Resumo Calculo I

domingo, 8 de agosto de 2021 10:43

Funções

Composta

$$fog\ (x) = f(g(x))$$
$$gof\ (x) = g(f(x))$$

Funções pares e impares

- **Simetrias**
  - Função par: Se ∫ satisfazer **∫(-x)=∫(x)**
  - Função impar: Se ∫ satisfazer **∫(-x)=-∫(x)**

Lei de formação da função

- **Lei de formação da função inversa**: uma forma de encontrar a inversa de uma função bijetora.
  - 1º: inverte y por x e x por y.
  - 2º: isola o novo y
  - 3º: esse novo y é a inversa

Funções logarítmicas definição

- **Funções logarítmicas:** $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$

Logaritmo natural

$$\ln a = \log_e a$$

Propriedades logarítmicas

- **Funções logarítmicas: propriedades operatórias.**
  - **Produto:** $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$
  - **Quociente:** $\log_a(\frac{b}{c}) = \log_a b - \log_a c$
  - **Potência:** $\log_a b^c = c.\log_a b$
  - **Mudança de Base:** $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Limites parte 1

Definição

- O **limite** de **f(x)**, quando **x** tende a ***a***, é igual a **L**

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

Lei do limite parte 1

- Leis do limite: seja c uma constante e suponha qu existam os limites $\lim_{x \to a} f(x)$ e $\lim_{x \to a} g(x)$
  - Então:
    - *I.* $\lim_{x \to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$
    - *II.* $\lim_{x \to a}[cf(x)] = c.\lim_{x \to a} f(x)$
    - *III.* $\lim_{x \to a}[f(x)g(x)] = \lim_{x \to a} f(x).\lim_{x \to a} g(x)$
    - *IV.* $\lim_{x \to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$ se $\lim_{x \to a} g(x) \neq 0$

Lei do limite parte 2

- **Limite de uma função constante**

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} k = k$$

- **Potência de Limites**

$$\lim_{x \to a}(f(x))^n = (\lim_{x \to a} f(x))^n = L^n$$

Lei do limite parte 3

- **Exponencial do Limite**

Se $\lim_{x \to a} f(x) = L$ e $b \in \mathbb{R}$, então:

$$\lim_{x \to a} b^{f(x)} = b^{\lim_{x \to a} f(x)} = b^L \ .$$

- **Logaritmo do Limite**

Se $\lim_{x \to a} f(x) = L$, $L > 0$, $b \in \mathbb{R}$, $b > 0$, $b \neq 1$ e $n \in \mathbb{N}$, então:

$$\lim_{x \to a}(log_b f(x)) = log_b(\lim_{x \to a} f(x)) = log_b L \ .$$

Continuidade limites

- Dizemos que uma função f(x) é contínua num ponto *a* do seu domínio se as seguintes condições são satisfeitas:
  - *I.* $\exists f(a)$
  - *II.* $\exists \lim_{x \to a} f(x)$
  - *III.* $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

Limites laterais com continuidade

- O limite de f(x) para x→a existe se, e somente se, os limites laterais à direita a esquerda são iguais.
- Se $\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = C$
  - Então:

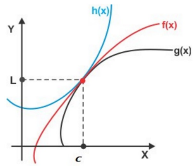
$$\lim_{x \to a} f(x) = C$$

Obs: Caso os limites laterais em "a" sejam diferentes, o limite neste ponto a não existe.

Teorema do confronto

- **Teorema do Confronto:** suponha que g(x)≤f(x)≤h(x) para todo x em um intervalo aberto contendo c, exceto, possivelmente, no próprio x=c.
  - **Suponha também que** $\lim_{x \to c} g(x) = \lim_{x \to c} h(x) = L$
  - **Então:**

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$



Limites parte 2

Limites infinitos

Limites infinitos propriedades 1

Limites infinitos propriedades 2

- **Limites Infinitos:** consiste nos casos em que o limite em um determinado ponto resulta em $\pm\infty$.

I) Seja $\boldsymbol{f}$ uma função definida em ambos os lados de a, exceto possivelmente em a. Então...

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty$$

significa que podemos fazer os valores de $f(x)$ ficarem arbitrariamente grandes, tomando x suficientemente próxima de a, mas não igual a a.

- **Propriedades do limites no infinito:** se n pertence a Z_+^*.

I) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

II) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} k = k$

- **Propriedades com limites infinitos:**

I) $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x^n} = \infty$

II) $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} \infty, \text{ n=par} \\ -\infty, \text{ n=ímpar} \end{cases}$

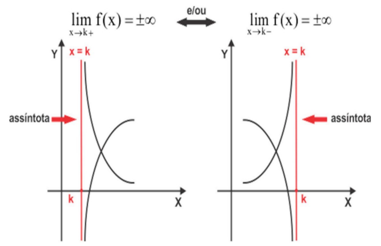
Tabela de operações limites infinitos

- **Operações com $\pm\infty$: considerando $\boldsymbol{n} \in \boldsymbol{N}^*$ e $\boldsymbol{c}$ sendo uma constante.**

$(+\infty)+(+\infty)=+\infty$	$(-\infty)+(-\infty)=-\infty$
$(+\infty)^n=+\infty$	$(+\infty)(-\infty)=-\infty$
se n par então $(-\infty)^n=+\infty$	se n ímpar então $(-\infty)^n=-\infty$
$+\infty+c=+\infty$	$-\infty+c=-\infty$
se $c>1$ então $c^{+\infty}=+\infty$	se $c>1$ então $c^{-\infty}=0$
se $0<c<1$ então $c^{+\infty}=0$	se $0<c<1$ então $c^{-\infty}=+\infty$
$\frac{c}{\pm\infty}=0$	

Assintotas verticais

- **Assíntotas Verticais:**



Limites infinitos envolvendo polinômios

- **Exemplo 1:** calcule $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(3x^4-7x^3+x^2+5)$
  - Devemos fatorar a potência de mais alto grau, que nesse caso é x^4. Portanto, dividir todos membros do meu polinômio por x^4. Digite a equação aqui.

$$x^4\left(3-\frac{7}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x^4}\right)$$

  - A expressão entre parênteses tende a 3 com $x\to\pm\infty$, ao passo que o fator x^4 tende a $+\infty$, $x\to\pm\infty$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(3x^4-7x^3+x^2+5)=$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} x^4\left(3-\frac{7}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x^4}\right) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} x^4(3) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} x^4(3) = \infty.3 = \infty$

Limites fundamentais

Limites Fundamentais

- Usando com frequência na resolução dos exercícios.

I) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{sen\,(x)}{x} = 1$

II) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

III) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x} = \ln a$

Propriedades trigonométricas

	0° ou 0 rad	30° ou $\frac{\pi}{6}$ rad	45° ou $\frac{\pi}{4}$ rad	60° ou $\frac{\pi}{3}$ rad	90° ou $\frac{\pi}{2}$ rad
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∄

$$\text{sen}^2\,\theta+\cos^2\theta=1$$

$$1+\text{tg}^2\,\theta=\sec^2\theta$$

$$1+\text{cotg}^2\,\theta=\text{cossec}^2\,\theta$$

$$\text{sen}(x\pm y)=\text{sen}\,x\cdot\cos y\pm\text{sen}\,y\cdot\cos x$$

$$\cos(x\pm y)=\cos x\cdot\cos y\mp\text{sen}\,x\cdot\text{sen}\,y$$

$$\text{sen}(2x)=2\,\text{sen}\,x\cdot\cos x$$

$$\cos(2x)=\cos^2x-\text{sen}^2x=2\cos^2x-1=1-2\text{sen}^2x$$

$$\cos^2x=\frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\text{sen}^2x=\frac{1-\cos 2x}{2}$$

Sunday, August 28, 2022 5:39 PM