CORRECTION

**Exercice 1 :**

[AB] est un segment.

C est le barycentre de (A,-1), (B,4).

P est le barycentre de $\left(A; \frac{1}{3}\right)$, $(B,\beta)$ avec $\beta \neq -\frac{1}{3}$.

Déterminer $\beta$ dans chacun des cas suivants.

1) P et C sont confondus.
2) $\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{AB}$.

Si C est barycentre de (A,-1), (B,4) alors $-\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

Si P est barycentre de barycentre de $\left(A; \frac{1}{3}\right)$, $(B,\beta)$ alors $\frac{1}{3}\overrightarrow{AP} + \beta\overrightarrow{BP} = \vec{0}$

1) Si P et C sont confondus alors $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{BC} = -3\beta\ \overrightarrow{BC}$

   Donc $\beta = -\frac{4}{3}$

2) Exprimons de deux manières différentes le vecteur $\overrightarrow{AP}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$ en utilisant la relation de Chasles.

$\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{BC}$ ➔ $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AP} = -3\beta\overrightarrow{BP} = -3\beta(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP})$

$(1 + 3\beta)\overrightarrow{AP} = 3\beta\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AP} = \frac{3\beta}{1 + 3\beta}\overrightarrow{AB}$

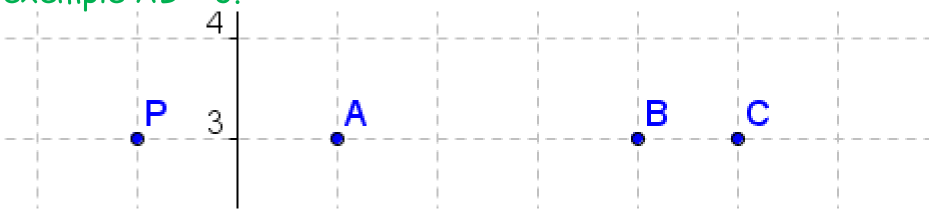
On a donc $-\frac{2}{3} = \frac{3\beta}{1 + 3\beta}$

Soit $-2 - 6\beta = 9\beta$

D'où : $\beta = -\frac{2}{15}$

<u>Autre méthode utilisant les distances</u> :

On représente les différents points sur une droite graduée en posant par exemple AB = 3.



CORRECTION

$\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ permet de placer le point C.

$\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{AB}$ permet de placer le point P.

On a alors : AC = 4 et AP = 2 et BP = 5

La relation vectorielle $\overrightarrow{AP} = -3\beta\,\overrightarrow{BP}$ se traduit en terme de distance par :

$$2 = 3|\beta|5$$

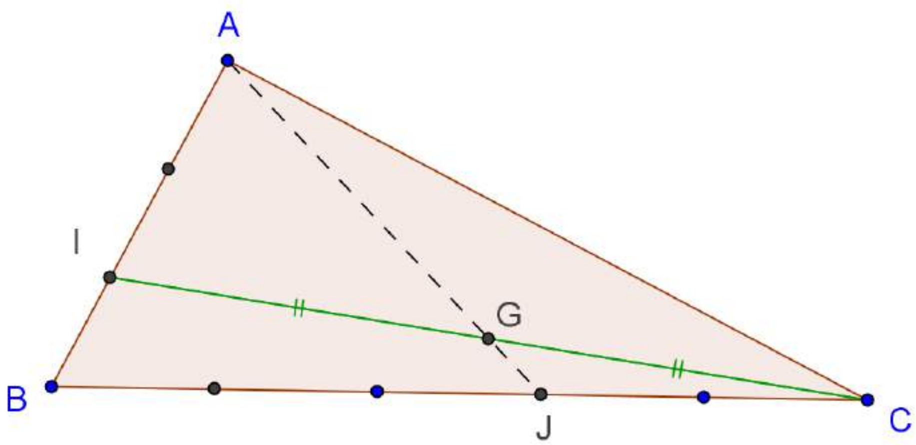
Donc $|\beta| = \frac{2}{15}$

Or, $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{BP}$ ont le même sens.

Donc $\beta < 0$ et donc $\beta = -\frac{2}{15}$

**Exercice 2** :

ABC est un triangle. Les points I et J sont repérés sur la figure, dont les graduations sont régulières. G est le milieu de [CI]. Le but de cet exercice est de prouver que A, G et J sont alignés.




1) Exprimer I comme un barycentre de A et B, puis J comme un barycentre de B et C.
2) On note G' le barycentre de (A,1), (B,2), (C,3).
   Quel théorème permet de justifier que G' est milieu de [IC] ?
   En déduire que G = G'.
3) Démontrer que A, G et J sont alignés.

1) $\overrightarrow{AI} + 2\,\overrightarrow{BI} = \vec{0}$

   Donc I est barycentre de (A,1) (B,2).

   $2\,\overrightarrow{BJ} + 3\,\overrightarrow{CJ} = \vec{0}$

   Donc J est barycentre de (B,2) (C,3).
2) Par associativité du barycentre :

   Si G' est barycentre de (A,1), (B,2), (C,3) alors G' est barycentre de (I,3), (C,3) (car I est barycentre de (A,1) (B,2)).

   Donc G' est le milieu de [IC].

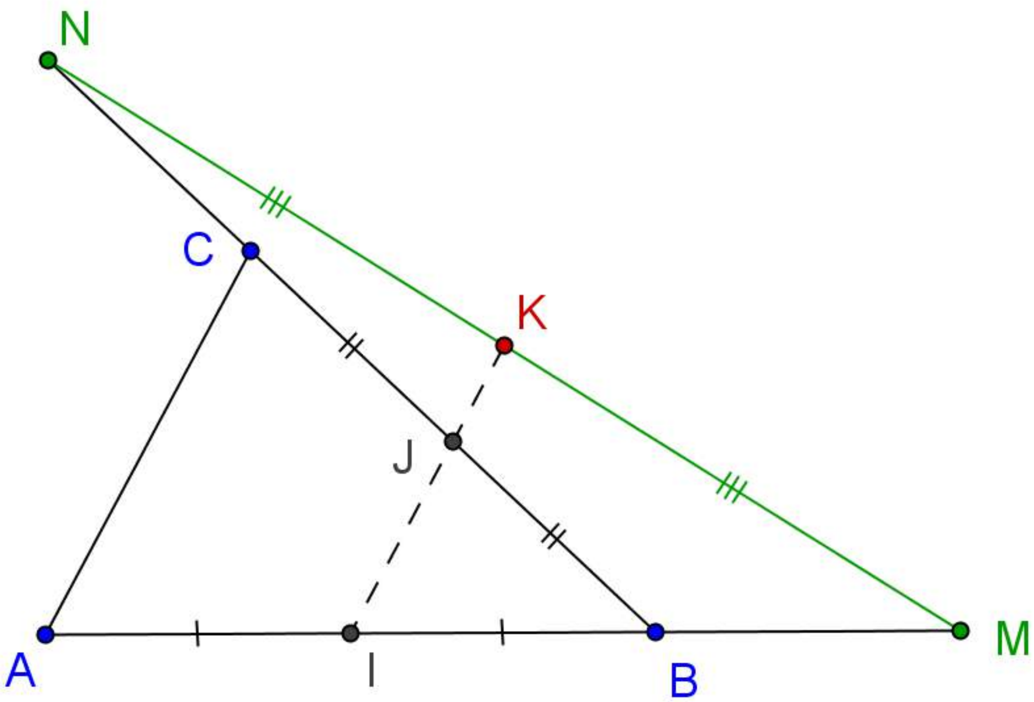
   Donc G' = G
3) Toujours avec l'associativité du barycentre G est barycentre de (A,1) et (J,5) car (J est barycentre de (B,2) (C,3)).

   Donc G appartient au segment [AJ].

   Donc les points A, G et J sont alignés.

**Exercice 3 :**

Sur la figure, les points M et N sont tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$. I, J et K désignent les milieux respectifs de [AB], [BC] et [MN].




1) Ecrire M comme un barycentre de A et B puis N comme un barycentre de B et C.
2) Choisir un repère du plan et prouver que les points I, J et K sont alignés.

CORRECTION

1) $\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} = \vec{0}$ : donc M est barycentre de (A,1), (B,-3).

$\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CN} = \vec{0}$ : donc N est barycentre de (B,1), (C,-2).

2) Dans le repère $(A\ ;\overrightarrow{AB}\ ;\overrightarrow{AC})$, on a $I\left(\frac{1}{2};0\right)$, $J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ ; $M\left(\frac{3}{2};0\right)$

$\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_N - 1 \\ y_N \end{pmatrix} = \frac{3}{2}\begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 1 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow N\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

K milieu de [MN] $\Rightarrow K\left(\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}{2};\dfrac{0+\frac{3}{2}}{2}\right)$ Soit $K\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$

On a donc $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IK} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

D'où : $\overrightarrow{IK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{IJ}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires.
Donc les points I, J et K sont alignés.

3)

K étant milieu de [MN] alors K est barycentre de { (M,-2), (N,-2)}
Soit K barycentre de { (A,1), (B,-3), (B,1), (C,-3) }
Soit K barycentre de { (A,1), (B,1), (B,-3), (C,-3) }
Par associativité du barycentre, K est barycentre de { (I,2), (J,-6) }
Car I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [BC].
Donc K appartient à la droite (IJ).
Donc les points I, J et K sont alignés.