15- Verificar a validade de cada um dos seguintes argumentos

a) p∧~q, q∨~r, s→r ⊢ p∧~s
(1) p∧~q
(2) q∨~r
(3) s→r
(4) ~q (1) Simp
(5) ~r (4,2) SD
(6) ~s (3,5) MT
(7) p (1) Simp
(8) p∧~s Conj

b) p∨~q, ~q→r, p→s, ~r ⊢ s
(1) p∨~q
(2) ~q→r
(3) p→s
(4) ~r
(5) ~q (2,4) MT
(6) p (1,5) SD
(7) s (3,6) MP

c) p→q, q→~r, ~~r, p∨(s∧t) ⊢ s
(1) p→q
(2) q→~r
(3) ~~r
(4) p∨(s∧t)
(5) ~q 2,3 MT
(6) ~p 1,5 MT
(7) s∧t 4,5 SD
(8) s 7 Simp

d) p∨q, q→r, p→s, ~s ⊢ r∧(p∨q)
(1) p∨q
(2) q→r
(3) p→s
(4) ~s
(5) r∪s 1,7,3 DC
(6) r 4,5 SD
(7) r∧(p∨q) 1,5 conj

e) ~p∨~q, ~q→~r, ~p→t, ~t ⊢ ~q∧~t
(1) ~p∨~q
(2) ~q→~r
(3) ~p→t
(4) ~t
(5) ~p (3,4) MT
(6) ~t (3,5) MT
(7) ~q (1,5) SD
(8) ~r (2,7) MP
(9) ~t∧~r Conj (6,8)

f) p→~q, p∨r, r→~q, s→q, t ⊢ s∧t
(1) p→~q
(2) p∨r
(3) r→~q
(4) s→q
(5) t
(6) ~q∨~q 1,2,3 DC
(7) ~q 6 Independência
(8) ~s 4,7 MT
(9) ~s∧t Conj

g) $\neg p \to q$, $q \to r \land s$, $p \to t$, $\neg t \vdash s$
(1) $\neg p \to q$
(2) $q \to r \land s$
(3) $p \to t$
(4) $\neg t$
(5) $\neg p$ 3,4 MT
(6) q 1,5 MP
(7) $r \land s$ 2,6 MP
(8) s 7 Simp

h) $p \lor q$, $q \to r$, $\neg r \vdash p$
(1) $p \lor q$
(2) $q \to r$
(3) $\neg r$
(4) $\neg q$ 2,3 MT
(5) p 1,4 SD

i) $p \to q$, $\neg q \land \neg r$, $\neg r \to s \vdash \neg p \land s$
(1) $p \to q$
(2) $\neg q \land \neg r$
(3) $\neg r \to s$
(4) $\neg q$ 2 Simp
(5) $\neg r$ 2 Simp
(6) $\neg p$ 1,4 MT
(7) s 3,5 MP
(8) $\neg p \land s$ 6,7 Conj

j) $p \to q$, $p \lor r$, $\neg r \vdash q \lor s$
(1) $p \to q$
(2) $p \lor r$
(3) $\neg r$
(4) p 2,3 SD
(5) q 1,4 MP
(6) $q \lor s$ 5 Adição

k) $p \lor \neg q$, $\neg r$, $p \to r$, $\neg q \to s \vdash s$
(1) $p \lor \neg q$
(2) $\neg r$
(3) $p \to r$
(4) $\neg q \to s$
(5) $r \lor s$ 1,3,4 DC
(6) s 2,5 SD

l) $p \lor \neg q$, $\neg r$, $p \to r$, $\neg q \to s \vdash s$
(1) $p \lor \neg q$
(2) $\neg r$
(3) $p \to r$
(4) $\neg q \to s$
(5) $r \lor s$ 1,3,4 DC
(6) s 2,5 SD

M) $r \to t$, $s \to q$, $t \vee q \to \sim p$, $r \cup s \vdash \sim p$
(1) $r \to t$
(2) $s \to q$
(3) $t \vee q \to \sim p$
(4) $r \cup s$
(5) $t \vee q$ 1,2,4 DC
(6) $\sim p$ 3,5 MP

N) $p \to \sim q$, $\sim q \to \sim s$, $(p \to \sim s)$
$\to \sim t$, $r \to t \vdash \sim r$
(1) $p \to \sim q$
(2) $\sim q \to \sim s$
(3) $(p \to \sim s) \to \sim t$
(4) $r \to t$
(5) $p \to \sim s$ 1,2 SH
(6) $\sim t$ 3,5 MP
(7) $\sim r$ 4,6 MT

O) $p \vee q \to \sim r$, $s \to p$, $t \to q$, $s \cup t \vdash$
$u \vee \sim r$
(1) $p \vee q \to \sim r$
(2) $s \to p$
(3) $t \to q$
(4) $s \cup t$
(5) $p \vee q$ 2,3,4 DC
(6) $\sim r$ 1,5 MP
(7) $u \vee \sim r$ 6 Adição

8. Verificar que são válidos os seguintes argumentos

a) r → p ∨ q, r, ¬p ⊢ q
(1) r → (p ∨ q)
(2) r
(3) ¬p
(4) p ∨ q (MP)
(5) q (SD)

b) p → ¬q, ¬¬q, ¬p → r ⊢ r
(1) p → ¬q
(2) ¬¬q
(3) ¬p → r
(4) ¬p (2,3)
(5) r (3,4)

c) p ∧ q, p → r, q → s ⊢ r ∧ s
(1) p ∧ q
(2) p → r
(3) q → s
(4) p (1,2) Simp
(5) r (2,4) MP
(6) q (1) Simp
(7) s (2,6) MP
(8) r ∧ s (5,7) Conj

d) p → q, q → ¬r, p ⊢ ¬r
(1) p → q
(2) q → ¬r
(3) p
(4) q (1,3) MP
(5) ¬r (2,4) MP

e) p → q, ¬q, ¬p → r ⊢ r
(1) p → q
(2) ¬q
(3) ¬p → r
(4) ¬p (1,2) MT
(5) r (3,4) MP

f) p → q, p → r, p ⊢ q ∧ r
(1) p → q
(2) p → r
(3) p
(4) q (1,3) MP
(5) r (2,3) MP
(6) q ∧ r (4,5) Conj

g) p → q, ¬q, p ∨ r ⊢ r
(1) p → q
(2) ¬q
(3) p ∨ r
(4) ¬p (1,2) MT
(5) r (3,4) SD

h) p ∨ ¬q, r → ¬p, r ⊢ ¬q
(1) p ∨ ¬q
(2) r → ¬p
(3) r
(4) ¬p (2,3) MP
(5) ¬q (4,1) SD

i) ~p ∨ ~q, ~~q, q→p ⊢ ~q
(1) ~p ∨ ~q
(2) ~~q
(3) q→p
(4) ~p   [1,2] SD
(5) ~q   (3,4) MT

j) p→~q, ~~q,
   ~p→q∨S ⊢ q∨S
(1) p→~q
(2) ~~q
(3) ~p→q∨S
(4) ~p   (1,2) MT
(5) q∨S (3,4) MP

k) ~p ∨ ~q, ~~p, ~q∨~q ⊢ ~q∨~q
(1) ~p ∨ ~q
(2) ~~p
(3) ~q ∨ ~q
(4) ~q   (1,2) SD
(5) ~q∨~q (3,4) MT

l) p→~q∧~r, p, S→q, S∨T
   ⊢ T
(1) p→~q∧~r
(2) p
(3) S→q
(4) S∨T
(5) ~q∧~r (1,2) MP
(6) ~q   5 Simp
(7) ~S   (3,6) MT
(8) T   (4,7) SD

m) p∧q, p→~r, ~r∧S→~q,
    q→S ⊢ T
(1) p∧q
(2) p→~r
(3) ~r∧S→~T
(4) ~r∧S
(5) p   1 Simp
(6) q   1 Simp
(7) ~r   2,5 MP
(8) S   4,6 MP
(9) ~r∧S 7,8 SD
(10) ~T   9,3 MP