Atividade de Lógica

Aluno: William Cardoso Barbosa

1. Justifique cada um dos passos na demonstração a seguir

   1-Hipótese

   2- 1, axioma 5

   3- Generalização

   4- axioma 6

   5- axioma 6

   6- generalização

$$(\exists x)[P(x) \to Q(x)] \to [(\forall x)P(x) \to (\exists x)Q(x)]$$

1. $(\exists x)[P(x) \to Q(x)]$
2. $P(a) \to Q(a)]$
3. $(\forall x)P(x)$
4. $P(a)$
5. $Q(a)$
6. $(\exists x)Q(x)$

★2. Considere a wff

$$(\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \to (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$$

a. Encontre uma interpretação que demonstre que esta wff não é válida.
b. Encontre falha na seguinte "demonstração" desta wff.

1.	$(\exists x)P(x)$	(hipótese)
2.	$P(a)$	(1, Axioma 6, modus ponens)
3.	$(\exists x)Q(x)$	(hipótese)
4.	$Q(a)$	(3, Axioma 6, modus ponens)
5.	$P(a) \wedge Q(a)$	($A \wedge B$ pode ser deduzida de A e B)
6.	$(\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$	(5, Axioma 7, modus ponens)

2.

a. O domínio é o conjunto dos inteiros, P(x) é "x é par", Q(x) é "x é ímpar". Nesse exemplo, essa wff não é válida, tendo em vista que não existe números inteiros pares e impares ao mesmo tempo.
b. O passo 4 é um uso ilegal do Axioma 6 porque a constante a já tinha sido usada na seqüência de
prova.

4. Demonstrar

$$\star\mathbf{4.}\quad (\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$$

4.1 (∀)P(x) hipótese

4.2 P(x) 1, axioma 5 , modus ponens

4.3 P(x) → P(x) v Q(x) tautologia

4.4 P(x) v Q(x) 2,3, modus ponens

4.5 (∀**x**)[P(x) v Q(x)] 4,generalização

5. Demonstrar

$$\mathbf{5.}\quad (\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \rightarrow (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$$

5.1 (∀**x**)P(x) hipótese

5.2 (Ex)Q(x) hipótese

5.3 P(x) 5.1, aximoa 6, mp

5.4 Q(x) 5.2 , axioma 6 . mp

5.5 (Ex)[P(x) ^ Q(x)] 5.3, 5.4, axioma 7, modus ponens

6. Demonstrar

$$\star 8. \quad (\exists x)[A(x) \wedge B(x)] \rightarrow (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$$

1. (E**x**)[A(x) ^B(x)] hipostese
2. A(a) ^B(a) 1, axioma 6, modus ponens
3. A(a) 2, tautologia, A^B → A, modus ponens
4. B(a) 2, tautologia, A ^B → B, modus ponens
5. (Ex)A(x) 3, axioma 7, modus ponens
6. (Ex)B(x) 4, axioma 7, modus ponens
7. (Ex)A(x) ^(Ex)B(x) deduz-se A^B para A, B

7. Demonstrar

$$\star 11. \quad (\exists x)(\forall y)Q(x, y) \rightarrow (\forall y)(\exists x)Q(x, y)$$

1. (Ex)(∀**x**)Q(x,y) hipotese
2. (∀**x**)Q(a, y) 1, axioma 6, mp
3. Q(a, y) 2, axioma 5, mp
4. (Ex)Q(x,a) 3 .axioma 7, mp
5. P(x) → Q(x, a)
6. (∀**y**)(Ex)Q(x, y) 4, generalização

8. Demonstrar

$$\star 15. \quad [P(x) \rightarrow (\exists y)Q(x, y)] \rightarrow (\exists y)[P(x) \rightarrow Q(x, y)]$$

1. P(x) → (Ey)Q(x, y) hipotese
2. P(x) hipotese temporaria
3. (Ey)Q(x, y) 1,2 mp
4. Q(x, a) 3, axioma 6, mp

5. $P(x) \rightarrow Q(x, a)$ 4 deduzido a partir do 2
6. $(Ey)(P(x) \rightarrow Q(x,y))$ 5, axima 7, mp