

Problema da dieta

Um problema da dieta (simplificado) consiste em determinar a quantidade necessária diária de alimentos para que um indivíduo tenha determinada dose de vitaminas A, B, C, D e E. Se dispõem de um conjunto de alimentos $F = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$, previamente estabelecido (por exemplo o que o indivíduo costuma comer diariamente). A pergunta é: quantas porções de alimento f_1, f_2, f_3, f_4 e f_5 são necessárias para que as quantidades de vitaminas sejam atendidas diariamente?

Para definir precisamente o problema, suponha que uma dieta diária em vitaminas, apropriada para o indivíduo, consiste em:

- 38 unidades de vitamina A.
- 55 unidades de vitamina B.
- 92 unidades de vitamina C.
- 46 unidades de vitamina D.
- 70 unidades de vitamina E.

Suponha também que:

- uma porção do alimento f_1 tem 1 unidade de vitamina A, 9 unidades de vitamina B, 2 unidades de vitamina C, 3 unidades de vitamina D e 0 unidades de vitamina E.
- uma porção do alimento f_2 tem 4 unidades de vitamina A, 1 unidade de vitamina B, 2 unidades de vitamina C, 1 unidade de vitamina D e 1 unidade de vitamina E.
- uma porção do alimento f_3 tem 1 unidades de A, 3 unidades de B, 5 unidades de C, 1 unidade de D e 1 unidades de E.
- uma porção do alimento f_4 tem 2 unidade de A, 1 unidade de B, 7 unidade de C, 2 unidades de D e 9 unidades de E.
- uma porção do alimento f_5 tem 2 unidade de A, 1 unidade de B, 2 unidade de C, 4 unidades de D e 0 unidades de E.

Table 1: Dados do problema da dieta.

| | f_1 | f_2 | f_3 | f_4 | f_5 | vitaminas diárias necessárias |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------------|
| vitamina A | 1 | 4 | 1 | 2 | 2 | 38 |
| vitamina B | 9 | 1 | 3 | 1 | 1 | 55 |
| vitamina C | 2 | 2 | 5 | 7 | 2 | 92 |
| vitamina D | 3 | 1 | 1 | 2 | 4 | 46 |
| vitamina E | 0 | 1 | 1 | 9 | 0 | 70 |

Os dados do problema são apresentados na seguinte tabela:

A pergunta que se quer responder neste problema pode ser rescrita da seguinte forma: Quantas porções de f_1 , f_2 , f_3 , f_4 e f_5 o indivíduo deve ingerir (diariamente) de modo que esta ingestão proporcione 64 unidades de vitamina A, 55 unidades de vitamina B, 92 unidades de vitamina C, 46 unidades de vitamina D e 70 unidades de vitamina E?

Modelagem matemática: para escrever o problema de forma matemática se definem as seguintes variáveis:

- x_1 =número de porções de alimento f_1 .
- x_2 =número de porções de alimento f_2 .
- x_3 =número de porções de alimento f_3 .
- x_4 =número de porções de alimento f_4 .
- x_5 =número de porções de alimento f_5 .

A pergunta então torna-se a seguinte: quem é x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 de modo que:

$$\begin{aligned} 1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 + 2x_5 &= 38 \\ 9x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 1x_4 + 1x_5 &= 55 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 2x_5 &= 92 \\ 3x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 2x_4 + 4x_5 &= 46 \\ 0x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 9x_4 + 0x_5 &= 70 \end{aligned} \tag{1}$$

Cada equação acima é denominada de equação linear. O conjunto de equações acima se denomina sistema linear. Observe que os números que aparecem no sistema linear são os mesmos que aparecem na tabela (1). Nesta disciplina veremos como resolver este sistema linear, isto é: responder quanto tem que ser x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 para que todas as equações lineares em (1) sejam verificadas.