

7.2. EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

10 délégués de classe se réunissent pour former le bureau du foyer.

1. Sachant qu'un bureau est composé de 3 membres, quel est le nombre de bureaux possibles ?
2. Sachant qu'un bureau est composé d'un président, d'un trésorier et d'un secrétaire, quel est le nombre de bureaux possibles
 - a) si l'on suppose qu'il n'y a pas de cumul ?
 - b) si l'on suppose qu'il y a cumul ?

Exercice 2

8 athlètes parmi lesquels Hussein Bolt, s'alignent pour la finale de 100 m des jeux olympiques. Sachant qu'il n'y a pas d'ex aequo,

1. Quel est le nombre de podiums possibles ?
2. Quel est le nombre de podiums dans lesquels
 - a) Bolt est premier ?
 - b) figure Bolt ?

Exercice 3

Dans un jeu de 32 cartes, combien de « mains » de 5 cartes peut-on avoir comportant :

- 1) Exactement 2 valets ? 2) 3 carreaux ?
- 3) Plus de 2 dames ? 4) Au moins un roi ?

Exercice 4

Une urne contient 5 boules rouges (BR), 3 boules blanches (BB) et 2 boules noires (BN).

A. On tire simultanément 3 boules de l'urne.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Quel est le nombre de tirages comportant :

- a) 3BR ? b) 3BN ? c) 2BB et 1BN ?
 d) 2BB ? e) Au moins 1BB ?
 f) des boules de même couleur ? g) des boules tricolores ?

B. On tire successivement sans remise 3 boules de l'urne.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Quel est le nombre de tirages comportant :
 a) 3BR ? b) 3BN ? c) 2BB suivies d'une BN ?
 d) 2BB et 1BN ? e) 2BB ? f) au moins 1BB ?

C. On tire successivement avec remise 3 boules de l'urne.
 Répondre aux mêmes questions que dans (B).

Exercice 5

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. Calculer la probabilité d'obtenir :

- 1) le roi de trèfle. 2) un roi. 3) un trèfle.
- 4) un roi ou un trèfle. 5) ni roi, ni trèfle.

Exercice 6

On considère deux urnes U_1 et U_2 . U_1 contient 3 boules blanches et 2 boules noires. U_2 contient 5 boules blanches et une boule noire. L'expérience (E) consiste à tirer une boule dans chaque urne. Le tirage étant équiprobable, calculer la probabilité de tirer exactement :

1. a) deux boules blanches. b) deux boules noires.
 c) une boule blanche et une boule noire.
2. On appelle A l'événement « les deux boules tirées sont de la même couleur ».
 a) Démontrer que la probabilité de A est $\frac{17}{30}$.
 b) On répète l'expérience (E) 5 fois de suite en ayant soin de remettre les boules tirées après chaque tirage dans leur urne

d'origine. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 fois l'événement A ?

c) On répète l'expérience (E) n fois de suite dans les mêmes conditions. Quelle est la probabilité p_n d'obtenir au moins une fois l'événement A ?

d) Trouver le plus petit entier n tel que $p_n \geq 0,999$.

Exercice 7

On dispose d'un dé pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note p_i la probabilité de l'événement « le résultat du lancer est i »

1. Calculer p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 sachant que $p_2 = p_1$; $p_3 = 3p_1$; $p_4 = 2p_1$; $p_5 = 2p_6$; $p_6 = 2p_3$

2. Calculer la probabilité de l'événement « obtenir un numéro pair ».

3. On lance 5 fois de suite le dé. Quelle est la probabilité d'obtenir 4 fois un numéro pair.

Exercice 8

On répartit les élèves d'une classe de Terminale S selon le tableau suivant :

	Matheux	Non matheux
Garçons	3	15
Filles	2	10

1. Calculer la probabilité qu'un élève de la classe soit

a) un matheux. b) un garçon. c) un garçon et un matheux.

d) un matheux sachant qu'il est un garçon.

2. Les événements « être un garçon » et « être un matheux » sont ils indépendants ?

Exercice 9

Pour prévenir l'extension d'une certaine maladie, on vaccine 60% d'une population à risque. Le vaccin n'étant pas totalement infaillible, 10% des personnes vaccinées attrapent la maladie. En revanche 30% des individus non vaccinés ne sont pas malades.

1. On choisit une personne au hasard. Quelle est la probabilité

a) qu'elle soit malade sachant qu'elle est vaccinée ?

b) qu'elle soit malade et vacciné ?

c) qu'elle contracte la maladie ?

2. Calculer la probabilité qu'un individu bien portant soit vacciné.

Exercice 10

On dispose de 2 urnes U_1 et U_2 . U_1 contient 4 boules blanches et 1 boule noire. U_2 contient 2 boules blanches et 3 boules noires. On choisit une urne au hasard, puis une boule dans l'urne choisie.

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule noire :

a) sachant que l'urne choisie est U_1 ?

b) sachant que l'urne choisie est U_2 ?

2. En déduire la probabilité de tirer une boule noire.

Exercice 11

On jette deux dés ayant la forme d'un tétraèdre régulier dont les faces sont numérotées de 1 à 4. On note X la somme des numéros obtenus.

1. a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Représenter la loi de probabilité de X .

2. a) Définir F la fonction de répartition de X .

b) Représenter F .

3. Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X .

Exercice 12

Une urne contient 5 jetons blancs et 3 jetons rouges. Un jeu consiste à tirer simultanément 5 jetons de l'urne. Pour chaque jeton rouge tiré, le joueur gagne 100 francs et pour chaque jeton blanc tiré, il perd n francs ($n > 0$). Soit Y la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.

1. Déterminer en fonction de n , la loi de probabilité de Y .
2. Calculer en fonction de n , $E(Y)$.
3. Déterminer n pour que le jeu soit équitable.

Exercice 13

Lors de l'épreuve du Bac d'Anglais, un candidat doit répondre à un QCM composé de 10 questions. Pour chacune d'elles il est proposé 4 réponses possibles, mais une seule est correcte. On suppose que le candidat répond au hasard à chacune des 10 questions.

1. Calculer la probabilité qu'un candidat, à l'issue de ce QCM
 - a) trouve uniquement la première question.
 - b) obtienne exactement une réponse correcte.
2. Soit X la variable aléatoire qui à toute grille de réponses rendues par un candidat, associe le nombre k de réponses correctes.
 - a) Déterminer en fonction de k la probabilité qu'un candidat ait k réponses exactes.
 - b) calculer $p(X \leq 1)$ et en déduire $p(X \geq 2)$.
3. Calculer $E(X)$.

A-t-on intérêt à répondre au hasard à ce QCM ?