 - 4\sqrt{3}}{4 - 3} = 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow \boxed{\frac{A}{B} = 7 - 4\sqrt{3}}$$

EXERCICE 4 :

$$A^2 = (3 + 5\sqrt{10})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 5\sqrt{10} + (5\sqrt{10})^2 = 9 + 30\sqrt{10} + 250 = 259 + 30\sqrt{10} \Leftrightarrow \boxed{A^2 = 259 + 30\sqrt{10}}$$

$$B^2 = (3 - 5\sqrt{10})^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 5\sqrt{10} + (5\sqrt{10})^2 = 9 - 30\sqrt{10} + 250 = 259 - 30\sqrt{10} \Leftrightarrow \boxed{B^2 = 259 - 30\sqrt{10}}$$

$$A \times B = (3 + 5\sqrt{10})(3 - 5\sqrt{10}) = 3^2 - (5\sqrt{10})^2 = 9 - 250 = -241 \Leftrightarrow \boxed{A \times B = -241}$$

$$\frac{C}{D} = \frac{48\sqrt{45}}{9\sqrt{80}} = \frac{48 \times 3\sqrt{5}}{9 \times 4\sqrt{5}} = \frac{144}{36} = 4. \text{ Donc } \boxed{\frac{C}{D} = 4}$$

EXERCICE 12

$$1). a). *) . a = \sqrt{50} - \sqrt{8}(\sqrt{2} + 1) = \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2}(\sqrt{2} + 1) = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 2 \times 2 = 3\sqrt{2} - 4.$$

$$*) . b = (1 + \sqrt{2})^2 + |-1 - \sqrt{2}| = 1^2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 + (1 + \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + 2 + 2 = 3\sqrt{2} + 4$$

$$b). *) . a.b = (3\sqrt{2} - 4)(3\sqrt{2} + 4) = (3\sqrt{2})^2 - 4^2 = 9 \times 2 - 16 = 18 - 16 = 2.$$

$$*) . \text{On a } a.b = 2 > 0 \text{ et } b > 0 \text{ alors } a > 0.$$

$$c). \text{On a } a.b = 2 \text{ signifie } \frac{2}{b} = a - 3\sqrt{2} - 4.$$

$$d). \sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + 5} = \sqrt{\frac{b-a}{ab} + 5} = \sqrt{\frac{(3\sqrt{2}+4) - (3\sqrt{2}-4)}{2} + 5} = \sqrt{\frac{8}{2} + 5} = \sqrt{4 + 5} = \sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}.$$

$$2). a). \text{On a } a - 1 = 3\sqrt{2} - 4 - 1 = 3\sqrt{2} - 5 = \frac{(3\sqrt{2}-5)(3\sqrt{2}+5)}{(3\sqrt{2}+5)} = \frac{(3\sqrt{2})^2 - 5^2}{(3\sqrt{2}+5)} = \frac{9 \times 2 - 25}{(3\sqrt{2}+5)} = \frac{-7}{(3\sqrt{2}+5)} < 0$$

$$\text{Signifie } a < 0 \text{ or on sait que } a > 0 \text{ donc on a } 0 < a < 1.$$

$$b). \text{On a } 0 < a < 1 \text{ donc } a^2 < a < \sqrt{a}.$$

$$c). |a^2 - a| + |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - a^2| = (-a^2 + a) + (-a + \sqrt{a}) - (\sqrt{a} - a^2) = -a^2 + a - a + \sqrt{a} - \sqrt{a} + a^2 = 0.$$

II. EQUATION ET INEQUATION DU 1^{ER} DEGRÉ À UNE INCONNUE

EXERCICE 1 : ©

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll} \circ 4x-1=0 & \frac{x}{5}=\frac{2}{3} & \frac{x}{5}=\frac{2}{3}-\frac{1}{9} & \\ \circ & & & \\ \circ \frac{2}{5}x-2=3 & 16x^2-25=0 & \frac{2x}{3}=\frac{4}{5} & \frac{-3x}{5}=\frac{8}{6} \\ \circ 2x-4=4x+3 & (2x+1)(3x-4)=0 & (\frac{3}{4}x+1)(4x-2)=0 & (\sqrt{2}x+1)(2x\sqrt{3}-5)=0 \end{array}$$

$$|3x-4|=|2x+1| \quad |3\sqrt{2}x-2|=|2\sqrt{2}x+3|$$

EXERCICE 2 : ©

A) Recopie chacun des énoncés ci – dessous et réponds par Vrai ou faux.

1. L'équation $x^2 - 7 = 0$ admet deux solutions dans \mathbb{R} .
2. L'équation $x^2 = 9$ a pour solution $S = \{3\}$
3. L'équation $x^2 + 7 = 0$ admet deux solutions dans \mathbb{R} .

B) Résoudre les équations suivantes

$$\begin{array}{llll} 1) x^2 = 49 & 4) x^2 = 6 & 7) \frac{4-x}{x-3} = 0 & 9) \\ \frac{(2-x)(x-6)}{x-8} = 0 & & & \\ 2) x^2 = -16 & 5) x^2 - 53 = -4 & & \\ 3) (x+1)^2 = 4 & 6) (x-2)^2 - 14 = 2 & 8) \frac{3x-3}{x+1} = 0 & 10) \frac{5x-2}{x^2+1} = 0 \end{array}$$

EXERCICE 3 :

Résoudre les équations suivantes

$$\begin{array}{l} a) (3x+6)(3x-1) - (3x+6)(2x-4) = 0 \\ b) (x-5)(5x+1) + (x-5)(5x+10) = 0 \\ c) (-x+3)(2x-1) + (-x+3)(x-7) = 0 \\ d) (4x+8)(-x+4) - (4x+8)(x+5) = 0 \end{array}$$

EXERCICE 4

On donne les expressions ci- dessous

$$f(x) = |3x - 5| \text{ et } g(x) = |-5x + 2|.$$

1. Calcule $f(0)$ et $g(-3)$
2. Ecris chacune des expressions $f(x)$ et $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
3. Résous l'équation $f(x) = g(x)$

EXERCICE 5

On donne $A(x) = (3x - 1)^2 - (x + 5)^2$ et $B(x) = (x - 9)^2 - (7 - 2x)^2$.

1. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.
2. Résous dans \mathbb{R} chacune des équations $A(x) = 0$ et $B(x) = 0$.

EXERCICE 6

Recopie chacun des énoncés ci – dessous et réponds par Vrai ou faux.

1. L'inéquation $(x - 1)(3 - x) \leq 0$ a pour solution : $S = \{1; 3\}$
2. L'inéquation $(x - 5)(2 - x) > 0$ a pour solution : $S = [2; 5[$
3. L'inéquation $(5x - 4)(5x + 4) < 0$ admet deux solutions dans \mathbb{R} .

EXERCICE 7: ©

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

○ $(3x-6)(x+5) > 0$ $\frac{2x-8}{x+6} \leq 0$ $(-2x+10)(3x-9) \geq 0$

EXERCICE 8

Résous dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

- | | | |
|--|---------------------------|------------------------------|
| 1) $(2x - 1)(x + 2) \geq 0$ | 2) $(x + 3)(2x - 5) < 0$ | 3) $(3x + 1)(1 - 4x) \leq 0$ |
| 4) $(2x - \sqrt{2})(x\sqrt{3} - 2) \leq 0$ | 5) $2x - 8)(10x + 5) < 0$ | 6) $(2 - x)(6x + 3) \geq 0$ |
| 7) $(-5x + 3)(2x + 3) < 0$ | 8) $7 - x)(6x + 18)$ | 9) $(3x - 4)(x + 7) > 0$ |

EXERCICE 9

On donne $C = 1 - 4(x - 1)^2$

1. Montre que $C = (3 - 2x)(2x - 1)$.
2. Résous dans \mathbb{R} l'inéquation $(3 - 2x)(2x - 1) < 0$.

EXERCICE 10

On donne $A(x) = (3x - 1)^2 - (x + 5)^2$ et $B(x) = (x - 9)^2 - (7 - 2x)^2$

1. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.
2. Dédire la résolution dans \mathbb{R} de chacune des inéquations $A(x) < 0$ et $B(x) > 0$.

Résoudre, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations suivantes

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $\frac{x-3}{x+1} \leq 0$ | c) $\frac{x+4}{x-6} > 0$ | e) $\frac{x+1}{3-x} + 2 \geq 0$ | g) $\frac{-2x-10}{4-3x} \geq 0$ |
| b) $\frac{3x-6}{x-5} \leq 0$ | d) $\frac{2x-9}{1-x} \geq 0$ | f) $\frac{x+1}{x-2} + 3 < 0$ | h) $\frac{-2x-10}{4-3x} \geq 0$ |

EXERCICE 1 :

Résolvons dans R les équations suivantes :

- $4x-1=0 \Leftrightarrow 4x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4} \quad S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$
- $\frac{2}{5}x-2=3 \Leftrightarrow \frac{2}{5}x=3+2 \Leftrightarrow \frac{2}{5}x=5 \Leftrightarrow 2x=25 \Leftrightarrow x=\frac{25}{2} \quad S=\left\{\frac{25}{2}\right\}$
- $2x-4=4x+3 \Leftrightarrow 2x-4x=3+4 \Leftrightarrow -2x=7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{2} \quad S=\left\{-\frac{7}{2}\right\}$
- $(2x+1)(3x-4)=0 \Leftrightarrow 2x+1=0 \text{ ou } 3x-4=0 \Leftrightarrow 2x=-1 \text{ ou } 3x=4 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \text{ ou } x=\frac{4}{3} \quad S=\left\{-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right\}$
- $\left(\frac{3}{4}x+1\right)(4x-2)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x+1=0 \text{ ou } 4x-2=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x=-1 \text{ ou } 4x=2 \Leftrightarrow 3x=-4 \text{ ou } x=\frac{2}{4} \Leftrightarrow x=-\frac{4}{3} \text{ ou } x=\frac{1}{2} \quad S=\left\{-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}\right\}$
- $(\sqrt{2}x+1)(2\sqrt{3}x-5)=0 \Leftrightarrow \sqrt{2}x+1=0 \text{ ou } 2\sqrt{3}x-5=0 \Leftrightarrow \sqrt{2}x=-1 \text{ ou } 2\sqrt{3}x=5 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ou } x=\frac{5}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow x=-\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } x=\frac{5\sqrt{3}}{6} \quad S=\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{6}\right\}$

EXERCICE 2 :

Résolvons dans R les équations suivantes :

- $\frac{x}{5}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow 3x=10 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3} \quad S=\left\{\frac{10}{3}\right\}$
- $\frac{2x}{3}=\frac{4}{5} \Leftrightarrow 10x=12 \Leftrightarrow x=\frac{12}{10} \Leftrightarrow x=\frac{6}{5} \quad S=\left\{\frac{6}{5}\right\}$
- $\frac{-3x}{5}=\frac{8}{6} \Leftrightarrow -18x=40 \Leftrightarrow x=-\frac{40}{18} \Leftrightarrow x=-\frac{20}{9} \quad S=\left\{-\frac{20}{9}\right\}$
- $\frac{x}{5}=\frac{2}{3}-\frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{x}{5}=\frac{2*3-1}{9} \Leftrightarrow \frac{x}{5}=\frac{5}{9} \Leftrightarrow 9x=25 \Leftrightarrow x=\frac{25}{9} \quad S=\left\{\frac{25}{9}\right\}$
- $|3x-4|=|2x+1| \Leftrightarrow 3x-4=2x+1 \text{ ou } 3x-4=-2x-1 \Leftrightarrow 3x-2x=1+4 \text{ ou } 3x+2x=-1+4 \Leftrightarrow x=5 \text{ ou } 5x=3 \Leftrightarrow x=5 \text{ ou } x=\frac{3}{5} \quad S=\left\{5, \frac{3}{5}\right\}$
- $|3\sqrt{2}x-2|=|2\sqrt{2}x+3| \Leftrightarrow 3\sqrt{2}x-2=2\sqrt{2}x+3 \text{ ou } 3\sqrt{2}x-2=-2\sqrt{2}x-3 \Leftrightarrow 3\sqrt{2}x-2\sqrt{2}x=3+2 \text{ ou } 3\sqrt{2}x+2\sqrt{2}x=-3+2 \Leftrightarrow \sqrt{2}x=5 \text{ ou } 5\sqrt{2}x=-1 \Leftrightarrow x=\frac{5}{\sqrt{2}} \text{ ou } x=-\frac{1}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow x=\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ ou } x=-\frac{\sqrt{2}}{10} \quad S=\left\{\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{10}\right\}$

EXERCICE 3 :

Résoudre dans R les inéquations suivantes :

- $(3x-6)(x+5)>0$ on a : $3x-6=0$ et $x+5=0 \Leftrightarrow 3x=6$ et $x=-5 \Leftrightarrow x=2$ et $x=-5$

○ X	$-\infty$	-5	2	$+\infty$
$3x-6$	-	-	+	+
$X+5$	-	+	+	+
$(3x-6)(x+5)$	+	-	+	+

$$S =]-\infty, -5[\cup]2, +\infty[$$

- $\frac{2x-8}{x+6} \leq 0$ ce quotient existe lorsque $x+6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -6$
 $2x-8=0 \Leftrightarrow 2x=8 \Leftrightarrow x=4$

X	$-\infty$	-6	4	$+\infty$
$2x-8$	-	-	+	+
$X+6$	-	+	+	+
$\frac{2x-8}{x+6}$	+	-	+	+

$$S =]-\infty, -6[\cup]4, +\infty[$$

- $(-2x+10)(3x-9) \geq 0$ on a : $-2x+10=0$ et $3x-9=0 \Leftrightarrow -2x=-10$ et $3x=9 \Leftrightarrow x=5$ et $x=3$

X	$-\infty$	3	5	$+\infty$
$-2x+10$	+	+	-	-
$3x-9$	-	+	+	+
$(-2x+10)(3x-9)$	-	+	-	-

$$S = [3, 5]$$

III. EQUATION ET SYSTÈME D'EQUATION DU 1^{ER} DEGRÉ À DEUX INCONNUES

EXERCICE 1 :

- Parmi les couples ci-dessous quels sont ceux qui sont solution de l'équation : $2x - y + 2 = 0$?
 $(-2 ; 1)$; $(0 ; -2)$; $(-2 ; 0)$ et $(-4 ; -6)$.
- Dans chacune des équations suivantes, citer deux couples de solution. a) $2x - 3y + 2 = 0$; b) $2x - y = 0$.

EXERCICE 2 : ©

Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes d'équations suivants par :

- la méthode par substitution
- la méthode par comparaison
- la méthode d'addition
- a) $\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ 2x + 5y - 6 = 0 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 3x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$
- Résous en utilisant la méthode la plus appropriée : $\begin{cases} 2x - 5y = 5 \\ y + 1 = -2 \end{cases}$
- Par une méthode graphique résoudre le système suivant : $\begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$

EXERCICE 3 :

Pour chaque question, écris la lettre de la seule réponse correcte dans la colonne de droite :

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Ton choix :
1	Le système $\begin{cases} -2y + x = 13 \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$ admet...	une seule solution : $(15 ; 1)$	une seule solution : $(5 ; -4)$	une seule solution : $(-4 ; 5)$	
2	L'équation $2x + 3y = 5$ admet...	une seule solution : $(1 ; 1)$	une seule solution : $(2,5 ; 0)$	plusieurs solutions, dont $(2,5 ; 0)$	
3	Le couple $(3 ; -1)$ est solution de...	$\begin{cases} 2x + 7y = -1 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 7y = -1 \\ 3x - 6y = 15 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases}$	

EXERCICE 4: ©

Soit a et b deux réels et le système de deux équations à deux inconnues suivant : $\begin{cases} 2ax - y - 5b = 0 \\ 2bx - y - 3a = 0 \end{cases}$

- Déterminer les réels a et b pour que le couple $(2 ; -1)$ soit solution de ce système
- Remplacer dans ce système a et b par les valeurs trouvées et Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système : $\begin{cases} -2ax - y - 5b = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases}$

EXERCICE 5: © Résolution de Problème

Fatima et Dieynaba se rendent à la boutique.

Fatima achète 5 cahiers et 2 Bic, elle donne 4000frs au boutiquier. Ce dernier lui rend 1800frs

Dieynaba achète 8 cahiers, un Bic et 4 crayons noirs à 50frs l'un, elle donne 5000frs au boutiquier. Ce dernier lui rend 1500frs.

Calculer le prix d'un cahier et celui d'un Bic.

EXERCICE 6 : Résolution de Problème

$$x + y = 110$$

1. Résous le système : $\begin{cases} x + y = 110 \\ 2x + 5y = 340 \end{cases}$.

$$2x + 5y = 340$$

2. Un théâtre propose deux types de billets les uns à 1000 F et les autres à 2500 F.

On sait que 110 spectateurs ont assisté à cette représentation théâtrale et que la recette totale s'élève à 170000 F.

Calcule le nombre de billets vendus pour chaque type.

EXERCICE 7 : Résolution de Problème

« Aujourd'hui, la somme de l'âge de fatima et de celui de khadija est 34 ans. Dans 4 ans, Fatima aura le double de l'âge de khadija. Détermine l'âge de fatima et celui de khadija ».

a. Traduis ce problème par un système de deux équations à deux inconnues, en précisant soigneusement le choix des inconnues.

b. Résous le système que tu viens d'écrire, et conclus en donnant l'âge de fatima et celui de khadija.

EXERCICE 8 : Résolution de Problème

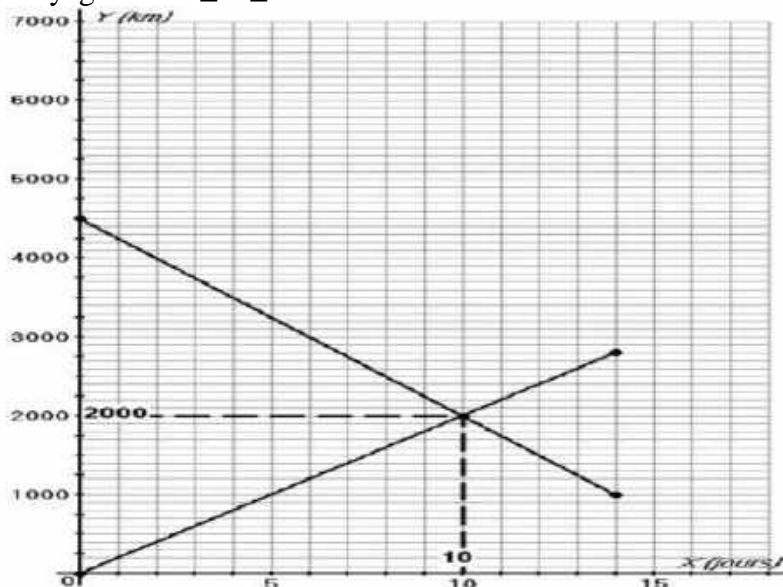
Un groupe de personnes a réservé dans un restaurant. Toutes les tables sont identiques.

- Si les personnes sont réparties sur 5 tables, il reste 4 personnes non placées.
- Si les personnes sont réparties sur 6 tables, 2 places sont inoccupées.

Calculer le nombre x de places à chaque table et le nombre y de personnes du groupe.

EXERCICE 9 : Résolution graphique

Le graphique ci-dessous représente le nombre de kilomètre parcourue Y en fonction de la durée x en jours lors d'un voyage avec $0 \leq x \leq 14$.



- 1) En se basant sur le graphique, déterminer un système d'équations à deux inconnues X et Y .
- 2) Donner le couple solution de ce système en se référant au graphique ci-dessus.

EXERCICE 10

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système : $\begin{cases} x + y = 8 \\ x + 2y - 11 = 0 \end{cases}$

2. Soit x la longueur du rectangle et y la largeur en cm.

Le périmètre est de 16cm. Si on augmente la longueur de 3cm et qu'on double la largeur, le périmètre devient 28cm. Calculer les dimensions de ce rectangle.

Correction Equation et système d'équation du 1^{er} degré à deux inconnues

EXERCICE 2

1) la méthode par substitution

$$\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ 2x + 5y - 6 = 0 \end{cases}$$

Exprimons x en fonction de y dans la 1^{ère} équation : $x - 3y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3y - 1$ ①

Remplaçons x par sa valeur dans la 2^{ème} équation : $2(3y - 1) + 5y - 6 = 0 \Leftrightarrow 6y - 2 + 5y - 6 = 0 \Leftrightarrow 11y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{8}{11}$ ②

① et ② $\Leftrightarrow x = 3(\frac{8}{11}) - 1 \Leftrightarrow x = \frac{24}{11} - 1 \Leftrightarrow x = \frac{13}{11}$ D'où $S = \{(\frac{13}{11}; \frac{8}{11})\}$

a) b) $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 3x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans la 1^{ère} équation : $2x + y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = -2x + 3$ ①

Remplaçons y par sa valeur dans la 2^{ème} équation : $3x - 2(-2x + 3) + 6 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4x - 6 + 6 = 0 \Leftrightarrow 7x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ②

① et ② $\Leftrightarrow y = -2 \cdot 0 + 3 \Leftrightarrow y = 3$ D'où $S = \{(0; 3)\}$

2) la méthode par comparaison

a) $\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ 2x + 5y - 6 = 0 \end{cases}$

Exprimons x en fonction de y dans la 1^{ère} équation : $x - 3y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3y - 1$ ①

Exprimons x en fonction de y dans la 2^{ème} équation : $2x + 5y - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5y + 6 \Leftrightarrow x = \frac{-5y + 6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{2}y + 3$ ②

① et ② $\Leftrightarrow 3y - 1 = \frac{-5}{2}y + 3 \Leftrightarrow 3y + \frac{5}{2}y = 3 + 1 \Leftrightarrow \frac{11}{2}y = 4 \Leftrightarrow y = \frac{8}{11}$

Remplaçons y par sa valeur dans ① : $x = 3(\frac{8}{11}) - 1 \Leftrightarrow x = \frac{24}{11} - 1 \Leftrightarrow x = \frac{13}{11}$ D'où $S = \{(\frac{13}{11}; \frac{8}{11})\}$

a) b) $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 3x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans la 1^{ère} équation : $2x + y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = -2x + 3$ ①

Exprimons y en fonction de x dans la 2^{ème} équation : $3x - 2y + 6 = 0 \Leftrightarrow 2y = 3x + 6 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x + 3$ ②

① et ② $\Leftrightarrow -2x + 3 = \frac{3}{2}x + 3 \Leftrightarrow -2x - \frac{3}{2}x = 3 - 3 \Leftrightarrow \frac{-7}{2}x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Remplaçons y par sa valeur dans ① : $y = -2 \cdot 0 + 3 \Leftrightarrow y = 3$ D'où $S = \{(0; 3)\}$

1) Résolvons graphiquement le système : $\begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}$

Tracer les deux droites ayant pour équations les deux équations ① et ② du système.

Tracé de la droite D_1 correspondant à l'équation ① : $5x + 4y = 16$

x	0	2,8
y	4	0,5

Tracé de la droite D_2 correspondant à l'équation ② : $3x + 6y = 15$

x	0	3
y	2,5	1



Le couple $\{(2; 1,5)\}$ est solution du système

EXERCICE 5

➤ Choix des inconnues

Soit x le prix d'un cahier et y le prix d'un Bic

➤ Mise en système d'équation

$$\begin{cases} 5x + 2y = 4000 - 1800 \\ 8x + y + 4 \times 50 = 5000 - 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 4000 - 1800 \\ 8x + y + 200 = 3500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 2200 \\ 8x + y = 3300 \end{cases}$$

➤ Résolvons le système par la méthode d'addition

$$\begin{cases} 5x + 2y = 2200 \\ 8x + y = 3300 \end{cases}$$

en multipliant la 2^{ème} équation par -2 et en additionnant membre à membre on obtient :

$$5x - 16x + 2y - 2y = 2200 - 6600 \Leftrightarrow -11x = -4400 \Leftrightarrow x = \frac{4400}{11} \Leftrightarrow x = 400$$

Remplaçons x par sa valeur dans la 2^{ème} équation :

$$8(400) + y = 3300 \Leftrightarrow 3200 + y = 3300 \Leftrightarrow y = 3300 - 3200 \Leftrightarrow y = 100$$

D'où un cahier coûte 400frs et un Bic coûte 100frs

EXERCICE 4 :

Le couple $(2 ; -1)$ est solution du système alors, on a :

$$\begin{cases} 4a + 1 - 5b = 0 \\ 4b + 1 - 3a = 0 \end{cases}$$

on a remplacé x par 2 et y par -1 dans les deux équations :

Réolvons ce système :

$$\begin{cases} 4a + 1 - 5b = 0 \\ 4b + 1 - 3a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} (\times 3) \\ (\times 4) \end{matrix} \begin{cases} 4a + 1 - 5b = 0 \\ -3a + 1 + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a + 3 - 15b = 0 \\ -12a + 4 + 16b = 0 \end{cases}$$

En ajoutant membre à membre, on obtient :

$$\begin{aligned} 7 + b &= 0 \\ \Rightarrow b &= -7 \end{aligned}$$

On trouve a en remplaçant b dans l'une des équations du système :

$$\begin{aligned} 4a + 1 - 5b &= 0 \\ \Rightarrow 4a + 1 + 5 \times 7 &= 0 \\ \Rightarrow 4a + 36 &= 0 \\ \Rightarrow 4a &= -36 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow a = -9$$

$$\begin{cases} -2ax - y - 5b = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases}$$

En remplaçant a et b par leurs valeurs, le système devient :

$$\begin{cases} 18x - y + 35 = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18x - y = -35 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases}$$

En ajoutant membre à membre ces deux équations, on obtient :

$$\begin{aligned} (18 + \sqrt{3})x &= -32 \\ \Rightarrow x &= \frac{-32}{18 + \sqrt{3}} \end{aligned}$$

On remplace la valeur de x dans l'une des équations pour trouver y :

$$\begin{aligned} \frac{-32}{18 + \sqrt{3}} \times \sqrt{3} + y &= 3 \\ \Rightarrow y &= 3 - \frac{-32}{18 + \sqrt{3}} \times \sqrt{3} \\ \Rightarrow y &= \frac{54 + 3\sqrt{3} + 32\sqrt{3}}{18 + \sqrt{3}} \\ \Rightarrow y &= \frac{54 + 35\sqrt{3}}{18 + \sqrt{3}} \end{aligned}$$

IV. INÉQUATION ET SYSTÈME D'INÉQUATIONS DU 1^{ER} DEGRÉ À DEUX INCONNUES

EXERCICE 1 : ©

Résoudre les inéquations suivantes :

$$1) y - 2x + 2 < 0 \quad 2) 3x - 2y + 6 > 0$$

EXERCICE 2

1) Parmi les couples $(2 ; 1)$; $(-2 ; 0)$ et $(-4 ; 1)$ quels sont ceux qui sont solution de :

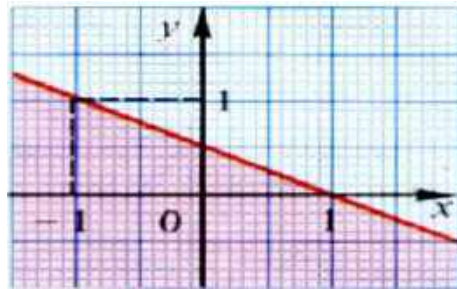
$$2x - y + 2 \leq 0 ?$$

2) Parmi les couples $(2 ; 4)$; $(-3 ; 2)$ et $(-4 ; 1)$ quels sont ceux qui sont solution de :

$$\begin{cases} x + y - 2 > 0 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases}$$

EXERCICE 3 : ©

Donner une inéquation dont l'ensemble des solutions correspond au demi-plan contenant le point O dans la représentation graphique suivante :



EXERCICE 4 : ©

Déterminer graphiquement l'ensemble de solution des systèmes suivants :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} -y + 2x + 1 < 0 \\ -2y + x + 4 > 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x + 3y + 1 < 0 \\ 2x - y + 2 > 0 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 3x - y + 4 < 0 \\ 2x - y + 2 > 0 \end{cases} \end{array}$$

EXERCICE 4 :

1. Soit l'inéquation : $-2x + 5y \leq 3$
2. Parmi les couples de nombres réels suivants donne ceux qui sont solutions de l'inéquation en justifiant ta réponse : $(2 ; 1)$, $(-\frac{1}{2} ; 2)$, $(1 ; 1)$.
3. Pour quelle valeur de a le couple $(\frac{a}{2} ; -a)$ est solution de cette inéquation.
4. Résous graphiquement cette inéquation.

EXERCICE 5 :

Un artisan va chercher deux sortes de peinture chez un grossiste.

La première sorte est conditionnée en pots de 10 kg, la deuxième en pots de 25 kg.

Le pots de 10 kg coûte 60 F et celui de 25 kg coûte 200 F.

Le chargement ne doit pas dépasser 300 kg et la somme totale ne doit pas s'élever à plus de 2000 F.

Quelles sont les commandes possibles sachant qu'il faut au minimum 5 pots de 25 kg et 2 pots de 10 kg ?

EXERCICE 6

Soit le système d'inéquations suivants :

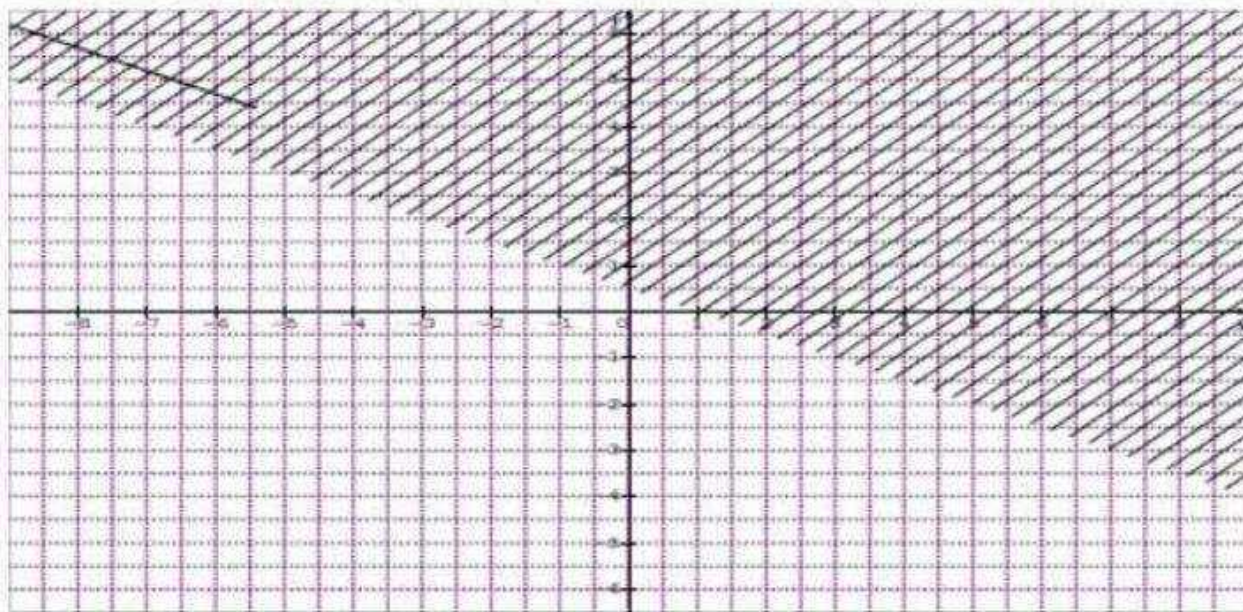
$$\begin{cases} 3x - 2y - 9 < 0 \\ -4x > -27 + 3x \end{cases}$$

Vérifie si les points suivants appartiennent à l'ensemble de solution du système :

$A(3 ; 2)$, $B(0 ; 11)$, $C(-4 ; 3)$ et $D(-5 ; 20)$.

EXERCICE 7

Détermine une inéquation dont l'ensemble de solutions correspond au demi-plan non hachuré.

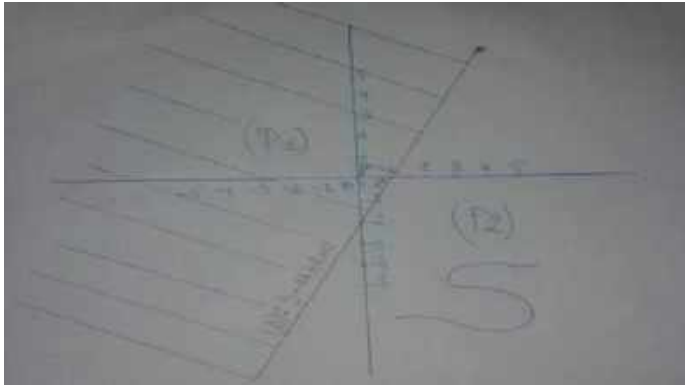


Correction Inéquation et système d'Inéquations du 1^{er} degré à deux inconnues

EXERCICE 1 :

Réolvons l'inéquation suivante : $y - 2x + 2 < 0$

Soit (D) : $y - 2x + 2 = 0$. Si $x=0$ alors $y=-2$ et si $y=0$ alors $x=1$.



La droite (D) partage le plan en deux demi-plans (P1) et (P2).
Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution

On a $O(0,0) \in (P1) \Leftrightarrow 0+0+2 < 0 \Leftrightarrow 2 < 0$ ce qui est absurde.

Donc (P2) est solution

Hachurons (P1)

EXERCICE 2 :

Soit (D) : $ax + by + c = 0$ la droite représentant l'inéquation dans le repère orthonormé. pour simplifier le calcul on prend (D) : $y = ax + b$

En observant le graphe on obtient les points suivants: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

Le point de coordonnées (1, 0) $\notin (D) \Leftrightarrow 0 = ax + b = 0 \Leftrightarrow a + b = 0$ (1)

Le point de coordonnées (-1, 1) $\notin (D) \Leftrightarrow 1 = a(-1) + b \Leftrightarrow -a + b = 1$ (2)

(1) $\Leftrightarrow a + b = 0 \Leftrightarrow b = -a$ (3)

En remplaçant b dans (2) on obtient : $-a - a = 1 \Leftrightarrow -2a = 1 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$ alors (3) $\Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$

Donc on a (D) : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ en multipliant par 2 on aura : (D) : $x - 2y + 1 = 0$

En supposons que l'inéquation s'écrit comme suit : (Δ) : $x - 2y + 1 > 0$

Comme $O(0, 0)$ appartient au demi-plan solution on a : $0 - 2 \cdot 0 + 1 > 0 \Leftrightarrow 1 > 0$ ce qui est vrai

D'où (Δ) : $x - 2y + 1 > 0$ est une inéquation correspondant au demi-plan contenant le point O.

EXERCICE 3 :

Réolvons le système : $\begin{cases} -y + 2x + 1 < 0 \\ -2y + x + 4 > 0 \end{cases}$

Soit (D1) : $-y + 2x + 1 = 0$. Si $x=0$ alors $y=1$ et si $x=1$ alors $y=3$

Soit (D2) : $-2y + x + 4 = 0$. Si $x=0$ alors $y=2$ et si $y=0$ alors $x=-4$

La droite (D1) partage le plan en deux demi-plans (P1) et (P2).

Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution

On a $O(0,0) \in (P1) \Leftrightarrow -0+0+1 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq 0$ ce qui est vrai.

Donc (P1) est solution

Hachurons (P2)

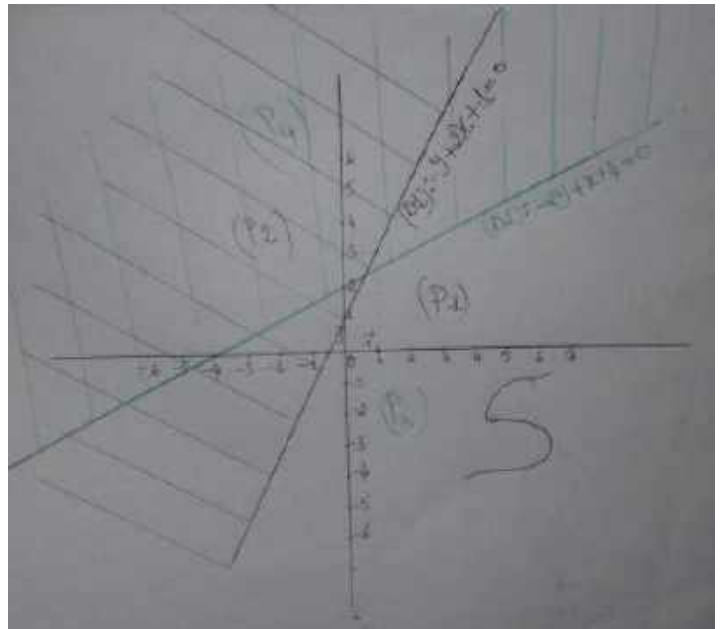
La droite (D2) partage le plan en deux demi-plans (P3) et (P4).

Vérifions par les coordonnées de O, origine du repère, le demi-plan solution

On a $O(0,0) \in (P3) \Leftrightarrow -0+0+4 \geq 0 \Leftrightarrow 4 \geq 0$ ce qui est vrai.

Donc (P3) est solution

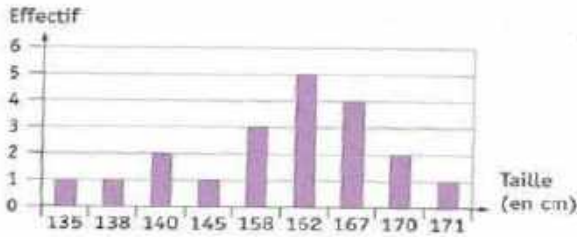
Hachurons (P4)



V. STATISTIQUES

EXERCICE 1 : ©

On a mesuré la taille en cm d'un groupe de 20 personnes.



- 1) Quelle est la population étudiée ?
- 2) Quel est le caractère étudié? Précise sa nature
- 3) Quelles sont les valeurs prises par le caractère ?
- 4) Calculer la taille moyenne d'une personne de ce groupe.
- 5) Déterminer la taille médiane de ce groupe.

EXERCICE 2 : ©

Le tableau ci-dessous représente la répartition des notes de mathématiques lors d'une évaluation où la note moyenne est de 12,5.

Note sur 20	6	8	9	12	15	X
Effectifs	6	9	15	9	15	18
ECC						
ECD						

- 1) Calculer x, la meilleure note attribuée lors de cette évaluation.
- 2) Compléter le tableau
- 3) Combien d'élèves ont une note supérieure ou égale à 9 ?
- 4) Combien d'élèves ont une note inférieure ou égale à 12 ?
- 5) Combien d'élèves ont une note au moins égale à 15 ?
- 6) Quel est le pourcentage des élèves qui ont au plus 15 ?

EXERCICE 3 : ©

L'histogramme ci-contre représente les âges de 150 employés d'une entreprise.

- 1) Compléter le tableau ci-dessous
- 2) Quel est le pourcentage des employés qui ont moins de 36 ans
- 3) Calculer l'âge moyen d'un employé de cette Entreprise

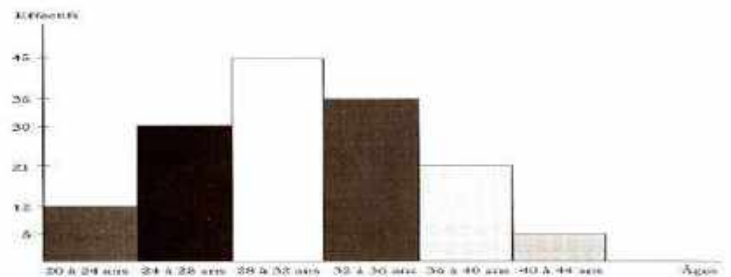


Tableau question 1)

Âges	20 ≤ âge < 24	24 ≤ âge < 28	28 ≤ âge < 32	32 ≤ âge < 36	36 ≤ âge < 40	40 ≤ âge < 44	Total
Centre de classe	22						
effectifs							
Fréquences en %							

EXERCICE 4 : ©

Dans le registre des consultations du dispensaire d'un village, on a relevé les cas de paludisme et on obtient le tableau suivant :

Mois	Jan	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Nbr de cas de paludisme	21	12	5	4	2	6	13	68	92	53	40	20

- 1) Ajouter au tableau la ligne des effectifs cumulés croissants
- 2) Tracer le diagramme en bâton de cette série (1cm représente 10 malades)
- 3) Représenter graphiquement la courbe des effectifs cumulés croissants (2cm représente 50 malades) puis déterminer la période médiane (le mois) pendant laquelle 50% des malades ont été consultés.
- 4) En moyenne combien y a-t-il de malades du paludisme par mois ?
- 5) Le paludisme est la maladie qui tue le plus au Sénégal. Sachant que 10% des malades du paludisme sont décédés et qu'ils représentent 75% de l'ensemble des cas de décès annuels du dispensaire, Calculer :
 - a) Le nombre annuel de décès de malades du paludisme
 - b) Le nombre annuel de malades décédés dans ce dispensaire

EXERCICE 5

Voici un tableau relatif à l'âge des élèves d'un collège. Les âges sont bien évidemment indiqués en années.

Âges	10	11	12	13	14	15	16	Totaux
Effectifs	25	106	98	124	94		5	500
Fréquences								

1. Recopier ce tableau et le compléter en justifiant rapidement vos réponses.
2. Combien d'élèves de ce collège ont moins de 14 ans ?
3. Combien d'élèves de ce collège ont au moins 13 ans ?
4. Calculer la moyenne d'âge des élèves du collège « Haute fréquence ».
5. Construire un histogramme.

EXERCICE 6

Le musée Léonardo est visité par de nombreux touristes. Le tableau ci-dessous indique le nombre de visiteurs au cours d'une semaine.

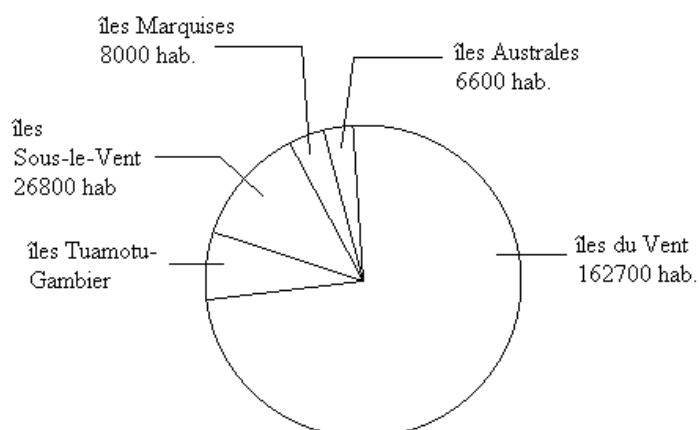
Remarque : le lundi est le jour de fermeture hebdomadaire du musée.

Jours	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	Totaux
Nombre de visiteurs	0	324	651		255	660	759	
Fréquences		10,8 %						100 %
Fréquences cumulées								

1. Reproduire ce tableau sur votre copie et le compléter.
2. Quel est le nombre moyen de visiteurs, par jour, durant la semaine ?
3. Est-il exact d'affirmer que :
 - a. Plus de la moitié des visiteurs lors de cette semaine sont venus du lundi au jeudi inclus ?
 - b. Plus du quart des visiteurs du musée lors de cette semaine sont venus en un seul jour ? Si oui, lequel ?
 - c.

EXERCICE 7

La Polynésie française compte 219 500 habitants. Leur répartition géographique est représentée par le diagramme circulaire suivant:



a) calculer le nombre d'habitants des îles Tuamotu-Gambier

b) calculer le pourcentage des habitants des îles Sous-le-Vent par rapport à la population totale.

EXERCICE 8 :

La taille moyenne des onze joueurs d'une équipe de football est de 1,81 mètre. On a pu relever la taille, en mètre, des dix joueurs sauf celle du gardien de but :

1,71 – 1,80 – 1,85 – 1,75 – 1,78 – 1,83 – 1,75 – 1,80 – 1,85 – 1,90.

1. Détermine la taille du gardien.
2. Détermine la taille médiane de ces onze joueurs.
3. Dans cette équipe, il y a trois remplaçants de la même taille. La moyenne de la taille de ces quatorze joueurs est alors de 1,84 mètre.
4. Détermine la taille de chacun des trois remplaçants.
5. Détermine la taille médiane de cette nouvelle série.

EXERCICE 9 :

On a réparti 100 personnes selon leur temps de sieste exprimé en minutes (mn).

Classes	[30 ; 50[[50 ; 70[[70 ; 90[[90 ; 110[[110 ; 130[
Effectifs	10	20	x	40	y

Le temps moyen de sieste est de 82mn.

1. Reproduis puis complète le tableau ci-dessus en mettant les centres de classes.
2. En exprimant l'effectif et la moyenne en fonction de x et y, montre que x et y vérifient

$$\text{Système suivant : } \begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 3y = 65 \end{cases}$$

3) pour la suite on donne $x=25$ et $y = 5$.

- a. Reprends le tableau ci-dessus en indiquant les fréquences (en %) et les fréquences cumulées croissantes (en %).
 - b. Détermine pourcentage de personnes qui ont un temps de sieste au moins égal à 70mn.
4. Trace l'histogramme et le polygone des fréquences cumulées croissantes (en %). (1cm pour 10 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 sur l'axe des ordonnées).
 5. A l'aide du théorème de Thalès, détermine le temps médian de sieste.

EXERCICE 10:

Le tableau statistique ci-dessous donne la répartition de notes d'élèves obtenues lors d'un examen.

Notes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectifs	2	1	1	2	3	2	4	6	7	6	5	3	2	3	2	1
Effectif Cum. Crois. (ECC)	2	3	4	6	9	11	15	21	28	34	39	42	44	47	49	50
Effectif Cum. Décrois. (ECD)	50	48	47	46	44	41	39	35	29	22	16	11	8	6	3	1
Fréquences en %	4	2	2	4	6	4	8	12	14	12	10	6	4	6	4	2
Fréquences Cum. Crois %	4	6	8	12	18	22	30	42	56	68	78	84	88	94	98	100

1°) Que représente chacun des nombres ci-dessous :

- a) 3, effectif de la modalité 6,
- b) 15, effectif cumulé croissant de la modalité 8,
- c) 46, effectif cumulé décroissant de la modalité 5 ?
- d) 98, fréquence cumulée croissante en % de la modalité 16 ?

2°) Déduis de ce tableau le pourcentage des élèves qui ont moins de 14.
On groupe les notes précédentes en classes d'amplitudes 4 dans le tableau ci-dessous.

Notes	[0 ; 4[[4 ; 8[[8 ; 12[[12 ; 16[[16 ; 20[
Effectifs					
Effectifs Cum. Crois					

1°) Recopie et complète le tableau.

2°) Construis l'histogramme des effectifs cumulés croissants.

3°) Calcule la moyenne des notes obtenues par ces élèves.

EXERCICE 11:

Les lutteurs d'une écurie sont répartis en cinq classes de poids (catégories de poids) d'amplitude 15 kg.
On a les classes suivantes : [80; 95[, [95; 110[, [110; 125[, [125; 140[et [140; 155[.

1. Les lutteurs de la classe [95; 110[sont au nombre de 6 et représentent 12% de l'effectif de l'écurie.
Montre qu'il y a 50 lutteurs dans cette écurie.

2. L'angle de la représentation de la classe [110; 125[dans le diagramme circulaire de la série est 36°
Montre que le nombre de lutteurs de cette classe est 5

3. La fréquence de la classe [125; 140[est 0,3. Vérifie que cette classe compte 15 lutteurs

4. L'effectif de la classe [140; 155[est le tiers de l'effectif de la classe [80; 95[
Montre qu'il y a 6 lutteurs dans la classe [140; 155[.

5. Etablis le tableau des effectifs cumulés croissants de cette série puis déduis-en la classe médiane.

EXERCICE 12:

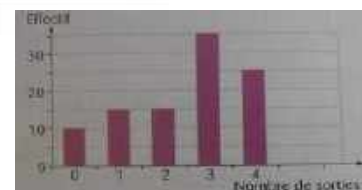
Doc. 1 : Voici les notes obtenues par Yona en français au cours de l'année scolaire.

1 ^{er} trimestre	8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; 19 ; 20.
2 ^e trimestre	10 ; 11 ; 13 ; 16 ; 17 ; 19 ; 20.
3 ^e trimestre	16 ; 14 ; 12 ; 14 ; 14 ; 9 ; 17.

Doc. 2 : On a demandé à des élèves le nombre de leurs frères et sœurs. Voici les résultats relevés.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3
Effectif	10	24	12	4

Doc. 3 : On a demandé à des élèves le nombre de fois où ils sont allés à la piscine dans le mois. Le diagramme en bâtons représente les résultats relevés.



- Déterminer l'étendue des notes pour chaque trimestre de Yona.
- Quel est le trimestre où les notes sont les plus dispersées ?
- Déterminer l'étendue des séries des documents 2 et 3.
- Déterminer la médiane des notes de chaque trimestre.
- Justifier que la médiane du document 2 est 1 frère ou sœur.
- Une élève dit à un autre : « Puisque la médiane est égale à 1, on peut dire que exactement la moitié des élèves ont au moins un frère ou une sœur. » Qu'en pensez-vous ?
- Justifier que la médiane de la série du document 3 est égale à 3.
- La moitié des élèves sont-ils allés au moins 3 fois à la piscine ?
- Déterminer les 1^{er} et 3^e quartiles des trois documents.
- Calculer le pourcentage d'élèves qui sont allés au moins une fois à la piscine.
- Calculer le pourcentage d'élèves qui sont allés 4 fois à la piscine.
- Calculer le pourcentage d'élèves qui n'ont ni frère ni sœur.

EXERCICE 13:

Le tableau ci-dessous représente les tailles de 40 élèves d'une classe de 3^{ème}.

Tailles en <i>cm</i>	[140 ; 150[[150 ; 160[[160 ; 170[[170 ; 180[[180 ; 190[
Effectifs		8	5	18	
Fréquences en %					
F.C.C en %					
F.C.D en %					

1) Compléter le tableau sachant que l'effectif de la classe [140 ; 150[est la moitié de [180 ; 190[.

2) Quel est le pourcentage d'élèves dont la taille est inférieure à 1.80 m et supérieure à 150 cm ?

3) Combien d'élèves ont une taille au moins égale à 160 cm ?

4) Quelle est la classe médiane de cette série ?

5) Combien d'élève ont une taille supérieure à la taille moyenne ?

6) Construire les histogrammes cumulatifs dans un même repère.

7) Faire apparaître les polygones ; déterminer graphiquement la médiane puis interpréter le résultat.

EXERCICE 14:

Le tableau ci-dessous donne la répartition des joueurs d'une équipe de football, selon la taille en m :

Tailles	[1.65 ; 1.75[[1.75 ; 1.85[[1.85 ; 1.95[[1.95 ; 2.05[
Effectifs	6	15	20	9

1) Recopier puis compléter le tableau ci-dessous en y faisant figurer : ECD ; F en % et FCC.

2) Combien de joueurs ont une taille au moins égale à 1.75 m ?

3) Donner la taille moyenne dans cette équipe en centimètre près par défaut.

4) Indiquer la classe modale de cette série statistique.

EXERCICE 15:

Sur une période donnée les recettes d'une essencerie se répartissent comme suit :

Carburant	Essence ordinaire	Essence super	Gasoil	Mélange
Pourcentage de toutes les recettes	30%	25%	40%	5%

Représenter cette série par un diagramme semi-circulaire.

2) Sachant que l'essence ordinaire vendue a rapporté 126 000 francs et que 42 litres de mélange ont été vendus, trouver

a) La somme rapportée par le gasoil

b) Le prix du litre de mélange

EXERCICE 16:

Un conseil régional, voulant octroyer 50 bourses aux meilleurs élèves des classes de Troisièmes de sa localité, organise un concours à cet effet.

Le montant de la bourse dépend de la note obtenue, laquelle varie de 0 à 20. Ce montant est fixé au maximum à 30 000F.

Le tableau ci-dessous résulte de la représentation de la série par un diagramme circulaire.

Notes obtenues	[10 ; 12[[12 ; 14[[14 ; 16[[16 ; 18[[18 ; 20[
Montant de la bourse (F CFA)	10000	15000	20000	25000	30000
Angles (en degrés)	108	93.5	\hat{A}	50.4	36

1) Calculer l'angle manquant \hat{A} .

2) Calculer les effectifs associés aux différents intervalles.

3) Calculer la valeur moyenne des bourses attribuées.

4) a) Quel est le nombre d'élèves qui ont une note au moins égale à 12 ? En déduire le pourcentage correspondant.

b) Quel est le nombre d'élèves qui ont une bourse au plus égale à 25 000 F ?

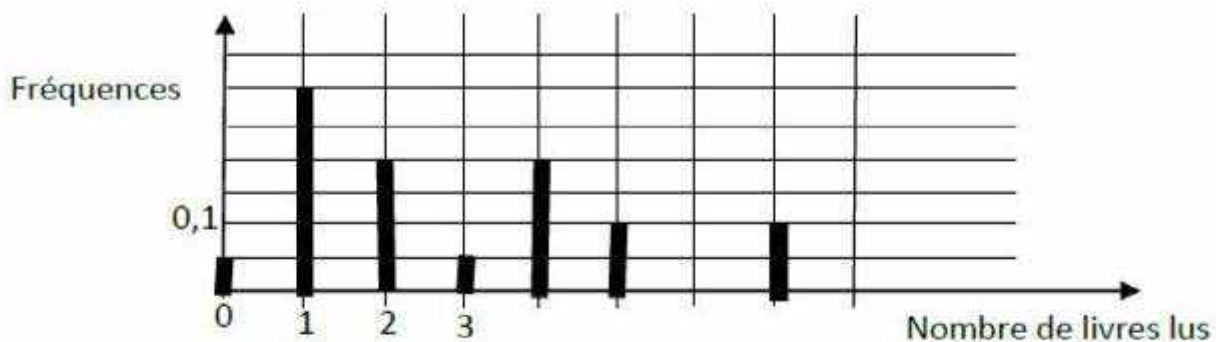
5) a) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes (exprimer les fréquences en pourcentages)

b) Déterminer la note médiane (en utilisant le théorème de Thalès)

EXERCICE 17:

Une enquête a été réalisée dans une bibliothèque pour étudier le nombre de livres lus par les usagers, en décembre 2015.

Le diagramme en bâtons ci-dessous donne la fréquence associée à chaque nombre de livres lus.



7) Détermine graphiquement le nombre médian de livres lus.

Explique ta démarche.

2) Calcule le nombre moyen de livres lus par les usagers de cette bibliothèque en décembre 2015.

EXERCICE 18 :

20 élèves sautent en hauteur. Les performances sont classées en intervalles d'amplitude 10 cm.

Performance	[100; 110[[110; 120[[120; 130[[130; 140[[140; 150[
Centres					
Effectifs	X	4	8	Y	2

1) Compléter la ligne des centres et préciser la classe modale.

2) la moyenne de cette série est 126.5 cm. Déterminer X et Y

3) a) Construire le l'histogramme des effectifs cumulés décroissants

b) Déterminer graphiquement la performance médiane

Correction série d'exercices Statistiques

EXERCICE 1 :

- 1) Population : Le groupe de 20 personnes
- 2) Caractère : La taille. Nature : quantitative
- 3) Les valeurs prises par le caractère sont : 135, 138, 140, 145, 158, 162, 167, 170 et 171
- 4) Calculons la taille moyenne \bar{X}

$$5) \text{ On a : } \bar{X} = \frac{135x1+138x1+140x2+145x1+158x3+162x5+167x4+170x2+171x1}{20} = 158\text{cm}$$

- 6) L'effectif total est pair et la médiane (Me) est compris entre les termes de rang 10 et 11 (c-à-d $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$ avec N=20)

Reportons les données sous forme de série statistique ordonnée :

135 ; 138 ; 140 ; 140 ; 145 ; 158 ; 158 ; 162 ; 162 ; 162 ; 162 ; 162 ; 167 ; 167 ; 167 ; 167 ; 170 ; 170 ; 171.

$$\text{On a : } Me = \frac{162+162}{2} = 162$$

EXERCICE 2 :

$$1) \text{ On a : } 12,5 = \frac{6x6+8x9+9x15+12x9+15x15+18X}{6+9+15+9+15+18} \Leftrightarrow 12,5 = \frac{576+18X}{72} \Leftrightarrow 12,5 \times 72 = 576+18X \Leftrightarrow$$

$$900=576+18X$$

$$\Leftrightarrow 18X=900-576 \Leftrightarrow 18X=324 \Leftrightarrow \mathbf{X=18}$$

2)

Note sur 20	6	8	9	12	15	X
Effectifs	6	9	15	9	15	18
ECC	6	15	30	39	54	72
ECD	72	66	57	42	33	18

- 3) 57 élèves ont une note supérieure ou égale à 9
- 4) 39 élèves ont une note inférieure ou égale à 12
- 5) 33 élèves ont une note au moins égale à 15

EXERCICE 3 :

1) Complétons le tableau

Ages	20≤âge<24	24≤âge<28	28≤âge<32	32≤âge<36	36≤âge<40	40≤âge<44	Total
Centre de classe	22	26	30	34	38	42	
effectifs	12	30	45	36	21	6	150
Fréquences en %	8	20	30	24	14	4	100

- 2) Pourcentage des employés qui ont moins de 36 ans = 8+20+30+24=82
Donc 82% des employés sont âgés de moins de 36 ans.
- 3) Calculons l'âge moyen \bar{X}

$$\bar{X} = \frac{22x12+26x30+30x45+34x36+38x21+42x6}{150} = 31,36$$

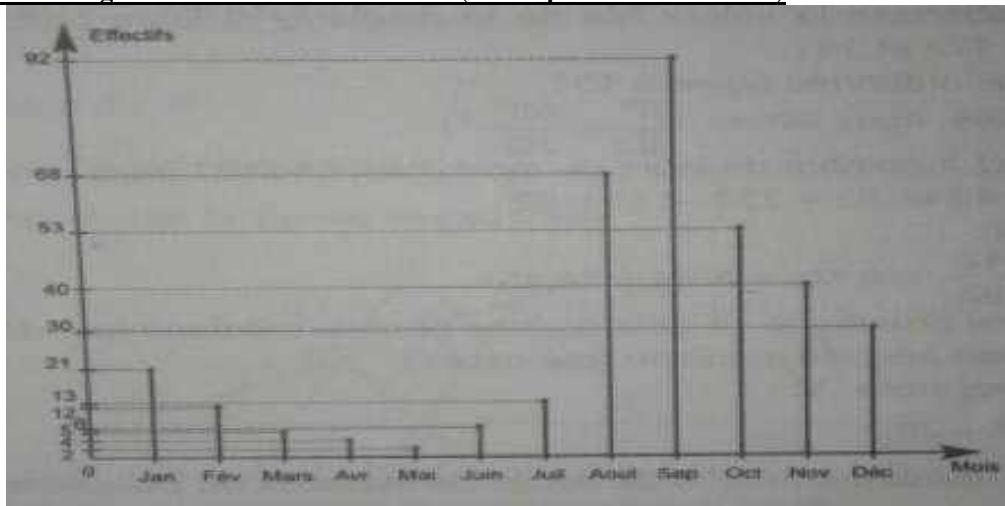
Donc l'âge moyen d'un employé est de 31 ans.

EXERCICE 4 :

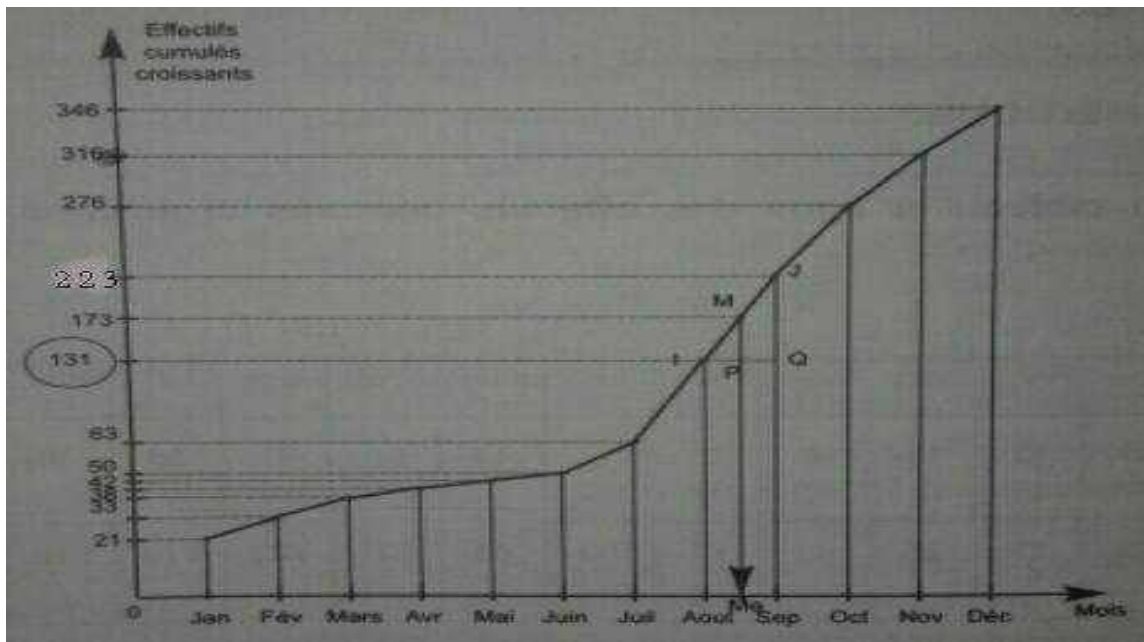
1) Ajoutons au tableau la ligne des effectifs cumulés croissants

Mois	Jan	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Nbr de cas de paludisme	21	12	5	4	2	6	13	68	92	53	40	20
ECC	21	33	38	42	44	50	63	131	223	276	316	346

2) Tracer le diagramme en bâton de cette série (1cm représente 10 malades)



3) Représenter graphiquement la courbe des effectifs cumulés croissants (2cm représente 50 malades)



• Déterminons la période médiane

50% des malades correspond à un effectif égal à : $\frac{346 \times 50}{100} = 173$

Sur le graphique 173 est l'ordonnée du point M dont l'abscisse Me correspond à la valeur de la médiane

IJQ triangle

$\begin{cases} ME (IJ) \\ PE (IQ) \\ (MP) // (JQ) \end{cases}$ D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{IP}{IQ} = \frac{MP}{JQ} \Leftrightarrow \frac{Me - Aout}{31} = \frac{173 - 131}{233 - 131}$ (IQ=31= nbr de jours du mois d'Aout)

$\Leftrightarrow (Me - Aout) \times 92 = 31 \times 42 \Leftrightarrow Me - Aout = \frac{1302}{92} = 14,15 \Leftrightarrow Me = Aout + 14,15$

Donc, nous pouvons prendre **Me = 14 Aout** comme période médiane (par excès) ou **Me = 15 Aout** comme période médiane (par excès).

4) Calculons la moyenne \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{346}{12} = 29 \Leftrightarrow \bar{x} = 29$$

5) a) calculons le nombre annuel n de décès de malades du paludisme :

$$n = \frac{346 \times 10,5}{100} = 36,33. \text{ Donc } n \approx 36.$$

b) calculons le nombre de malades annuel n' décédés dans ce dispensaire

on a : n=36 correspond à 75% des cas de décès annuels du dispensaire et n' correspond à 100%

$$\text{On a : } n' = \frac{36 \times 100}{75} \Leftrightarrow n' = 48.$$

VI. APPLICATION AFFINE-APPLICATION AFFINE PAR INTERVALLE

EXERCICE 1 : ©

Soit les applications f et g définies par $f(x) = 4x - 5$, $g(2) = 4$ et $g(1) = 3$.

- 1) Calculer les valeurs de f pour $x=1$ et pour $x=-2$
- 2) Quels sont les antécédents de -2 et 5 par f
- 3) Déterminer l'expression, en fonction de x , de l'application affine g .
- 4) Existe-t-il une ou des valeurs de x pour que $f(x) = g(x)$?

EXERCICE 2 : ©

Soit $H(x) = |x - 3|$ et $I(x) = |2x - 4| - 4$

- 1) Montrer que H et I sont des applications affines par intervalles.
- 2) Existe-t-il une ou des valeurs de x pour que $H(x) = I(x)$?

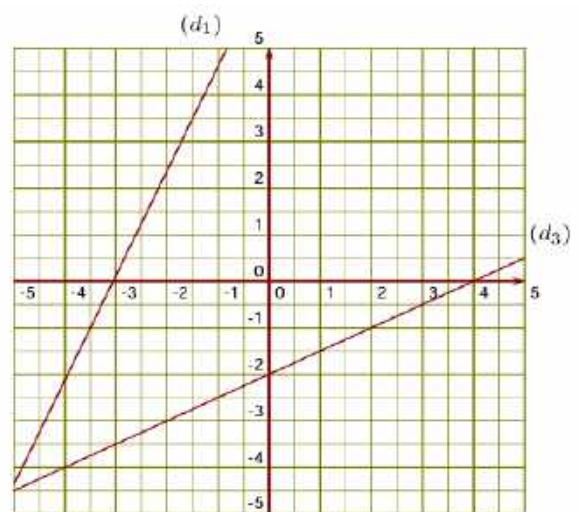
EXERCICE 3 : © Dans le plan P muni du repère orthonormé (O, I, J) on donne les points $A(2 ; 3)$ et $B(-2 ;$

- 4)
- 1) Déterminer l'application affine f , dont la représentation graphique passe par les points A et B .
 - 2) Déterminer les images de 1 et -3 par f .
 - 3) Déterminer les antécédents de 2 et -4 par f .
 - 4) Quelles sont les valeurs de x et de y pour que la représentation graphique de f passe par l'axe des ordonnées.
 - 5) Quelles sont les valeurs de x et de y pour que la représentation graphique de f coupe l'axe des abscisses.

EXERCICE 4 : ©

(d_1) est la droite représentative de la fonction f .

- 1) Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction f
- 2) Donner l'image de $-1,5$ par la fonction f .
- 3) Donner l'antécédent de 4 par f
- 4) Déterminer l'expression de la fonction h représentée ci-contre par la droite (d_3) .



EXERCICE 5 : ©

Une salle de cinéma propose trois types de tickets suivant l'âge du spectateur :

200f pour un spectateur de 0 à 10 ans ; 300f pour un spectateur de 10 à 17 ans et 500f pour un spectateur adulte de plus de 17 ans.

- 1) Exprime le prix $p(x)$ à payer en fonction de l'âge x du spectateur
- 2) Représente graphiquement $p(x)$

EXERCICE 6 : ©

f et g sont deux applications dans \mathbb{R} définies comme suit $f(x) = x-1$ et
$$\begin{cases} g(x) = -2x + 2 & \text{pour } x \in]-\infty ; 2] \\ g(x) = \frac{5}{2}x - 7 & \text{pour } x \in [2 ; 4] \\ g(x) = 3 & \text{pour } x \in [4 ; +\infty[\end{cases}$$

- 1) Déterminer la nature des applications f et g
- 2) Peut-on trouver des réels x pour lesquels $f(x) = g(x)$?
- 3) Trace dans une même repère les représentations graphiques des applications f et g
- 4) Ces représentations graphiques ont-elles des points communs ? Si oui quelles sont leurs abscisses ? pouvait-on prévoir ces résultats .

EXERCICE 7:

On donne l'expression suivante : $f(x) = x + 1 + \sqrt{(2x - 3)^2}$

1. Calcule $f(0)$ et $f(-1)$.
2. Montre que f est une application affine par intervalles.
3. Représente graphiquement l'application f dans un repère orthonormal.
4. Résous dans \mathbb{R} chacune des équations suivantes : $f(x) = x$; $f(x) = x+2$.

EXERCICE 8 :

soit $P = \sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} - \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}$

1) Calcule P .

2) Soit $h(x) = |2x - \sqrt{7}|$

a) Montre que g est une application affine par intervalles.

b) Quel est le sens de variation de $g(x)$ dans l'intervalle $]-\infty ; \frac{\sqrt{7}}{2}]$.

c) Représente graphiquement $g(x)$ dans l'intervalle $[\frac{\sqrt{7}}{2} ; +\infty[$.

EXERCICE 9 :

Pour financer une sortie pédagogique, une école décide de vendre les tomates de son jardin. Le client paye en plus de la quantité de tomates achetée une somme forfaitaire fixe pour le transport. Un commerçant qui a acheté 300 kg a versé au gestionnaire une somme totale de 125000 F.

Un membre de l'association des parents d'élèves a acheté 100 kg et a payé 45000 F.

1. Calcule le prix d'un kilogramme de tomates et la somme forfaitaire allouée au transport.
2. Soit $p(x)$ le somme totale, en francs, payée par un client qui a acheté x kilogrammes de tomates. Détermine l'expression $p(x)$.

3. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement p en prenant 1 cm pour 50 kg en abscisses et 1 cm pour 10000 F en ordonnées.
4. Détermine la somme totale à payer pour un achat de 75 kg de tomates.

EXERCICE 10:

Pour organiser une colonie de vacances pour les 50 enfants de ses employés, une société établie à Dakar lance un appel d'offre auquel trois agences ont soumissionné :

- ✓ L'agence A réclame pour chacun de ses cars un forfait de 30 000F et 500F pour chaque km parcouru.
- ✓ L'agence B réclame pour chacun de ses cars un forfait de 40 000F et 300F pour chaque km parcouru.
- ✓ L'agence C réclame 64 000F pour chacun de ses cars.

1. Etablis une relation exprimant la somme y à payer en fonction du nombre x de km parcourus pour chacune des trois agences.
2. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement les trois relations obtenues.

1 cm pour 10 km sur l'axe des abscisses.

On prendra : { 1 cm pour 1000F sur l'axe des ordonnées.

3. Détermine graphiquement sur quelle longueur de trajet :

- L'agence A réclame plus que l'agence B
- L'agence A réclame la même somme que l'agence C
- L'agence B réclame moins que l'agence C

4. Les enfants sont répartis en deux groupes :

- Le groupe1 va à Thiès, ville distante de 70 km de Dakar
- Le groupe2 va à Kaolack, ville distante de 192 km de Dakar.

- a. Indique sur chacun de ses deux trajets l'agence la moins chère qui sera retenue.
- b. Quelle est l'agence qui n'aura aucun part de ce marché ? pourquoi

EXERCICE 11:

1) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} 6x + y - 440 = 0 \\ 17x + 2y - 1080 = 0 \end{cases}$$

2) Le prix à payer sur le réseau téléphonique "EXPRESSO" comprend une somme forfaitaire et un prix proportionnel au nombre de minutes de communication.

- Alioune a payé 440Fcfa pour une durée de 6min;
- Fatou a payé 540Fcfa pour une durée de 8.5min.

- a) Déterminer le prix d'une minute de communication et la somme forfaitaire sur le réseau "EXPRESSO"
- b) Déterminer l'application affine qui définit la somme à payer en fonction du nombre de minute de communication.
- c) Représenter graphiquement cette application dans un repère orthonormé.

On prendra en abscisse : 1cm pour 2 minutes et en ordonnée : 1cm pour 100Fcfa..

- d) Déterminer graphiquement la somme à payer pour 10 minutes de communication.

EXERCICE 12:

Un fournisseur d'accès à Internet propose à ses clients 3 formules d'abonnement :

▷ Une formule A comportant un abonnement fixe de 12000F par mois auquel s'ajoute le prix des communications au tarif préférentiel de 100F de l'heure.

▷ Une formule B offrant un libre accès à Internet mais pour laquelle le prix des communications est de 250F pour une heure de connexion.

▷ Une formule C offrant un libre accès à Internet et comportant une carte d'abonnement annuel de 25000F.

Dans les deux premiers cas, les communications sont facturées proportionnellement au temps de connexion.

1) Reproduis et complète le tableau suivant :

	Nombre d'heures de connexion	60	80
Prix à payer	Formule A		
Prix à payer	Formule B		
Prix à payer	Formule C		

2) Pierre se connecte 6060 heures par mois et Fatou 8080 heures par mois.
Quelle est la formule la plus avantageuse pour chacune de ces personnes.

3) On note x le temps de connexion d'un client, exprimé en heures
On appelle P_A le prix à payer en FCFA avec la formule A, P_B le prix à payer en FCFA avec la formule B et P_C le prix à payer en FCFA avec la formule C
Exprimer P_A , P_B et P_C en fonction de x

4) Dans un repère orthogonal trace :

a) la droite (D_1) , représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto 100x + 12000$;

b) la droite (D_2) , représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto 250x$;

c) la droite (D_3) , représentation graphique de la fonction $h : x \mapsto 25000$

(On prendra 1 cm pour 10 h sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5000 F sur l'axe des ordonnées)

5) Moïse, qui a choisi la formule A a payé 20000 F.

a) Détermine graphiquement le temps pendant lequel il s'est connecté.

b) Vérifie le résultat par le calcul.

6) a) Résous dans \mathbb{R} l'inéquation :

$$250x \leq 100x + 12000.$$

b) Interprète le résultat obtenu.

7) Détermine graphiquement à partir de quelle durée de connexion par mois la formule C est plus avantageuse que les deux autres.

Correction Série d'exercices Application Affine-Application affine par intervalle

EXERCICE 1 :

1) $f(1)=4 \times 1 - 5 = 4 - 5 = -1 \Leftrightarrow f(1) = -1$

$f(-2)=4(-2)-5=-8-5=-13 \Leftrightarrow f(-2) = -13$

2) On a $-2=4x-5 \Leftrightarrow 4x=-2+5 \Leftrightarrow 4x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4}$. Donc $\frac{3}{4}$ est l'antécédent de -2 par f

On a $5=4x-5 \Leftrightarrow 4x=5+5 \Leftrightarrow 4x=10 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$. Donc $\frac{5}{2}$ est l'antécédent de 5 par f.

3) On pose $g(x)=ax+b$

$g(2)=4 \Leftrightarrow g(2)=ax+2+b=3 \Leftrightarrow 2a+b=4$ ①

$g(1)=3 \Leftrightarrow g(1)=ax+1+b=4 \Leftrightarrow a+b=3$ ②

① et ② $\Leftrightarrow a=1$ et $a+b=3 \Leftrightarrow b=2$. D'où $g(x) = x+2$

4) $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 4x-5=x+2 \Leftrightarrow 4x-x=2+5 \Leftrightarrow 3x=7 \Leftrightarrow x=\frac{7}{3}$ donc $f(x)=g(x)$ pour $x=\frac{7}{3}$.

EXERCICE 2 :

1) $H(x) = |x-3|$. On a $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$

X	$-\infty$	3	$+\infty$
$x-3$		-	+
$ x-3 $		$-x+3$	$x-3$

Sur $]-\infty, 3]$ on a $H(x)=-x+3$ et sur $[3, +\infty[$ on a $H(x)=x-3$

D'où H est une application affine par intervalles

On a $I(x) = |4x-2| - 4$. On a $2x-4=0 \Leftrightarrow 2x=4 \Leftrightarrow x=2$

X	$-\infty$	2	$+\infty$
$4x-2$		-	+
$ 4x-2 $		$-4x+2$	$4x-2$
$ 4x-2 - 4$		$-4x+2-4$	$4x-2-4$
$I(x)$		$-4x-2$	$4x-6$

Sur $]-\infty, 2]$ on a $I(x) = -4x-2$ et sur $[2, +\infty[$ on a $I(x)=4x-6$

D'où I est une application affine par intervalles

2) Sur $]-\infty, 2]$, $H(x)=I(x) \Leftrightarrow -x+3 = -4x-2 \Leftrightarrow -x+4x=-2-3 \Leftrightarrow 3x=-5 \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3}$ appartient à $]-\infty, 2]$

Sur $[2, +\infty[$, $H(x)=I(x) \Leftrightarrow x-3=4x-6 \Leftrightarrow x-4x=-6+3 \Leftrightarrow -3x=-3 \Leftrightarrow x=1$ appartenant pas à $[2, +\infty[$

D'où $H(x)=I(x)$ pour $x=-\frac{5}{3}$

EXERCICE 3 :

1) On a $f(x) = ax+b$.

Déterminons d'abord le coefficient a.

On a : $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-3}{-2-3} = \frac{1}{-5} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}$ alors on a : $f(x) = -\frac{1}{5}x+b \Leftrightarrow y = -\frac{1}{5}x+b$ (1)

Remplaçons x et y de (1) par les coordonnées de A : $y = -\frac{1}{5}x+b \Leftrightarrow 3 = -\frac{1}{5}(2)+b \Leftrightarrow 3 = -\frac{2}{5}+b \Leftrightarrow b = 3+\frac{2}{5} \Leftrightarrow b = \frac{17}{5}$

D'où $f(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$

2) Déterminons les images de 1 et -3 par f.

On a : $f(1) = -\frac{1}{5}(1) + \frac{17}{5} \Leftrightarrow f(1) = \frac{-1+17}{5} \Leftrightarrow f(1) = \frac{16}{5}$ Donc $\frac{16}{5}$ est l'image de 1 par f

On a : $f(-3) = -\frac{1}{5}(-3) + \frac{17}{5} \Leftrightarrow f(-3) = \frac{3+17}{5} = \frac{20}{5} \Leftrightarrow f(-3) = 4$ Donc 4 est l'image de -3 par f

3) Déterminer les antécédents de 2 et -4 par f.

On a : $-\frac{1}{5}x + \frac{17}{5} = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x = 2 - \frac{17}{5} \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x = \frac{10-17}{5} \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x = -\frac{7}{5} \Leftrightarrow x = \frac{7}{5} \times \frac{5}{1} \Leftrightarrow x=7$. Donc 7 est l'antécédent de 2 par f

On a : $-\frac{1}{5}x + \frac{17}{5} = -4 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x = -4 + \frac{17}{5} \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x = \frac{-20-17}{5} \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x = \frac{-37}{5} \Leftrightarrow x = 37$. Donc 37 est l'antécédent de -4 par f.

4) pour que la représentation graphique de f coupe l'axe des ordonnées il faut que $x = 0$

si $x=0$ on a : $y = \frac{-1}{5}(0) + \frac{17}{5} \Leftrightarrow y = \frac{17}{5}$

5) pour que la représentation graphique de f coupe l'axe des abscisses il faut que $y=0$

si $y=0$ on a : $-\frac{1}{5}x + \frac{17}{5} = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x = -\frac{17}{5} \Leftrightarrow x = 17$.

EXERCICE 4 :

1) -3,5 est l'image de -1 par f.

2) 3,5 est l'image de -1,5 par f.

3) -1,5 est l'antécédent de 4 par f

4) Déterminer l'expression de la fonction h

On a : $h(x) = ax+b$.

D'après le graphe on a : $\begin{cases} x = 0 \Leftrightarrow y = -2 & (1) \\ x = 4 \Leftrightarrow y = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow h(0) = ax + b = -2 \Leftrightarrow b = -2$ (3)

(2) $\Leftrightarrow h(4) = 4a + b = 0 \Leftrightarrow 4a + b = 0$ (4)

(3) Et (4) $\Leftrightarrow 4a - 2 = 0 \Leftrightarrow 4a = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

D'où $h(x) = \frac{1}{2}x - 2$

EXERCICE 5 :

1) Exprime le prix $p(x)$ à payer en fonction de l'âge x du spectateur

Si $x \in]0 ; 10]$ on a : $p(x) = 200$

Si $x \in]10 ; 17]$ on a : $p(x) = 300$

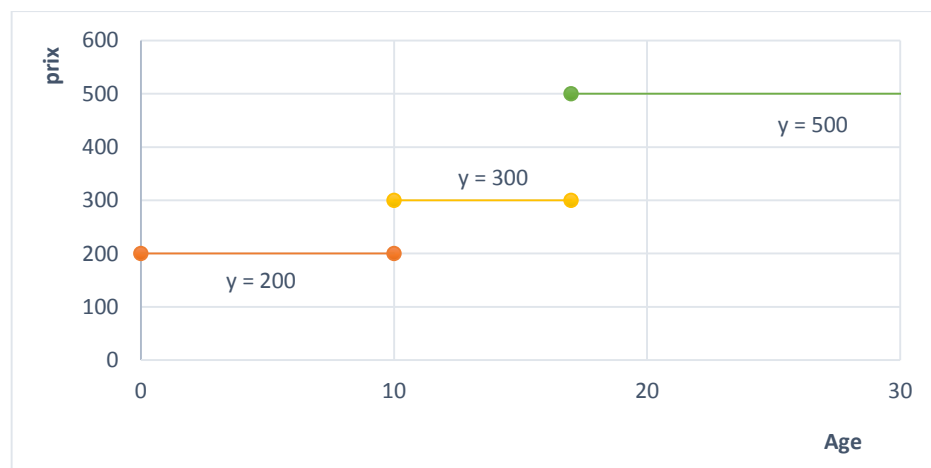
Si $x > 17$ on a $p(x) = 500$

2) Représente graphiquement $p(x)$.

Sur $]0 ; 10]$ on : $p(x) = 200$, sa représentation graphique est un segment.

Sur $]10 ; 17]$ on : $p(x) = 300$, sa représentation graphique est un segment.

Sur $x > 17$ on : $p(x) = 500$, sa représentation graphique est une demi-droite d'origine $x=17$



EXERCICE 6

1) f est une application affine et g une application affine par intervalle.

2) sur $]-\infty ; 2]$ on a $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x-1 = -2x+2 \Leftrightarrow x+2x = 2+1 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$ or $1 \notin]-\infty ; 2]$.

sur $[2 ; 4]$ on a $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x-1 = \frac{5}{2}x-7 \Leftrightarrow x - \frac{5}{2}x = -7+1 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x = -6 \Leftrightarrow x = \frac{-12}{-3} \Leftrightarrow x = 4$ or $4 \notin [2 ; 4]$

sur $[4 ; +\infty[$ on a $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$ or $4 \notin [4 ; +\infty[$.

Donc $f(x) = g(x)$ pour $x=1$ et pour $x=4$.

3) faisons les représentations graphiques de f et g :

on a $f(x) = x-1$ sa représentation graphique est une droite d'équation $y=x-1$

si $x=0$ on a $y=0-1 \Leftrightarrow y=-1$ et si $x=1$ on a $y=1-1 \Leftrightarrow y=0$

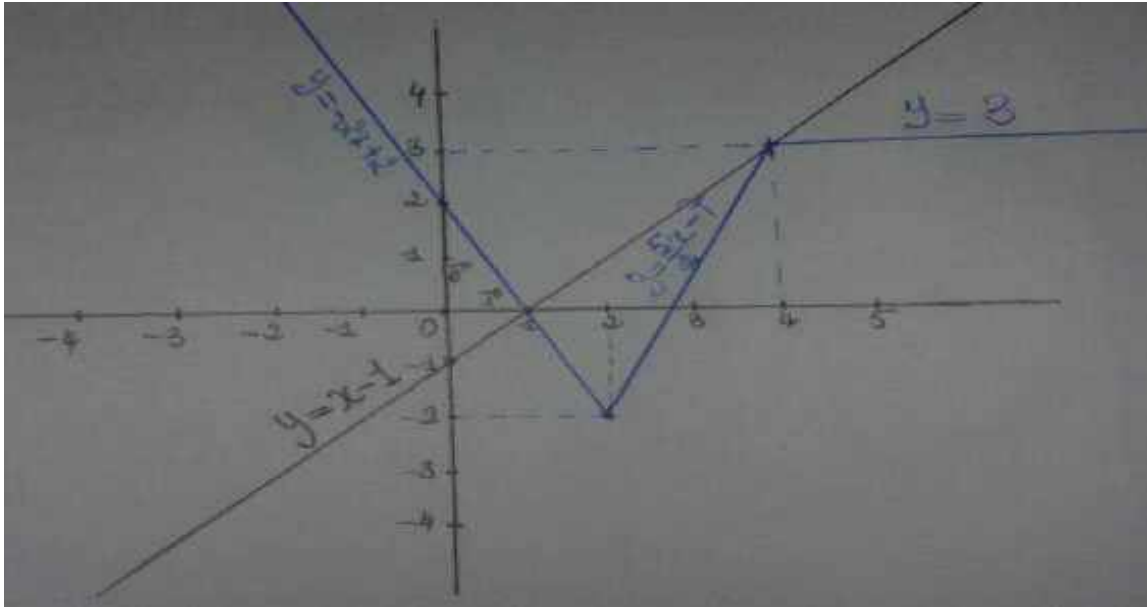
sur $]-\infty ; 2]$ on a $g(x) = -2x+2$ sa représentation graphique est une demi-droite d'origine $x=2$.

Si $x=2$ on a $y=-2 \cdot 2 + 2 \Leftrightarrow y=-2$ et si $x=0$ on a $y=-2 \cdot 0 + 2 \Leftrightarrow y=2$

sur $[2 ; 4]$ on a $g(x) = \frac{5}{2}x-7$ sa représentation graphique est un segment compris entre $x=2$ et $x=4$

si $x=2$ on a $y = \frac{5}{2} \cdot 2 - 7 \Leftrightarrow y=-2$ et si $x=4$ on a $y = \frac{5}{2} \cdot 4 - 7 \Leftrightarrow y=3$

sur $[4 ; +\infty[$ on a $g(x) = 3$ sa représentation graphique est une droite d'équation $y=3$, parallèle à l'axe des abscisses.



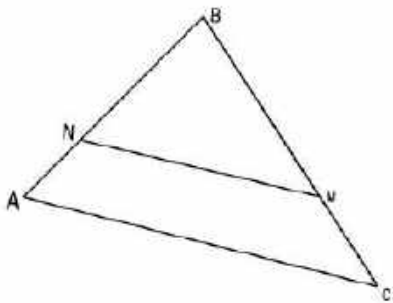
4) Oui ces représentations graphiques ont des points en communs et leurs abscisses sont 1 et 4. On pouvait prévoir ces résultats car d'après la question pour 2) $f(x) = g(x)$ on a les points d'abscisses $x=1$ et $x=4$.

VII. THÉORÈME DE THALÈS

EXERCICE 1 : ©

On considère un triangle ABC tel que $AB=5\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ et $AC=7\text{cm}$.

On place sur le segment [BC] un point M tel que $BM=4\text{cm}$. La parallèle à (AC) passant par M coupe (AB) en N. Calculer BN, AN et MN



EXERCICE 2 : ©

On considère un triangle MNP tel que $MN=7\text{cm}$, $NP=5\text{cm}$ et $PM=8\text{cm}$.

On place sur le segment [NP] un point A tel que $NA=1,25\text{cm}$ et sur le segment [MP] un point U tel que $PU=6\text{cm}$.

Démontrer que les droites AU et MN sont parallèles.

EXERCICE 3 : ©

On considère un triangle ABC tel que $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$ et $AC=5\text{cm}$.

Soit M un point de [AB] tel que $AM=6\text{cm}$. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N.

- 1) Calculer AN et MN
- 2) Soit E un point de (AC) tel que $AE=2,5\text{cm}$.
Montrer que $(MC) \parallel (BE)$

EXERCICE 4 : ©

On considère un segment [AB] tel que $AB=7\text{cm}$. Soit M un point du segment [AB] tel que $AM=2\text{cm}$.

On trace les cercles (C_1) et (C_2) de diamètre [AM] et [MB].

Le point P est un point du cercle (C_2) tel que $BP=3\text{cm}$.

La droite (MP) recoupe le cercle (C_1) en N.

- 1) Prouver que les droites (BP) et (AN) sont parallèles.
- 2) Calculer la distance AN
- 3) Calculer les distances MP et MN

EXERCICE 5:

On considère un parallélogramme ABCD tel que $AB = 6\text{ cm}$; $AC = 12\text{ cm}$; $BC = 9\text{ cm}$.

- 1) On note V le point du segment [AB] tel que $AV = 4\text{ cm}$.
La parallèle à la droite (BC) passant par V coupe la droite (AC) en E.
Démontrer que le segment [AE] mesure 8 cm .
- 2) R est le point du segment [AD] tel que $AR = 6\text{ cm}$.
Démontrer que les droites (ER) et (CD) sont parallèles.

EXERCICE 6:

Sur la figure ci-contre (où les dimensions ne sont pas respectées) :

- les droites (MK) et (OD) sont parallèles
- Les points E,S,M et O sont alignés dans cet ordre
- Les points F,S,K et D sont alignés dans cet ordre

On donne : $SO = 6\text{ cm}$ $SF = 3\text{ cm}$ $SE = 2\text{ cm}$

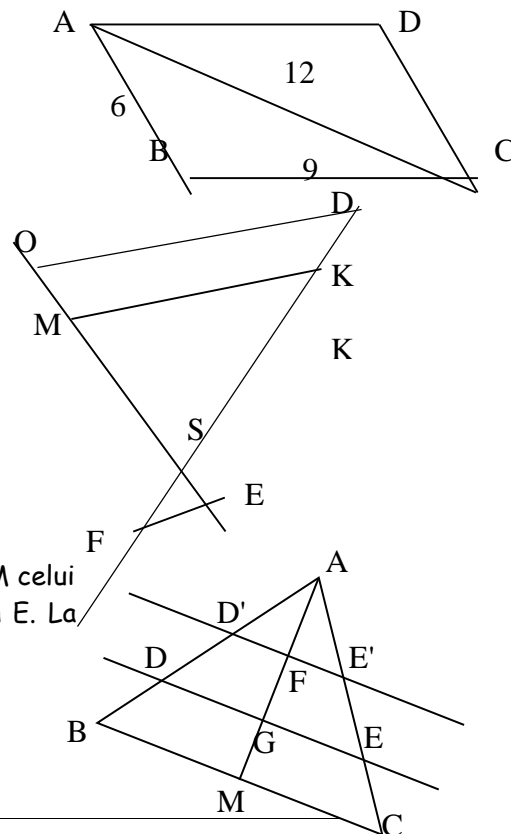
$SM = 4,8\text{ cm}$ $SD = 10\text{ cm}$

- 1) Calculer SK.
- 2) Les droites (EF) et (OD) sont-elles parallèles ? Justifier.

EXERCICE 7

Soit G le centre de gravité d'un triangle ABC. F est le milieu de [AG] et M celui de [BC]. La parallèle (BC) qui passe par G coupe (AB) en D et (AC) en E. La parallèle à (BC) qui passe par F coupe (AB) en D' et (AC) en E'

Montrer que $BD = DD' = D'A$ et $CE = EE' = E'A$



EXERCICE 8

ABCD est un trapèze rectangle tel que $AB = 4$ cm, $AD = 3$ cm et $DC = 6$ cm.

1. Fais la figure en vraie grandeur que tu complèteras au fur et à mesure.
2. Calcule BD et AC.
3. La perpendiculaire à la droite (DC) passant par B coupe (DC) en E.

Montre que $BC = \sqrt{13}$.

4. Soit F le point de la droite (EB) n'appartenant pas à [BE] tel que $EF = 1,5$ cm.

Démontre que (CF) et (DB) sont parallèles.

5. Calcule (FC).

EXERCICE 9

Soient F, A et B trois points alignés dans cet ordre sur une droite (D) tels que $FA = 4$ cm et $AB = 6$ cm. (C) et (C') sont deux cercles de diamètres respectifs [AB] et [AF].

Place un point C sur le cercle (C) tel que $BC = 3$ cm.

1. Donne en justifiant, la nature du triangle ABC.
2. Calcule la longueur AC
3. La droite (AC) coupe le (C') en E.
 - a. Donne en justifiant, la nature du triangle AEF puis démontre que $(BC) \parallel (EF)$.
 - b. Calcule les longueurs AE et EF.

EXERCICE 10

1. Construis le triangle ABC tel que : $AB = 6$ cm ; $AC = 9$ cm ; $BC = 7$ cm.

2. Construis le point M de [BC] tel que : $BM = \frac{2}{3} BC$.

3. La parallèle à (AB) passant par M coupe (AC) en N.

- a. Démontre que $CN = \frac{1}{3} AC$

- b. Calcule NC.

4. Calcule MN.

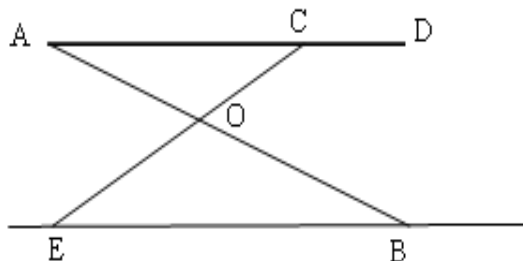
5. La parallèle à (BC) passant par N coupe (AB) en F.

La parallèle à (BN) passant par F coupe (AC) en G.

Démontre que : $AN^2 = AC \times AG$.

EXERCICE 11

La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.



Le segment [AD] représente la planche. Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.

Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.

On donne : $AD = 125$ cm ; $AC = 100$ cm ; $OA = 60$ cm ; $OB = 72$ cm ; $OE = 60$ cm ; $OC = 50$ cm.

1. Montre que la droite (AC) est parallèle à (EB).
2. Calcule l'écartement EB en cm.
3. Le triangle EOB est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

EXERCICE 12

On donne trois points du plan E , G et H alignés dans cet ordre sur une droite (d) tels que $EG = 1\text{ cm}$ et $EH = x$.

x est un réel positif.

Sur une droite (D) passant par E et distincte de (d) .

On prend deux points M et N tels que $(GM) \parallel (HN)$ et un point F sur (d) tel que $(FM) \parallel (GN)$.

1) Faire la figure ; puis démontrer que $EG^2 = EF \times EH$.

2) Calculer EF en fonction de x .

EXERCICE 13

Construire un triangle RTS tel que $RT = 4\text{ cm}$; $RS = 7\text{ cm}$; $ST = 5\text{ cm}$.

1) Le triangle RTS est-il rectangle ? Justifier.

2) Marque un point M sur $[RS]$ tel que $RM = 5\text{ cm}$ puis tracer la droite passant par M et parallèle à la droite (ST) , elle coupe (RT) en N . Calculer MN et NT .

3) On donne $MN = k \times TS$ et $\text{Aire}(RTS) = m \times \text{Aire}(RMN)$. Déterminer la valeur de k puis la valeur de m .

EXERCICE 14

1) Soit un cercle (ζ) de centre O et de rayon 4 cm , $[AD]$ un de ses diamètres.

a) D'un côté de la droite (AD) , construire le point G tel que le triangle ADG soit équilatéral.

b) De l'autre côté de la droite (AD) , placer le point B du cercle (ζ) , tel que $AB = 4\text{ cm}$.

2) Démontrer que le triangle OAB est équilatéral.

3) On admet que les angles \widehat{OAB} et \widehat{ADG} sont égaux. En déduire la position relative de (AB) et (DG) .

4) La droite (BG) coupe le segment $[AD]$ en I et (ζ) en J . En utilisant le théorème de Thalès justifier que :

$$\frac{IA}{ID} = \frac{1}{2}$$

EXERCICE 15

$ABCD$ est un trapèze rectangle tel que $AB = 4\text{ cm}$, $AD = 3\text{ cm}$ et $DC = 6\text{ cm}$.

1) Fais la figure en vraie grandeur que tu complèteras au fur et à mesure.

2) Calcule BD et AC .

3) La perpendiculaire à la droite (DC) passant par B coupe (DC) en E .

Montre que $BC = \sqrt{13}$.

4) Soit F le point de la droite (EB) n'appartenant pas à $[BE]$ tel que $EF = 1.5\text{ cm}$.

Démontre que (CF) et (DB) sont parallèles.

5) Calcule (FC) .

EXERCICE 16

Soient F , A et B trois points alignés dans cet ordre sur une droite (\mathcal{D}) tels que $FA = 4 \text{ cm}$ et $AB = 6 \text{ cm}$.

(\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont deux cercles de diamètres respectifs $[AB]$ et $[AF]$.

Place un point C sur le cercle (\mathcal{C}) tel que $BC = 3 \text{ cm}$.

1) Donne en justifiant, la nature du triangle ABC .

2) Calcule la longueur AC .

3) La droite (AC) coupe le (\mathcal{C}') en E .

a) Donne en justifiant, la nature du triangle AEF puis démontre que $(BC) \parallel (EF)$.

b) Calcule les longueurs AE et EF .

EXERCICE 17

1) Construis un triangle IJK rectangle en I tel que :

$IJ = 4.5 \text{ cm}$ et $IK = 6 \text{ cm}$.

2) Calcule JK .

3) Place le point $P \in [IJ]$ tel que $JP = 3 \text{ cm}$, puis trace la parallèle à (IK) passant par P qui coupe (JK) en L .

4) Calcule les distances JL et PL .

5) Soit A_1 l'aire du triangle IJK et A_2 celle du triangle JPL .

Montre que $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{JI}{JP}\right)^2$.

6) Construis sur $[JI]$, le point A tel que $JA = 6 \text{ cm}$ puis sur $[KI]$ le point B tel que $IB = 2 \text{ cm}$ et $B \in [KI]$.

7) Démontre que les droites (AB) et (KJ) sont parallèles.

EXERCICE 18

Soit le triangle ABC tel que :

$AB = 5.2 \text{ cm}$, $BC = 3.9 \text{ cm}$ et $AC = 4.8 \text{ cm}$.

M est le point du côté $[AB]$ tel que $AM = 4 \text{ cm}$.

1) La parallèle à (BC) passant par M coupe le côté $[AC]$ en N .

Calcule la longueur MN .

2) La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe (MN) en I et (BC) en J .

Calcule $\frac{AI}{AJ}$.

3) Soit A' un point de la parallèle à (BC) passant par A , on appelle respectivement M' et N' les intersections de $(A'B)$ et $(A'C)$ avec la droite (MN) .

a) Calcule $\frac{A'M'}{A'B}$.

b) Calcule $M'N'$.

Correction Série d'exercices Théorème de Thalès

EXERCICE 1 :

ABC Triangle

$$\begin{cases} N \in (AB) \\ M \in (BC) \\ (NM) \parallel (AC) \end{cases}$$

Les triangles ABC et BNM sont en position de Thalès. D'après la conséquence du théorème de Thalès on a :

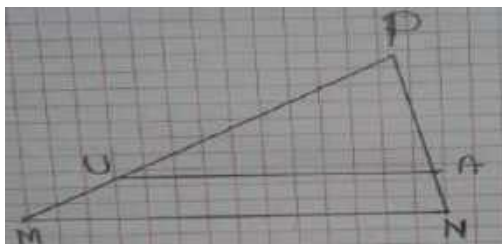
$$(a) \quad \frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{NM}{AC} \Leftrightarrow \frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BC} \Leftrightarrow BN = \frac{BA \times BM}{BC} = \frac{5 \times 4}{6} \Leftrightarrow \boxed{BN = \frac{10}{3} \text{ cm}} \text{ ou } \underline{BN = 3,33 \text{ cm}}$$

$$\text{On a : } AN = AB - BN = 5 - \frac{10}{3} \Leftrightarrow AN = \frac{15-10}{3} \Leftrightarrow \boxed{AN = \frac{5}{3} \text{ cm}} \text{ ou } AN = 1,66 \text{ cm}$$

$$(a) \Leftrightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{NM}{AC} \Leftrightarrow BC \times NM = BM \times AC \Leftrightarrow MN = \frac{BM \times AC}{BC} = \frac{4 \times 7}{6} \Leftrightarrow \boxed{MN = \frac{14}{3} \text{ cm}} \text{ ou } \underline{MN = 4,66 \text{ cm}}$$

EXERCICE 2 :

Démontrons que les droites AU et MN sont parallèles.



MPN triangle

P, U, M alignés d'une part et P, A, N alignés d'autre part dans le même ordre

$$\text{On a : } \begin{cases} \frac{PU}{PM} = \frac{6}{8} = 0,75 \\ \frac{PA}{PN} = \frac{3,75}{5} = 0,75 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{PU}{PM} = \frac{PA}{PN}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès (AU) // (MN)

EXERCICE 3 :

1) Calculer AN et MN

ABC triangle

$$\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \\ (MN) \parallel (BC) \end{cases} \quad \text{D'après la conséquence du théorème de Thalès}$$

$$\text{On a : } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (1)$$

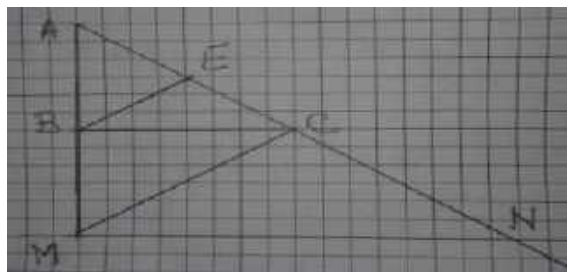
$$(1) \Leftrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Leftrightarrow AN = \frac{AM \times AC}{AB} = \frac{6 \times 5}{3} \Leftrightarrow \underline{AN = 10 \text{ cm}}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Leftrightarrow MN = \frac{AM \times BC}{AB} = \frac{6 \times 4}{3} \Leftrightarrow \underline{MN = 8 \text{ cm}}$$

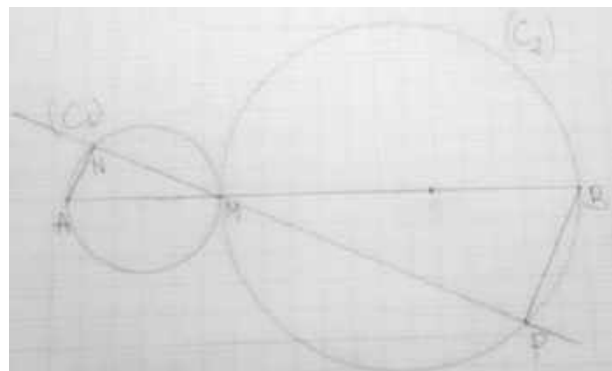
2) Montrons que (MC) // (BE)

A, B, M alignés d'une part et A, E, C alignés d'autres part dans le même ordre

$$\begin{cases} \frac{AB}{AM} = \frac{3}{6} = 0,5 \\ \frac{AE}{AC} = \frac{2,5}{5} = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AE}{AC} \quad \text{Donc } (MC) \parallel (BE)$$



EXERCICE 4 :



1) Prouvons que les droites (BP) et (AN) sont parallèles.

On a MBP triangle rectangle en P et AMN triangle rectangle en N \Leftrightarrow

$$\begin{cases} (BP) \perp (PN) \\ (AN) \perp (PN) \end{cases} \Leftrightarrow (BP) \parallel (AN)$$

2) Calculer la distance AN

A, M, P alignés d'une part et N, M, P alignés d'autres part dans le même ordre
Les triangles AMN et MBP sont en position de Thalès

$$\text{D'après la conséquence du Théorème de Thalès on a : } \frac{MA}{MB} = \frac{MN}{MP} = \frac{AN}{BP}$$

(1)

$$(1) \Leftrightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{AN}{BP} \Leftrightarrow AN = \frac{MA \times BP}{MB} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow \boxed{AN = 1,2 \text{ cm.}}$$

3) Calculer les distances MP et MN

- Calcul de MP

MBP triangle rectangle en P. d'après le théorème de Pythagore on a :

$$MB^2 = MP^2 + BP^2 \Leftrightarrow MP^2 = MB^2 - BP^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \Leftrightarrow MP = \sqrt{16} \Leftrightarrow \boxed{MP = 4 \text{ cm}}$$

- Calcul de MN

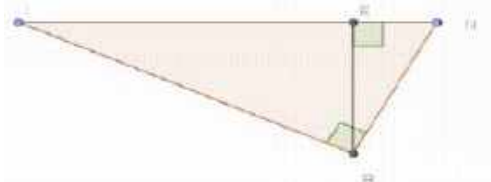
$$(1) \Leftrightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MN}{MP} \Leftrightarrow MN = \frac{MA \times MP}{MB} = \frac{2 \times 4}{5} = \frac{8}{5} \Leftrightarrow \boxed{MN = 1,6 \text{ cm}}$$

VIII. RELATIONS TRIGONOMETRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

EXERCICE 1 : ©

Cocher la bonne réponse (a) ; b) ou c))

- 1) Soit PIC un triangle rectangle en C, le côté opposé à l'angle \widehat{PIC} est :
a) $[PI]$ b) $[IC]$ c) $[PC]$
- 2) Soit ROI un triangle rectangle dont l'hypoténuse est RO. Le coté adjacent à l'angle \widehat{ROI} est :
a) $[RO]$ b) $[OI]$ c) $[IR]$
- 3) Soit la figure si dessous :



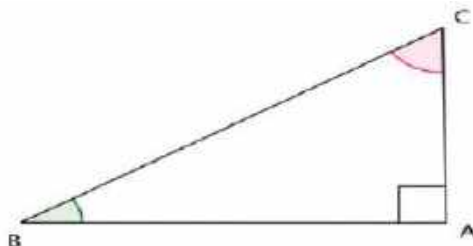
L'égalité correcte est :

- a) $\sin(\widehat{IRE}) = \frac{IR}{IE}$ b) $\sin(\widehat{INR}) = \frac{RE}{EN}$ c) $\sin(\widehat{ERN}) = \frac{EN}{NR}$
- 4) Soit EST un triangle rectangle en S tel que $ES = 6\text{cm}$ et $ST = 5\text{cm}$
Une valeur approchée de l'angle \widehat{SET} est :
a) $38,7^\circ$ b) $39,8^\circ$ c) $50,2$
- 5) Soit SUD un triangle rectangle en S tel que $DU = 4\text{cm}$ et $\widehat{SUD} = 71^\circ$
La valeur approchée à 0,1 cm près de la longueur DS est :
a) $4,2\text{cm}$ b) $1,3\text{cm}$ c) $3,8\text{cm}$.
- 6) L'égalité correcte est :
a) $\sin(30^\circ)^2 + \cos(30^\circ)^2 = 1$ b) $\sin^2(30^\circ) + \cos^2(30^\circ) = 1$ c) $\sin(30^\circ) + \cos(30^\circ) = 1$

EXERCICE 2 : ©

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4\text{cm}$ et $AC = 3\text{cm}$.

- 1) Calculer BC
- 2) Comment sont les angles \widehat{C} et \widehat{B} ?
- 3) Calculer $\cos(\widehat{C})$ et $\sin(\widehat{C})$. En déduire $\sin(\widehat{B})$ et $\cos(\widehat{B})$
- 4) Calculer $\tan(\widehat{B})$
- 5) Calculer $\tan(\widehat{C})$



EXERCICE 3 : ©

L'unité de longueur est le cm.

ABC est un triangle tel que : $AB = 5\text{cm}$, $\text{mes}(A) = 45^\circ$ et $\text{mes}(C) = 30^\circ$

Le point H est le projeté orthogonal du sommet B sur la droite (AC).

Calculer AH, BH, BC, HC et AC.

EXERCICE 4 : ©

Tous les angles donnés sont aigus.

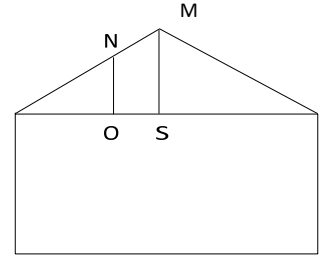
1. On donne : $\sin x = \frac{2}{5}$ et $\cos x = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Donner la valeur exacte de $\tan x$.
2. On donne : $\cos \hat{a} = \frac{3}{4}$. Donner les valeurs exactes de $\sin \hat{a}$, puis de $\tan \hat{a}$.
3. On donne : $\sin \hat{b} = \frac{1}{2}$. Donner les valeurs exactes de $\cos \hat{b}$, puis de $\tan \hat{b}$.
4. On donne : $\tan \hat{f} = \sqrt{3}$. Donner les valeurs exactes de $\sin \hat{f}$, puis de $\cos \hat{f}$.

EXERCICE 5

Le dessin ci-contre représente la coupe d'une maison.

Le triangle MAI est isocèle. La droite perpendiculaire à AI passant par M coupe AI en S

On sait que : $MS = 2,5m$ et $AI = 11m$



1/ Combien mesure AS ? Calcule la valeur arrondie au dixième près l'angle AMS

2/ Dans le toit, il y a une fuite en N qui fait une tache en O sur le plafond.

La droite \overleftrightarrow{NO} est perpendiculaire à la droite \overleftrightarrow{AI} . On sait aussi que $AO = 4,5$ et $\angle OAN = 24^\circ$. Calcule AN arrondi à 0,1 près.

EXERCICE 6

1. a. Construis un cercle (C) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont diamétralement opposés.

Place un point M sur (C) tel que : $AM = 4$ cm.

b. Quelle est la nature du triangle AMI?

c. Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{BIM}

2. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a. Justifie que AMB est un triangle rectangle.

b. En remarquant que $\cos \widehat{BAM} = \cos \widehat{KAI}$. Calcule AK et KI.

3. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB). Calcule $\cos \widehat{B}$ de deux manières différentes.

EXERCICE 7

Construis le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm.

1. Calcule BC, $\cos \widehat{ABC}$, $\sin \widehat{ABC}$ puis $\tan \widehat{ABC}$.

2. Place le point M sur le segment [AB] tel que $AM = \frac{1}{3} AB$.

3. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. Calcule AN.

4. Soient O et P les symétriques respectifs des points M et N, par rapport à A. Montre que (MN) est parallèle à (OP).

EXERCICE 8

Soit un cercle (C) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de (C) diamétralement opposés et

M un point de (C) tel que $AM = 4$ cm.

1. Justifie que AMB est un triangle rectangle.

2. Quelle est la nature du triangle AMI ?

3. Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{BIM} .

4. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

En remarquant que $\cos \widehat{BAM} = \cos \widehat{KAI}$, calcule AK et KI.

5. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB).

a. Calcule $\cos B$ de deux manières différentes ²

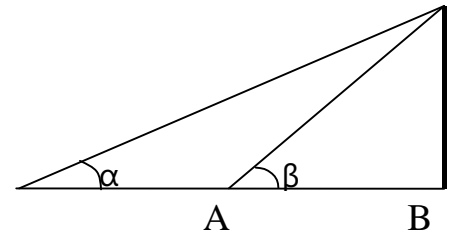
b. Exprime BH en fonction de $\cos B$ puis . puis démontre que $BH = \frac{BM^2}{AB}$

6. Soit le point E sur le segment [AM] tel que $AE = 3$ cm. La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [AI] en F.

Quelle est la nature du triangle AEF ?

EXERCICE 9

Pour mesurer la hauteur d'un mât, on procède selon le schéma ci-contre, en mesurant l'angle de vision du sommet en 2 endroits A et B tels que A , B et M soient alignés. Déterminez la hauteur du mât lorsque :



$$\alpha = 22,5^\circ \quad \beta = 45^\circ \quad AB = \sqrt{200}$$

EXERCICE 10

1) Soit un demi-cercle (C) de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 2r$.

Soit M un point du demi-cercle (C) , plus proche de B que de A .

Quelle est la nature du triangle AMB ?

Justifie ta réponse.

2) Soit a et b les mesures respectives des angles \widehat{BAM} et \widehat{BOM} et C le pied de la hauteur du triangle AMB issue de M .

a) Donne deux expressions différentes de $\cos a$.

EXERCICE 11

b) Dédus-en que :

$$AC = AM \cos a ;$$

$$AM^2 = AB \times AC.$$

c) On sait que $AC = AO + OC$.

Exprime OC en fonction de $\cos b$ et de r .

Dédus-en que $AC = r(1 + \cos b)$.

d) Dédus des questions précédentes que $\cos^2 a = \frac{1 + \cos b}{2}$.

EXERCICE 12

ABC est un triangle rectangle en B .

H est le pied de la hauteur issue de B .

On note α la mesure de \widehat{BCA} .

On donne :

$$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{5}}{3} ; BH = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ et } AC = \sqrt{5}.$$

1) a) Sachant que $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$, calcule $\cos(\alpha)$.

b) Dédus-en HC et AB .

2) Une droite (δ) parallèle à (BC) et passant par H coupe $[AB]$ en E .

a) Compare les mesures des angles \widehat{EHA} et \widehat{BCA} .

b) Dédus-en que

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EA}{EH}$$

EXERCICE 13

x et a sont des angles aigus

1) Sachant que $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$, calculer $\sin x$ et $\tan x$.

2) Soit l'expression $F(a) = (1 - \cos a)(1 + \cos a)(1 + \tan^2 a)$

a) Démontrer que $F(a) = \tan^2 a$

b) Calculer $F(30^\circ)$

3) Soit un triangle quelconque ABC ; H le pied de la hauteur issue de A .

Démontrer que : $\frac{\sin \widehat{B}}{AC} = \frac{\sin \widehat{C}}{AB}$.

EXERCICE 14

1) Sachant que $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. Vérifier que $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
puis donner la valeur exacte de $\tan 15^\circ$.

2) $x \in]0^\circ ; 90^\circ[$

a) Établir les égalités suivantes :

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} ; 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 ; (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x) = 2\cos^2 x - 1$$

b) Simplifier $\sqrt{1 - \cos x} \times \sqrt{1 + \cos x}$ et $\sqrt{1 + \tan^2 x}$ (Utiliser les résultats de la question a)

EXERCICE 15

1. Soit un demi-cercle (C) de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 2r$.

Soit M un point du demi-cercle (C) , plus proche de B que de A .

Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifie ta réponse.

2. Soit a et b les mesures respectives des angles \widehat{BAM} et \widehat{BOM} et C le pied de la hauteur du triangle AMB issue de M .

a. Donne deux expressions différentes de $\cos a$.

b. Dédus-en que : $AC = AM \cos a$; $AM^2 = AB \times AC$.

c. On sait que $AC = AO + OC$.

Exprime OC en fonction de $\cos b$ et de r . Dédus-en que $AC = r(1 + \cos b)$.

d. Dédus des questions précédentes que $\cos^2 a = \frac{1 + \cos b}{2}$

Correction Série Relations Trigonométriques dans un triangle rectangle

EXERCICE 1 :

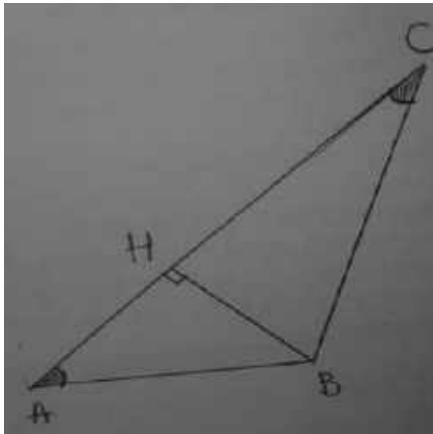
- 1) c) $[PC]$
- 2) b) $[OI]$
- 3) c) $\sin(\widehat{ERN}) = \frac{EN}{NR}$
- 4) b) $39,8^\circ$ (car $\tan(\widehat{SET}) = \frac{ST}{SE} = \frac{5}{6} = 0,833$ et $\tan^{-1}(0,833) = 39,8 = \widehat{SET}$)
- 5) c) $3,8\text{cm}$. (car $SD = UD \cdot \sin 71^\circ = 4 \cdot \sin 71^\circ = 3,78$)
- 6) b) $\sin^2(30^\circ) + \cos^2(30^\circ) = 1$

EXERCICE 2 :

1) Calculons BC
 ABC triangle rectangle en A
 D'après le théorème de Pythagore on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Leftrightarrow BC = \sqrt{25} \Leftrightarrow BC = 5\text{ cm}$

- 2) Les angles \hat{C} et \hat{B} sont complémentaires
- 3) On a : $\cos(\hat{C}) = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \cos(\hat{C}) = 0,6$
 $\sin(\hat{C}) = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \sin(\hat{C}) = 0,8$
 \hat{C} et \hat{B} sont complémentaires or si deux angle sont complémentaires le cosinus de l'un est égale au sinus de l'autre.
 On en déduit que $\cos(B) = \sin(\hat{C}) = 0,8$ et $\sin(B) = \cos(\hat{C}) = 0,6$.
- 4) $\tan(B) = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \tan(B) = 0,75$
- 5) $\tan(\hat{C}) = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \tan(\hat{C}) = 1,33$

EXERCICE 3 :



• Calcul de AH

ABH triangle rectangle en H

$$\cos \hat{A} = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (Car } \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}) \Leftrightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow AH = \frac{AB \times \sqrt{2}}{2} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow AH = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

• Calcul de BH

ABH triangle rectangle en H

$$\sin \hat{A} = \frac{BH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow BH = \frac{AB \times \sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow BH = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

• Calcul de BC

BHC triangle rectangle en H

$$\sin \hat{C} = \frac{BH}{BC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow BC = 2 BH \Leftrightarrow BC = 2 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow BC = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

• Calcul de HC

BHC triangle rectangle en H

$$\cos \hat{C} = \frac{HC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (Car } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}) \Leftrightarrow \frac{HC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow HC = \frac{BC \times \sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow HC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

cm

• Calcul de AC

$$AC = AH + HC = \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow AC = \frac{5(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{2} \text{ cm}$$

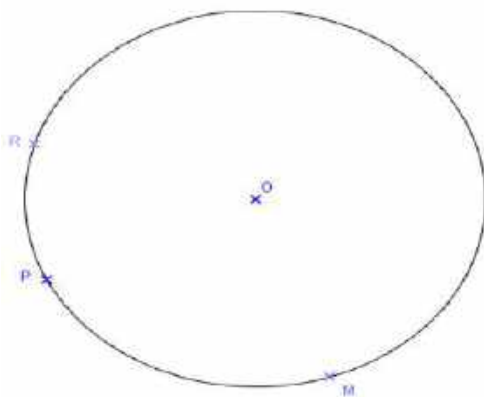
EXERCICE 4 :

- 1) On a : $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21} \Leftrightarrow \tan(x) = \frac{2\sqrt{21}}{21}$
- 2) On a : $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \hat{a} = 1 - \cos^2 \hat{a} \Leftrightarrow \sin \hat{a} = \sqrt{1 - \cos^2 \hat{a}} = \sqrt{1 - (\frac{3}{4})^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{16-9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$
 $\Leftrightarrow \sin \hat{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ et $\tan \hat{a} = \frac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3\sqrt{7}}{16} \Leftrightarrow \tan \hat{a} = \frac{3\sqrt{7}}{16}$
- 3) On a : $\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \hat{a} = 1 - \sin^2 \hat{a} \Leftrightarrow \cos \hat{a} = \sqrt{1 - \sin^2 \hat{a}} = \sqrt{1 - (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{4-1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\Leftrightarrow \cos \hat{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan \hat{a} = \frac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \tan \hat{a} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
- 4) $\tan \hat{f} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \hat{f} = 60^\circ$ et $\sin \hat{f} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos \hat{f} = \frac{1}{2}$

IX. ANGLE INSCRIT – ANGLE AU CENTRE

EXERCICE 1

On considère la figure suivante : les points R, P et M sont sur le cercle de centre O.

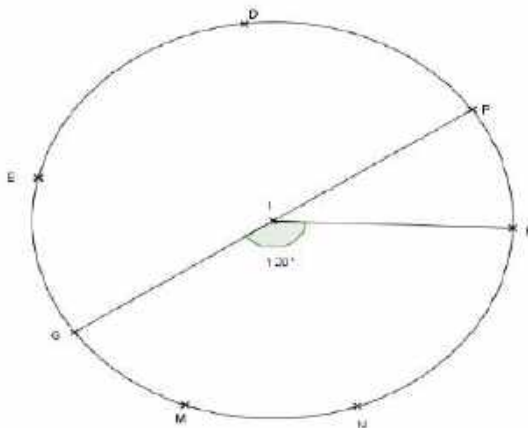


- 1) Sachant que $\widehat{ROP} = 65^\circ$, déterminer la mesure de l'angle RMP.
- 2) a) Colorier l'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit RPM.
b) Colorier l'angle au centre associé à l'angle inscrit RPM.
- c) Sachant que $\widehat{RPM} = 105^\circ$, déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle au centre associé à l'angle inscrit RPM.

EXERCICE 2 :

On considère la figure ci-dessous dans laquelle :

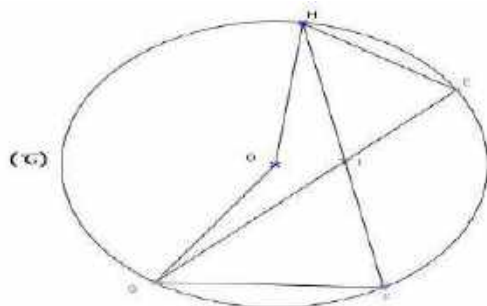
- Les points E, D, P, F, N, M et G appartiennent au cercle de centre I.
- Le segment [GP] est un diamètre du cercle.



- 1) Démontrer que la mesure de l'angle GEF est égale à celle de l'angle GDF. Quelle est cette mesure ? Justifier.
- 2) Démontrer que la mesure de l'angle GEP est égale à celle de l'angle GMP. Quelle est cette mesure ? Justifier.
- 3) Démontrer que la mesure de l'angle GMF est égale à celle de l'angle GNF. Calculer la mesure de GMF. Justifier.

EXERCICE 3:

Sur la figure ci-dessous, les points E, F, G et H sont sur le cercle (C) de centre O. Les droites (FH) et (EG) sont sécantes au point I. $\widehat{HOG} = 130^\circ$ et $\widehat{EHF} = 40^\circ$



Calculer la mesure de chaque angle du triangle FGI. Justifier chaque réponse.

EXERCICE 4

Construis un triangle ABC puis trace le cercle (C) circonscrit à ce triangle. Soit O le centre de ce cercle et M le symétrique de B par rapport à O.

1. a. Donne la relation entre les mesures des angles suivants:
b. $\widehat{MO\hat{C}}$ et $\widehat{MB\hat{C}}$.

- c. $\widehat{MO\hat{A}}$ et $\widehat{MB\hat{A}}$.
- d. Déduis-en \widehat{ABC} en fonction de $\widehat{AO\hat{C}}$
2. a. Compare $\widehat{BA\hat{M}}$ et $\widehat{BC\hat{M}}$.
- b. Déduis-en la nature de chacun des triangles ABM et MCB.

EXERCICE 5

On considère un cercle (C) de centre O et A, M et B trois points distincts de (C) non diamétralement opposés deux à deux.

1. Justifie que les triangles AOB, AOM et BOM sont isocèles.
2. Exprime la mesure de l'angle $\widehat{AO\hat{B}}$ en fonction de la mesure de l'angle \widehat{OAB} .
3. On note $\widehat{OAB} = a$; $\widehat{OMA} = b$ et $\widehat{OBM} = c$.
- a. Exprime la somme des angles du triangle AMB en fonction de a, b et c.
- b. En utilisant la propriété de la somme des angles dans un triangle, exprime 2a en fonction de b et c.
- c. Déduis du b. et du 2. l'expression de l'angle $\widehat{AO\hat{B}}$ en fonction b et c.
- d. Déduis, en factorisant par 2, l'expression de l'angle $\widehat{AO\hat{B}}$ en fonction de l'angle inscrit A

EXERCICE 6

Soit SUD un triangle tel que $SU = 6$ cm, $\widehat{SUD} = 60^\circ$ et $\widehat{DS\hat{U}} = 45^\circ$, (C) est le cercle de centre O circonscrit au triangle SUD.

1. Fais une figure.
2. Montre que $\widehat{UOD} = 90^\circ$
3. Soit A le point diamétralement opposé à D.
 - a. Calcule \widehat{SAD} .
 - b. Montre que (SU) est la bissectrice de \widehat{DSA}
4. Soit M un point de l'arc \widehat{DU}
 - a. Quel est l'angle au centre associé à \widehat{DMU} ?
 - b. En déduis la mesure de l'angle \widehat{DMU} .

EXERCICE 7

ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 5$ cm ; $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

1. Construis ABC.
2. Construis le cercle circonscrit au triangle ABC son centre est O.
3. La hauteur (BI) de ABC coupe (AC) en I et le cercle en J.
Détermine $\widehat{BJ\hat{C}}$
4. Calcule les mesures des angles du triangle BOC
5. Calcule les mesures des angles du triangle ABJ.

EXERCICE 8

1) Tracer un cercle (C) de centre I et de diamètre $[AB]$ tel que : $AB = 8$ cm, marque le point E sur (C) tel que : $AE = 4$ cm.

2) Quelle est la nature de chacun des triangles ABE et AEI ? Justifier chacune des réponses.

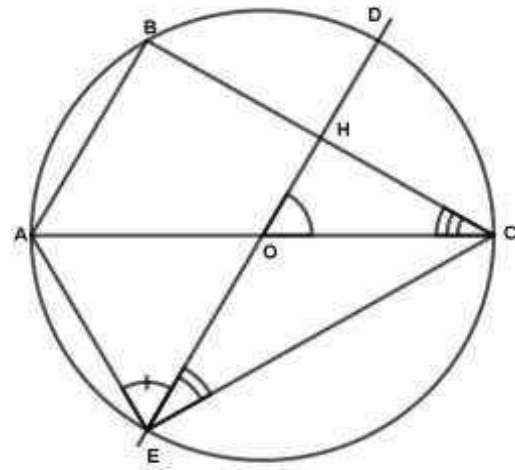
3) Déterminer la mesure de chacun des angles \widehat{EAB} et \widehat{BIE} .

4) Soit (d) la médiatrice du segment $[AB]$; la droite (AE) coupe (d) en K.

En posant : $\cos \widehat{BAE} = \cos \widehat{KAI}$, calculer les distances AK et KI.

EXERCICE 9

On considère la figure ci-contre où le cercle de centre O a pour diamètre $AC = 10$ cm ;
 B sur le cercle tel que $AB = 5$ cm.



1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
Justifie ta réponse.
2. Calcule la valeur exacte de la distance BC .
3. Calcule la mesure de l'angle \widehat{ACB}
4. La parallèle à la droite (AB) passant par O coupe le segment $[BC]$ en H et le cercle en deux points D et E tels que $CD < CE$.
 - a. Calcule la mesure de l'angle \widehat{HOC} .
 - b. Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{DEC} et celle de l'angle \widehat{DEA} .

EXERCICE 10

Placer trois points A , B et C dans cet ordre sur un cercle (C) de centre O et de rayon 3 cm, de telle façon que les angles au centre \widehat{AOB} et \widehat{BOC} mesurent respectivement 40° et 70° .

- 1) Calculer la mesure de tous les angles du triangle \widehat{ABC} .
- 2) Calculer la longueur des arcs \widehat{AB} et \widehat{AC} . (on donne $\pi \cong 3$).
- 3) Soit M un point diamétralement opposés à B . Calculer : $mes\widehat{BMC}$; $mes\widehat{AMC}$ et $mes\widehat{AMB}$.

EXERCICE 11

Construis un triangle ABC puis trace le cercle (C) circonscrit à ce triangle.

Soit O le centre de ce cercle et M le symétrique de B par rapport à O .

- 1) a) Donne la relation entre les mesures des angles suivants :
 - b) \widehat{MOC} et \widehat{MBC} .
 - c) \widehat{MOA} et \widehat{MBA} .
 - d) Déduis-en \widehat{ABC} en fonction de \widehat{AOC}
- 2) a) Compare \widehat{BAM} et \widehat{BCM} .
b) Déduis-en la nature de chacun des triangles ABM et MCB .

EXERCICE 12

On considère un cercle (C) de centre O et A , M et B trois points distincts de (C) non diamétralement opposés deux à deux.

- 1) Justifie que les triangles AOB , AOM et BOM sont isocèles.
- 2) Exprime la mesure de l'angle \widehat{AOB} en fonction de la mesure de l'angle \widehat{OAB} .
- 3) On note $\widehat{OAB} = a$; $\widehat{OMA} = b$ et $\widehat{OBM} = c$.
 - a) Exprime la somme des angles du triangle AMB en fonction de a , b et c .
 - b) En utilisant la propriété de la somme des angles dans un triangle, exprime $2a$ en fonction de b et c .
 - c) Dédus du b) et du 2) l'expression de l'angle \widehat{AOB} en fonction b et c .
 - d) Dédus, en factorisant par 2, l'expression de l'angle \widehat{AOB} en fonction de l'angle inscrit A

EXERCICE 13

ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 5 \text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

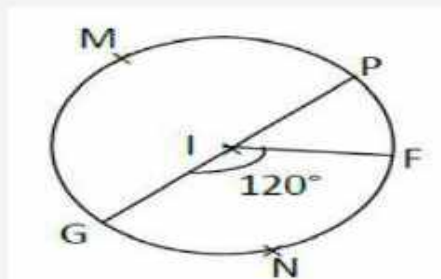
- 1) Construis ABC .
- 2) Construis le cercle circonscrit au triangle ABC son centre est O .
- 3) La hauteur (BI) de ABC coupe (AC) en I et le cercle en J .

Détermine \widehat{BJC}

- 4) Calcule les mesures des angles du triangle BOC
- 5) Calcule les mesures des angles du triangle ABJ .

EXERCICE 14

On considère la figure ci-dessous dans laquelle :



Les points P , F , N , M et G appartiennent au cercle de centre I .

Le segment $[GP]$ est un diamètre du cercle et le point F appartient à la médiatrice de $[MG]$

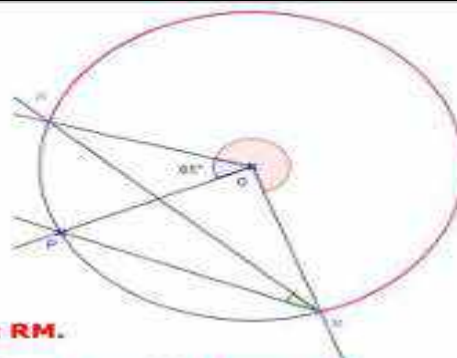
- 1) Quelle est la nature du triangle GNP ?
- 2) Démontre que le triangle MGF est un triangle équilatéral.
- 3) Calcule la mesure de l'angle \widehat{GNF} .

EXERCICE 1 :

- 1) Dans le cercle, \widehat{ROP} est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{RMP} et $\widehat{ROP} = 65^\circ$.

Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la mesure de l'angle au centre associé.

$$\text{Donc : } \widehat{RMP} = \frac{\widehat{ROP}}{2} = \frac{65^\circ}{2} = \mathbf{32,5^\circ}$$



- 2) a) L'angle inscrit \widehat{RPM} intercepte **le grand arc RM**.
 b) L'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{RPM} est **l'angle rentrant ROM**.
 c) Dans le cercle, \widehat{ROM} est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{RPM} et $\widehat{RPM} = 105^\circ$.
 Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.
 Donc : $\widehat{RPM} = \frac{\widehat{ROM}}{2}$
 D'où $\widehat{ROM} = 2 \times \widehat{RPM} = 2 \times 105^\circ = \mathbf{210^\circ}$

EXERCICE 2 :

- 1) Dans le cercle, \widehat{GEF} et \widehat{GDF} sont deux angles inscrits interceptant le même arc GF

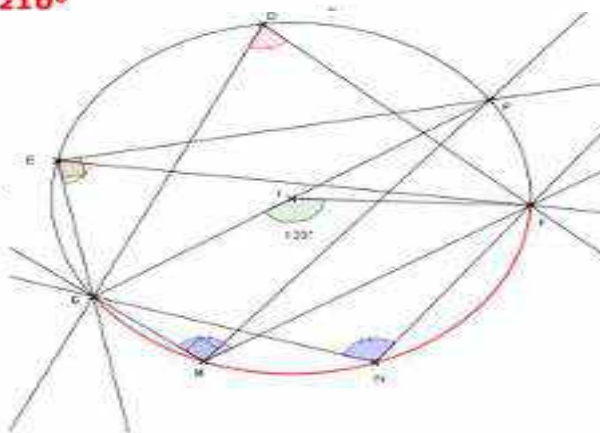
Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

$$\text{Donc : } \widehat{GEF} = \widehat{GDF}$$

Dans le cercle, \widehat{GIF} est l'angle au centre associé aux angles inscrits \widehat{GEF} et \widehat{GDF} . De plus $\widehat{GIF} = 120^\circ$.

Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

$$\text{Donc : } \widehat{GEF} = \widehat{GDF} = \frac{\widehat{GIF}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = \mathbf{60^\circ}$$



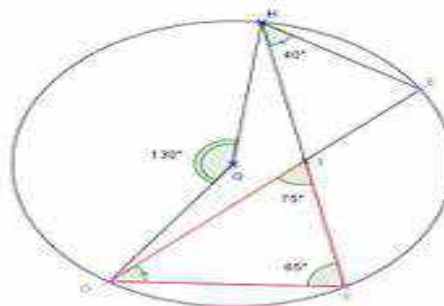
EXERCICE 3 :

Calcul de \widehat{HFG} :

Dans le cercle (\odot), \widehat{HOG} est l'angle au centre associé à l'angle inscrit \widehat{HFG} et $\widehat{HOG} = 130^\circ$.

Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

$$\text{Donc : } \widehat{HFG} = \frac{\widehat{HOG}}{2} = \frac{130^\circ}{2} = \mathbf{65^\circ}$$



Calcul de \widehat{EGF} :

Dans le cercle (\odot), \widehat{EGF} et \widehat{EHF} sont deux angles inscrits interceptant l'arc EF et $\widehat{EHF} = 40^\circ$

Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

$$\text{Donc : } \widehat{EGF} = \widehat{EHF} = \mathbf{40^\circ}$$

Calcul de \widehat{FIG} :

Dans le triangle FIG,

$$\begin{aligned} \widehat{FIG} + \widehat{FGI} + \widehat{IFG} &= 180^\circ \\ \widehat{FIG} + 40^\circ + 65^\circ &= 180^\circ \\ \widehat{FIG} + 105^\circ &= 180^\circ \\ \widehat{FIG} &= 180^\circ - 105^\circ = \mathbf{75^\circ} \end{aligned}$$

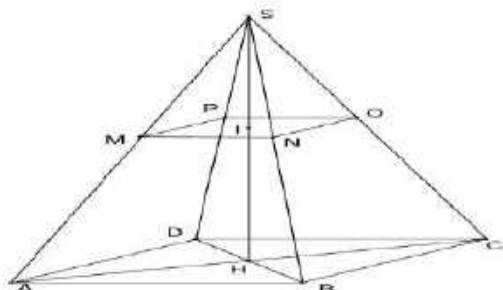
X. GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

EXERCICE 1 : ©

Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ tel que $AB = 5$ cm et sa hauteur $[SH]$ est de 10 cm.

On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base en passant par les points M, N, O, P tel que $SI = 4$ cm, I appartient à $[SH]$.

- 1) Calculer le volume V de la pyramide $SABCD$ au cm^3 près.
- 2) La pyramide $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$. Calculer le coefficient de cette réduction.
- 3) Calculer la valeur exacte de l'aire B' de la section $MNOP$.
- 4) Calculer la valeur exacte du volume V' de la pyramide $SMNOP$?



EXERCICE 2 : ©

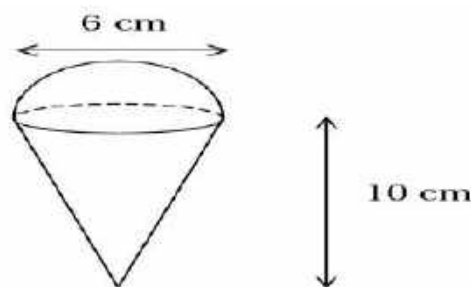
Soit un cône de révolution de sommet S et de base le disque de centre O et de diamètre $[AB]$. On donne $AB = 10$ cm et $SA = 13$ cm.

E est un point de SA tel que $SE = 9$ cm. Le Plan (P) Parallèle à la base et contenant E coupe (SB) en F .

- 1) Calculer la hauteur SO du cône puis son aire latérale
- 2) Calculer l'aire latérale du cône de sommet S et de base le disque de Diamètre $[EF]$.
- 3) Quelle est l'aire latérale du tronc délimité par le disque de diamètre AB et le disque de diamètre $[EF]$? Calculer le volume de ce tronc de cône

EXERCICE 3 : ©

Un glacier vend des cornets qui sont des cônes de 10 cm de hauteur et de 6 cm de diamètre surmontés d'une demi-boule de même diamètre.



- 1) Montrer que le volume exact de ce cornet est $48\pi \text{ cm}^3$.

La glace est stockée dans un bac qui est un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 30 cm et de hauteur 20 cm.

- 2) Calculer le volume de glace contenu dans un bac.
- 3) En déduire le nombre maximum de cornets que l'on peut faire avec un bac de glaces. (on supposera que les cornets sont entièrement remplis de glace de la pointe du cône au sommet de la boule)

EXERCICE 4 : ©

$SABCD$ est une pyramide de sommet S et de base le carré $ABCD$ de centre O tel que $AB = 6\sqrt{2}$ cm et l'arête $SA = 10$ cm.

- 1) Calculer la hauteur SO de cette pyramide.
- 2) Calculer l'aire latérale de cette pyramide
- 3) On sectionne cette pyramide, au tiers de sa hauteur à partir de sa base, par un plan parallèle à sa base.
 - a) Donner le coefficient de réduction k .
 - b) Calculer le volume de la pyramide réduite obtenue

- c) En déduire le volume du tronc de pyramide obtenu.
- d) Calculer l'aire latérale de la pyramide réduite obtenue.

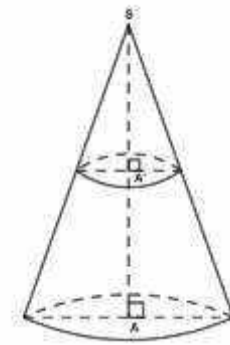
EXERCICE 5 :

Sur la figure ci-contre on a un cône de révolution tel que $SA = 12$ cm.

Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que $SA' = 3$ cm.

(La figure ci-contre n'est pas à l'échelle).

1. Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.
2. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?
3. Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donne la valeur arrondie au centimètre-cube près.



EXERCICE 6 :

$STUABC$ est un prisme droit, et $SABC$ est une pyramide à base triangulaire.

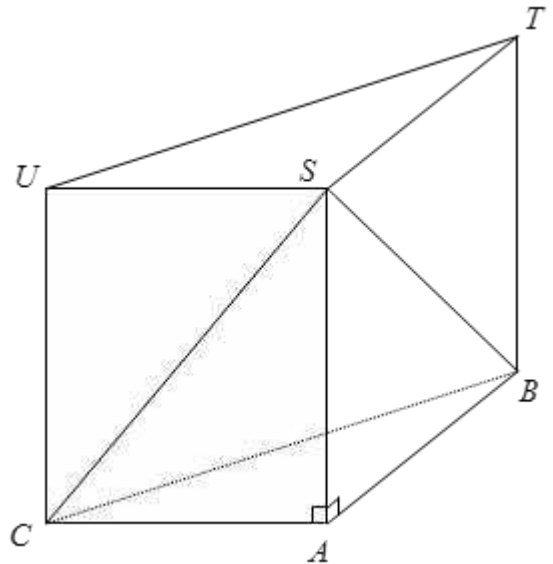
Dans la suite du problème, les longueurs, en centimètres, sont données par :

$AC = 4,5$; $AB = 6$; $BC = 7,5$; $SB = 7$.

1.
 - a. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
 - b. Dessiner un patron de la pyramide $SABC$ sur son cahier. (Laisser en évidence les lignes de construction)
2.
 - a. Calculer la hauteur SA de la pyramide. Donner la valeur exacte.
 - b. En déduire le volume du prisme $STUABC$ en cm^3 .

Calculer la mesure de l'angle \widehat{ASB} . On donnera la valeur arrondie à 1° près.

- c. Calculer le volume \mathcal{V} de la pyramide $SABC$
- d. On a placé un point M sur l'arête $[SB]$ et un point N sur l'arête $[SC]$ de façon que la droite (MN) soit parallèle à la droite (BC) , et que $SM = 4,2$. Calculer la longueur du segment $[MN]$.
- e. Quel est le volume de la pyramide de sommet S et de base parallèle à ABC passant par M ?

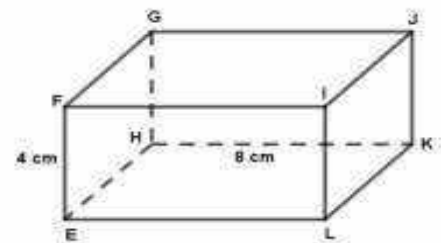


EXERCICE 7

EFGHLJK est un parallélépipède rectangle tel que :

$EF = 4$ cm, $EH = 4$ cm et $HK = 8$ cm.

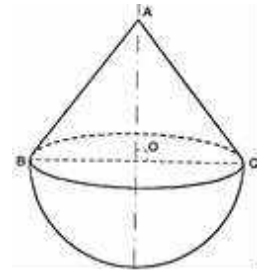
1. Calcule le volume du parallélépipède.
2. Calcule EG.
3. Calcule l'aire du triangle EGH.
4. Calcule le volume de la pyramide de base EGH et de sommet L.
5. Calcule l'aire totale de cette pyramide.



EXERCICE 8

Le Culbuto est un jouet formé d'une demi-boule surmontée d'un cône comme l'indique la figure ci-après. On donne $AB = 10$ cm et $BC = 12$ cm.

1. Calculer la distance AO .
2. Quel est le volume du jouet arrondi au cm^3 près ?

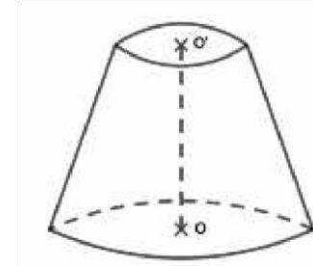


EXERCICE 9

La figure ci-contre représente un tronc de cône dont les bases ont pour aires 12 cm^2 et 100 cm^2 .

La distance OO' des centres de bases est égale à 6 cm.

1. Calcule la hauteur puis le volume du cône.
2. Calcule le volume du tronc de cône.



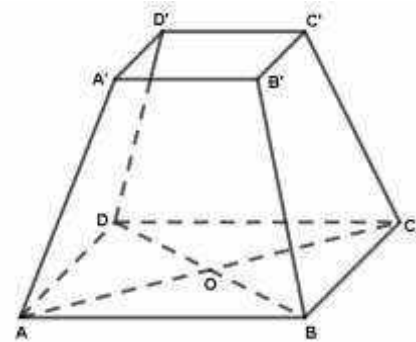
EXERCICE 10

Le solide $A'B'C'D'ABCD$ est une caisse qui a la forme du tronc d'une pyramide régulière $SABCD$ à base carrée qui peut contenir

2054 cm^3 de mil.

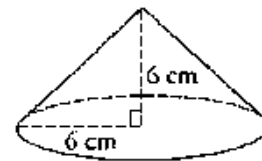
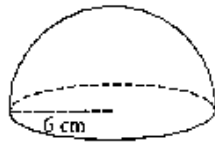
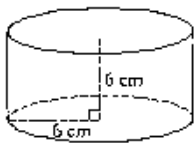
On donne : $SA' = 10$ cm, $SO = 28$ cm, $AC = 20$ cm et $AB = 15$ cm.

1. Que représente $[SA]$ pour la pyramide ?
2. Calcule sa longueur.
3. Calcule le volume de la pyramide $SABCD$.



EXERCICE 11

On considère le cylindre, la demi-boule et le cône représentés ci-dessous :



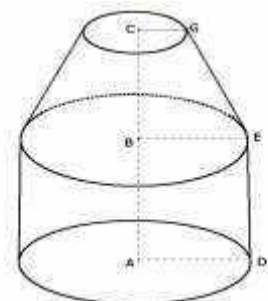
- 1) Calculer le volume V_1 du cylindre, le volume V_2 de la demi-boule et le volume V_3 du cône sous la forme $k\pi$ ou le nombre k est un nombre entier.
- 2) Vérifier au moyen d'un calcul que $V_2 = 2V_3$.

EXERCICE 12

Le dessin ci-contre représente un réservoir formé d'un tronc de cône de hauteur 6 dm et de rayon de base (petite base) 4 dm ; d'un cylindre de hauteur 8,5 dm et de rayon 7 dm.

Calcule :

- a. Le volume V_1 du tronc de cône ;
- b. Le volume V_2 du cylindre et le volume total V_t du réservoir.



EXERCICE 13

$SABCD$ est une pyramide à base carrée $ABCD$ de centre H .

On donne : $AB = 20$ cm, $SA = 40$ cm, SH est la hauteur et A' est le milieu de $[SA]$.

On coupe la pyramide par un plan parallèle à sa base passant par A' .

1. Calcule AC , AH et SH .

2. Soit K milieu de [AB], calculer SK.
3. Calcule le volume de la pyramide SABCD. Déduis-en le volume V' de la pyramide réduite.
4. Calcule le volume du tronc de la pyramide obtenue après la section.

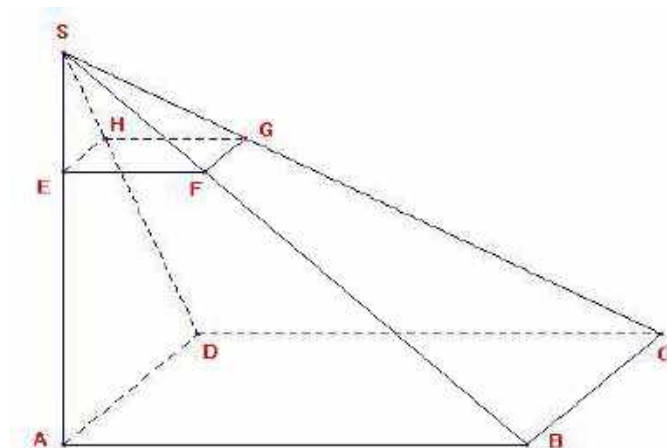
EXERCICE 14

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que $AB = 9$ cm et $SA = 12$ cm. Le triangle SAB est rectangle en A.

Partie A

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que $SE = 3$ cm

- 1) a) Calculer EF. b) Calculer SB.
- 2) a) Calculer le volume de la pyramide SABCD.
b) Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SEFGH. c) En déduire le volume de SEFGH. On donnera une valeur arrondie à l'unité.

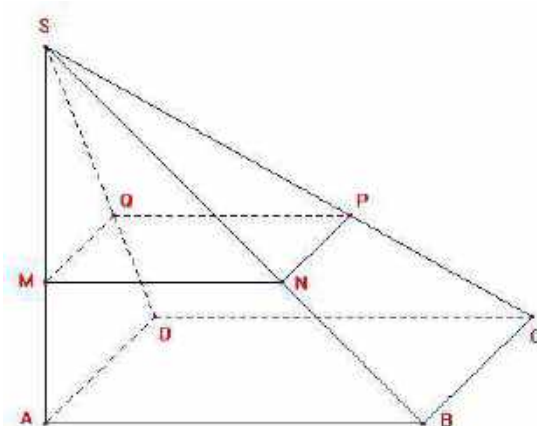


Partie B

Soit M un point de [SA] tel que $SM = x$ cm, où x est compris entre 0 et 12.

On appelle MNPQ la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par M.

- 1) Montrer que $MN = 0,75x$.
- 2) Soit $A(x)$ l'aire du carré MNPQ en fonction de x . Montrer que $A(x) = 0,5625x^2$.
- 3) Compléter le tableau suivant.
- 4) Placer dans un repère sur papier millimétré (1cm = 1 unité en abscisses, 1 cm = 10 unités en ordonnées) les points d'abscisse x et d'ordonnée $A(x)$ données par le tableau.
- 5) L'aire de MNPQ est-elle proportionnelle à la longueur SM? Justifier à l'aide du graphique.



EXERCICE 15

On s'intéresse dans cet exercice au réservoir de la fusée XYZ2005, nouveau prototype de fusée interplanétaire.

Ce réservoir est constitué d'un cône surmonté d'un cylindre, comme le montre le dessin ci-contre.

Le diamètre du réservoir est de 6 m, le cylindre mesure 35 m de hauteur et le cône 4 m de hauteur.

1. Calculer le volume total du réservoir ; on donnera d'abord la valeur exacte en m^3 , puis la valeur en dm^3 , arrondie au dm^3 .
2. Le volume de ce réservoir est-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1500 litres de carburant par seconde ?

Volume d'un cône de hauteur

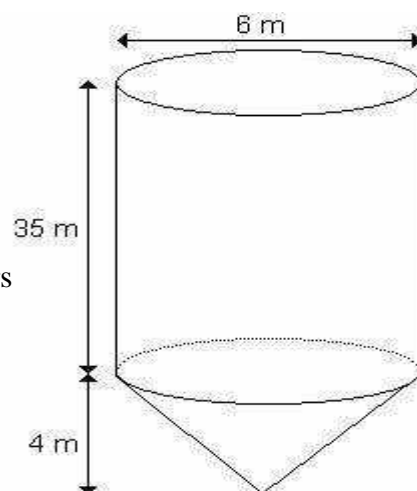
Rappels $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon de base R

$$V = \pi \times R^2 \times h$$

:

:



EXERCICE 16

On considère la figure ci-dessous :

On donne les formules de calcul de volume de solides ci-dessous : volume d'un cône de

révolution : $V_{\text{CONE}} = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

Volume d'une boule : $V_{\text{BOULE}} = \frac{3}{4} \times \pi \times R^3$

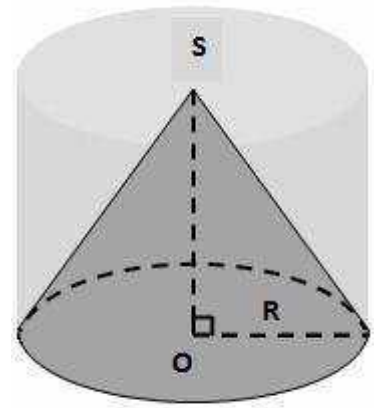
Volume d'un cylindre : $V_{\text{CYLINDRE}} = \pi \times R^2 \times h$. R désigne le rayon et h la hauteur.

1. Calcule le volume exact de chacun de ces trois solides pour

$h = R = 1$ m.

2. Exprime le volume d'une boule et celui d'un cylindre en fonction du volume d'un cône de révolution pour $R = h$. 2 points

3. Un récipient servant recueillir de l'eau de pluie est constitué d'un cylindre de rayon $R = 50$ cm ouvert sa base supérieure et d'un cône de révolution situé à l'intérieur de ce cylindre. Le cône et le cylindre ont la même hauteur et la base du cône coïncide avec la base inférieure fermée du cylindre (voir figure ci-contre). Exprime le volume de ce récipient en fonction du volume cylindre.



EXERCICE 17

Une bougie décorative a la forme d'un cône de révolution de sommet S, de hauteur 27 cm. Sa base est un disque de centre O et de rayon 15 cm.

Cette bougie est formée de trois parties de couleurs différentes séparées par des plans parallèles au plan de sa base et qui coupent sa hauteur respectivement en M et N tels que $SM = MN = ON$.

La partie supérieure est en cire de couleur jaune, la partie intermédiaire est de couleur verte et la partie inférieure est bleue.

1.

a. Montre que la longueur $SM = 9$ cm puis justifie que le cône de hauteur SM est une réduction de la bougie de coefficient $\frac{1}{3}$

b. Le cône de hauteur SN est aussi une réduction de la bougie; calcule le coefficient de réduction.

2.

a. Montre que le rayon de la base du cône de hauteur SM est 5 cm.

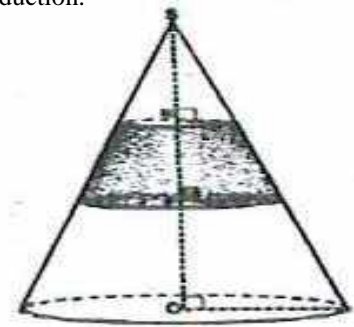
b. Calcule son volume V_1 .

3.

a. Calcule le volume V_2 de la partie intermédiaire

b. Calcule le volume V_3 de la partie inférieure.

c. Exprime V_2 et V_3 en fonction de V_1 .



EXERCICE 18

Un flacon de parfum rempli au $\frac{4}{5}$ a la forme d'un cône de révolution dont le rayon du disque de base est 4 cm et la hauteur 10 cm.

Le flacon de parfum coûte 13 800 F.

1°) Calculer le volume de parfum dans le flacon.

2°) Sachant que l'emballage coûte 1 000 F, combien coûte 1 cm³ de ce parfum ?

On prendra $\pi = 3$.

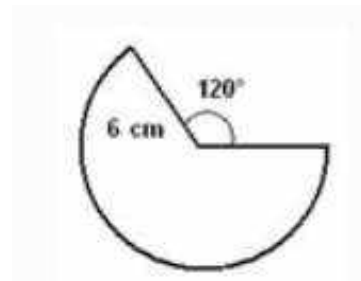
EXERCICE 19

Figure ci-dessous représente le patron de la partie latérale d'un cône de révolution.

1) Montrer que le rayon de sa base est 4 cm et que sa hauteur h mesure $2\sqrt{5}$ cm

2) Calculer son volume.

3) On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base à $\frac{2}{3}$ de la hauteur à partir de la base. Calculer le volume du tronc.



EXERCICE 20

On considère une pyramide de sommet E et de base un carré $ABCD$ et de hauteur $[EA]$.

On donne $EA = AB = 5 \text{ cm}$.

- 1) Calculer la longueur AC et en déduire la longueur CE .
- 2) Démontrer que le triangle EBC est rectangle en B .
- 3) On coupe cette pyramide par un plan \mathcal{P}_1 parallèle à sa base à $\frac{1}{3}$ à partir de la base. Calculer le volume du tronc de pyramide obtenu.
- 4) Soit \mathcal{C}_1 le cercle circonscrit à la base $ABCD$ de la pyramide $EABCD$. Déterminer son centre et son rayon.
- 5) On considère le cône de révolution de base \mathcal{C}_1 , de sommet F et de hauteur $[FO]$ telle que $FO = 5 \text{ cm}$. Calculer l'aire latérale de ce cône.
- 6) On coupe ce cône par un plan \mathcal{P}_2 parallèle à sa base à $\frac{2}{5}$ à partir du sommet. Calculer le volume du tronc de cône obtenu.

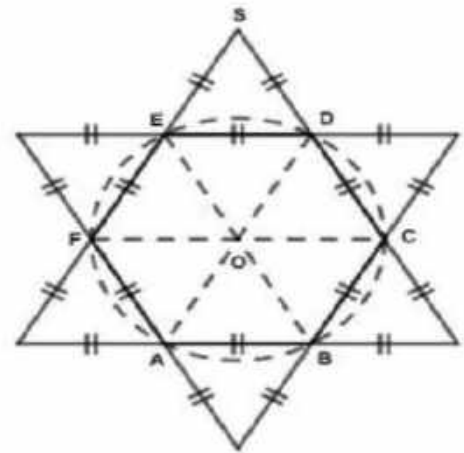
EXERCICE 21

Cette médaille ci-dessous est tirée d'un patron d'une pyramide à base hexagonale. On y voit 66 faces qui sont des triangles équilatéraux superposables

La hauteur de chaque triangle est de $4\sqrt{3} \text{ cm}$.

Calcule :

- 1) l'arête de base de la pyramide ;
- 2) l'aire de base de la pyramide ;
- 3) sachant que la hauteur SO de la pyramide vaut 6 cm , calcule le volume et l'aire latérale de la pyramide.



EXERCICE 22

$SABCD$ est une pyramide régulière dont la base est un carré de 240 cm de coté.

- 1) On coupe cette pyramide par un plan parallèle à sa base. Le tronc de pyramide obtenu (la partie différente de la réduction) est un récipient de 30 cm de profondeur et dont l'ouverture est un carré de 80 cm de coté.
 - a) Montre que la hauteur de la pyramide initiale $SABCD$ est de 45 cm et que celle de la pyramide réduite est 15 cm .
 - b) Calcule le volume de ce récipient.
- 2) Les faces latérales de ce récipient sont des trapèzes de mêmes dimensions.
 - a) Montre que la hauteur de ces trapèzes est $10\sqrt{73} \text{ cm}$.
 - b) calcule l'aire latérale de ce récipient.

EXERCICE 1 :

$$1) V = \frac{B \times H}{3} = \frac{5 \times 5 \times 10}{3} = \frac{250}{3} \text{ cm}^3 \Leftrightarrow V = \frac{250}{3} \text{ cm}^3$$

$$2) \text{ Calculons le coefficient de réduction } k : \text{ On a } k = \frac{SI}{SH} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}$$

$$3) \text{ On a } B = k^3 \times B \text{ avec } B \text{ l'aire de la section } ABCD \Leftrightarrow B = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times 5 \times 5 = \frac{8}{5} \Leftrightarrow B = \frac{8}{5} \text{ cm}^2$$

$$4) V' = k^3 \times V \Leftrightarrow V' = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \frac{250}{3} = \frac{8}{125} \times \frac{250}{3} = \frac{8}{125} \times \frac{2 \times 125}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow V' = \frac{16}{3} \text{ cm}^3$$

EXERCICE 2 :

1) SOA triangle rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore on a :

$$SA^2 = SO^2 + OA^2 \Leftrightarrow SO^2 = SA^2 - OA^2 \Leftrightarrow SO^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Leftrightarrow SO = \sqrt{144} \Leftrightarrow SO = 12 \text{ cm.}$$

$$\text{Calculons l'aire latérale } AL \text{ du cône : } AL = \pi g R \Leftrightarrow AL = \pi \times 13 \times 5 \Leftrightarrow AL = 65\pi \text{ cm}^2$$

2) Calculons l'aire latérale AL' du cône de sommet S et de base le disque de diamètre EF :

$$AL' = k^2 AL \text{ avec } k = \frac{SE}{SA} = \frac{9}{13} \Leftrightarrow AL' = \left(\frac{9}{13}\right)^2 \times 65\pi = \frac{81}{169} \times 65\pi \Leftrightarrow AL' = \frac{5265\pi}{169} \Leftrightarrow AL' = 97.82 \text{ cm}^2$$

3) L'aire latérale du tronc AL''

$$\text{On a } AL'' = AL - AL' = 65\pi - \frac{5265\pi}{169} = \frac{65\pi \times 169 - 5265\pi}{169} = \frac{5720\pi}{169} \Leftrightarrow AL'' = \frac{5720\pi}{169} \text{ cm}^2 \Leftrightarrow AL'' = 33.85 \text{ cm}^2$$

$$\text{Calculons le volume du tronc } V'' : \text{ on a } V'' = V(1 - k^3) \text{ avec } V = \frac{B \times h}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 12}{3} \Leftrightarrow V = 100\pi$$

$$\text{Alors on a } V'' = 100\pi \left(1 - \left(\frac{9}{13}\right)^3\right) = 100\pi \left(1 - \frac{81}{169}\right) = 100\pi \left(\frac{169 - 81}{169}\right) = 100\pi \times \frac{88}{169} = \frac{8800\pi}{169} \Leftrightarrow V'' = \frac{8800\pi}{169} \text{ cm}^3$$

EXERCICE 3 :

1) Montrer que le volume exact V_c de ce cornet est $48\pi \text{ cm}^3$.

On a $V = V_1 + V_2$ avec V_1 volume du cône et V_2 volume du demi-boule

$$\text{On a : } V_1 = \frac{B \times h}{3} = \frac{\pi \times 3^2 \times 10}{3} \Leftrightarrow V_1 = 30\pi \text{ cm}^3 \text{ et } V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{6} \pi R^3 = \frac{4}{6} \pi \times 3^3 \Leftrightarrow V_2 = 18\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{Donc on a : } V = 30 + 18 \Leftrightarrow V_c = 48\pi \text{ cm}^3$$

2) Calculons le volume de glace V_g contenu dans un bac.

$$\text{On a : } V_g = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur} = 40 \times 30 \times 20 \Leftrightarrow V_g = 24000 \text{ cm}^3$$

3) Déduisons-en le nombre maximum de cornets que l'on peut faire avec un bac de glaces

$$\text{On a } n = \frac{V_g}{V_c} = \frac{24000}{48\pi} = 159,23 \Leftrightarrow n = 159$$

Donc on peut faire au maximum 159 cornets.

EXERCICE 4 :

1) SOA triangle rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore on : $SO^2 = SA^2 - OA^2$. ①

$$\text{Calcul de } OA : ABD \text{ triangle rectangle en A. on a : } BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2AB^2 + 2 \times (6\sqrt{2})^2 = 2 \times 36 \times 2 = 144 \Leftrightarrow BD = \sqrt{144} \Leftrightarrow$$

$$BD = 12 \text{ cm or } OA = \frac{BD}{2} \Leftrightarrow OA = 6 \text{ cm. } ②$$

$$① \text{ et } ② \Leftrightarrow SO^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \Leftrightarrow SO = \sqrt{64} \Leftrightarrow SO = 8 \text{ cm}$$

2) Calculons l'aire latérale AL de cette pyramide.

$$AL = A \times 4 \text{ avec } A = \frac{\text{aire de base} \times \text{apothème}}{2} = \frac{B \times SI}{2}$$

$$\text{Calcul de } SI : SIB \text{ triangle rectangle en I. on a } SI^2 = SB^2 - IB^2 = 10^2 - (3\sqrt{2})^2 = 100 - 18 = 82 \Leftrightarrow SI = \sqrt{82} \text{ cm}$$

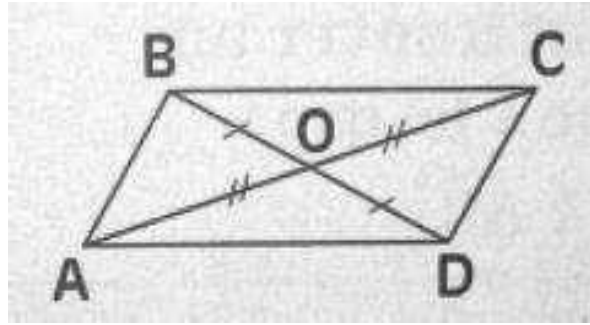
$$\text{On a } A = \frac{6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \sqrt{82}}{2} = 36\sqrt{82} \Leftrightarrow A = 36\sqrt{82} \text{ cm}^2 \text{ Donc on a } AL = A \times 4 = 36\sqrt{82} \times 4 \Leftrightarrow AL = 144\sqrt{82} \text{ cm}^2$$

XI. VECTEURS

EXERCICE 1: ©

ABCD est un parallélogramme de centre O
 Nommons un vecteur de la figure égal à :

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
- c) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$
- d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$
- e) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}$
- f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO}$
- g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
- h) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$



EXERCICE 2 : ©

A, B et C sont trois points non alignés

- 1) Construire les points M et N tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
- 2) Montrer que \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires.

EXERCICE 3 : ©

A, B et C sont trois points tels que A est le milieu de [BC]. Soit O un point n'appartenant pas à (AB)

- 1) Construire les points A', B' et C' tel que $\overrightarrow{OA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OC}$
- 2) Montrer que $\overrightarrow{A'B'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{A'C'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$
- 3) En déduire que A' est le milieu de [B'C']

EXERCICE 4 : ©

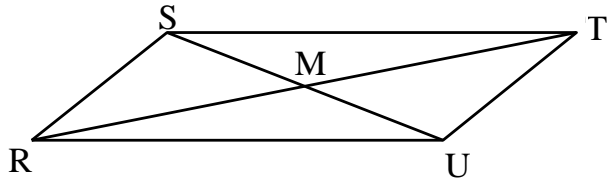
ABC est un triangle équilatéral et I un point extérieur à ce triangle

- a) Construis les points D, E et F tels que : $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IC}$
- b) Démontre que les droites (DE) et (AB) sont parallèles
- c) Démontre que le triangle DEF est équilatéral.

EXERCICE 5:

Le quadrilatère RSTU est un parallélogramme et M est le point de rencontre de ses diagonales.

Antoine fait les affirmations ci-dessous sur les opérations vectorielles :



- 1) $\overrightarrow{ST} + \overrightarrow{SR} = 2\overrightarrow{MU}$
- 2) $\overrightarrow{UT} + \overrightarrow{UR} = 2\overrightarrow{SM}$
- 3) $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU} = \overrightarrow{RT}$
- 4) $\overrightarrow{MT} + \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MU} = \vec{0}$
- 5) $\overrightarrow{SR} - \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{RT}$

Lesquelles de ces affirmations sont vraies?

- | | |
|------------------------|------------------------|
| A) 1, 2 et 3 seulement | C) 2, 4 et 5 seulement |
| B) 1, 2 et 5 seulement | D) 1, 3 et 4 seulement |

EXERCICE 6 :

1) Construire le triangle ABC tel que $AB = 5 \text{ cm}$; $AC = 4 \text{ cm}$ et $BC = 3 \text{ cm}$.

2) On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$; $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. Construire $\vec{u} + \vec{v}$.

3) Placer le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \vec{u} + \vec{v}$ et diviser le segment $[AE]$ en trois parties égales.

4) On pose $\vec{w} = \overrightarrow{BC}$. Construire $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

5) Soit G un point du plan tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.

EXERCICE 7:

Soit $\vec{u} = (9, 2)$ et $\vec{v} = (a, b)$, deux vecteurs qui constituent une base vectorielle.

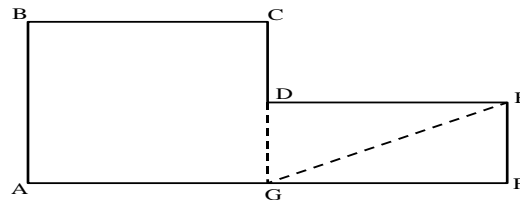
Le vecteur $w = (24, 16)$ peut être exprimé par la combinaison linéaire suivante : $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$.

Quelles sont les composantes du vecteur v ?

EXERCICE 8:

Dans le polygone ci-dessous, $ABCDG$ est un carré.

D et G sont respectivement les points milieu des côtés CG et AF . De plus, le côté AB est parallèle au côté EF .



À l'aide des propriétés des vecteurs, montrez que $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GE}$.

EXERCICE 9:

1) a) Tracer un rectangle $ABCD$ de centre I .

Construire le point K tel que $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$.

b) montrer que le quadrilatère $AKBI$ est un losange.

2) a) Construire le point P , symétrique de I par rapport à B , et le point R , symétrique de K par rapport à B .

b) Prouver que les points I , K , P et R sont sur un même cercle. Indiquer le centre et le rayon de ce cercle. Construire ce cercle sur la figure.

c) En déduire la nature du quadrilatère $IKPR$.

EXERCICE 10:

1) Construire un triangle isocèle ABC de sommet A tel que $AB = 4.5 \text{ cm}$ et $BC = 5.4 \text{ cm}$.

Placer le point H , pied de la hauteur issue de A , et le point M , milieu de $[AB]$.

2) Justifier que H est milieu de $[BC]$.

3) Calculer la longueur du segment $[HA]$.

4) Construire le point D , symétrique du point M par rapport au point H .

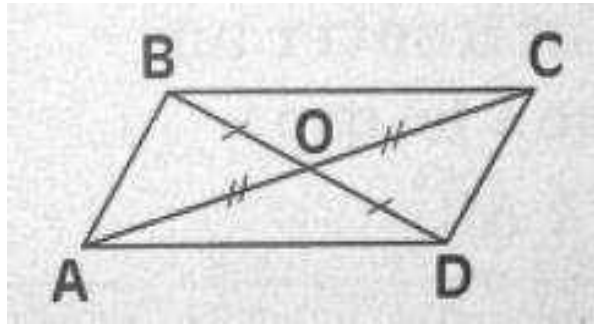
Quelle est la nature du quadrilatère $BMCD$? Justifier la réponse.

5) Démontrer que : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{MD}$.

Correction série d'exercices Vecteurs

EXERCICE 1 :

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- c) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$
- d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$
- e) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD}$
- f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AO}$
- g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$
- h) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$



EXERCICE 2 :

1) Construction

2)

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} \text{ (Relation de Chasles)}$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

D'où \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{BC} sont colinéaire

EXERCICE 3 :

1) construction

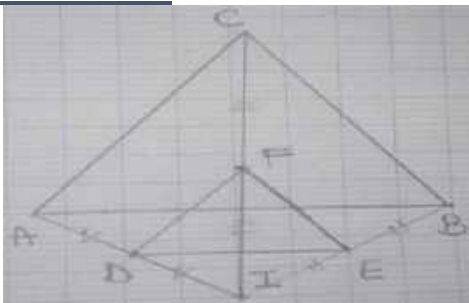
$$2) \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'O} + \overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB'} - \overrightarrow{OA'} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\text{De la même façon } \overrightarrow{A'C'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$3) \text{ on A milieu de [BC] donc } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\text{Calculons } \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0} \text{ donc A' milieu de [B'C']}$$

EXERCICE 4 :



- Démontrons que les droites (DE) et (AB) sont parallèles
AIB triangle

$$\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IA} \Leftrightarrow D \text{ milieu de [AI]}$$

$$\overrightarrow{IE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow E \text{ milieu de [IB]}$$

D'après droite des milieux : (DE) // (AB)

- Démontrons que le triangle DEF est équilatéral

$$\begin{cases} F \text{ milieu de [IC]} \\ E \text{ milieu de [IB]} \\ D \text{ milieu de [AI]} \end{cases} \text{ d'après droite des milieux: } \begin{cases} EF = \frac{1}{2} BC \\ DE = \frac{1}{2} AB \\ DF = \frac{1}{2} AC \end{cases} \text{ Or}$$

$BC = AB = AC \Leftrightarrow EF = DE = DF$. D'où DEF est un triangle équilatéral

XII. REPÉRAGE DANS LE PLAN

EXERCICE 1 : ©

Soit $A(2 ; 3)$, $B(-4 ; -1)$ et $C(2 ; 4)$ trois points dans un repère orthonormé (O, i, j) du plan

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC}
- 2) Calculer les distances AB, AC et BC
- 3) Calculer les coordonnées de I milieu de [AB]

EXERCICE 2 : ©

Soit les points $A(2 ; 3)$, $B(5 ; 2)$ et $C(6 ; 3)$

Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

EXERCICE 3 : ©

Soit les points $A(1 ; 4)$, $B(2 ; 0)$, $C(5 ; -2)$ et $D(4 ; 2)$

Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

EXERCICE 4 : ©

Soit $A(3 ; 5)$, $B(2 ; 4)$, $C(-3 ; 6)$

- 1) Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC}
- 2) Déterminer l'équation de la droite (D) passant par A et colinéaire à la droite (BC)
- 3) Déterminer l'équation de la droite (Δ) passant par C et orthogonal à la droite (AB)

EXERCICE 5 : ©

Le plan est muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

On donne $A(-1 ; 2)$, $B(7 ; -8)$ et $C(7 ; 2)$

- 1) Démontre que C appartient au cercle (C) de diamètre [AB].
- 2) Trouve le couple de coordonnées du point D symétrique de C par rapport au centre I du cercle (C)
- 3) Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ?

EXERCICE 6

On donne les points $E(4 ; 3)$; $F(-2 ; 2)$ et $G(5 ; -1)$

1. Place ces points dans un repère orthonormal.
2. Calcule les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme. Place H.
3. Calcule les coordonnées du point L symétrique E par rapport à H. Place L
4. Calcule les coordonnées du point M image de G par la translation de vecteur \vec{HF} . Place le point M.

EXERCICE 7

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) , on considère les droites

$(D_1) : y = -x + 1$ et $(D_2) : x - y + 3 = 0$

1. Démontre que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.
2.
 - a. Construis les droites (D_1) et (D_2)
 - b. Justifie par le calcul que le point J appartient à la droite
 - c. On appelle E le point d'intersection de (D_1) et (D_2) . Justifie par le calcul que E a pour couple de coordonnées $(-1 ; 2)$.
 - d. Calcule la distance EJ
 - e. Détermine une équation de la droite (D_3) passant par J et parallèle à (D_2) .
 - f. Quelle est la position relative de (D_3) et (D_1) ? Justifie ta réponse.

EXERCICE 8

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) on donne les points $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)$, $B\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$ et $C\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 7 \end{smallmatrix}\right)$

1. Démontre que AB et BC sont orthogonaux.
2. Calcule les coordonnées du point E tel que ABEC soit un parallélogramme.
3. Soit F l'image de B par la translation de vecteur CE. Calcule les coordonnées de F.
4. Justifie que B est le milieu de [AF]

EXERCICE 9

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J) .

1. Donne la relation, entre les coordonnées traduisant l'appartenance du point $A\left(\begin{smallmatrix} m \\ n \end{smallmatrix}\right)$ à la droite (D) : $ax + by + c = 0$.
2. Donne la relation, entre les coordonnées, traduisant la colinéarité des vecteurs $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ et $\vec{v}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)$.

3. Donne la relation, entre les coefficients directeurs, traduisant la perpendicularité des droites $(D_1) : y = ax + b$ et $(L) : y = px + q$.
4. On donne le point $A' \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et la droite (D') passant par A' et de vecteur directeur \vec{u}
 - a) Détermine une équation cartésienne de la droite (D') .
 - b) Justifie que le point $B \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ appartient la droite (D')
 - c) Montre que l'équation réduite de la droite L^0 perpendiculaire la droite (D') au point E, milieu de $[A'B]$, est $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.
 - d) justifie que $IA' = IB$.
 - e) Montre que la mesure de l'aire de la surface du triangle $A'BI$ est 5
 - f) Fais une figure complète pour la question 4.

EXERCICE 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, OI, OJ) , on donne les droites (D) et (D') telles que :

$$(D) : x - y + 1 = 0 \quad \text{et} \quad (D') : x + y + 3 = 0.$$

1. Justifie que (D) est perpendiculaire à (D') .
2. Trouve les coordonnées du point d'intersection A de (D) et (D') .
3. Soit B $(0 ; -5)$. Construis le point E image de B par la symétrie orthogonale d'axe (D') suivie de celle d'axe (D) .
4. Trouver les coordonnées de E.

EXERCICE 11

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) , on donne les points A $(5 ; 0)$, B $(6 ; 2)$ et C $(2 ; 4)$.

- 1°) Montre que le triangle ABC est rectangle en B.
- 2°) Construis le point D tel que $\vec{BD} = \vec{AB}$, puis calcule ses coordonnées.
- 3°) Construis le point E symétrique de C par rapport à B, puis calcule ses coordonnées
- 4°) Justifie que le quadrilatère ACDE est un losange.
- 5°) Soit F $(12 ; 4)$; justifie que F est l'image de E par la translation de vecteur \vec{AD} .

EXERCICE 12

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J) . (Unité graphique le centimètre).

Soient les points A $(-2 ; 1)$, B $(4 ; 3)$ et C $(-1 ; -2)$

1. Place les points A, B et C.
2. Montre que \vec{AB} et \vec{AC} sont orthogonaux. Déduis-en la nature du triangle ABC.
3. Calcule les coordonnées de K milieu de $[BC]$.
4. Calcule les coordonnées de D symétrique de A par rapport à K.
5. Démontre que le quadrilatère ABDC est un rectangle.
6. Montre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle (C) dont on donnera le centre et le rayon r.
7. On donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$; calcule les coordonnées de E, image de A par la translation de vecteur \vec{u} .

EXERCICE 13

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J) . On donne que A $(4 ; 4)$, B $(7 ; 5)$ et C $(8 ; 2)$.

1. Montre que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2. Détermine les coordonnées de E tel que $\vec{BC} = \vec{AE}$
3. Donne en le justifiant, la nature exacte de ABCE.

EXERCICE 14

Dans un repère orthonormal dont l'unité est le centimètre, on donne les points R $(-3 ; 5)$; S $(5 ; -1)$ et T $(1 ; -3)$.

1. Montre que $RS = 10$.
2. Calcule les longueurs RT et ST. Donne les résultats sous la forme $a\sqrt{5}$
3. Montre que RTS est un triangle rectangle.
4. Calcule la valeur exacte de l'aire de RST et son périmètre.
5. On appelle (C) le cercle circonscrit au triangle RST de centre M.
 - a. Exprime \widehat{TSR} en fonction de $\widehat{TM\hat{R}}$
 - b. Calcule les coordonnées de M.
 - c. Calcule le rayon du cercle (C).
 - d. Démontre par calcul que le point N $(-3 ; -1)$ appartient au cercle (C).

EXERCICE 15

Détermine une équation générale de chacune des droites décrites ci-dessous :

- Droite passant par les points $A \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$
 - Droite (D) passant par $A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et parallèle à (BC) avec $B \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$.
 - Droite (Δ) passant par $G \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et perpendiculaire à (EF) avec $E \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $F \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
 - Droite (L) passant par $A \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $u \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$.
2. Détermine une équation réduite de chacune des droites données ci-dessous.
- Droite passant par les points $A \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
 - Droite (L) passant par $H \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur -1.
 - Droite (D') passant par K (4 ; 5) et perpendiculaire à la droite (D): $y = 3x + 1$.
 - Droite (Δ') passant par S (1 ; 2) et parallèle à la droite (Δ) : $y = x - 6$.

EXERCICE 16

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), on donne A(-3;6), B (4;5), C (5;-2) et D (-2;-1).

- Placer les points A, B, C et D.
- Calculer les coordonnées du point M milieu de [BD].
- Prouver que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
- Calculer AB.
- Démontrer que ABCD est un losange.

EXERCICE 17

- Place dans un repère orthonormé les points E, F et G définis par leurs coordonnées : E (-2 ; 2) ; F (-3 ; -2) ; G (6 ; 0).
- Calcule le coefficient directeur de la droite (EG).
- Détermine une équation de la droite (EF).
- Démontre que les droites (EF) et (EG) sont perpendiculaires.
- Soit M le milieu du segment [FG]. Calcule les coordonnées de M.
- On désigne par (C) le cercle circonscrit au triangle EFG.
 - Calcule les coordonnées de son centre I et la valeur exacte de son rayon.
 - Détermine l'équation de la droite (D) perpendiculaire à (IE) en E.
 - Calcule les valeurs exactes des longueurs EF et EG.

EXERCICE 18

Dans le plan muni d'un repère orthonormal. L'unité choisie est le centimètre. Place les points A (2 ; 4) et B (-2 ; 8).

- Vérifie que les points A et B appartiennent à la droite (D) d'équation: $y = -x + 6$
 - Trace la droite (D).
- Calcule les coordonnées de M milieu de [AB].
- Détermine l'équation de la droite (Δ) passant par M et perpendiculaire à (D).

EXERCICE 19

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; \vec{OI} , \vec{OJ}).

1) Soient $\vec{AB} \begin{pmatrix} 5+x \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ 2y-3 \end{pmatrix}$. Calculer x et y pour que ces deux vecteurs soient égaux.

2) Soient $\vec{OE} \begin{pmatrix} 7 \\ 3x+2 \end{pmatrix}$ et $\vec{OF} \begin{pmatrix} 2 \\ 3-x \end{pmatrix}$. Calculer x pour que ces deux vecteurs soient colinéaires.

3) Soient $\vec{BE} \begin{pmatrix} 3 \\ x+3 \end{pmatrix}$ et $\vec{MF} \begin{pmatrix} \frac{2}{3}-2x \\ -4 \end{pmatrix}$. Calculer x pour que ces deux vecteurs soient \perp .

4) On considère les points A, B et C, tels que : $\vec{OA} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{BC} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées des points A, B et C.

EXERCICE 20

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$; on désigne par (d) la droite passant par $A\left(\frac{13}{2}; 4\right)$ et $B\left(-\frac{5}{2}; -2\right)$ et $(d') : y = -\frac{3}{2}x + 4$

1) Déterminer une équation de (d) puis montrer que (d) et (d') sont perpendiculaires et calculer les coordonnées de leur point d'intersection E .

2) soit $M(-1; 3)$ un point du plan

a) On appelle M' image de M par la symétrie d'axe (d) suivie de la symétrie d'axe (d') ; montrer que E est le milieu de $[MM']$ puis déterminer les coordonnées de M' .

b) on appelle N image de M dans la symétrie de centre O suivie de la symétrie de centre E .

Démontrer que $\overrightarrow{MN} = 2 \times \overrightarrow{OE}$ puis déterminer les coordonnées de N .

EXERCICE 21

Dans un repère orthonormal on considère les droites $(D) : 2x - y - 3 = 0$ et $(D') : -2x + y + 1 = 0$

1) Représente (D) et (D') dans le repère puis montrer que $(D) \parallel (D')$

2) soit $A(3; -3)$; construire la droite (L) qui est perpendiculaire à (D) et passant par le point A puis déterminer l'équation de la droite (L) et trouver les coordonnées des points E et F intersection respectives de (D) et (D') avec (L) .

3) Construire l'image A' de A par la symétrie orthogonale d'axe (D) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (D') ; calculer les coordonnées de A' .

EXERCICE 22

On considère les équations des droites suivantes :

$(d_1) : 2x + y - 1 = 0$, $(d_2) : -x + 2y + 4 = 0$

$(d_3) : 4x + 2y - 3 = 0$, $(d_4) : 2x - 3y = 0$.

1) Mettre toutes ces équations sous la forme réduite.

2) Déterminer les positions relatives des droites : (d_1) et (d_2) , (d_3) et (d_4) , (d_3) et (d_1) .

EXERCICE 23

On donne les points $A(3; 2)$; $B(5; -2)$ et $C(-2; -5)$.

1) Calcule les coordonnées de K milieu de $[AB]$ et celles de N milieu de $[AC]$.

2) Que représentent les droites (CK) et (BN) dans le triangle ABC ?

3) Détermine une équation de (CK) et une équation de (BN) .

4) Soit G le centre de gravité du triangle ABC .

Place le point G puis calcule ses coordonnées.

5) On donne :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0};$$

retrouve les coordonnées de G à partir de cette relation.

Correction série d'exercices Repérage dans le plan

EXERCICE 1 :

- 1) Calculons les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC}
 On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4-2 \\ -1-3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2-2 \\ 4-3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2-(-4) \\ 4-(-1) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$
- 2) Calculer les distances AB, AC et BC
 On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow AB = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = \sqrt{13 \times 4} = 2\sqrt{13} \Leftrightarrow \boxed{AB = 2\sqrt{13} \text{ cm}}$
 On a : $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow AC = \sqrt{0^2 + 1^2} = \sqrt{1} = 1 \Leftrightarrow \boxed{AC = 1 \text{ cm}}$
 On a : $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow BC = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61} \Leftrightarrow \boxed{BC = \sqrt{61} \text{ cm}}$
- 3) Calculer les coordonnées de I milieu de [AB]
 On a : $X_I = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ et $Y_I = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$. Donc $I \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

EXERCICE 2 :

Soit $D \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5-2 \\ 2-3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 6-x \\ 3-y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 6-x \\ 3-y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 6-x \\ -1 = 3-y \end{cases} \Leftrightarrow$
 $\begin{cases} x = 6-3 \\ y = 3+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ d'où $D \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

EXERCICE 3 :

On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-1 \\ 0-4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 4-5 \\ 2+2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$
 $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ colinéaire à $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (1)(4) - (-4)(-1) = 0 \Leftrightarrow 4-4=0$ vrai
 Donc \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

EXERCICE 4 :

- 1) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-3 \\ 4-5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3-2 \\ 6-4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 2) Déterminer l'équation de la droite (D) passant par A et colinéaire à la droite (BC)
 Soit $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ appartient à (D) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-3 \\ y-5 \end{pmatrix}$ colinéaire à $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 2(x-3) + 5(y-5) = 0 \Leftrightarrow 2x-6+5y-25=0$
 $\Leftrightarrow 2x+5y-31=0$ d'où **(D) : $2x+5y-31=0$**
- 3) Déterminer l'équation de la droite (Δ) passant par C et orthogonal à la droite (AB)
 Soit $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ appartient à (Δ) $\Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x+3 \\ y-6 \end{pmatrix}$ orthogonal à $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (x+3)(-1) + (y-6)(-1) = 0 \Leftrightarrow -x-3-y+6=0$
 $\Leftrightarrow -x-y+3=0$ d'où **(Δ) : $x+y-3=0$**

EXERCICE 5 :

- 1) Démontrons que C appartient au cercle (C) de diamètre [AB].
 C appartient au cercle (C) de diamètre [AB] si et seulement si ABC est un triangle rectangle en C
 $\begin{cases} AB^2 = (7+1)^2 + (-8-2)^2 = 8^2 + (-10)^2 = 64 + 100 = 164 \\ AC^2 = (7+1)^2 + (2-2)^2 = 8^2 = 64 \\ BC^2 = (7-7)^2 + (2+8)^2 = 10^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow 164=64+100 \Leftrightarrow AB^2=AC^2+BC^2$
 D'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle en C. Par suite C appartient au cercle (C).
- 2) Trouvons le couple de coordonnées du point D symétrique de C par rapport au centre I du cercle (C)
 Soit $D \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
 On a : $S_I(C) = D \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{ID}$
 Calculons les coordonnées de I milieu de [AB]
 $X_I = \frac{-1+7}{2} = 3$ et $Y_I = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3$ donc $I \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$
 On a : $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} \begin{pmatrix} 3-7 \\ -3-2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{ID} \begin{pmatrix} x-3 \\ y+3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix} = \overrightarrow{ID} \begin{pmatrix} x-3 \\ y+3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = x-3 \\ -5 = y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -8 \end{cases}$
 D'où **D $\begin{pmatrix} -1 \\ -8 \end{pmatrix}$**
- 3) ACBD est un rectangle

XIII. TRANSFORMATIONS DU PLAN

EXERCICE 1 : ©

ABC est un triangle.

Le point B' est le symétrique de B par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} .

- 1) Comment sont les vecteurs \overrightarrow{AC} et $\overrightarrow{BB'}$?
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère ABB'C ?

EXERCICE 2 : ©

Soit (D) et (D') deux droites telles que (D) // (D') et M un point quelconque du plan

- 1) Construire les points M₁ et M' tel que $S_{(D_1)}(M) = M_1$ et $S_{(D_2)}(M) = M'$
- 2) Montrer que M' est l'image de M par une translation de vecteur que l'on déterminera

EXERCICE 3 : ©

ABC est un triangle.

Les points A' et B' sont les milieux respectifs de BC et AC. M est un point intérieur au triangle ABC.

- 1) Construire le point D symétrique de M par rapport à A' et le point E symétrique de M par rapport à B'.
- 2) Démontrer que le quadrilatère ABDE est un parallélogramme.

EXERCICE 4

Réponds par vrai ou faux :

- a. La translation de vecteur \vec{u} suivie de la translation de vecteur \vec{v} est égale à la translation de vecteur $\vec{v} + \vec{u}$.
- b. Une rotation transforme une droite en une droite qui lui est parallèle.
- c. Par une rotation de centre A, l'image du point A est le point A lui-même.
- d. Si deux droites (D) et (D') sont sécantes, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D') est une translation.
- e. Si deux droites (D) et (D') sont sécantes, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D') est une symétrie centrale.
- f. Si deux droites (D) et (D') sont perpendiculaires, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D') est une symétrie centrale.

EXERCICE 5

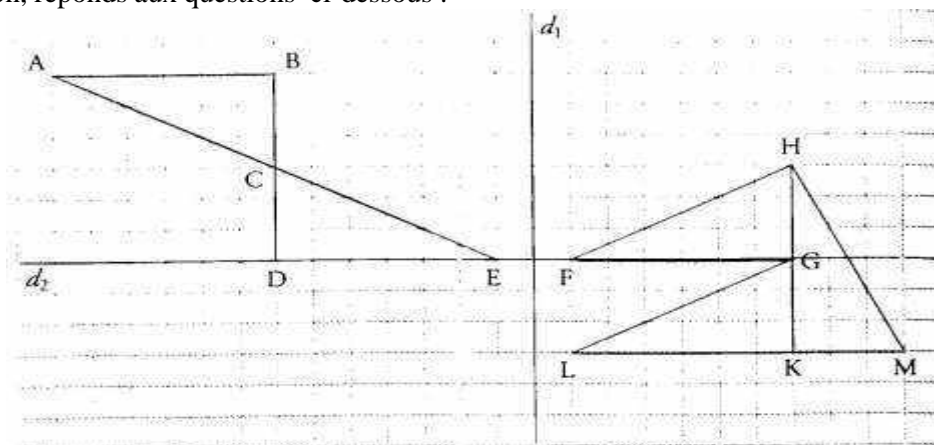
Trace un triangle équilatéral ABC de 4 cm de côté.

- 1) Construis l'image du triangle ABC par la symétrie de centre C et hachure au crayon noir l'intérieur de cette image.
- 2) Construis l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BC) et hachure au crayon rouge l'intérieur de cette image.

EXERCICE 6

On a représenté sur le quadrillage ci-dessous cinq triangles rectangles de mêmes dimensions.

Sans justification, réponds aux questions ci-dessous :

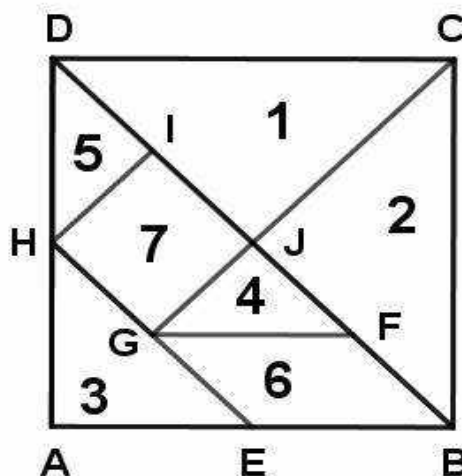


1. Quelle est l'image du triangle FGH par la symétrie orthogonale par rapport à d_1 ?
2. Quelle est la transformation par laquelle on passe du triangle ABC au triangle EDC ?
3. Quelle est la transformation par laquelle on passe du triangle GKL au triangle HGF ?

EXERCICE 7

Le puzzle chinois découpé dans un carré est formé de 5 triangles rectangles isocèles :

1, 2, 3, 4, 5 d'un parallélogramme 6 et d'un carré 7. En observant le dessin de ce puzzle, réponds aux questions ci-dessous :



- a. Quelle est l'image de B par la symétrie de centre F ?
- b. Quelle est l'image de A par la symétrie orthogonale par rapport à (BD) ?
- c. Quelle est l'image de H par la translation de vecteur \overrightarrow{GF} ?
- d. <Quelle est l'image de J par la symétrie de centre G, suivie de la symétrie de centre H ?
- e. Quelle est l'image de H par la translation de vecteur \overrightarrow{GF} , suivie de la translation de vecteur \overrightarrow{BF} ?

EXERCICE 8

Trace un triangle équilatéral ABC de 4 cm de côté.

1) Construis l'image du triangle ABC par la symétrie de centre C et hachure au crayon noir l'intérieur de cette image.

2) Construis l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BC) et hachure au crayon rouge l'intérieur de cette image.

3) Construis l'image du triangle ABC par la rotation de centre C , d'angle 120° et de sens, le sens inverse des aiguilles d'une montre, et hachure au crayon bleu l'intérieur de cette image.

EXERCICE 9

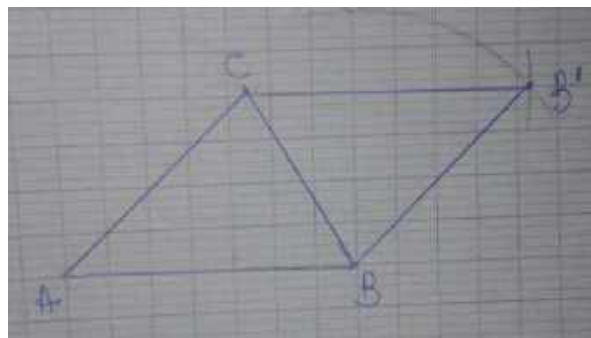
(\mathcal{D}) et (\mathcal{D}') sont deux droites parallèles et ABC un triangle dont l'intersection avec chacune des droites (\mathcal{D}) et (\mathcal{D}') est vide.

1) Construis les points A' , B' et C' , images respectives des points A , B et C par la symétrie orthogonale par rapport à (\mathcal{D}) .

2) Construis les points A'' , B'' et C'' , images respectives des points A' , B' et C' par la symétrie orthogonale par rapport à (\mathcal{D}') .

3) Quelle est la transformation qui associe A à A'' ? B à B'' ? C à C'' ?

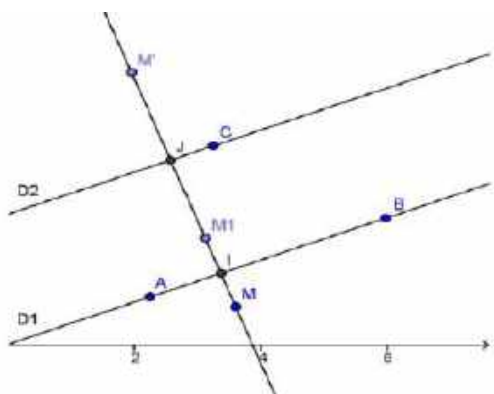
EXERCICE 1 :



1) $t_{\vec{AC}}(B) = B' \Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{BB'}$

2) $\vec{AC} = \vec{BB'} \Leftrightarrow ABB'C$ est un parallélogramme.

EXERCICE 2 :



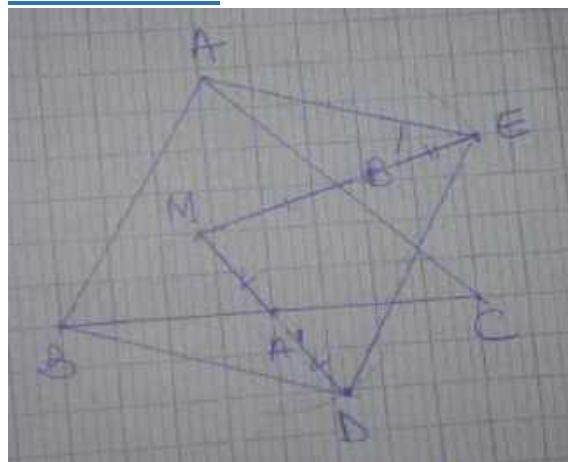
I est le milieu de $[MM_1]$ donc $\vec{MM_1} = 2\vec{MI}$

J milieu de $[M_1M']$ donc $\vec{M_1M'} = 2\vec{MJ}$

Alors $\vec{MM'} = 2\vec{IJ}$ donc M' est l'image de M par la translation de Vecteur $2\vec{IJ}$

Avec I et J sont les projetés orthogonaux de M sur (D1) et (D2)

EXERCICE 3 :



Démontrons que le quadrilatère ABDE est un parallélogramme.

ABC triangle $\begin{cases} B' \text{ milieu de } [AC] \\ A' \text{ milieu de } [BC] \end{cases}$

D'après droite des milieux : $(AB) // (A'B')$.

De même On prouve que : $A'B' = \frac{1}{2}AB$ (1)

MDE triangle

$\begin{cases} B' \text{ milieu de } [ME] \\ A' \text{ milieu de } [MD] \end{cases}$ D'après droite des milieux $(DE) // (A'B')$.

De même On prouve que : $A'B' = \frac{1}{2}DE$ (2)

$$(1) \text{ et } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} A'B' = \frac{1}{2}AB \\ (AB) // (A'B') \end{cases} \text{ et } \begin{cases} A'B' = \frac{1}{2}DE \\ (DE) // (A'B') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{A'B'} = \frac{1}{2}\vec{BA} \\ \vec{A'B'} = \frac{1}{2}\vec{DE} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{BA} = \vec{DE}$$

D'où ABDE est un parallélogramme.

XIV. EPREUVES BLANCHES

EXERCICE 1 :5pts

On donne $A=\sqrt{121}-2\sqrt{112}+\sqrt{63}-\sqrt{81}$ et $B(x)=x^2-1+(x+7)(2x-2)$

- 1) Ecrire A sous la forme $a+b\sqrt{c}$ (a, b et c sont des entiers relatifs) (1pt)
- 2) Factoriser B(x) (1pt)
- 3) Développer, réduire, puis ordonner B(x) (1pt)
- 4) Soit l'expression $q(x) = \frac{B(x)}{(x-1)(x+7)}$
 - a. Etablir la condition d'existence de q(x) et la simplifier (1pt)
 - b. Calculer q(x) pour $x = -1$ (1pt)

EXERCICE 2 : 5pts

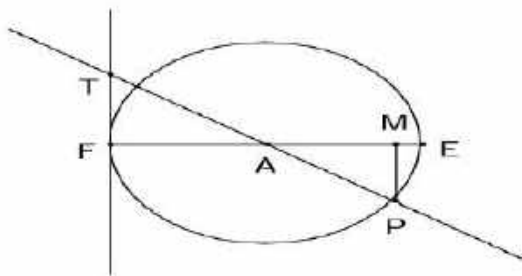
Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

- 1) Adama et Awa désirent acheter en commun un magnétophone qui coûte 20000 F. Les économies de Awa représentent $\frac{4}{5}$ de celles de Adama. S'ils réunissent leur économies, il leur manque 2720 F pour effectuer leur achat. Calculer le montant des économies de chacun (2,5pts)
- 2) On donne : $f(x) = |4x-3|$
 - a. Montrer que F est une application affine par intervalles (1,25pts)
 - b. Faire la représentation graphique de F dans un repère orthonormé (O, i, j) (1,25pts)

EXERCICE 3 : 4pts

On considère un cercle de centre A et de rayon 5 cm. soit [EF] un de ses diamètres, M le point du segment [AE] tel que AM=4 cm et P un point du cercle tel que MP=3 cm.

- 1) Démontrer que le triangle AMP est rectangle en M. (1pt)
- 2) On trace la tangente au cercle en F. Cette droite coupe (AP) en T
 - a. Quelle est la mesure de l'angle AFT. Justifier votre réponse. (1pt)
 - b. Démontrer que les droites (FT) et (MP) sont parallèles. (1pt)
 - c. Calculer la longueur AT (1pt)



EXERCICE 4 : 6 pts

Mr DIARRA, entrepreneur des travaux publics, doit aménager le long des allées d'une avenue des bancs en béton. Il hésite entre deux modèles :

- Le modèle 1 : a la forme d'un tronc de cône de révolution dont les bases parallèles ont respectivement 20 cm et 10 cm de rayons
- Le modèle 2 : a la forme d'un tronc de pyramide dont les bases parallèles sont des carrés de cotés respectifs 40 cm et 20 cm.

Les deux modèles ont une hauteur de 50cm.

- 1) Représenter chaque modèle
- 2) Sachant que le modèle le moins volumineux est le plus économique pour DIARRA, aidez-le à faire le bon choix.

EXERCICE 1 : 5pts

On donne $A=2\sqrt{75} - 3\sqrt{48} + \sqrt{243} - 2\sqrt{9}$ et $B=\frac{13}{3}\sqrt{27} + 2\sqrt{9} - 2\sqrt{300}$

- 1) Ecrire A et B sous la forme $a+b\sqrt{3}$ (2pts)
- 2) Montrer que A et B sont opposés (0,75pts)
- 3) Montrer que $\frac{A}{B}$ est un entier relatif que l'on déterminera (0,75pts)
- 4) En utilisant l'expression de B, trouvée à la question 1), encadrer B sachant que $1,732 \leq \sqrt{3} \leq 1,733$ (1,5pts)

EXERCICE 2 : 5pts

Pour préparer une « opération tabaski », Mr Diémé pèse ses 30 moutons afin de les répartir par catégories de poids, en quatre classes de poids d'amplitude 4 kg, qu'il désigne respectivement par « 4^e choix », « 3^e choix », « 2^e choix », « 1^e choix ». Le relevé ci-dessous donne le poids en kilogramme des moutons pesés : 50 – 52 – 52,5 – 54,5 – 52 – 59 – 58 – 55 – 55,5 – 56 – 55 – 55 – 57 – 58 – 58,5 – 60 – 60,5 – 65 – 63 – 60 – 61 – 65 – 64 – 65 – 55 – 59 – 58 – 59 – 59,5 – 65.

- 1) Donner les classes, d'amplitude 4kg, de cette répartition sachant que la borne inférieure de la première classe de poids est de 50. (1,25pts)
- 2) Dresser le tableau des effectifs de la série groupée en classes. Déterminer la classe médiane. (1,25pts)
- 3) On suppose dans la suite que le tableau des effectifs obtenu est :

	« 4 ^e choix »	« 3 ^e choix »	« 2 ^e choix »	« 1 ^e choix »
Classes	[50 ; 54 [[54 ; 58 [[58 ; 62 [[62 ; 66 [
Nombre de moutons : effectifs	4	8	12	6

Dessiner le diagramme circulaire de cette série. (1,25pts)

- 4) Un mouton de « 1^e choix » est vendu à 70000F un mouton de « 2^e choix » 65000F et un mouton de « 4^e choix » 52000F. A combien en mouton « 3^e choix » devra-t-il être vendu pour que le prix de vente moyen des moutons soit 62000F une fois que les moutons seront tous vendus aux prix indiqués. (1,25pts)

EXERCICE 3 : 5pts

SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD de centre O. On donne SO=11cm et AB=2√2cm.

- 1) Calculer le volume de cette pyramide (1,5pts)
- 2) Démontrer que SB=5√5cm (1,5pts)
- 3) On sectionne la pyramide à mi-hauteur, par un plan parallèle à sa base.
 - a) Calculer le volume de la pyramide réduite obtenue (1 pts)
 - b) Calculer le volume du tronc de pyramide obtenu (1 pts)

EXERCICE 4 : 5pts

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé. Placer les points A(1 ; 3) ; B(2 ; 2) et C(3 ; 5)

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} (0,75pts)
- 2) Calculer les distances AB ; AC et BC (0,75pts)
- 3) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme (1 pts)
- 4) Montrer que les points A, B et C sont sur un même cercle de centre I dont on précisera les coordonnées. (1,25pts)

En déduire que ABDC est un rectangle.

(0,25pts)

- 5) Déterminer l'équation de la droite (D1) passant par A et parallèle à la droite (D2) : $2x-3y+1=0$ (1 pts)

EXERCICE 1 : 7pts

Recopier chacune des affirmations ci-dessous. Dire si elle est vraie(V) ou fausse(F)

- Si x est un réel négatif alors $-(-x)$ est positif. (1pt)
- Si le triangle ABC est rectangle en B alors $\sin \vec{A} = \cos \vec{C}$ (1pt)
- $\sqrt{15} = \frac{\sqrt{60}}{2}$ (1pt)
- $A+B=90$ alors A et B sont supplémentaires (1pt)
- $(-a-b)^2 = -a^2 - 2ab + b^2$ (1pt)
- $\frac{8}{5}$ est une solution de l'équation $8-5x^2=0$ (1pt)
- la droite d'équation $y = 2x + 3$ passe par le point A(1 ;5) (1pt)

EXERCICE 2 : 4.5ts

On considère deux polynômes f et g définies dans R par : $f(x) = x^2 - x$ et $g(x) = 1 - 2x$

- Calculer les réels $r_1 = f(\sqrt{8})$ et $r_2 = g(\sqrt{2})$ (1pt)
- Calculer le réel $r = f(\sqrt{8}) + g(\sqrt{2})$ (0.5pts)
 - Donner un encadrement de r d'amplitude 0.01 sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ (1.5pts)
- Calculer le réel $q = \frac{r_1}{r_2}$. Montrer que q peut s'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a un entier relatif et b un entier naturel. (1.5pts)

EXERCICE 3 : 4pts

SABCD est une pyramide régulière de sommet S, de hauteur SO=10 cm et dont la base est un carré de côté 6cm

- Faire une représentation de cette pyramide (0,5pt)
- On effectue une première section de cette pyramide par un plan (P1) parallèle à sa base et qui coupe (SO) au point H tel que SH=3cm puis une deuxième section par un plan (P2) parallèle à sa base et qui coupe (SO) au point H' tel que SH'=7cm
- Faire la représentation de ces deux sections sur le dessin précédent (1pt)
- Calculer le volume du tronc de pyramide compris entre (P1) et (P2). (2,5pts)

EXERCICE 4 : 4,5pts

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).

- Construire la droite (Δ) d'équation $x-2y+6=0$ (1pt)
- Placer le point A de coordonnée (-5 ; 8). Justifier que A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O. (1pt)
- Soit le point B (1 ; -4). Calculer les coordonnées de K milieu de [AB] (1pt)
- Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à (Δ) (1,5pts)

EXERCICE 1 : 6pts

On considère les expressions suivantes : $H(x) = 4(x+\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}(x+\sqrt{3}) + 3$ et $G(x) = (2x+\sqrt{3})^2$.

- 1) Développer, réduire et ordonner $H(x)$ et $G(x)$. (2pts)
- 2) En déduire une factorisation de $H(x)$ (1pt)
- 3) On pose $Q(x) = \sqrt{H(x)} - 7$
 - a) Résoudre l'équation $Q(x) = 2\sqrt{3}$ (2pt)
 - b) Résoudre l'équation $Q(x) = \frac{2}{3}$ (1pt)

EXERCICE 2 : 5pts

f et g sont deux applications dans \mathbb{R} définies comme suit $f(x) = x-1$ et
$$\begin{cases} g(x) = -2x + 2 & \text{pour } x \in]-\infty ; 2] \\ g(x) = \frac{5}{2}x - 7 & \text{pour } x \in [2 ; 4] \\ g(x) = 3 & \text{pour } x \in [4 ; +\infty[\end{cases}$$

- 1) Déterminer la nature des applications f et g
- 2) Peut-on trouver des réels x pour lesquels $f(x) = g(x)$?
- 3) Trace dans une même repère les représentations graphique les applications f et g
- 4) Ces représentations graphiques ont-elles des points communs ? Si oui quelles sont leurs abscisses ? pouvait-on prévoir ces résultats

EXERCICE 3 : 4pts

- 1) On considère un segment $[AB]$ de milieu I , démontrer que pour tout point M du plan,
$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$$
- 2) ABC est un triangle, on suppose qu'il existe un point H tel que $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
En utilisant I , milieu de $[AB]$, démontrer que H est un point de $[IC]$.

EXERCICE 4 : 5pts

1. Construire le triangle rectangle en A , dont les dimensions sont les suivantes : $AB = 8\text{cm}$ et $AC = 6\text{cm}$
2. Calculer BC puis $\cos(ABC)$
3. Placer le point M tel que $AM = \frac{1}{3}AB$
4. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N
 - a. Comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$
 - b. En déduire que $AN = \frac{1}{3}AC$

EXERCICE 1 :

Soit f une fonction définie par $f(x) = \sqrt{2x - 3}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Calculer si elles existent les images par f de 2 ; 0 ; -3 et 5
- 3) Soit $A = 2 - \sqrt{3}$ et $B = 2 + \sqrt{3}$
 - a) Calculer A^2 et B^2
 - b) Déduire de la question précédente une écriture simplifiée des réels C et D suivants :

$$C = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} \text{ et } D = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$$

EXERCICE 2 :.

Deux classes de troisième, 3^e A et 3^e B, décident d'organiser un match de football entre garçons.

Le capitaine de la 3^e A dit au capitaine de la 3^e B « si 5 parmi vous viennent dans notre équipe, nous serons égaux ».

Le capitaine de la 3^e B répond « oui mais si l'un de vous nous rejoint alors nous serons votre double ».

Calculer le nombre de garçons de chaque classe.

EXERCICE 3:

Dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; i ; j)$ on donne les points $A(-2, 3)$ et $B(-2, -3)$

- 1) Trouver par le calcul les coordonnées du point C image de A par la symétrie de centre O et les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur BC
- 2) Montrer que $ADCB$ est un rectangle
- 3) Trouver la longueur L du cercle circonscrit à $ADCB$. On prendra $\pi = 3,14$.
- 4) Déterminer l'équation de la médiatrice (Δ) du segment $[AC]$.
- 5) Trouver le réel a pour que le point $K(a ; -1)$ appartient à (Δ)

EXERCICE 4 :

Soit un cône de révolution de sommet s et de base le cercle (C) de centre O et de rayon $R = a$.

La distance $OS = 2a$.

- 1) Calculer en fonction de a le volume du cône.
- 2) Soit T un point qui décrit le cercle ; calculer une mesure, selon le degré près de l'angle OST .
- 3) $NOQR$ est un carré inscrit dans le cercle de base (C) . calculer le volume et l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base $NPQR$.

EXERCICE 1 : 6,5pts

A) Recopie et complète les phrases suivantes :

- 1) RTS est un triangle rectangle en S, alors d'après le théorème de PYTHAGORE, on a : **0,5 pt**
- 2) Si on a : $a < b$ et c un nombre négatif, alors $a \times c$ $b \times c$. **0,5 pt**
- 3) ABC est un triangle rectangle en A, alors le cosinus de l'angle B est égale au **0,5 pt**
- 4) Choisis la bonne réponse. **0,5 pt**
L'équation $-4x^2 - 9 = 0$ a pour solution : $S = \emptyset$; $S = \left\{ -\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\}$; $S = \mathbb{R}$

B) répondre aux questions

- 5) sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donne un encadrement à 10^{-1} près de $E = -5\sqrt{2} + 7$ **1 pt**
- 6) justifie que la solution de l'inéquation $-3x + \sqrt{3} \geq 0$ est oui ou non $S = \left[\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty \right[$ **1 pt**
- 7) sachant que $\sin \widehat{ACB} = \frac{5}{7}$, calcule $\cos \widehat{ACB}$ **0,5 pt**
- 8) on donne $a = -7 + 5\sqrt{2}$ et $b = 7 + 5\sqrt{2}$
 - 8-1) Calcule a^2 , b^2 et axb **0,5x 3 pt**
 - 8-2) complète la phrase : « a et b sont » **0,5 pt**

EXERCICE 2 : 4,5pts

Pour financer une sortie pédagogique, une école décide de vendre les tomates de son jardin.

Le client paye en plus de la quantité de tomates achetée une somme forfaitaire fixe pour le transport.

Un commerçant qui a acheté 300 kg a versé au gestionnaire une somme totale de 125000 F.

Un membre de l'association des parents d'élèves a acheté 100 kg et a payé 45000 F.

5. Calcule le prix d'un kilogramme de tomates et la somme forfaitaire allouée au transport.
6. Soit $p(x)$ la somme totale, en francs, payée par un client qui a acheté x kilogrammes de tomates. Détermine l'expression $p(x)$.
7. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement p en prenant 1 cm pour 50 kg en abscisses et 1 cm pour 10000 F en ordonnées.
8. Détermine graphiquement la somme totale à payer pour un achat de 75 kg de tomates.

EXERCICE 3 : 5pts

RUV est un triangle. On donne : $RV = 8\text{cm}$, $RU = 7\text{cm}$, et $UV = 3\text{cm}$. S est un point de [RV]. La parallèle à (UV) passant par S coupe (RU) en T. on pose $RS = x$ avec x compris entre 0 et 8.

- 1) Exprime les longueurs RT et TS en fonction de x . **(2pts)**
- 2) Exprime en fonction de x :
 - a. le périmètre du trapèze STUV. **(1pt)**
 - b. le périmètre du triangle RTS. **(1pt)**
- 3) Détermine la valeur de x pour laquelle ces deux périmètres sont égaux. **(1pt)**

EXERCICE 4 : 4pts

- 1) Trace un demi-cercle de centre I et de diamètre [RA] tel que $RA = 7\text{ cm}$.
- 2) Trace la corde [RS] telle que $RS = 5,6\text{ cm}$.
- 3) Démontre que le triangle RAS est rectangle en S.
- 4) Calcule AS et $\tan \hat{A}$.
- 5) Soit E le point appartenant à [RS] et F le point appartenant à [AS], tels que $SE = 4,8\text{ cm}$ et $SF = 3,6\text{ cm}$. Démontre que (EF) est parallèle à (RA).

EXERCICE 1: 5pts

- 1) Donne l'expression conjuguée du réel suivant: $3 + 2\sqrt{5}$. **(1pt)**
- 2) Soit x un nombre négatif, complète les pointillés $\sqrt{x^2} = \dots$. **(1pt)**
- 3) Parmi les racines carrées suivantes, quelles sont celles qui sont des nombres rationnels et celles qui sont des nombres irrationnels ? $\sqrt{4}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{81}$. **(1pt)**
- 4) Énonce le théorème de Thalès dans le cas d'un triangle (on fera une figure). **(1pt)**
- 5) Énonce le théorème de Pythagore dans un triangle ABC rectangle en C (on fera une figure). **(1pt)**

EXERCICE 2 : 4pts

On donne les expressions suivantes :

$$A(x) = (2x + 3)(x + 1) \text{ et } B(x) = 2x^2 + 5x + 3 + (-2x - 3)(4x + 2)$$

- 1) Montre que $A(x) = 2x^2 + 5x + 3$. **(1pt)**
- 2) Dédus en une factorisation de $B(x)$. **(1pt)**
- 3) Résous dans \mathbb{R} l'inéquation : $(2x + 3)(-3x - 1) \leq 0$. **(1pt)**
- 4) Calcule $A(x)$ pour $x = \sqrt{3}$. **(0.5pt)**
- 5) Donne un encadrement à l'unité de $9 + 5\sqrt{3}$ sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$. **(0.5pt)**

EXERCICE 3 : 5pts

- 1) On pose $a = 1 + \sqrt{5}$; $b = 1 - \sqrt{5}$; calcule a^2 et b^2 . **(0.5pt+0.5pt)**
- 2) a) Soit $c = \frac{1 + \sqrt{5}}{6 + 2\sqrt{5}}$, rends rationnel le dénominateur de c . **(1pt)**
 b) Effectue le produit $a \times c$. Que peut on dire des nombres a et c ? **(1pt+0.5pt)**
- c) Calcule $\frac{a}{4} + \frac{1}{1 - \sqrt{5}}$. Que peut on dire des nombres $\frac{a}{4}$ et $\frac{1}{1 - \sqrt{5}}$? **(1pt+0.5pt)**

EXERCICE 4 : 6pts

- 1) Trace un demi-cercle de centre I et de diamètre $[RA]$ tel que $RA = 7\text{cm}$. **(0.5pt)**
- 2) Place un point S sur le demi-cercle tel que $RS = 5,6\text{cm}$. **(0.5pt)**
- 3) Démontre que le triangle RAS est un triangle rectangle en S. **(1pt)**
- 4) Montre que $AS = 4,2\text{cm}$ puis $\cos \widehat{SAR}$, $\sin \widehat{SAR}$ et $\tan \widehat{SAR}$. **(2pts)**
- 5) Soit E le point de $[RS]$ tel que $SE = 4,8\text{cm}$ et F le point de $[AS]$ tel que $SF = 3,6\text{cm}$.
 a) Démontre que les droites (EF) et (RA) sont parallèles. **(1pt)**
 b) Calcule EF. **(1pt)**

EXERCICE 1

On considère les expressions suivantes :

$$A(x) = (-3x + 1)(2x - 7) + 28x - 8x^2, \quad B(x) = 49 - 4x^2 \quad \text{et} \quad C(x) = (5x - 3)^2 - (3x + 4)^2.$$

Soit $F(x) = A(x) - 2B(x) + C(x)$

- 1) Développer et réduire $F(x)$.
- 2) Factoriser $F(x)$
- 3) Résoudre l'équation $F(x) = -112$.

EXERCICE 2

Soient $E = \sqrt{3} + 2$ et $F = \sqrt{3} - 2$

- 1- Calcule E^2 , F^2 et $E \times F$ (3 x 0,5pt)
- 2- Montre que $\frac{E}{F} + \frac{F}{E}$ est un entier relatif (1pt)
- 3- Etudie le signe de F . (0,5pt)
- 4- On pose $G = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$
- a- Ecris G au moyen d'un seul radical (1pt)
- b- Donne un encadrement de G à 10^{-2} près sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$. (1pt)

EXERCICE 3

- 1) Construis un triangle ABC tel que AB= 4,8cm, AC=8cm et BC=6,4cm.
- 2) Démontre que ABC est rectangle. (1pt)
- 3) Place sur [BC] le point I tel que $CI = \frac{1}{3} BC$. La parallèle à (AB) passant par I coupe (AC) en J
 - a) Calcule CI et IJ. (0,5pt ; 0,5pt)
 - b) Calcule $\sin \widehat{BAC}$ et $\sin \widehat{IJC}$. Que peut-on dire de \widehat{BAC} et \widehat{IJC} ? En déduis les mesures de \widehat{IJC} et \widehat{IJA} . (5 x 0,5pt) (figure 1pt)

On donne $\sin 30^\circ = 0,5$; $\sin 37^\circ = 0,6$; $\sin 53^\circ = 0,8$; $\sin 64^\circ = 0,9$

EXERCICE 4

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 4 cm

- 1) Construire ce triangle
- 2) Placer le point M sur le segment [AB] tel que BM = 3,5 cm et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB) ; elle coupe le segment [BC] en E.
- 3) Calculer AM
- 4) Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles
- 5) Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible)
- 6) Le triangle AEM est-il un triangle isocèle en M ?

EXERCICE 1 :9pts

Soit $A = 16 - (2x - 1)^2$ $B = (25 - 20x + 4x^2) + (5 - 2x)$

- 1) Factorise B et $B - A$. (2pts)
- 2) Développe et réduis A . (0,5pt)
- 3) Calcule la valeur numérique de A pour $x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\right)$ (1pt)
- 4) Encadre $(-11 + 10\sqrt{2})$ à 10^{-1} près, sachant que : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$
- 5) Résous dans \mathbb{R} :
 - a) L'équation : $A = 0$. (0,5pt)
 - b) L'équation $A = B$. (1pt)
 - c) L'équation : $|2x^2 - 3| = 3$. (1pt)
 - d) L'inéquation : $(-x + 1)(3x + 5) < 0$ (1 pt)
 - e) Le système d'inéquation : $\begin{cases} x - 4 < \frac{1}{3} \\ -3x + 1 \leq 0 \end{cases}$ (1pt)

EXERCICE 2 :6pts

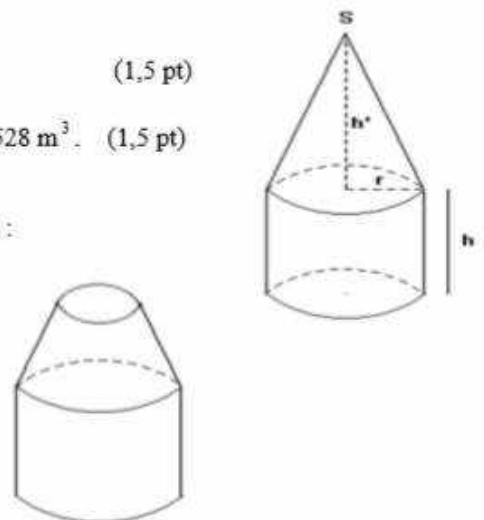
- 1) Construis un triangle ABC. On donne : $AB = 9$ cm, $AC = 6$ cm et $BC = 7,5$ cm. (1pt)
- 2) Place le point R du segment $[AB]$ tel que $BR = 6$ cm et le point S du segment $[AC]$ tel que $AS = 2$ cm. (1pt)
- 3) Démontre que les droites (RS) et (BC) sont parallèles. Calcule la distance RS. (2pts)
- 4) Construis le point T pour que RSCT soit un parallélogramme (1pt)
- 5) Précise la position du point T. Justifie ta réponse. (1pt)

EXERCICE 3 :5pts

Un réservoir est constitué d'un cylindre de rayon de base r et de hauteur h et d'un cône de révolution de même rayon de base et de hauteur $h' = \frac{3h}{2}$ (Voir la figure ci-contre).

1. Montrer que le volume du cylindre est le double de celui du cône. (1,5 pt)
2. Dans la suite on donne $r = 4$ m.
 - a) Calculer la hauteur h' du cône pour que le volume du réservoir soit de 528 m^3 . (1,5 pt)
 - b) Pour créer une ouverture du réservoir on coupe le cône à mi-hauteur parallèlement au plan de sa base (le cône réduit est ainsi enlevé). On obtient un réservoir ayant la forme indiquée par la figure ci-dessous :

Calculer le volume restant du réservoir. (On prendra $\pi = \frac{22}{7}$).



EXERCICE 1 : 7pts

On donne l'expression littérale $f(x) = (2x - 1)^2 - (1 - 2x)(3x + 5)$.

1. a) Factorise $f(x)$. (1 pt)
 b) Résous dans \mathbb{R} : $(2x - 1)(5x + 4) \leq 0$ et $|2x - 1| = |5x + 4|$. (1,5pts + 1,5pts)
2. Soit le réel $M = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} - (2\sqrt{3} - 1) + \sqrt{25}$.
 a) Montre que : $M = 8 - 3\sqrt{3}$. (1,5 pts)
 b) Donne un encadrement de M à 10^{-1} près sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$. (1,5 pts)

EXERCICE 2 : 3pts

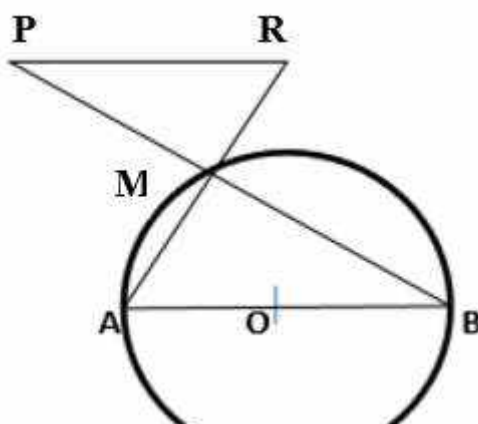
Awa a acheté des œufs à 80 F l'unité. Sa sœur, très étourdie, en casse 10. Elle revend le reste à 100 F l'unité et réalise un bénéfice égal au huitième du prix d'achat.

1. En désignant par x le nombre d'œufs achetés, exprime en fonction de x le prix d'achat ; le prix de vente et le bénéfice. (0,5 pt + 0,5 pt + 0,5 pt)
2. Sachant que : $\text{prix de vente} - \text{prix d'achat} = \text{bénéfice}$.
 Calculer le nombre d'œufs achetés et le bénéfice réalisé. (1 pt + 0,5 pt)

EXERCICE 3

Sur la figure ci-dessous on donne O le centre du cercle (C) ; $AB = 8 \text{ cm}$; $MR = \sqrt{3}$; $PM = 3 \text{ cm}$ et $\widehat{MAB} = 60^\circ$. (la figure n'est pas en vraie grandeur et n'est pas à reproduire)

1. Justifie que le triangle ABM est un triangle rectangle. (1 pt)
2. Montre que : $BM = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ et $AM = 3 \text{ cm}$. (1,5 pts + 1,5 pt)
3. Démontre que les droites (PR) et (AB) sont parallèles. (1,5 pts)
4. Calcule la valeur de PR . (1,5 pts)



XV. CORRIGES EPREUVES BLANCHES

EXERCICE 1 :

- 1) $A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81} = 11 - 2\sqrt{16 \times 7} + \sqrt{9 \times 7} - 9 = 11 - 8\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 9 = 2 - 5\sqrt{7}$
- 2) $B(x) = x^2 - 1 + (x+7)(2x-2) = (x-1)(x+1) + 2(x+7)(x-1) = (x-1)[(x+1) + 2(x+7)] = (x-1)(3x+15)$
- 3) $B(x) = x^2 - 1 + (x+7)(2x-2) = x^2 - 1 + 2x^2 - 2x + 14x - 14 = x^2 + 2x^2 - 2x + 14x - 1 - 14 = 3x^2 + 12x - 15$

4) $q(x) = \frac{B(x)}{(x-1)(x+7)} = \frac{(x-1)(3x+15)}{(x-1)(x+7)}$ $q(x)$ existe lorsque $x-1 \neq 0$ et $x+7 \neq 0$

a) donc $q(x)$ existe si et seulement si $x \neq 1$ et $x \neq -7$

on a $q(x) = \frac{3x+15}{x+7}$

b) $q(-1) = \frac{3(-1)+15}{-1+7} = \frac{-3+15}{6} = \frac{12}{6} = 2$ donc $q(-1) = 2$

EXERCICE 2 :

1) Soit x et y les montants respectifs des économies de ADAMA et de AWA.

On a : $y = \frac{4}{5}x$ ① et $x+y=20000-2720 \Leftrightarrow x+y=17280$ ②

Remplaçons y par sa valeur dans ② : on a $x + \frac{4}{5}x = 17280 \Leftrightarrow \frac{9}{5}x = 17280 \Leftrightarrow x = \frac{17280 \times 5}{9}$

$\Leftrightarrow x = 9600$

Remplaçons y par sa valeur dans ① : on a $y = \frac{4}{5} \times 9600 \Leftrightarrow y = 7680$

2) $F(x) = |4x-3|$ on $4x-3=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

a) on $4x-3=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$4x-3$	-	0	+
$ 4x-3 $	$-4x+3$	0	$4x-3$

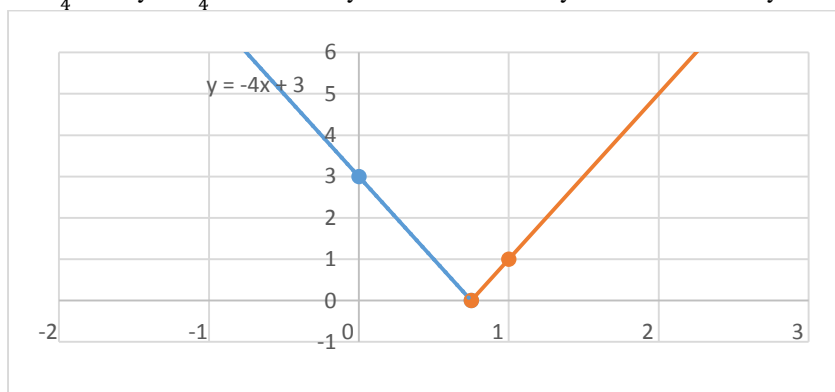
D'où f est une application affine par intervalle

b) sur $]-\infty, \frac{3}{4}]$ $f(x) = -4x+3$: sa représentation graphique est une demi-droite d'origine $\frac{3}{4}$

si $x = \frac{3}{4}$ on a : $y = -4 \times \frac{3}{4} + 3 = -3+3 \Leftrightarrow y = 0$ et si $x=0$ on a : $y = -4 \times 0 + 3 \Leftrightarrow y = 3$

sur $[\frac{3}{4}, +\infty[$ on a $f(x) = 4x-3$: sa représentation graphique est une demi-droite droite d'origine $\frac{3}{4}$

si $x = \frac{3}{4}$ on a : $y = 4 \times \frac{3}{4} - 3 = 3-3 \Leftrightarrow y = 0$ et si $x=1$ on a : $y = 4 \times 1 - 3 = 4-3 \Leftrightarrow y = 1$



EXERCICE 3

1) $AP^2 = 5^2 = 25$ $AM^2 = 4^2 = 16$ et $MP^2 = 3^2 = 9$

On a $25+16=41 \neq 9 \Leftrightarrow AP^2 \neq AM^2+MP^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore AMP est un triangle rectangle en M.

2)

a) L'angle AFT=90 car la tangente est perpendiculaire au diamètre du cercle.

b) Démontrons que les droites (FT) et (MP) sont parallèles :

On a (FT) perpendiculaire à (FE) et (MP) perpendiculaire à (FE). Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

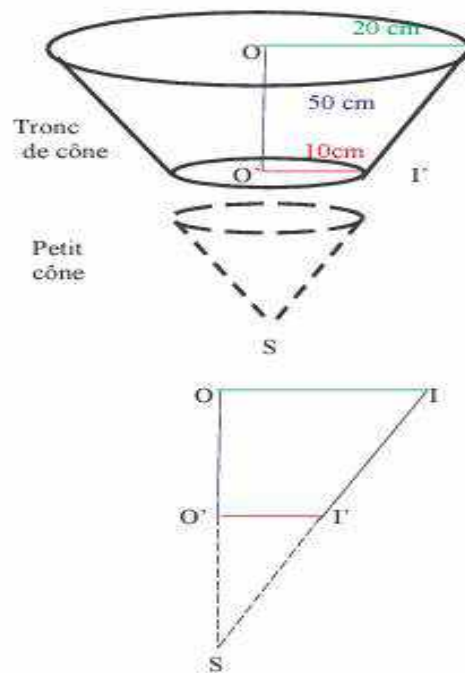
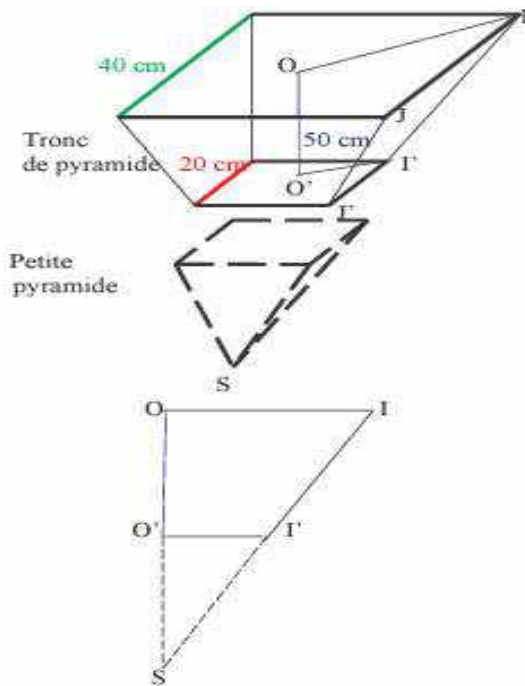
D'où (FT) // (MP).

c) On a : T, A, P alignés d'une part ; F, A, M alignés d'autre part dans le même ordre et (FT) // (MP)

D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AT}{AP} = \frac{AF}{AM} \Leftrightarrow AT = \frac{AF \times AP}{AM} = \frac{5 \times 5}{4} = \frac{25}{4} = 6.25$ cm

EXERCICE 4

1) Représentons chaque modèle :



2) Aidons DIARRA :

Calculons le volume du tronc de cône V''_1 :

On a $V''_1 = V(1 - k^3)$ avec V_1 le volume total de la cône et k le coefficient de réduction.

$$k = \frac{O'I'}{OI} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \text{ et } V_1 = \frac{\pi \times OI^2 \times OS}{3} \text{ avec } OI=20\text{cm et } OS=2 \times 50=100\text{cm} \Leftrightarrow V_1 = \frac{\pi \times 20^2 \times 100}{3}$$

$$V_1 = \frac{40000\pi}{3} \Leftrightarrow V''_1 = V_1(1 - k^3) = \frac{40000\pi}{3} \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{40000\pi}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{35000\pi}{3} \text{ cm}^3$$

$$V''_1 = \frac{35000\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Calculons le volume du tronc de pyramide V''_2 :

$$V''_2 = V_2(1 - k^3)$$

$$k = \frac{O'I'}{OI} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$V_2 = \frac{IJ^2 \times OS}{3} = \frac{40^2 \times 100}{3} \Leftrightarrow V_2 = \frac{160000}{3} \text{ cm}^3$$

$$V''_2 = V_2(1 - k^3) = \frac{160000}{3} \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{160000}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{140000}{3} \text{ cm}^3$$

$$V''_2 = \frac{140000}{3} \text{ cm}^3$$

En comparant les deux modèles on a : $V''_1 < V''_2 \Leftrightarrow$ le modèle 1 est le moins volumineux

Donc le modèle 1 est le plus économique.

CORRECTION EPREUVE BLANC n°2

EXERCICE 1 :

$$1) A = 2\sqrt{75} - 3\sqrt{48} + \sqrt{243} - 2\sqrt{9} = 2\sqrt{25 \times 3} - 3\sqrt{16 \times 3} + \sqrt{81 \times 3} - 2 \times 3 = 10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 6 = -6 + 7\sqrt{3}$$

$$B = \frac{13}{3}\sqrt{27} + 2\sqrt{9} - 2\sqrt{300} = \frac{13}{3} \times \sqrt{9 \times 3} + 2 \times 3 - 2\sqrt{100 \times 3} = \frac{13}{3} \times 3\sqrt{3} + 6 - 20\sqrt{3} = 6 - 7\sqrt{3}$$

2) $A+B = -6+7\sqrt{3} + 6-7\sqrt{3}=0$ donc A et B sont opposés.

$$3) \frac{A}{B} = \frac{-6+7\sqrt{3}}{6-7\sqrt{3}} = -\frac{6-7\sqrt{3}}{6-7\sqrt{3}} = -1 \Leftrightarrow \frac{A}{B} = -1$$

$$4) 1,732 \leq \sqrt{3} \leq 1,733 \Leftrightarrow -7 \times 1,732 \geq -7 \times \sqrt{3} \geq -7 \times 1,733 \Leftrightarrow -7 \times 1,732 + 6 \geq -7 \times \sqrt{3} + 6 \geq -7 \times 1,733 + 6$$

$$\Leftrightarrow -6,124 \geq -7 \times \sqrt{3} + 6 \geq -6,131 \Leftrightarrow -6,131 \leq B \leq -6,124$$

EXERCICE 2 :

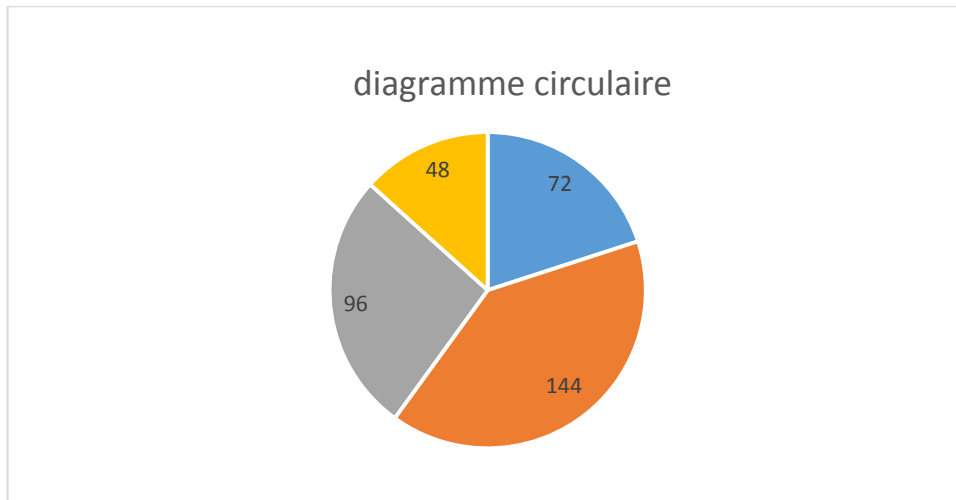
1) Classes : [50 ; 54 [; [54 ; 548 [; [58 ; 62 [; [62 ; 66 [

2) Tableau des effectifs :

Classes	[50 ; 54 [[54 ; 548 [[58 ; 62 [[62 ; 66 [
Nombre de moutons : effectifs	4	8	12	6

3) Diagramme circulaire.

	« 4 ^e choix »	« 3 ^e choix »	« 2 ^e choix »	« 1 ^e choix »
Classes	[50 ; 54 [[54 ; 548 [[58 ; 62 [[62 ; 66 [
Angle en degré	48	96	144	72



4) Soit x le prix de vente d'un mouton de « 3^e choix »

On a : $62000 = \frac{70000x6 + 65000x12 + 8xX + 52000x4}{30} \Leftrightarrow 1860000 = 1408000 + 8x \Leftrightarrow X = 56500 \text{ f.}$

EXERCICE 3

1) $V = \frac{BxH}{3} = \frac{2\sqrt{2}x2\sqrt{2}x11}{3} \Leftrightarrow V = \frac{88}{3} \text{ cm}^3$

2) SOB triangle rectangle en B.D' après le théorème de pythagore on a : $SB^2 = SO^2 + OB^2$

Calculons OB : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 2x(2\sqrt{2})^2 = 16 \Leftrightarrow BC = 4\text{cm}$ or $OB = \frac{1}{2}BC$

Donc $OB = 2\text{cm} \Leftrightarrow SB^2 = 11^2 + 2^2 \Leftrightarrow SB^2 = 125 \Leftrightarrow SB = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} \Leftrightarrow SB = 5\sqrt{5}\text{cm}$

3) On sectionne à mi-hauteur on obtient une pyramide réduite avec un coefficient de réduction $k = \frac{1}{2}$

a) Calcul du volume de la pyramide réduite V'

On a $V' = k^3V \Leftrightarrow v' = \frac{1}{8}x\frac{88}{3} = \frac{11}{3} \text{ cm}^3 \Leftrightarrow V' = \frac{11}{3} \text{ cm}^3$

b) Calcul du volume du tronc V''

$V'' = V - V' = \frac{88}{3} - \frac{11}{3} = \frac{77}{3} \text{ cm}^3 \Leftrightarrow V'' = \frac{77}{3} \text{ cm}^3$

EXERCICE 4 :

1) $AB \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $AC \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $BC \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

2) $AB = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} \Leftrightarrow AB = \sqrt{2} \text{ cm}$
 $AC = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} \Leftrightarrow AC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$
 $BC = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} \Leftrightarrow BC = \sqrt{10} \text{ cm}$

3) Si ABDC est un parallélogramme on a : $AB = CD \Leftrightarrow AB \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = CD \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow x-1=1$ et $y-3=-1 \Leftrightarrow x=2$ et $y=2$. D'où $D \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

4) A, B et C appartiennent au même cercle si le triangle ABC est rectangle.

ABC triangle : $AB^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$; $AC^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$ et $BC^2 = (\sqrt{10})^2 = 10 \Leftrightarrow 2+8=10 \Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$ D'après le réciproque du théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle en A.

D'où les points A B et C sont sur un même cercle de centre I milieu de [BC].

on a $X_I = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ et $Y_I = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$. D'où $I \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

5) soit $U \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ un vecteur directeur de (D2) et $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ appartient à (D1) alors le vecteur AM est colinéaire au vecteur U. on

a $AM \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix} // U \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (x-1)*2 = (y-3)*3 \Leftrightarrow (D1) : 2x-3y+7=0.$

EXERCICE 1

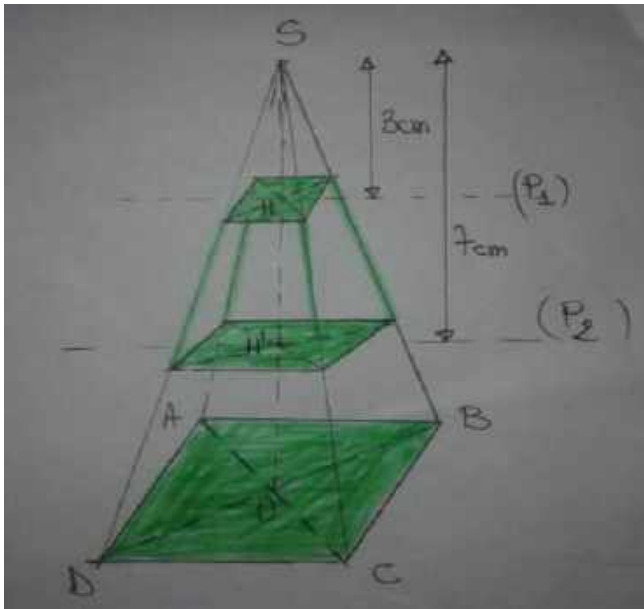
- a) (F) car si $x < 0$ alors $-x > 0 \Leftrightarrow -(-x) < 0$
 b) (V) car A et B sont complémentaires or si deux angles sont complémentaires le cosinus de l'un est égal au sinus de l'autre.
 c) (V) car $\frac{\sqrt{60}}{2} = \frac{\sqrt{15 \times 4}}{2} = \frac{2\sqrt{15}}{2} = \sqrt{15}$
 d) (F) Car deux angles sont supplémentaires si leur somme est égale à 180°
 e) (F) Car $(-a-b)^2 = (-a)^2 - 2(-a)(b) + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
 f) (F) Car $8 - 5\left(\frac{8}{5}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow 8 - \frac{64}{5} = 0 \Leftrightarrow \frac{8 \times 5 - 64}{5} = 0 \Leftrightarrow \frac{24}{5} = 0$ ce qui est absurde.
 g) (V) car on a $Y_A = 2X_A + 3 \Leftrightarrow 5 = 2 \times 1 + 3 \Leftrightarrow 5 = 5$ ce qui est vrai.

EXERCICE 2

- 1) $r_1 = f(\sqrt{8}) = (\sqrt{8})^2 - \sqrt{8} = 8 - \sqrt{4 \times 2} \Leftrightarrow r_1 = 8 - 2\sqrt{2}$ $r_1 = 8 - 2\sqrt{2}$.
 $r_2 = g(\sqrt{2}) = 1 - 2 \times \sqrt{2} \Leftrightarrow r_2 = 1 - 2\sqrt{2}$.
 2)
 a) $r = f(\sqrt{8}) + g(\sqrt{2}) = 8 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} = 9 - 4\sqrt{2} \Leftrightarrow r = 9 - 4\sqrt{2}$.
 b) on a $1,414 < \sqrt{2} < 1,415 \Leftrightarrow -4 \times 1,414 > -4\sqrt{2} > -4 \times 1,415 \Leftrightarrow 9 - 4 \times 1,414 > 9 - 4\sqrt{2} > 9 - 4 \times 1,415 \Leftrightarrow 3,344 > r > 3,34$
 d'où $3,34 < r < 3,35$.

3) on a $q = \frac{r_1}{r_2} = q = \frac{8 - 2\sqrt{2}}{1 - 2\sqrt{2}} = \frac{(8 - 2\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2})}{(1 - 2\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2})} = \frac{8 + 16\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 8}{1^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{14\sqrt{2}}{1 - 8} = -\frac{14\sqrt{2}}{7} = -2\sqrt{2} \Leftrightarrow q = -2\sqrt{2}$

EXERCICE 3



- 3) Calcul du volume du tronc de pyramide V'' compris entre (P1) et (P2).

✓ Calculons le volume V de la pyramide SABCD.

On a : $V = \frac{B \times h}{3} = \frac{6 \times 6 \times 11}{3} \Leftrightarrow V = 132 \text{ cm}^3$

✓ Calculons le volume du tronc V''_1 délimité par (P1) et le carré ABCD.

On a : $V''_1 = k^3 V$ avec $k = \frac{SH}{SO} = \frac{3}{11} \Leftrightarrow V''_1 = \left(\frac{3}{11}\right)^3 \times 132 =$

$\frac{27}{1331} \times 132 = \frac{324}{121} \Leftrightarrow V''_1 = \frac{324}{121} \text{ cm}^3$

✓ Calculons le volume du tronc V''_2 délimité par (P2) et le carré ABCD.

On a : $V''_2 = k^3 V$ avec $k = \frac{SH'}{SO} = \frac{7}{11} \Leftrightarrow V''_2 = \left(\frac{7}{11}\right)^3 \times 132 =$

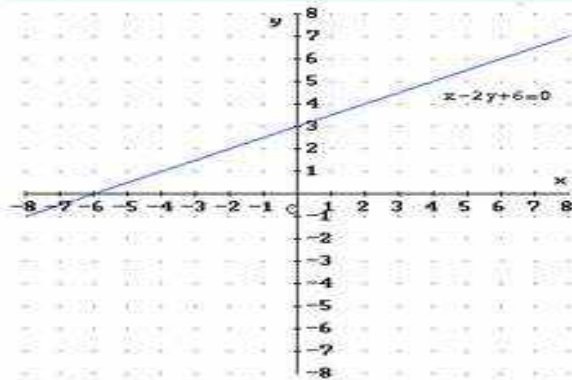
$\frac{343}{1331} \times 132 = \frac{4116}{121} \Leftrightarrow V''_2 = \frac{4116}{121} \text{ cm}^3$

Ainsi on a : $V'' = V''_2 - V''_1 \Leftrightarrow V'' = \frac{4116}{121} - \frac{324}{121} \Leftrightarrow V'' =$

$\frac{3792}{121} = 31,34. \Leftrightarrow V'' = \frac{3792}{121} \text{ cm}^3$ ou $V'' = 31,34 \text{ cm}^3$

EXERCICE 4 :

1°) Construire la droite (Δ) d'équation $x - 2y + 6 = 0$



On choisit deux points M et N appartenant à (Δ) .

$$x_M - 2y_M + 6 = 0$$

$$\text{si } x_M = 0 \text{ alors } y_M = 3$$

$$x_N - 2y_N + 6 = 0$$

$$\text{si } y_N = 0 \text{ alors } x_N = -6$$

(Δ) passe donc par les points de coordonnées M(0 ; 3) et N(-6 ; 0).

2°) Placer le point A de coordonnées (5 ; 8). Justifier que A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O.

$$\text{Calculons } x_0 - 2y_0 + 6$$

$$0 - 2(0) + 6 = 6 > 0$$

Donc le demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O est le lieu de tous les points tels que $x - 2y + 6 > 0$.

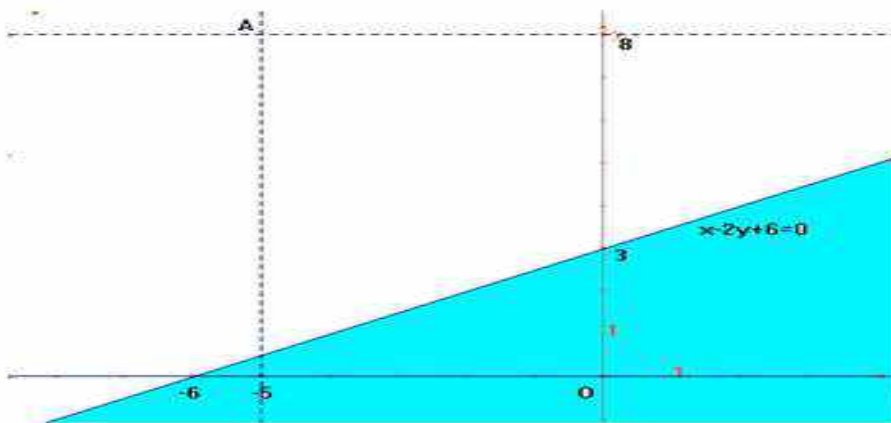
Pour justifier que le point A n'appartient pas à ce demi-plan, il suffit de montrer que les coordonnées de A ne vérifient pas l'inégalité $x - 2y + 6 > 0$.

$$-5 - 2(8) + 6 = -5 - 16 + 6$$

$$= -21 + 6$$

$$= -15$$

-15 n'est pas supérieur à 0, donc A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O.



3°) Soit B le point de coordonnées (1 ; -4), calculer les coordonnées de K milieu de [AB].

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-5 + 1}{2} = -2$$

$$y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{8 - 4}{2} = 2$$

$$\boxed{K(-2 ; 2)}$$

4°) Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à (Δ) .

Montrons que (AB) est perpendiculaire à (Δ) et que K est un point de (Δ) .

$\vec{u}(2 ; 1)$ est un vecteur directeur de la droite $(\Delta) : x - 2y + 6 = 0$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1+5 \\ -4-8 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$$

Vérifions que le vecteur \vec{u} et le vecteur \overrightarrow{AB} sont orthogonaux.

$$2 \times 6 + 1 \times (-12) = 12 - 12$$

$$= 0$$

Vérifions que le point K (-2 ; 2) appartient à (Δ) .

$$-2 - 2 \times 2 + 6 = -2 - 4 + 6$$

$$= -6 + 6$$

$$= 0$$

K est le milieu de [AB]

$(\Delta) \perp (AB)$

$K \in (\Delta)$

(Δ) est la médiatrice de [AB]

D'où A et B sont symétriques par rapport à (Δ) .

EXERCICE1 :

1) $H(x) = 4(x+\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}(x+\sqrt{3}) + 3 = 4(x^2 + 2x\sqrt{3} + 3) - 4\sqrt{3}x - 4\sqrt{3}\sqrt{3} + 3 \Leftrightarrow H(x) = 4x^2 + 8\sqrt{3}x + 12 - 4\sqrt{3}x - 12 + 3$

$\Leftrightarrow H(x) = 4x^2 + 8\sqrt{3}x + 12 - 12 + 3 \Leftrightarrow \boxed{H(x) = 4x^2 + 8\sqrt{3}x + 3}$

$G(x) = (2x+\sqrt{3})^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow \boxed{G(x) = 4x^2 + 4x\sqrt{3} + 3}$

2) On a $H(x) = G(x) \Leftrightarrow \boxed{H(x) = (2x+\sqrt{3})^2}$

3) $Q(x) = \sqrt{H(x)} - 7 \Leftrightarrow Q(x) = \sqrt{(2x+\sqrt{3})^2} - 7 = |2x+\sqrt{3}| - 7$

a) $Q(x) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |2x+\sqrt{3}| - 7 = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |2x+\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} + 7 \Leftrightarrow 2x+\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 7$ ou $2x+\sqrt{3} = -(2\sqrt{3} + 7) \Leftrightarrow 2x = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 7$ ou $2x = -2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 7 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{\sqrt{3}+7}{2}}$ ou $\boxed{x = \frac{-3\sqrt{3}-7}{2}}$

b) $Q(x) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow |2x+\sqrt{3}| - 7 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow |2x+\sqrt{3}| = \frac{2}{3} + 7 \Leftrightarrow |2x+\sqrt{3}| = \frac{23}{3} \Leftrightarrow 2x+\sqrt{3} = \frac{23}{3}$ ou $2x+\sqrt{3} = -\frac{23}{3} \Leftrightarrow 2x = \frac{23}{3} - \sqrt{3}$ ou $2x = -\frac{23}{3} + \sqrt{3} \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{23-3\sqrt{3}}{6}}$ ou $\boxed{x = \frac{-23+3\sqrt{3}}{6}}$

EXERCICE2 : voir TD application affine exercice 6

EXERCICE 3 :

1) I milieu de [AB] alors $\vec{AI} = \vec{IB}$

$\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MI} + \vec{IA} + \vec{MI} + \vec{IB}$ (Relation de Chasles)
 $= 2\vec{MI} + (\vec{IA} + \vec{IB})$ or $\vec{IA} = -\vec{IB} \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

2) I milieu de [AB] alors : $\vec{HA} + \vec{HB} = 2\vec{HI}$

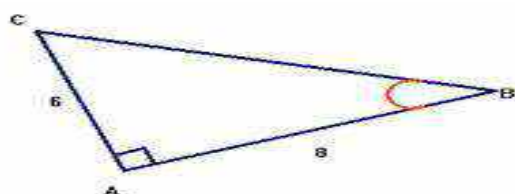
$\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{HI} + \vec{HC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{HI} + \vec{HI} + \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{HI} + \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow -3\vec{HI} = \vec{IC}$
 $\Leftrightarrow 3\vec{IH} = \vec{IC}$

Donc les points I, H et C sont alignés dans cet ordre

D'où Hf [IC]

EXERCICE4 :

1)



$BC^2 = 100$
 $BC = 10$

$BC = 10 \text{ cm}$

On trace deux droites perpendiculaires en A.
 On place le point B tel que
 AB = 8 cm et le point C tel que AC = 6 cm.

2°) Calculer BC puis cos ABC

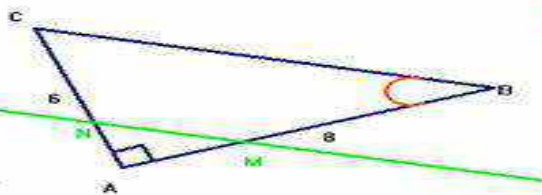
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $\cos ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = 0.8$
 $BC^2 = 64 + 36$

$\cos ABC = 0.8$

3°) Placer le point M tel que $AM = \frac{1}{3} AB$

4°) La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N.

On partage le segment [AB] en trois parties égales:



5) Comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$

A, M et B sont alignés dans cet ordre
 A, N et C sont alignés dans cet ordre
 (BC) // (MN)

alors

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (Théorème de Thalès)

b) En déduire que $AN = \frac{1}{3} AC$

$AM = \frac{1}{3} AB$ donc $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \boxed{AN = \frac{1}{3} AC}$

EXERCICE1 :

1) f existe si $2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$ donc f existe si $x \in [\frac{3}{2}; +\infty[$.

2) f(2) existe car $2 \in [\frac{3}{2}; +\infty[$ et $f(2) = \sqrt{2 \times 2 - 3} = \sqrt{4 - 3} = 1 \Leftrightarrow f(2) = 1$

f(0) n'existe pas car 0 n'appartient pas à $[\frac{3}{2}; +\infty[$

f(-3) n'existe pas car -3 n'appartient pas à $[\frac{3}{2}; +\infty[$

f(5) existe car $5 \in [\frac{3}{2}; +\infty[$ et $f(5) = \sqrt{2 \times 5 - 3} = \sqrt{10 - 3} = \sqrt{7} \Leftrightarrow f(5) = \sqrt{7}$

3) Soit $A = (2-\sqrt{3})^2$ et $B = (2+\sqrt{3})^2$

a) $A^2 = (2-\sqrt{3})^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 \Leftrightarrow A^2 = 7 - 4\sqrt{3}$

b) $B^2 = (2+\sqrt{3})^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 \Leftrightarrow B^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

c) On a $C = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}|$. cherchons le signe de $2 - \sqrt{3}$. on a : $2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1 > 0$

Donc on a $|2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow C = 2 - \sqrt{3}$

On a $D = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = |2 + \sqrt{3}|$. or $2 + \sqrt{3} > 0 \Leftrightarrow D = 2 + \sqrt{3}$.

EXERCICE2 :

Choix des inconnues : soit X le nombre de garçons de la 3^e A et Y le nombre de garçons de la 3^e B.

Mise en système :
$$\begin{cases} X + 5 = Y - 5 & (1) \\ Y + 1 = 2X & (2) \end{cases}$$

(1) $\Leftrightarrow X = Y - 10$.

Remplaçons X par sa valeur dans (2) alors (2) $\Leftrightarrow Y + 1 = 2(Y - 10) \Leftrightarrow Y + 1 = 2Y - 20 \Leftrightarrow Y - 2Y = -21 \Leftrightarrow Y = 21$

Remplaçons Y par sa valeur dans (1) on a (1) $\Leftrightarrow X = Y - 10 \Leftrightarrow X = 21 - 10 \Leftrightarrow X = 11$

Donc on a 11 garçons en 3^e A et 21 garçons en 3^e B

EXERCICE 3 :

1°) Trouver par le calcul les coordonnées du point C image de A dans la symétrie centre O et les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur \vec{u} . Soit C (x_C ; y_C) et D (x_D ; y_D)

$S_C(A) = C$ alors $\vec{AO} = \vec{OC}$

$$\vec{AO} = -\vec{OA} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = -3 \end{cases} \Rightarrow C \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$t_{\vec{u}}(A) = D$ alors $\vec{BC} = \vec{AD}$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ -3 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - 2 \\ y_D - 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \vec{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 4 \\ y_D - 3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2°) Montrer que le quadrilatère (A, D, C, B) est un rectangle.

$\vec{BC} = \vec{AD}$ alors (A, D, C, B) est un parallélogramme.

Montrons que \vec{AB} et \vec{BC} sont orthogonaux :

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 2 \\ 3 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$4 \times 0 + (-6) \times 0 = 0 + 0 = 0 \text{ donc } \vec{AB} \text{ et } \vec{BC} \text{ sont orthogonaux.}$$

(A, D, C, B) est un parallélogramme et \vec{AB} et \vec{BC} sont orthogonaux. \Rightarrow (A, D, C, B) est un rectangle

3°) Trouver la longueur L du cercle circonscrit au rectangle (A, D, C, B) on prendra $\pi = 3,14$.

$L = \text{Diamètre} \times \pi$

Le diamètre du cercle circonscrit égale la diagonale du rectangle.

Calculons la diagonale AC du rectangle.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

NB : on peut calculer AC en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle.

$$AC = \sqrt{(2-2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{0+36} = \sqrt{36} = 6$$

$$L = AC \times \pi$$

$$L = 2\sqrt{13} \times 3,14$$

$$L = 6,24\sqrt{13}$$

4°) Déterminer l'équation de la médiatrice (Δ) du segment [AC]

Soit A = C alors O est le milieu de [AC].

La médiatrice (Δ) du segment [AC] passe donc par O.

Soit M(x, y) un point de (Δ) : OM et AC sont orthogonaux.

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 2 \\ -3 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$$

\vec{OM} et \vec{AC} sont orthogonaux $\Leftrightarrow 4x - 6y = 0$

$$(\Delta) : 4x - 6y = 0$$

5°) Trouver le réel a pour que le point K(a, -1) appartienne à (Δ).

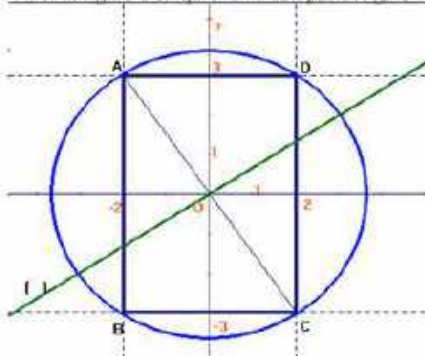
$K \in (\Delta)$ alors $4a - 6(-1) = 0$.

Réolvons l'équation $4a + 6 = 0$ pour trouver a

$$4a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

Voici la figure bien qu'elle ne soit pas obligatoire (elle n'est pas demandée).



EXERCICE 4 :

1) Calculons en fonction de a le volume du cône V

On a : $V = \frac{\text{Aire de Base} \times \text{Hauteur}}{3} = \frac{\pi a^2 \times 2a}{3} \Leftrightarrow \boxed{V = \frac{2\pi}{3} a^3}$

Soit T un point qui décrit le cercle, calculez une mesure, selon le degré, de l'angle \widehat{OST}

T est un point du cercle, donc $OT = a$

Calculons la tangente de \widehat{OST} puisqu'on connaît OS et OT

\widehat{OST} est un triangle rectangle en O , alors $\text{tg } \widehat{OST} = \frac{OT}{OS}$

$$\text{tg } \widehat{OST} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} = 0,5$$

L'extrait de la table montre que :

$$0,488 < \text{tg } \widehat{OST} < 0,540$$

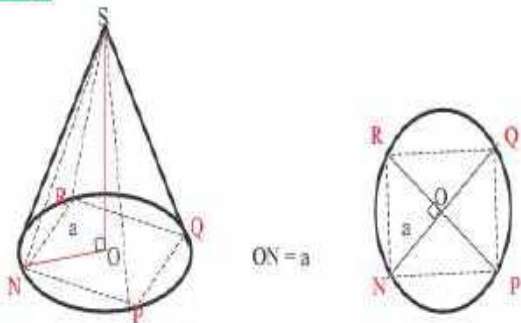
$$\text{tg } 26^\circ < \text{tg } \widehat{OST} < \text{tg } 27^\circ$$

Donc $\widehat{OST} = 26^\circ$ à 1° près par défaut.

Angles	25°	26°	27°	28°
tangente	0,466	0,488	0,540	0,532

NPQR est un carré inscrit dans le cercle \odot

Calculer en fonction de a le volume et l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR



Soit V_P le volume de la pyramide de sommet S et de base NPQR.

$$V_P = \frac{\text{Aire de base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$\text{Aire de base} = a\sqrt{2} \times a\sqrt{2} = 2a^2$$

$$V_P = \frac{2a^2 \times 2a}{3} = \frac{4a^3}{3}$$

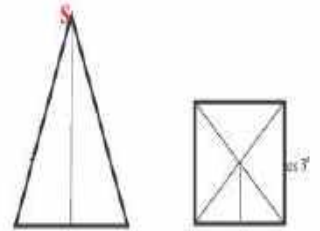
$$\text{Hauteur} = 2a$$

$$\boxed{V_P = \frac{4a^3}{3}}$$

Soit A_T l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR.

$$A_T = \text{Aire de base} + \text{Aire latérale}$$

$$\text{Aire latérale} = 4 \times \frac{SI \times NP}{2}$$



$$NP = a\sqrt{2}$$

$$\boxed{0}$$

Calculons SI .

N I P N I P

Pour cela calculons d'abord OI .

OIN est un triangle rectangle en I : $OI^2 = ON^2 - NI^2$

$$NI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$NP = a\sqrt{2}$$

$$OI^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$$OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$SI^2 = OI^2 + OS^2$$

$$SI^2 = \frac{a^2}{2} + 4a^2 = \frac{9a^2}{2}$$

$$SI = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Aire latérale} = 4 \times \frac{3a\sqrt{2} \times a\sqrt{2}}{2 \times 2} = 6a^2$$

$$\text{Aire de base} = 2a^2$$

$$A_T = 6a^2 + 2a^2 = 8a^2$$

$$\boxed{A_T = 8a^2}$$

XVI. EPREUVES CONCOURS

EXERCICE 1 : concours douanes 2001

On donne un triangle GEO rectangle en E tel que selon le cm

$$GO = 4x + 3 \text{ et } EO = x + 1$$

- 1) a) Calculer GE^2
- b) En déduire la valeur numérique de GE pour $x = 2$ et pour $x = 2$
- 2) a) Pour quelles valeurs de x peut-on écrire $K = GE^2$
 $(3x + 2)(5x + 1)$
- b) Simplifier K
- c) Résoudre dans $\mathbb{R} : |GO| = |OE| ; GO \times OE \gg 0$
- 3) Soit l'expression $H = GO^2 - 4EO^2$.
- a) Développer, puis réduire H
- b) Factoriser H
- c) Déterminer la valeur numérique de H pour $x = \sqrt{3}$; puis pour $x = -1$

EXERCICE 2 : Concours Douanes 2001

Dans un repère orthonormé (0, i, j), placer les points A(1,2) ; B(-2,5) et C(5,6).

- 1) Quels sont les coordonnées des vecteurs des AB ; AC et BC ;
- 2) Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC ;
- 3) Montrer que ABC est un triangle rectangle.
- 3) Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Calculez les coordonnées du point G..

EXERCICE 3 : Concours Douanes 2002

Une somme de 450 000 F a rapporté 22 500 F en 15 mois. Calculez l'intérêt annuel. 2) Un automobiliste fait un voyage de 416 km entre 7h et 12h 12mn. A quelle vitesse moyenne horaire a-t-il roulé ? 3) Un vase rempli d'eau aux $\frac{2}{3}$ pèse 11,800 kg. Rempli complètement, il pèse 12,500 kg. Quelle est la capacité de ce vase ? 4) Un champ carré a un périmètre de 372 m. Calculez son côté et sa surface. 5) Sur une carte à l'échelle 1/2500, deux points sont séparés par une distance de 10 cm. Calculez la distance réelle entre ces deux points en km.

EXERCICE 4: Concours Douanes 2002

Parti de Saint-Louis à 8h 55mn, un automobiliste est arrivé à Kaolack à 13h 30mn. Le compteur kilométrique marquait 5935 km au départ et 6375 km à l'arrivée. Le compteur de carburant marquait 35 litres de gasoil au départ et 5 litres à l'arrivée.

- 1) Quelle a été la durée du trajet ?
- 2) Quelle a été la consommation moyenne de gasoil sur 100 km ?
- 3) Quelle a été la vitesse moyenne horaire du véhicule ? 4) Sachant que le litre de gasoil coûte 210 F, combien devront payer l'automobiliste et chacun des 4 passagers pour l'achat du carburant nécessaire ?

EXERCICE 5: Concours Douanes 2001

Un village compte 2800 habitants. On estime les besoins en eau de ce village à 25 litres par jour pour chaque habitant.

- 1) Calculez en m³ les besoins en eau de ce village.
- 2) On veut installer un réservoir capable de contenir l'eau nécessaire aux habitants pour une période de quatre (04) jours. Quelle devra être la capacité de ce réservoir ?
- 3) Ce réservoir sera un parallélépipède rectangle de 40 m² de surface de base. Quelle sera sa hauteur ?
- 4) Calculez ses autres dimensions, sachant que la largeur mesure 2 m de moins que la hauteur.

EXERCICE 6: Concours Douanes 2001

Un champ rectangulaire de 450 m de long et 320 m de large est divisé en 08 parcelles par 03 allées tracées dans le sens de la largeur et d'une allée dans le sens de la longueur. Sachant que la largeur d'une allée est de 2 m :

- 1) Calculez la surface cultivable du champ.
- 2) Pour protéger ce champ contre les animaux, le propriétaire l'entoure d'un fil de fer barbelé soutenu par des piquets en fer. S'il laisse une grande porte de 5 m, calculez le nombre de piquets à planter si l'intervalle entre les piquets est de 5 m.
- 3) Le rendement du champ à la récolte est de 15 q de maïs à l'hectare. Calculez le prix de la récolte si la tonne de maïs est vendue à 150 000 francs.
- 4) Après la vente, le propriétaire place les $\frac{2}{5}$ de la somme à la banque au taux de 6%. Quelle somme tirera-t-il de la vente au bout de cinq (05) ans ?

EXERCICE 7: Concours d'entrée Centres Nationaux de Formation Technique (CNFT) 2018

Soit 3 vecteurs \vec{U} ; \vec{V} et \vec{W} non nul tels que : $\vec{U} + 2\vec{V} = \vec{W}$ et $\vec{W} - 3\vec{U} = 5\vec{V}$

- 1) Démontrer que \vec{U} et \vec{V} sont colinéaires
- 2) \vec{W} et \vec{U} sont-ils colinéaires ? Justifier votre réponse

EXERCICE 8: Concours d'entrée Centres Nationaux de Formation Technique (CNFT) 2018

On pose $A = \frac{1}{(1-\sqrt{2})^2}$ et $B = (1 - \sqrt{2})^2$

- 1) Démontrer que $A = (1+\sqrt{2})^2$
- 2) Calculer $A \times B$
- 3) Ecrire $\frac{A}{B} - \frac{B}{A}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b étant des entiers naturels

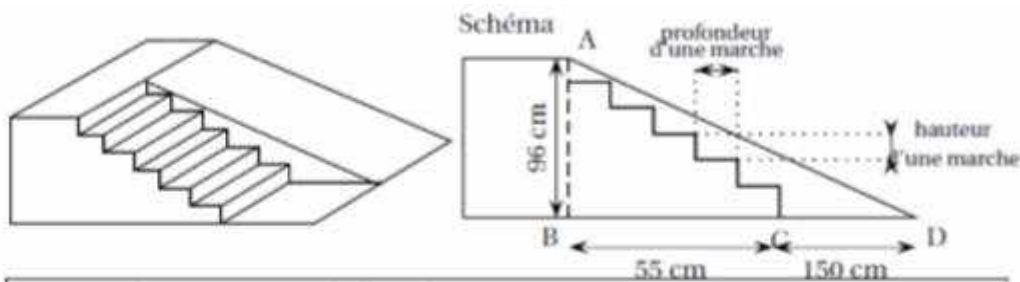
EXERCICE 9: Concours d'entrée Centres Nationaux de Formation Technique (CNFT) 2018

On pose $A(x) = 9(2x-1)^2 - (3x-2)^2$ et $B(x) = 5x^2 + 3x + 5$

- 1) Développer, réduire et ordonner $A(x)$
- 2) Factoriser $A(x)$
- 3) Calculer $A(x)$ pour $x = \frac{2}{3}$ et ensuite pour $x = \sqrt{2}$
- 4) Résoudre dans \mathbb{R}
 - a) $A(x) = 0$
 - b) $A(x) = B(x)$
 - c) $A(x) - B(x) < 0$
- 5) On considère le triangle IJK rectangle en I tel que $KJ = 3(2\sqrt{2} - 1)$ et $IJ = 3\sqrt{2} - 2$.
Montrer que $IK^2 = A(\sqrt{2})$

EXERCICE 10 : Challenge scientifique du Rassemblement des scientifiques de Bargny(RSB) 2019

On souhaite construire une structure pour un skatepark, constitué d'un escalier de six marches identiques permettant d'accéder à un plan incliné dont la hauteur est égale à 96 cm. Le projet de cette structure est présenté ci- dessous



Normes de construction de l'escalier :

$40 \leq 2h + p \leq 45$ où h est la hauteur d'une marche et p la Profondeur d'une marche en cm.

Demandes des habitués du skatepark :

Longueur du plan incliné (c'est-à-dire la longueur AD) comprise entre 2,20 m et 2,50 m

Angle formé par le plan incliné avec le sol (ici l'angle \widehat{BDA}) compris entre 20° et 30°

- 1) Les normes de construction de l'escalier sont-elles respectées ?
- 2) Les demandes des habitués du skatepark pour le plan incliné sont-elles satisfaites ?
- 3)

EXERCICE 11 : Challenge scientifique du Rassemblement des scientifiques de Bargny(RSB) 2019

Dans un magasin, un article est vendu P francs. La semaine suivante, le prix de vente de cet article augmente de 4% ; on note alors Q ce nouveau prix de vente. La semaine suivante, le prix Q baisse de 5% ; on note enfin R ce nouveau prix de vente.

- 1) Exprimer Q en fonction de P, puis R en fonction de Q et enfin R en fonction de P
- 2) Sachant que $R = 494P$, en déduire P
- 3) Du prix P au prix R, le prix a-t-il baissé ou augmenté ? De quel pourcentage ?

EXERCICE 12 : Challenge scientifique du Rassemblement des scientifiques de Bargny(RSB) 2019

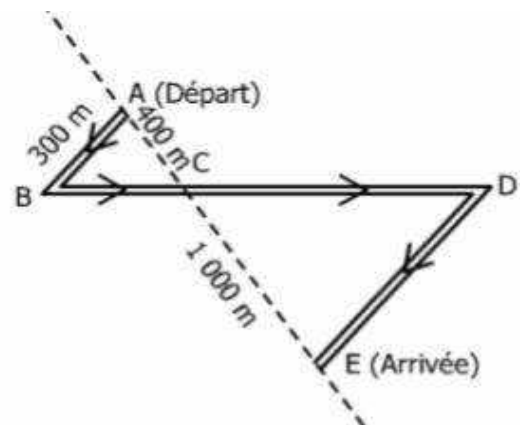
Des élèves participent à une course à pied.

Avant l'épreuve, un plan leur a été remis

Il est représenté par la figure ci-contre. On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles
- ABC est un triangle rectangle en A
- $AB = 300\text{m}$; $AC = 400\text{m}$; $CE = 1000\text{m}$

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE



EXERCICE 13 : Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016

1. On considère l'application f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par : $f(x) = |2x - 5|$.
- Exprime $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue. 1pt
 - Trouve par le calcul l'image du réel -1 et les antécédents du réel 4. 1,5pt
- On donne l'application g définie par :
- $$g(x) = f(x) + 5 \text{ si } x \geq \frac{5}{2} \text{ et } g(x) = -f(x) + 5 \text{ si } x \leq \frac{5}{2}$$
- Montre que, pour tout réel x , $g(x) = 2x$. 1pt
 - Quelle est alors la nature de g ? 0,5pt
 - Calcule les images par g de $2 - \sqrt{3}$ et de $3\sqrt{3}$. 0,5pt
 - Déduis-en $g(2 + 2\sqrt{3})$. 0,5pt

EXERCICE 14 : Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016

- A Dans un repère orthonormal $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$, on donne C_1 le cercle de centre O et de rayon OJ .
- On appelle R le point qui appartient à la fois à C_1 et à l'axe des abscisses et dont l'abscisse est positive. Place R et détermine ses coordonnées. 0,5 pt + 0,5 pt
 - On appelle P l'image de J par la translation de vecteur \overrightarrow{OR} . Montre que P a pour coordonnées $(\sqrt{2}, 1)$ et déduis-en que le quadrilatère $OJPR$ est un rectangle. 0,5 pt + 0,5 pt
 - On donne C_2 le cercle de diamètre $[JP]$ et le point O_1 milieu de $[JP]$. Trace C_2 et montre qu'il passe par le point $F(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} + 1)$. 0,5 pt + 0,5 pt
 - Place M_1 le point d'intersection de (FO) et de $[JO_1]$ et M_2 le point d'intersection de (FR) et de $[O_1P]$. En utilisant le théorème de Thales, montre que $O_1M_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} JM_1$ puis calcule O_1M_1 et JM_1 . 1pt + 1pt + 1pt
 - Place N_1 le point d'intersection de (FO) et C_2 et N_2 le point d'intersection de (FR) et C_2 . On admet que $N_1 O_1 N_2$ est un triangle rectangle en O_1 , détermine alors la mesure de l'angle \widehat{OFR} . Déduis-en la $\tan(\frac{\pi}{8})$. 2 pts
- Du disque de frontière C_2 on enlève le secteur $N_1 O_1 N_2$ pour faire du reste du disque un entonnoir.
- Détermine le rayon du cercle de la base et le volume de l'entonnoir en litre si $OI = 1 \text{ dm}$. 1 pt + 2 pt

EXERCICE 15 : Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016

On pose $A = \frac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{8}}$ et $B = \sqrt{2-\sqrt{3}}$

- 1) Détermine le signe de A. *1pt*
- 2) Calcule A^2 et B^2 . *1pt*
- 3) Montre que A et B sont opposés. *1pt*
- 4) Dédus-en que A et B sont les solutions dans IR de l'équation $x^2-2+\sqrt{3}=0$. *2pts*

EXERCICE 16 : Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016

Soit ABC un triangle, on pose B' et C' des points respectifs de [AB] et [AC].

Si $B'C' = \frac{1}{2}BC$ alors B' et C' sont les milieux respectifs de [AB] et [AC] ; cette affirmation est-elle vraie ? Justifie ta réponse.

EXERCICE 17 : Concours d'entrée Lycée scientifique d'excellence de Diourbel 2016

Soit C_1 un cercle de centre O et de rayon 4cm. A, B et C sont trois points de C_1 tels que les angles \widehat{BAC} et \widehat{BOC} soient complémentaires.

- 1) Calcule les mesures des angles \widehat{BAC} et \widehat{BOC} . *1pt*
- 2) Trace C_1 . *1pt*
- 3) Place un point C et son symétrie A par rapport à O. *1pt*
- 4) Trace le cercle C_2 de centre C et de rayon 4 cm puis place B1 et B2 les points d'intersection de C_1 et C_2 . *1pt*
- 5). Justifie que les angles $\widehat{B1AC}$ et $\widehat{B1OC}$ sont complémentaires. *1pt*