

Chapitre 7 : DENOMBREMENT – PROBABILITE

Exercice 1

Soit A, B, C, ..., I, J ces 10 délégués.

1. Comme bureaux possibles on a ABC, DAF, ...

- Répétons un élément pour voir si un bureau est une p-liste :

Le bureau AAB n'est pas possible car il est composé des 2 délégués A et B, au lieu de 3 comme l'exige l'énoncé.

- Changeons l'ordre des éléments pour voir si on a des arrangements ou des combinaisons :

Le bureau ABC étant le même que le bureau BAC (car les deux bureaux sont composés des mêmes délégués) donc l'ordre n'intervient pas et par conséquent un bureau est une combinaison de 3 éléments d'un ensemble à 10 éléments.

Il en résulte que le nombre de bureaux est $C_{10}^3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$.

2. Supposons que le président occupe la 1ère place, le trésorier la 2ème et le secrétaire la 3ème.

a) Comme bureaux possibles on a DIC, JOB, ...

- Répétons un élément pour voir si un bureau est une p-liste :

Le bureau BOB n'est pas possible car le délégué B a cumulé 2 postes, contrairement à l'énoncé qui interdit le cumul.

- Changeons l'ordre des éléments pour voir si on a des arrangements ou des combinaisons :

Le bureau DAF est différent du bureau FAD car dans le 1^{er}, D est président alors que dans le 2^e c'est F qui est président. Donc l'ordre est pris en compte et par conséquent un bureau est un arrangement de 3 éléments d'un ensemble à 10 éléments.

Il en résulte que le nombre de bureaux est $A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$.

b) Comme bureaux possibles on a EIB, JAF, ...

- Répétons un élément pour voir si un bureau est une p-liste :

Le bureau ABB est possible car B cumule à la fois les postes de trésorier et de secrétaire. Donc un bureau est 3-liste d'un ensemble de 10 éléments.

Par conséquent le nombre de bureaux est $10^3 = 1000$.

Remarques :

- Ce type de raisonnement est utilisé pour savoir si on a des des p-listes, des arrangements ou des combinaisons dans le cas où on l'ignore; mais il n'est pas exigé.

- On peut retenir pour des exercices de dénombrement concernant un groupe de personnes faisant partie d'une entité plus large (bureaux, comité, ...) que :

- si les postes ou places ne sont pas précisés, on a des combinaisons.

- si les postes ou places sont précisés et s'il n'y a pas cumul, on a des arrangements.

- si les postes ou places sont précisés et s'il y a cumul, on a des p-listes.

Exercice 2

1. Un podium est constitué d'un groupe de 3 athlètes ; les places étant précisées (1^{er}, 2^e et 3^e) et du fait qu'il n'y a pas cumul (un athlète ne peut pas occuper 2 places), un podium est un arrangement de 3 éléments d'un ensemble à 8 éléments ;

par conséquent le nombre de podiums est $A_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$.

2. a) Bolt est 1^{er} donc on choisit pour la 1^{ere} place Bolt (A_1^1), puis (principe multiplicatif) 2 athlètes parmi 7 pour les places restantes (A_7^2)

Il en résulte que le nombre de podiums est

$$A_1^1 \times A_7^2 = 1 \times 7 \times 6 = 42.$$

b) Bolt est dans le podium, donc il est 1^{er} ou 2^e ou 3^e. Donc avant le choix de Bolt, on lui choisit 1 place parmi 3, (C_3^1 possibilités) ensuite on choisit Bolt (A_1^1), puis 2 athlètes parmi 7 (A_7^2). Il en résulte que le nombre de podiums est

$$C_3^1 \times A_1^1 \times A_7^2 = 3 \times 1 \times 7 \times 6 = 126.$$

Remarque :

Si on doit choisir p éléments et que ces p éléments peuvent occuper p places parmi n , avant le choix des p éléments, on leur choisit p places parmi n (C_n^p possibilités).

Exercice 3

Un jeu de 32 cartes est composé de :

- 8 trèfles (7 ; 8 ; 9 ; 10 ; as ; roi ; dame ; valet)
- 8 piques (7 ; 8 ; 9 ; 10 ; as ; roi ; dame ; valet)
- 8 cœurs (7 ; 8 ; 9 ; 10 ; as ; roi ; dame ; valet)
- 8 carreaux (7 ; 8 ; 9 ; 10 ; as ; roi ; dame ; valet)

Une « main » de 5 cartes est une combinaison de 5 éléments.

1. Pour une « main » de 5 cartes comportant 2 valets, on choisit 2 valets parmi 4 (C_4^2), puis (principe multiplicatif) on complète la main avec 3 cartes, qui ne sont pas des valets, parmi 28 (C_{28}^3).

D'où le nombre de « mains » est

$$C_4^2 \times C_{28}^3 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{28 \times 27 \times 26}{3 \times 2 \times 1} = 19656.$$

En utilisant le même raisonnement, on obtient pour les autres questions :

$$2. \quad C_8^3 \times C_{24}^2 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{28 \times 27}{2 \times 1} = 15456.$$

3. Une « main » comportant plus de 2 dames (> 2) est une « main » comportant 3 dames ou bien (principe additif)

4 dames ;

d'où le nombre de « mains » est $C_4^3 \times C_{28}^2 + C_4^4 \times C_{28}^1 = 1540$.

4. Une « main » comportant au moins un roi (≥ 1) contient soit 1 roi ou 2 rois ou 3 rois ou 4 rois. (principe additif).

D'où le nombre de « mains » est :

$$C_4^1 \times C_{28}^4 + C_4^2 \times C_{28}^3 + C_4^3 \times C_{28}^2 + C_4^4 \times C_{28}^1 = 103096.$$

Autre méthode

Soit A = « au moins un roi », on a \bar{A} = « pas de roi ».

Or $\text{card}A = \text{card}\Omega - \text{card}\bar{A}$, donc $\text{card}A = C_{32}^5 - C_{28}^5 = 103096$.

Exercice 4

Une urne contient 5BR, 3BB et 2BN.

A. Tirage simultané de 3 boules (on a des combinaisons)

1. $C_{10}^3 = 120$.

2. a) $C_5^3 = 10$.

b) 0 (car c'est impossible et $\text{card}\phi = 0$).

c) $C_3^2 \times C_2^1 = 6$.

d) « 2BB » : on tire 2BB, puis on complète par une boule non blanche pour avoir 3boules.

Donc le nombre de tirages est $C_3^2 \times C_7^1 = 21$.

e) A = « Au moins 1BB » ; on a \bar{A} = « pas de BB »

Or $\text{card}A = \text{card}\Omega - \text{card}\bar{A}$, donc $\text{card}A = C_{10}^3 - C_7^3 = 85$.

f) « des boules de même couleur » : on aura 3BR ou 3BB ou 3BN ; donc le nombre de tirages est :

$$C_5^3 + C_3^3 + 0 = 10 + 1 + 0 = 11.$$

g) « des boules tricolores » = « 1BR, 1BB et 1BN » ; donc le nombre de tirages est : $C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1 = 30$.

B. Tirage successivement de 3 boules (on a des arrangements)

1. $A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$.

2. a) $A_5^3 = 60$. b) 0. c) $A_3^2 \times A_2^1 = 12$.

d) 2BB et 1BN ?

Les 2BB peuvent occuper les 2 premières places ou les 2 dernières ou la 1^{ère} et la 3^{ème} place ; donc avant le choix des 2BB, on leur choisit 2 places parmi 3 (C_3^2 choix).

Par conséquent le nombre de tirages est : $C_3^2 \times A_3^2 \times A_2^1 = 36$.

e) « 2BB » = « 2BB et 1boule non blanche ». Donc comme pour la question précédente on aura le choix de places.

Par conséquent le nombre de tirages est : $C_3^2 \times A_3^2 \times A_1^1 = 126$.

f) « au moins 1BB » signifie qu'on a 1BB ou 2BB ou 3BB. Donc le nombre de tirages est :

$$C_3^1 \times A_3^1 \times A_7^2 + C_3^2 \times A_3^2 \times A_7^1 + A_3^3 = 510.$$

Autre méthode

Soit $A = \text{« au moins 1BB »}$; on a $\bar{A} = \text{« pas de BB »}$

Or $\text{card}A = \text{card}\Omega - \text{card}\bar{A}$, donc $\text{card}A = A_{10}^3 - A_7^3 = 510$.

C. Tirage successif avec remise de 3 boules (on a des p-listes)

1. $10^3 = 1000$.

2. a) $5^3 = 125$. b) $2^3 = 8$.

c) $3^2 \times 2^1 = 18$. d) $C_3^2 \times 3^2 \times 2^1 = 54$.

e) $C_3^2 \times 3^2 \times 7^1 = 189$.

f) Soit $A = \text{« au moins 1BB »}$, on a $\bar{A} = \text{« pas de BB »}$.

Or $\text{card}A = \text{card}\Omega - \text{card}\bar{A}$, donc $\text{card}A = 10^3 - 7^3 = 657$.

Exercice 5

Chaque carte ayant la même chance d'être tirée, le tirage est équiprobable ; en outre le tirage d'une carte peut être considéré comme des p-listes ou des arrangements ou des combinaisons.

$$\text{card}\Omega = 32^1 = 32.$$

1. $A : \text{« tirer le roi de trèfle »}$; $\text{card}A = 1^1$

$$\text{donc } p(A) = \frac{\text{card}A}{\text{card}\Omega} = \frac{1}{32}.$$

2. B : « tirer 1 roi » ; $\text{card}B = 4^1$ donc $p(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
3. C : « tirer 1 trèfle » ; $\text{card}C = 8^1$ donc $p(C) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.
4. D : « 1 roi ou 1 trèfle » ; $D = B \cup C$ donc
 $p(D) = p(B) + p(C) - p(B \cap C)$;
 or $B \cap C = A$, il en résulte : $p(D) = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$.
5. E : « ni roi, ni trèfle » ; $E = \bar{D}$ donc $p(E) = 1 - p(D) = \frac{21}{32}$.

Exercice 6

$U_1: \begin{Bmatrix} 3BB \\ 2BN \end{Bmatrix}$ et $U_2: \begin{Bmatrix} 5BB \\ 1BN \end{Bmatrix}$; $\text{card}\Omega = 5^1 \times 6^1 = 30$.

1.a) $p_a = \frac{3 \times 5}{5 \times 6} = \frac{1}{2}$. b) $p_b = \frac{2 \times 1}{5 \times 6} = \frac{1}{15}$.

c) « 1BB+1BN » la BB vient de U_1 ou de U_2 ;

d'où $p_c = \frac{3 \times 1}{5 \times 6} + \frac{5 \times 2}{5 \times 6} = \frac{13}{30}$.

2. a) A = « 2 boules de même couleur » ; on a

\bar{A} : « 1BB et 1BN ». D'où $p(A) = 1 - p(\bar{A}) = \frac{17}{30}$.

b) Obtenir 3 fois A au cours des 5 lancers, c'est obtenir 3 fois A et 2 fois \bar{A} . On peut obtenir A lors des 3 premiers lancers ou lors des 3 derniers ou ...etc ; c'est-à-dire obtenir $AAA\bar{A}\bar{A}$ ou $\bar{A}\bar{A}AAA$ ou $A\bar{A}A\bar{A}A$, ... ; donc le choix de places s'impose.

D'où la probabilité d'obtenir 3 fois A lors des 5 lancers est

$C_5^3 \times \left(\frac{17}{30}\right)^3 \times \left(1 - \frac{17}{30}\right)^2 \cong 0,34$.

c) B : « obtenir au moins A lors des n lancers » ; on a

\bar{B} = « ne pas obtenir A lors des n lancers »

= « obtenir \bar{A} lors des n lancers » ;

Or $p(\bar{B}) = [p(\bar{A})]^n = (\frac{13}{30})^n$ et $p_n = p(B) = 1 - p(\bar{B})$,

Donc $p_n = 1 - (\frac{13}{30})^n$.

d) n ?, $p_n \geq 0,999$.

$p_n \geq 0,999$ ssi $1 - (\frac{13}{30})^n \geq 0,999$ ssi $(\frac{13}{30})^n \leq 0,001$.

$\ln(\frac{13}{30})^n \leq \ln(0,001)$ ssi $n \ln(\frac{13}{30}) \leq \ln(0,001)$ ssi $n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(\frac{13}{30})}$

(car $\ln(\frac{13}{30}) < 0$) ssi $n \geq 8,26$; d'où $n = 9$.

Exercice 7

1. Exprimons toutes les probabilités en fonction de P_1 .

$P_2 = P_1$; $P_3 = 3P_1$; $P_4 = 2P_1$; $P_6 = 2P_3 = 6P_1$; $P_5 = 2P_6 = 12P_1$.

Or $\sum P_i = 1$ donc $25P_1 = 1$ d'où $P_1 = \frac{1}{25}$.

On en déduit que $P_2 = \frac{1}{25}$; $P_3 = \frac{3}{25}$; $P_4 = \frac{2}{25}$; $P_5 = \frac{12}{25}$; $P_6 = \frac{6}{25}$.

2. On obtient un numéro pair, si on a 2 ou 4 ou 6 ;

donc la probabilité d'obtenir un numéro pair est :

$$P_2 + P_4 + P_6 = \frac{9}{25}.$$

3. De la même manière que la question 2.b) de l'exercice 6, la probabilité d'obtenir 4 fois un numéro pair lors des 5 lancers est :

$$C_5^4 \times (\frac{9}{25})^4 \times (1 - \frac{9}{25})^1 \cong 0,05.$$

Exercice 8

	Matheux	Non matheux
Garçons	3	15
Filles	2	10

Soit M : « être un matheux » et G : « être un garçon ».

On lit le tableau pour donner les résultats suivants.

On a 30 élèves et le nombre de choix possibles d'un élève est $\text{card}\Omega = 30^1$.

1. a) $p(M) = ?$

On a 3 + 2 = 5 matheux donc $p(M) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$.

b) $p(G) = ?$

On a 3 + 15 = 18 garçons donc $p(G) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$.

c) $p(M \cap G) = ?$

On a 3 élèves qui sont à la fois « matheux » et « garçon », donc $p(M \cap G) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

d) $p(M/G) = ?$

Sachant que l'élève est un garçon, le nombre de cas possibles est 18 et le nombre de cas favorables à l'obtention d'un « matheux » est 3.

D'où $p(M/G) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$.

2. M et G indépendants ?

$p(M/G) = p(M)$ donc les événements M et G sont indépendants.

Autre méthode

$$p(M)p(G) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{10}$$

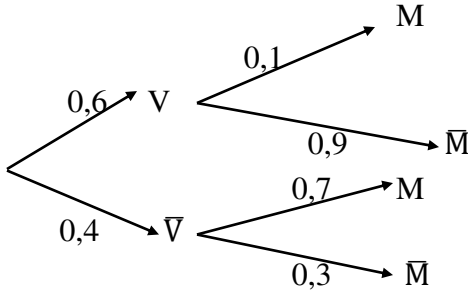
$= p(M \cap G)$; d'où M et G indépendants.

Exercice 9

Les probabilités de certains événements étant données dans l'énoncé, on peut définir avec des lettres ces événements et utiliser

un arbre de choix, pour trouver les probabilités qu'on peut en déduire.

Soit V : « être vacciné » et M : « être malade ».



$$\begin{array}{lll}
 p(V) = 0,6. & p(\bar{V}) = 0,4. & p(M / V) = 0,1. \\
 p(\bar{M} / V) = 0,9. & p(M / \bar{V}) = 0,7. & p(\bar{M} / \bar{V}) = 0,3.
 \end{array}$$

1. a) $p(M / V) = 0,1.$

b) $p(M \cap V) = p(V)p(M / V)$
 $= (0,6)(0,1) = 0,06.$

c) D'après le Théorème des probabilités totales

$$\begin{aligned}
 p(M) &= p(V).p(M / V) + p(\bar{V}).p(M / \bar{V}) \\
 &= (0,6)(0,1) + (0,4)(0,7) = 0,34.
 \end{aligned}$$

2. L'individu est bien portant, donc non malade ; la probabilité qu'il soit vacciné est $p(V / \bar{M}) = \frac{p(V \cap \bar{M})}{p(\bar{M})} = \frac{p(V)p(\bar{M} / V)}{p(\bar{M})}$;

$$\text{d'où } p(V / \bar{M}) = \frac{(0,6)(0,9)}{1 - 0,34} \cong 0,81.$$

Exercice 10

$$U_1 \begin{Bmatrix} 4BB \\ 1BN \end{Bmatrix} ; \quad U_2 \begin{Bmatrix} 2BB \\ 3BN \end{Bmatrix}.$$

Soit N : « tirer 1BN » et U_1 : « U_1 est choisie ».

1. $p(N/U_1) = \frac{1^1}{5^1} = \frac{1}{5}$.
2. $p(N/\overline{U_1}) = \frac{3^1}{5^1} = \frac{3}{5}$.
3. $p(N) = p(U_1)p(N/U_1) + p(\overline{U_1})p(N/\overline{U_1})$
 $= (\frac{1}{2}) (\frac{1}{5}) + (\frac{1}{2}) (\frac{3}{5}) = \frac{2}{5}$.

Exercice 11

Dé 2 \ Dé 1	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

1. a) Déterminons la loi de probabilité de X

X étant la somme des numéros, x_i les différentes valeurs prises par X sont 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8. (les valeurs obtenues dans le tableau ci-dessus qui donne la somme des numéros des 2 dés).

x le numéro qui apparaît sur le dé 1 et y celui qui apparaît sur le dé 2 forment le couple $(x ; y)$ à qui on associe la somme $x + y$.

- Obtenir une somme égale à 2 correspond à l'événement $(X = 2)$ qu'on obtient avec le couple de numéros (1 ; 1).

- Obtenir une somme égale à 3, correspond à l'événement $(X = 3)$ qu'on obtient avec les couples (1 ; 2) et (2 ; 1)

- etc.

La probabilité d'obtenir un couple de numéro étant $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$,

$$p\{(X = 2)\} = \frac{1}{16}. \quad p\{(X = 3)\} = 2 \times \frac{1}{16} = \frac{2}{16}.$$

$$p\{(X = 4)\} = 3 \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}. \quad p\{(X = 5)\} = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{4}{16}.$$

$$p\{(X = 6)\} = 3 \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}. \quad p\{(X = 7)\} = 2 \times \frac{1}{16} = \frac{2}{16}.$$

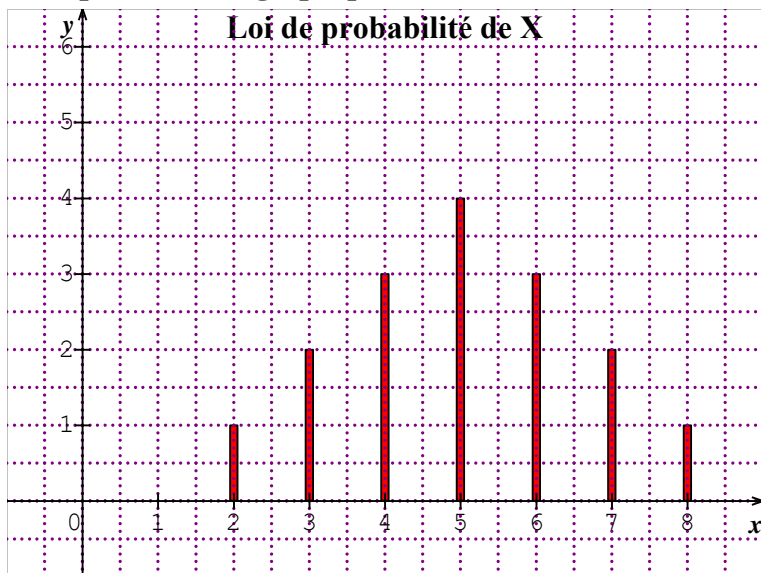
$$p\{(X = 8)\} = \frac{1}{16} .$$

On obtient ainsi la loi de probabilité définie ci-dessous.

x_i	2	3	4	5	6	7	8
p_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

on remarque que $\sum p_i = 1$.

b) Représentation graphique



On représente la loi de probabilité à l'aide d'un diagramme en batons.

Echelle : 1unité correspond à $\frac{1}{16}$ sur l'axe des ordonnées.

2. a) Définissons la fonction de répartition F , $F(x) = p(X \leq x)$

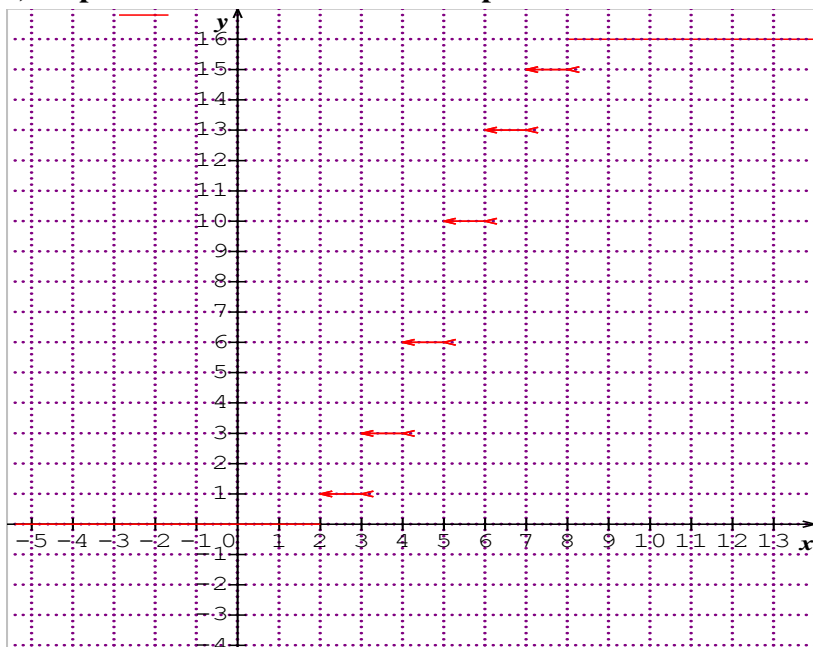
- Si $x \in]-\infty; 2[$, alors $F(x) = 0$.

- Si $x \in [2; 3[$, alors $F(x) = p_2 = \frac{1}{16}$.

- Si $x \in [3; 4[$, alors $F(x) = p_2 + p_3 = \frac{3}{16}$.

- Si $x \in [4; 5[$, alors $F(x) = p_2 + p_3 + p_4 = \frac{6}{16}$.
- Si $x \in [5; 6[$, alors $F(x) = p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = \frac{10}{16}$.
- Si $x \in [6; 7[$, alors $F(x) = p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = \frac{13}{16}$.
- Si $x \in [7; 8[$, alors $F(x) = p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 = \frac{15}{16}$.
- Si $x \in [8; +\infty[$, alors $F(x) = p_2 + p_3 + \dots + p_8 = 1$.

b) Représentons F la fonction de répartition ?



Echelle : 1 unité correspond à $\frac{1}{16}$ sur l'axe des ordonnées.

La représentation graphique de la fonction de répartition F est une fonction en escalier.

3. Calcul de $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$?

Pour ces calculs, on peut compléter le tableau définissant la loi de probabilité de cette manière :

x_i^2	4	9	16	25	36	49	64	
x_i	2	3	4	5	6	7	8	
p_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	Somme
$x_i \cdot p_i$	$\frac{2}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{20}{16}$	$\frac{18}{16}$	$\frac{14}{16}$	$\frac{8}{16}$	5
$x_i^2 \cdot p_i$	$\frac{4}{16}$	$\frac{18}{16}$	$\frac{48}{16}$	$\frac{100}{16}$	$\frac{108}{16}$	$\frac{98}{16}$	$\frac{64}{16}$	27,5

➤ $E(X) = \sum x_i \cdot p_i = 5.$

➤ $V(X) = \sum x_i^2 \cdot p_i - [E(X)]^2 = 27,5 - 25 ; \text{ d'où } V(X) = 2,5$

➤ $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \cong 1,58.$

Remarque

On peut aussi pour ces calculs, écrire les formules et ensuite utiliser une calculatrice pour avoir les résultats.

Exercice 12

U $\begin{Bmatrix} 5 \\ 3 \end{Bmatrix}$ JB ; Tirage simultané de 5 jetons

1. Loi de probabilité de Y ?

Le joueur peut tirer 5JB ou (4JB et 1JR) ou (3JB et 2JR) ou (2JB et 3JR).

- S'il tire 5JB, il aura un gain algébrique de $-5n$.
- S'il tire 4JB et 1JR, il aura un gain algébrique de $100 - 4n$.
- S'il tire 3JB et 2JR, il aura un gain algébrique de $200 - 3n$.
- S'il tire 2JB et 3JR, il aura un gain algébrique de $300 - 2n$.

Par conséquent les valeurs y_i prises par la variable aléatoire Y sont : $-5n ; 100 - 4n ; 200 - 3n ; 300 - 2n$. D'où

$$p(Y = -5n) = \frac{C_5^5}{C_8^5} = \frac{1}{56} . \quad p(Y = 100 - 4n) = \frac{C_5^4 \times C_3^1}{C_8^5} = \frac{15}{56} .$$

$$p(Y = 200 - 3n) = \frac{C_5^3 \times C_3^2}{C_8^5} = \frac{30}{56} . \quad p(Y = 300 - 2n) = \frac{C_5^2 \times C_3^3}{C_8^5} = \frac{10}{56} .$$

On obtient ainsi la loi de probabilité de Y, présentée dans le tableau suivant :

y_i	-5n	100 - 4n	200-3n	300-2n
$p_i = p(Y = y_i)$	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$

On remarque que $\sum p_i = 1$.

$$\begin{aligned} 2. E(Y) &= \sum y_i \cdot p_i = \frac{-5n}{56} + \frac{1500 - 60n}{56} + \frac{6000 - 90n}{56} + \frac{3000 - 20n}{56} \\ &= \frac{10500 - 175n}{56}. \end{aligned}$$

3. Le jeu est équitable ssi $E(Y) = 0$ ssi $10500 - 175n = 0$
ssi $n = 60$.

Exercice 13

1. Pour chaque question, la probabilité d'obtenir une réponse correcte est $\frac{1}{4}$ et celle d'obtenir une réponse incorrecte est $\frac{3}{4}$.

a) Le candidat trouve la première question signifie qu'il obtient une réponse correcte pour la première question et des réponses fausses pour les 9 autres questions. Par conséquent la probabilité de trouver la 1ere question est : $(\frac{1}{4})(\frac{3}{4})^9 \cong 0,018$.

b) Le candidat obtienne une réponse correcte ; la réponse correcte peut être obtenue à la 1ere question ou à la 2eme ou ...etc. Donc le choix de places se pose, d'où la probabilité d'obtenir 1 réponse correcte est

$$C_{10}^1 (\frac{1}{4})(\frac{3}{4})^9 \cong 0,18.$$

2. a) X suit la loi binomiale de paramètres 10 et $\frac{1}{4}$, donc la probabilité d'obtenir k réponses correctes en répondant aux 10 questions est $p(X = k) = C_{10}^k (\frac{1}{4})^k (\frac{3}{4})^{10-k}$.

$$\begin{aligned} b) * p(X \leq 1) &= p(X = 0) + p(X = 1) = (\frac{3}{4})^{10} + C_{10}^1 (\frac{1}{4})(\frac{3}{4})^9 \\ &\cong 0,23. \end{aligned}$$

$$* P(X \geq 2) = ?$$

$$(\overline{X \leq 1}) = (X > 1) = (X \geq 2);$$

$$\text{d'où } p\{(X \geq 2)\} = p\{(\overline{X \leq 1})\} = 1 - p\{(X \leq 1)\} \\ \cong 0,77.$$

3. X suit la loi binomiale de paramètres 10 et $\frac{1}{4}$ donc

$$E(X) = 10\left(\frac{1}{4}\right) = 2,5.$$

$E(X) = 2,5$ signifie qu'un candidat qui répond au hasard à ce QCM, obtient en moyenne 2,5 réponses correctes sur 10.

Par conséquent on a pas intérêt à répondre au hasard à ce QCM.

Chapitre 8 : SERIE STATISTIQUE DOUBLE

Exercice 1

1. Nuage de points ?