Revisão Rápida

Nos exercícios de 1 a 4, resolva a equação ou a inequação.

1. $x^2 - 16 = 0$ **2.** $9 - x^2 = 0$

3. $x - 10 < 0$ **4.** $5 - x \leq 0$

Nos exercícios de 5 a 10, encontre algebricamente todos os valores de x para os quais a expressão algébrica *não* está definida.

5. $\dfrac{x}{x - 16}$ **6.** $\dfrac{x}{x^2 - 16}$

7. $\sqrt{x - 16}$ **8.** $\dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 1}$

9. $\dfrac{\sqrt{x + 2}}{\sqrt{3 - x}}$ **10.** $\dfrac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$

Exercícios

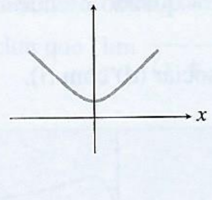
Nos exercícios de 1 a 4, determine se a fórmula define y como uma função de x. Caso a resposta seja não, justifique.

1. $y = \sqrt{x - 4}$ **2.** $y = x^2 \pm 3$

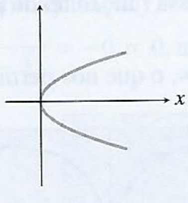
3. $x = 2y^2$ **4.** $x = 12 - y$

Nos exercícios de 5 a 8, use o teste da reta vertical para determinar se a curva corresponde ao gráfico de uma função.

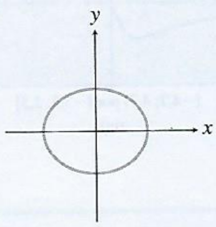
5.



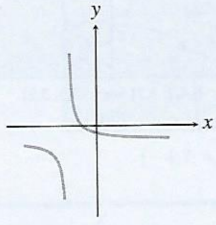
6.



7.



8.



Nos exercícios de 9 a 16, encontre algebricamente o domínio da função e verifique sua conclusão graficamente.

9. $f(x) = x^2 + 4$ **10.** $h(x) = \dfrac{5}{x - 3}$

11. $f(x) = \dfrac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)}$ **12.** $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{5}{x - 3}$

13. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 5x}$ **14.** $h(x) = \dfrac{\sqrt{4 - x^2}}{x - 3}$

15. $h(x) = \dfrac{\sqrt{4 - x}}{(x + 1)(x^2 + 1)}$ **16.** $f(x) = \sqrt{x^4 - 16x^2}$

Nos exercícios de 17 a 20, encontre a imagem da função.

17. $f(x) = 10 - x^2$ **18.** $g(x) = 5 + \sqrt{4 - x}$

19. $f(x) = \dfrac{x^2}{1 - x^2}$ **20.** $g(x) = \dfrac{3 + x^2}{4 - x^2}$

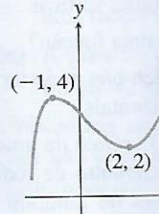
Nos exercícios de 21 a 24, faça o gráfico de cada função e conclua se ela tem ou não um ponto de descontinuidade em $x = 0$. Se existe uma descontinuidade, verifique se é removível ou não removível.

21. $g(x) = \dfrac{3}{x}$ **22.** $h(x) = \dfrac{x^3 + x}{x}$

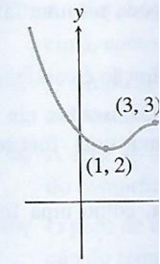
23. $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$ **24.** $g(x) = \dfrac{x}{x - 2}$

Nos exercícios de 25
identificado no gráfico
mo local ou nenhum
los nos quais temos a
cente.

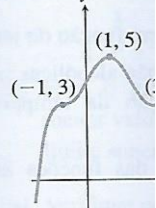
25.



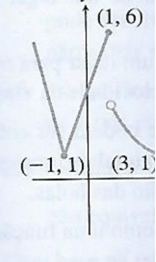
26.



27.



28.



Nos exercícios de
função e identifique
uma função crescen

29. $f(x) = |x + 2|$

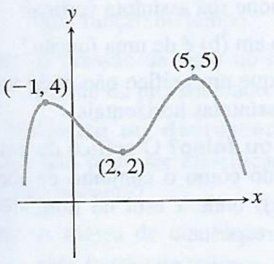
30. $f(x) = |x + 1|$

31. $g(x) = |x + 2|$

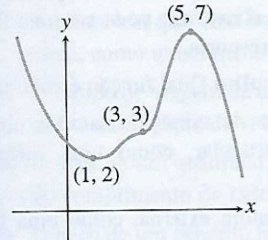
32. $h(x) = 0{,}5(x +$

Nos exercícios de 25 a 28, conclua se cada ponto identificado no gráfico é um mínimo local, um máximo local ou nenhum dos dois. Identifique os intervalos nos quais temos a função crescente ou a decrescente.

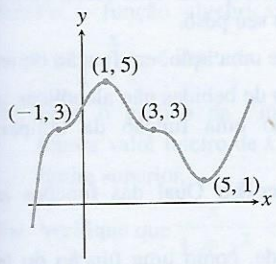
25.



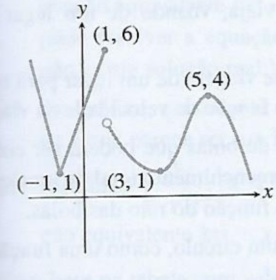
26.



27.



28.



Nos exercícios de 29 a 34, faça o gráfico de cada função e identifique os intervalos nos quais temos uma função crescente, decrescente ou constante.

29. $f(x) = |x + 2| - 1$

30. $f(x) = |x + 1| + |x - 1| - 3$

31. $g(x) = |x + 2| + |x - 1| - 2$

32. $h(x) = 0{,}5(x + 2)^2 - 1$

33. $g(x) = 3 - (x - 1)^2$

34. $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$

Nos exercícios de 35 a 40, determine se a função é limitada superiormente, limitada inferiormente ou limitada sobre o seu domínio.

35. $y = 32$ **36.** $y = 2 - x^2$

37. $y = 2^x$ **38.** $y = 2^{-x}$

39. $y = \sqrt{1 - x^2}$ **40.** $y = x - x^3$

Nos exercícios de 41 a 46, a sugestão é analisar o gráfico que pode ser feito utilizando uma calculadora com esse recurso. Se possível, encontrar todos os máximos locais, os mínimos locais e os valores de x para os quais isso ocorre. Você pode concluir os valores aproximando com duas casas decimais após a vírgula.

41. $f(x) = 4 - x + x^2$ **42.** $g(x) = x^3 - 4x + 1$

43. $h(x) = -x^3 + 2x - 3$ **44.** $f(x) = (x + 3)(x - 1)^2$

45. $h(x) = x^2\sqrt{x + 4}$ **46.** $g(x) = x|2x + 5|$

Nos exercícios de 47 a 54, indique se a função é ímpar, par ou nenhum dos dois. Verifique sua conclusão graficamente e confirme-a algebricamente.

47. $f(x) = 2x^4$ **48.** $g(x) = x^3$

49. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ **50.** $g(x) = \dfrac{3}{1 + x^2}$

51. $f(x) = -x^2 + 0{,}03x + 5$ **52.** $f(x) = x^3 + 0{,}04x^2 + 3$

53. $g(x) = 2x^3 - 3x$ **54.** $h(x) = \dfrac{1}{x}$

Nos exercícios de 55 a 62, use o método de sua escolha para encontrar todas as assíntotas horizontais e verticais das funções.

55. $f(x) = \dfrac{x}{x - 1}$ **56.** $q(x) = \dfrac{x - 1}{x}$

57. $g(x) = \dfrac{x + 2}{3 - x}$ **58.** $q(x) = 1{,}5^x$

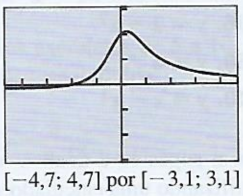
59. $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$ **60.** $p(x) = \dfrac{4}{x^2 + 1}$

61. $g(x) = \dfrac{4x - 4}{x^3 - 8}$ **62.** $h(x) = \dfrac{2x - 4}{x^2 - 4}$

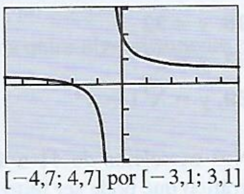
Nos exercícios de 63 a 66, associe cada função ao gráfico correspondente, considerando o comportamento nos extremos do eixo horizontal e as assíntotas. Todos os gráficos são mostrados com as mesmas dimensões.

63. $y = \dfrac{x+2}{2x+1}$ **64.** $y = \dfrac{x^2+2}{2x+1}$

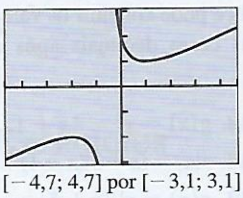
65. $y = \dfrac{x+2}{2x^2+1}$ **66.** $y = \dfrac{x^3+2}{2x^2+1}$



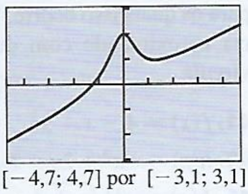
[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]
(a)



[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]
(b)



[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]
(c)



[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]
(d)

67. Um gráfico pode cruzar sua própria assíntota? A origem grega da palavra assíntota significa "sem encontro", o que mostra que os gráficos tendem a se aproximar, mas não encontrar suas assíntotas. Quais das seguintes funções têm gráficos que podem interseccionar suas assíntotas horizontais?

(a) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ **(b)** $g(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$

(c) $h(x) = \dfrac{x^2}{x^3+1}$

68. Um gráfico pode ter duas assíntotas horizontais? Embora muitos gráficos tenham no máximo uma assíntota horizontal, é possível para um gráfico ter mais do que uma. Quais das seguintes funções têm gráficos com mais de uma assíntota horizontal?

(a) $f(x) = \dfrac{|x^3+1|}{8-x^3}$ **(b)** $g(x) = \dfrac{|x-1|}{x^2-4}$

(c) $h(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

69. Um gráfico pode interseccionar sua própria assíntota vertical? Seja a função $f(x) = \dfrac{x-|x|}{x^2} + 1$. Se possível, construa o gráfico dessa função.

(a) O gráfico dessa função não intersecciona sua assíntota vertical. Explique por que isso não ocorre.

(b) Mostre como você pode adicionar um único ponto no gráfico de f e obter um gráfico que interseccione sua assíntota vertical.

(c) O gráfico em (b) é de uma função?

70. Explique por que um gráfico não pode ter mais do que duas assíntotas horizontais.

71. Verdadeiro ou falso? O gráfico de uma função f é definido como o conjunto de todos os pontos $(x, f(x))$ onde x está no domínio de f. Justifique sua resposta.

72. Verdadeiro ou falso? Uma relação simétrica que envolve o eixo x não pode ser uma função. Justifique sua resposta.

73. Múltipla escolha Qual função é contínua?

(a) O número de crianças inscritas em uma escola particular, como uma função do tempo.

(b) A temperatura externa, como uma função do tempo.

(c) O custo para postar uma carta, como uma função do seu peso.

(d) O valor de uma ação, em função do tempo.

(e) O número de bebidas não alcoólicas vendidas, como uma função da temperatura externa.

74. Múltipla escolha Qual das funções *não* é contínua?

(a) Sua altitude, como uma função do tempo enquanto viaja, voando de um lugar para outro.

(b) O tempo de viagem de um lugar para outro, como uma função da velocidade da viagem.

(c) O número de bolas que podem ser colocadas até o preenchimento total de uma caixa, como uma função do raio das bolas.

(d) A área de um círculo, como uma função do raio.

(e) A massa de um bebê, como uma função do tempo após seu nascimento.

75. Função decrescente Qual das funções é decrescente?

(a) A temperatura externa, como uma função do tempo.

(b) A média do índice Dow Jones, como uma função do tempo.

(c) A pressão do ar na atmosfera terrestre, como uma função da altitude.

(d) A população mundial desde 1900, como uma função do tempo.

(e) A pressão da água no oceano, como uma função da profundidade.

76. Crescente ou decrescente Qual das funções não pode ser classificada como crescente ou decrescente?

(a) A massa de um bloco de chumbo, como uma função do volume.

(b) A altura em que uma bola foi lançada para cima, como uma função do tempo.

(c) O tempo de viagem de um lugar para outro, como uma função da velocidade da viagem.

(d) A área de um quadrado, como uma função do comprimento do lado.

(e) O peso de um pêndulo balançando, em função do tempo.

77. Mostre a função algebricamente, agora que $p(x) = \dfrac{x}{1 + x^2}$ é limitada.

(a) Faça o gráfico da função e encontre o menor valor inteiro de k que parece ser um limite superior.

(b) Verifique que $\dfrac{x}{1 + x^2} < k$ provando a inequação equivalente $kx^2 - x + k > 0$. (Você pode resolver a equação para mostrar que não existe solução real.)

(c) Do gráfico, encontre o menor valor inteiro de k que parece ser um limite inferior.

(d) Verifique $\dfrac{x}{1 + x^2} > k$ provando a inequação equivalente $kx^2 - x + k < 0$.

78. Com base na tabela com valores x e y:

x	y
60	0,00
65	1,00
70	2,05
75	2,57
80	3,00
85	3,36
90	3,69
95	4,00
100	4,28

Considerando y como uma função de x, ela é crescente, decrescente, constante ou nenhuma das situações?

79. Esboce um gráfico de uma função f com domínio como o conjunto de todos os números reais que satisfazem todas as seguintes condições:

(a) f é contínua para todo x;

(b) f é crescente nos intervalos $]-\infty, 0]$ e $[3, 5]$;

(c) f é decrescente nos intervalos $[0, 3]$ e $[5, +\infty[$;

(d) $f(0) = f(5) = 2$;

(e) $f(3) = 0$.

80. Esboce um gráfico de uma função f com domínio como o conjunto de todos os números reais que satisfazem as seguintes condições:

(a) f é decrescente nos intervalos $]-\infty, 0[$ e $]0, +\infty[$;

(b) f tem um ponto não removível de descontinuidade em $x = 0$;

(c) f tem uma assíntota horizontal em $y = 1$;

(d) $f(0) = 0$;

(e) f tem uma assíntota vertical em $x = 0$.

81. Esboce um gráfico de uma função f com domínio como o conjunto de todos os números reais que satisfazem todas as seguintes condições:

(a) f é contínua para todo x;

(b) f é uma função par;

(c) f é crescente no intervalo $[0, 2]$ e decrescente no intervalo $[2, +\infty[$;

(d) $f(2) = 3$.

82. Uma função limitada superiormente tem um número infinito de limites superiores, mas existe sempre um *menor limite superior*, isto é, um limite superior que é o menor de todos os outros. Esse menor limite superior poderia ou não estar na imagem de f. Para cada função a seguir, encontre o menor limite superior e conclua se está ou não na imagem da função.

(a) $f(x) = 2 - 0{,}8x^2$

(b) $g(x) = \dfrac{3x^2}{3 + x^2}$

(c) $h(x) = \dfrac{1 - x}{x^2}$

(d) $q(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 2x + 1}$

83. Uma função contínua f tem como domínio o conjunto de todos os números reais. Se $f(-1) = 5$ e $f(1) = -5$, explique por que f precisa ter pelo menos uma raiz no intervalo $[-1, 1]$ (isso generaliza uma propriedade de função contínua, conhecida em cálculo como teorema do valor intermediário).

84. Mostre que o gráfico de toda função ímpar, cujo domínio tem todos os números reais, passa necessariamente pela origem.

85. Se possível, analise o gráfico da função $f(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{2x^2 + 1}$ no intervalo $[-6, 6]$ por $[-2, 2]$.

(a) Qual é a aparente assíntota horizontal do gráfico?

(b) Baseado no gráfico, conclua qual é a aparente imagem de f.

(c) Mostre algebricamente que $-1 \leq \dfrac{3x^2 - 1}{2x^2 + 1} < 1{,}5$ para todo x, confirmando assim sua suposição no item (b).