

1- Demonstrar a validade

das seguintes arguções

a)  $(p \rightarrow \neg q) \mid \neg s$

b)  $(s) \mid p \rightarrow q$

(2)  $q$

(2)  $\neg p \rightarrow \neg \neg s$

(3)  $\neg p \rightarrow \neg s$

(3)  $\neg q$

(4)  $\neg \neg p \rightarrow \neg p$  1CP

(4)  $\neg p$  (1,3) MT

(5)  $q \rightarrow \neg p$  4 (DN)

(5)  $\neg p \rightarrow \neg \neg q$  2 (DN)

(6)  $\neg p$  (5,2) MP

(6)  $\neg p$  (1,3) MT

(7)  $\neg s$  (3,6) MP

(7)  $\neg s$  (5,6) MP

c)  $(s) \mid p \rightarrow \neg q$

d)  $(\neg p \rightarrow \neg q) \mid p$

(2)  $q \rightarrow q$

(2)  $\neg q \rightarrow \neg q$

(3)  $q$

(3)  $\neg$

(4)  $\neg$  (2,3) MP

(4)  $\neg \rightarrow q$  2ACP

(5)  $\neg p$  (1,4) MT

(5)  $q \rightarrow \neg p$  2,3 MP

(5)  $q \rightarrow p$  1CP

(7)  $p$  5,6 MP

e)  $(1) \mid \neg p \vee q$

f)  $(1) \mid \neg q \rightarrow p \vee q$

(2)  $\neg p \rightarrow q$

(2)  $\neg \neg q$

(3)  $\neg q$

(3)  $\neg q$

(4)  $p \rightarrow q$  1,3 DN

(4)  $\neg$  2 DN

(5)  $\neg \neg p$  4 (2,3) MT

(5)  $p \vee q$  4,1 MP

(6)  $p$  5 DN

(6)  $p$  5,5 SD

(7)  $q$  4,6 MP

g)  $(1) \mid \neg p \vee q$

h)  $(1) \mid p$

(2)  $\neg q$

(2)  $\neg q \rightarrow \neg p$

(3)  $\neg q \rightarrow \neg p$

(3)  $p \rightarrow q$  2CP

(4)  $\neg p$  1,2 MT

(4)  $q$  3,1 MP

(5)  $p$  4 DN

(5)  $q \vee \neg s$  AD

(6)  $q \vee \neg s$  3,5 MT

(7)  $\neg$  6 Simp



i) (1)  $\sim p \rightarrow q$  IP  
 (2)  $q \rightarrow r$   
 (3)  $\sim r$   
 (4)  $\sim p \rightarrow r$  1, 2 SH  
 (5)  $\sim \sim p$  4, 3 MT  
 (6)  $p$  5 DN

j) (1)  $p \rightarrow q$  |  $\sim q$   
 (2)  $\sim q$   
 (3)  $\sim p \rightarrow r$   
 (4)  $\sim r \rightarrow \sim p$  3 CP  
 (5)  $\sim p$  1, 2 MT  
 (6)  $\sim \sim q$  4, 5 MT

k) (1)  $\sim p \rightarrow \sim q$  IP  
 (2)  $q$   
 (3)  $q \rightarrow p$  1 CP  
 (4)  $p$  3, 2 MP

l) (1)  $p \vee q$  |  $S \wedge r$   
 (2)  $\sim q$   
 (3)  $p \rightarrow r$  1 S  
 (4)  $p$  1, 2 SD  
 (5)  $r \wedge S$  3, 4 MP

m) (1)  $(r \wedge \sim q) \rightarrow \sim S$  |  $\sim(\sim r \wedge r)$   
 (2)  $p \rightarrow S$   
 (3)  $p \wedge q$   
 (4)  $p$  3 Simp  
 (5)  $S$  3, 4 MP  
 (6)  $\sim(r \wedge \sim r)$  5, 1 MT

n) (1)  $(r \wedge S) \vee p$  |  $S \wedge r$   
 (2)  $q \rightarrow \sim p$   
 (3)  $\sim r \rightarrow \sim p$   
 (4)  $q \vee \sim r$   
 (5)

o) (1)  $\sim p \vee \sim q$  |  $\sim q$   
 (2)  $\sim r \rightarrow p$   
 (3)  $r \rightarrow \sim s$   
 (4)  $S$

(5)  $r$  3, 4 MT

(6)  $p$  2, 4 MP

(7)  $\sim q$  1, 6 SD

p) (1)  $p \rightarrow q \vee r$  |  $q$   
 (2)  $\sim \sim p$   
 (3)  $\sim r$

(4)  $p$  2 DN

(5)  $q \vee \sim r$  1, 4 MP

(6)  $q$  5, 3 SD



~~Q) (1)  $p \rightarrow q$  /  $\neg q$~~   
~~(2)  $\neg p$~~

Q) (1)  $p \rightarrow q$  /  $\neg q$

(2)  $\neg q$

(3)  $S$

(4)  $\neg p$  2,3 SD

(5)  $p \wedge \neg q$  1,4 MP

R) (1)  $\neg(p \wedge q)$  /  $\neg S$

(2)  $\neg q \rightarrow \neg p$

(3)  $\neg p \rightarrow \neg q$

(4)  $S \rightarrow \neg q$

(5)  $\neg q$  1,4 Simp

(6)  $\neg S$  5,4 MT

(7)  $\neg S$  4,6 MT

S) (1)  $p \wedge \neg q$  /  $\neg(\neg p \vee S)$

(2)  $p \wedge \neg q$

(3)  $q \vee \neg S$

(4)  $p$  1 Simp

(5)  $\neg q$  1,2 MP

(6)  $\neg q$  1 Simp

(7)  $\neg S$  3,6 SD

(8)  $\neg q \wedge \neg S$  6,7  $\wedge$

(9)  $\neg(q \vee S)$  8 DM

X) (1)  $\neg S \rightarrow \neg(p \vee \neg T)$  /  $\neg q$

(2)  $T \rightarrow q \wedge \neg$

(3)  $\neg S$

(4)  $\neg(p \vee \neg T)$  1,3 MP

(5)  $\neg p \wedge T$  4 DM

(6)  $T$  5 Simp

(7)  $q \wedge \neg$  MP

U) (1)  $\neg p \rightarrow q$  /  $S$

(2)  $\neg p \rightarrow q$

(3)  $\neg p \vee \neg p$

(4)  $\neg q \vee S$

(5)  $q \rightarrow S$  COND

(6)  $\neg p \rightarrow \neg q$

V) (1)  $T \rightarrow p \wedge S$  /  $\neg T$

(2)  $q \rightarrow \neg p$

(3)  $\neg p \rightarrow \neg S$

(4)  $\neg p \vee q$

(5)  $\neg p \vee \neg S$  2,3 DC

(6)  $\neg(p \wedge S)$  5 DM

(7)  $\neg T$  6 MT

W) (1)  $\neg p \rightarrow \neg p$  /  $\neg p$

(2)  $(\neg p \wedge S) \vee \neg$

(3)  $\neg p \rightarrow q \vee \neg$

(4)  $\neg q \wedge \neg$

X) (1)  $p \vee q$  /  $\neg p \wedge q$

(2)  $S \rightarrow q \wedge \neg$

(3)  $p \rightarrow S$

(4)  $q \rightarrow S$

(5)  $p \rightarrow q$  3,4 SH

(6)  $p \rightarrow q \wedge \neg$  SH

(7)  $\neg p \wedge q$  1,6 SC

Não dá para indicar  
 o número de

y) (1)  $\neg(p \vee \neg q)$  | S, I

(2)  $p \vee q$

(3)  $\neg p$  S

(4)  $q \wedge S \rightarrow T \wedge S$

(5)  $\neg p \wedge q$  | DM

(6)  $\neg p$  S, SIMP

(7)  $q$  2, 6 SD

(8)  $\neg q$  VS 3 Cond

(9) S, I, MP

z) (1)  $p \rightarrow q$  |  
(2)  $q \rightarrow \neg p$  |  $\neg p \vee q$

(3)  $p \rightarrow q$  1, 2 SH

(4)  $\neg p \vee q$  COND



4. Determine qual das seguintes conjunções de proposições são inconsistentes deduzindo uma contradição para cada um deles.

a) (1)  $q \rightarrow p$   
 (2)  $\sim (p \vee r)$   
 (3)  $q \vee r$

(4)  $\sim p \wedge \sim q, 2 DM$

(5)  $\sim p$  4 Simp

(6)  $\sim q$  1, 5 MT

(7)  $\sim r$  4 Simp

(8)  $q, r, \sim r$  SD

(9)  $q$  1  $\sim q$  6, 8 Conj

b) (1)  $p \vee \sim q$   
 (2)  $\sim (q \rightarrow r)$   
 (3)  $p \rightarrow r$

(4)  $\sim (\sim q \vee r)$  2 Cond

(5)  $q \wedge \sim r$

(6)  $q$  5 Simp

(7)  $p$  1, 6 SD

(8)  $r$  7, 3 MP

(9)  $\sim r$  5 Simp

(10)  $r$  1  $\sim r$  8, 9 Conj

c) (1)  $\sim (p \vee q)$   
 (2)  $\sim q \rightarrow r$   
 (3)  $\sim r \vee s$   
 (4)  $\sim p \rightarrow \sim s$

(5)  $\sim p \wedge \sim q$  1 DM

(6)  $\sim q$  5 Simp

(7)  $r$  2, 6 MP

(8)  $\sim p$  5 Simp

(9)  $\sim s$  8, 4 MP

(10)  $\sim r$  3, 9 SD

(11)  $r$  1  $\sim r$  7, 10 Conj

d) (1)  $p \vee r \rightarrow q$   
 (2)  $q \rightarrow \sim r$   
 (3)  $r \rightarrow p$   
 (4)  $\neg r$

(5)  $r$  4 Simp

(6)  $\sim q$  2, 4 MT

(7)  $\sim (p \vee r)$  1, 5 MT

(8)  $\sim p \wedge \sim r$  7 DM

(9)  $\sim p$  8 Simp

(10)  $\sim q$  3, 9 MT

(11)  $\neg r$  4 Simp

(12)  $\sim r$  1  $\neg r$  10, 11 Conj



$$e) (1) X=0 \leftrightarrow X+y=y$$

$$(2) X>1 \wedge X=0$$

$$(3) X+y=y \leftrightarrow X \neq 1$$

$$(4) X>1 \text{ 2 jump}$$

$$(5) \neg(X+y=y) \text{ 4, 3 MT}$$

$$(6) X+y \neq y \text{ 5 DM}$$

$$(7) (X=0 \rightarrow X+y=y) \wedge (X+y=y \rightarrow X=0)$$

$$(8) X=0 \rightarrow X+y=y \text{ 7 jump}$$

$$(9) X \neq 0 \text{ 8, 6 MT}$$

$$(10) X=0 \text{ 2 jump}$$

$$(11) X \neq 0 \wedge X=0 \text{ Cong}$$

$$f) (1) x=y \rightarrow x < z$$

$$(2) x < z \wedge (x=y \vee y < z)$$

$$(3) y < z \rightarrow x < z$$

$$\begin{aligned} (1) p \rightarrow q \\ (2) \neg q \wedge (p \vee r) \\ (3) r \rightarrow q \end{aligned}$$

$$(4) \neg q \text{ 2 jump}$$

$$(5) p \vee r \text{ 2 jump}$$

$$(6) \neg p \text{ 1, 4 MT}$$

$$(7) r \text{ 5, 6 SD}$$

$$(8) q \text{ 3, 7 MP}$$

$$(9) \neg q \wedge q \text{ 4, 8 Cong}$$



5. Demonstrar que as seguintes conjunções de proposições são consistentes

a) (1)  $p \rightarrow q$   
 (2)  $q \rightarrow r$   
 (3)  $\neg r \vee s$

(1)  $F \rightarrow V \quad V$

(2)  $V \rightarrow V \quad V$

(3)  $\neg V \vee V \quad V$

$\neq V \vee V$

$V \rightarrow q \quad (1)$

$(\neg q) \rightarrow \neg p \quad (2)$

$V(V) = q, r, s$

$V(F) = p$

b)  $p \rightarrow q, \neg q \rightarrow r, p \vee r$   
 $V \rightarrow V \quad \neg V \rightarrow V \quad V \vee V$   
 $V \quad F \rightarrow V \quad V$

$V(V) = p, q, r$

c)  $\neg p \vee \neg q, \neg p \rightarrow r, \neg r$   
 $\neg V \vee \neg F \quad \neg V \rightarrow F \quad \neg F$   
 $F \vee V \quad F \rightarrow F \quad V$   
 $V$

$V(V) = p$   
 $V(F) = q, r$

d)  $p \rightarrow q, r \rightarrow q, q \rightarrow s$   
 $V \rightarrow V \quad V \rightarrow V \quad V \rightarrow V$   
 $V \quad V \quad V$

$V(V) = p, q, r$   
 $V(F) = s$

21  $X = y \rightarrow X \neq y, X, y \vee X = y, X \geq y \rightarrow X < y$

$p \rightarrow \neg p$   
 $F \rightarrow \neg F$   
 $F \rightarrow V$   
 $V$

$q \vee p$   
 $V \vee F$   
 $V$

$r \rightarrow T$   
 $V \rightarrow V$   
 $V$

$V(V) = p, q, r, T$

$V(F) = p$

p)  $x=2 \vee x=3$ ,  $x \neq 2 \vee x \neq 3$

$p \vee q$   
 $\neg p \vee \neg q$   
 $\neg p \vee \neg q$   
 $\neg p \vee \neg q$

$\neg p \vee \neg q$   
 $\neg p \vee \neg q$   
 $\neg p \vee \neg q$   
 $\neg p \vee \neg q$

$V(p) = q$   
 $V(\neg p) = \neg q$