

## Problema do calor

Seja uma malha (rede) de cabos condutores de calor. Existem pontos de intersecção entre os cabos. Estes pontos de intersecção são denominados de nós. Suponha que existem nós onde a temperatura é prescrita (conhecida previamente) e outros onde a temperatura é desconhecida (incógnitas).

**Lei da temperatura:** Suponha que a temperatura de um nó, onde a temperatura é desconhecida, é calculada como a média das temperaturas dos nós adjacentes.

A pergunta é: dada uma malha de cabos condutores de calor e um conjunto de nós onde a temperatura é prescrita, qual é a temperatura dos nós onde a temperatura desconhecida?

Para definir concretamente o problema, suponha que se tem a seguinte malha de cabos desenhado na figura 1:

Na figura 1 se indicam com números próximos aos nós, as temperaturas prescritas destes nós. Nos nós onde se coloca a variável  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  se indicam os nós onde a temperatura é desconhecida.

Segundo a lei da temperatura acima descrita:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{20+30+x_2+x_3}{4} \\x_2 &= \frac{10+20+x_1+x_4}{4} \\x_3 &= \frac{30+x_1+x_4+x_5}{4} \\x_4 &= \frac{10+x_2+x_3+x_6}{4} \\x_5 &= \frac{30+40+x_3+x_6}{4} \\x_6 &= \frac{10+40+x_4+x_5}{4}\end{aligned}\tag{1}$$

e fazendo contas tem-se:

$$\begin{aligned}4x_1 - 1x_2 - 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 50 \\-1x_1 + 4x_2 + 0x_3 - 1x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 30 \\-1x_1 + 0x_2 + 4x_3 - 1x_4 - 1x_5 + 0x_6 &= 30 \\0x_1 - 1x_2 - 1x_3 + 4x_4 + 0x_5 - 1x_6 &= 10 \\0x_1 + 0x_2 - 1x_3 + 0x_4 + 4x_5 - 1x_6 &= 70 \\0x_1 + 0x_2 + 0x_3 - 1x_4 - 1x_5 + 4x_6 &= 50\end{aligned}\tag{2}$$

Cada equação acima é denominada de equação linear. O conjunto de equações acima se denomina sistema linear. Nesta disciplina veremos como resolver este sistema linear, isto é: responder quanto tem que ser  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  e  $x_6$  para que todas as equações lineares em (2) sejam verificadas.

Figure 1: Malha de cabos condutores de calor. Os nós estão representados por pontos pretos.

