

CALCULO I

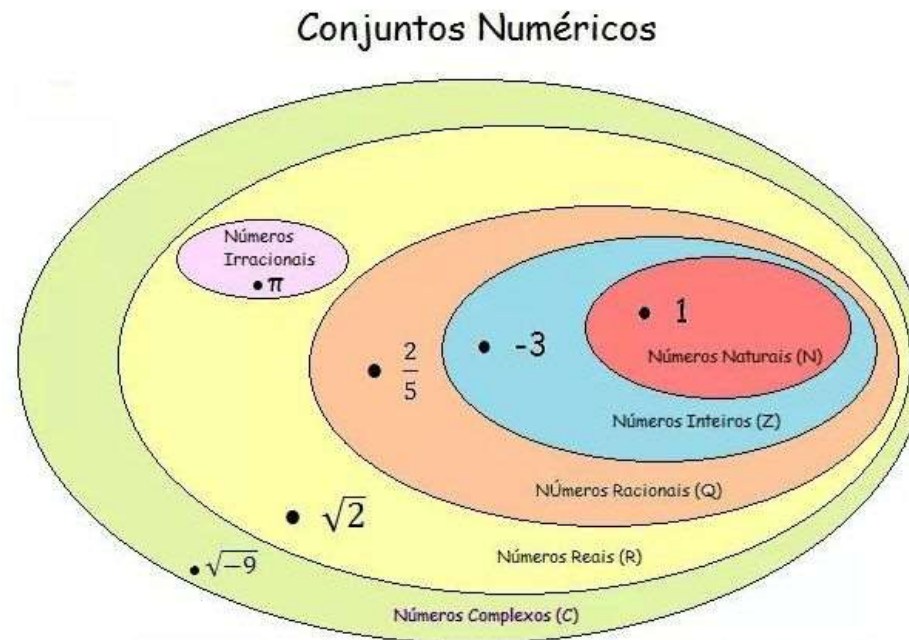
Equação da Reta
Prof. Pablo Vargas

TÓPICOS ABORDADOS

- Números Reais
- Reta numérica
- Coordenadas no Plano
- Equações e gráficos
- Equação da reta
- Exercícios

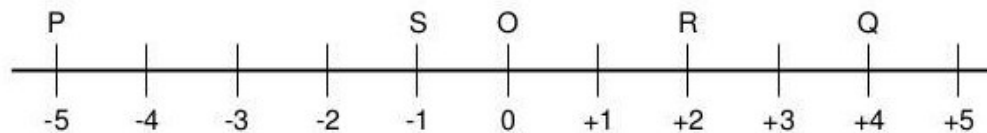
NÚMEROS REAIS

- A totalidade de todos os números racionais e irracionais é o chamado conjunto dos números reais.



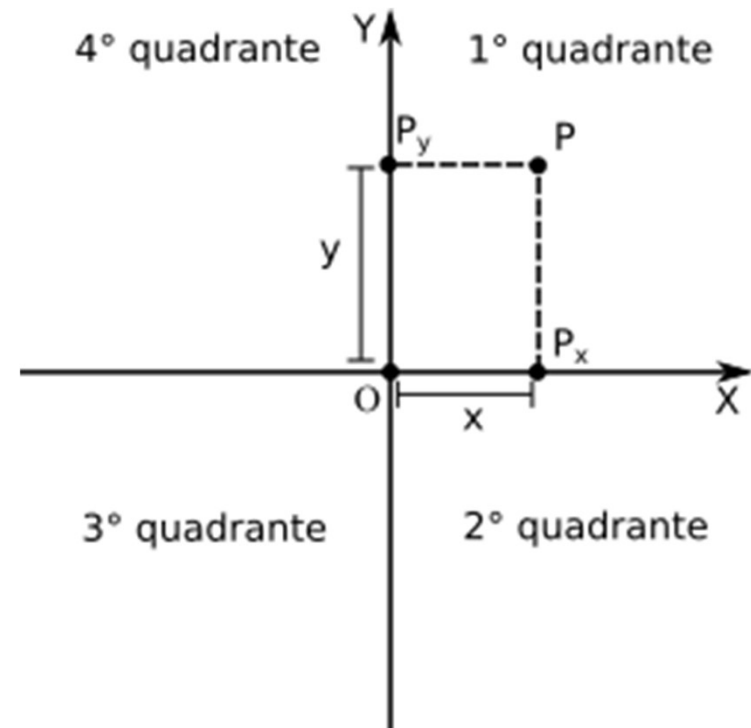
RETA NUMÉRICA

- ...é uma reta que representa o conjunto dos números reais.
- Pode estar tanto na horizontal quanto na vertical.
- No centro da reta fica o zero, que é sua origem.



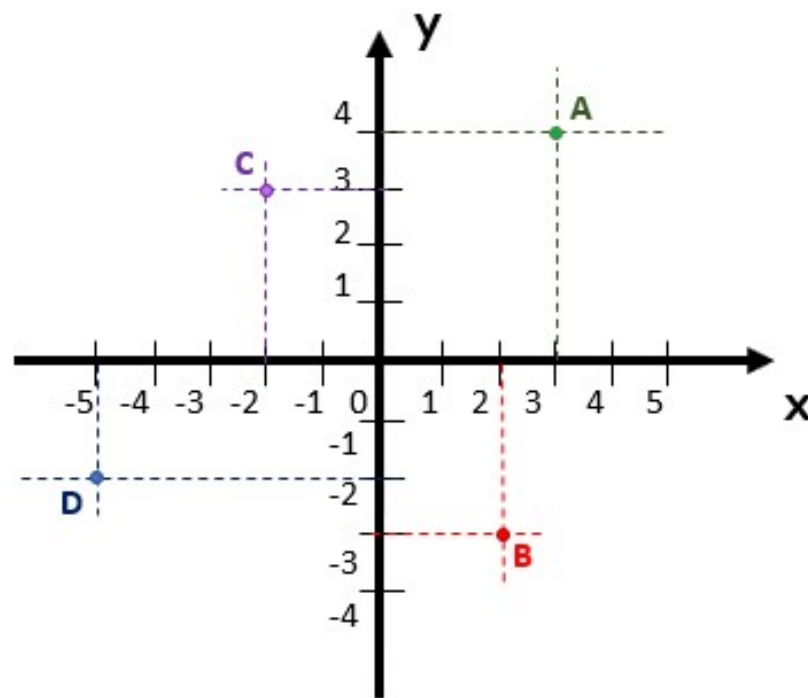
COORDENADAS NO PLANO

- São maneiras de identificar um ponto em um plano que são formados por eixos (Ox e Oy).
- Ox é conhecido como eixo das abscissa.
- Oy é conhecido como eixo das ordenadas.
- Ponto $P(P_x, P_y)$



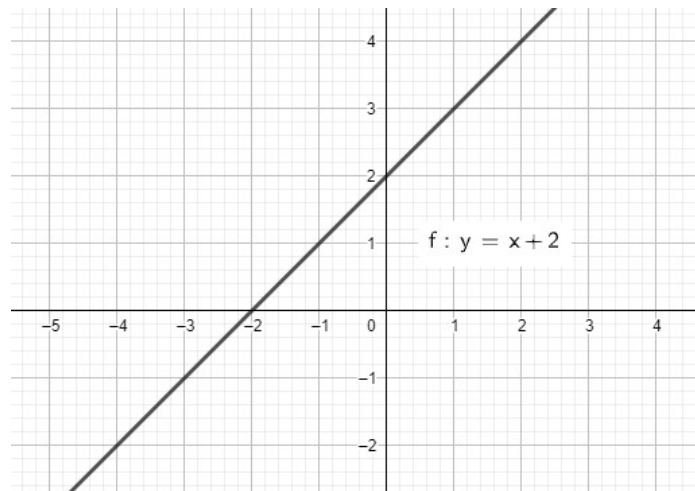
COORDENADAS NO PLANO

- Exemplo: Quais os valores para os pontos A, B, C e D?



EQUAÇÕES E GRÁFICOS

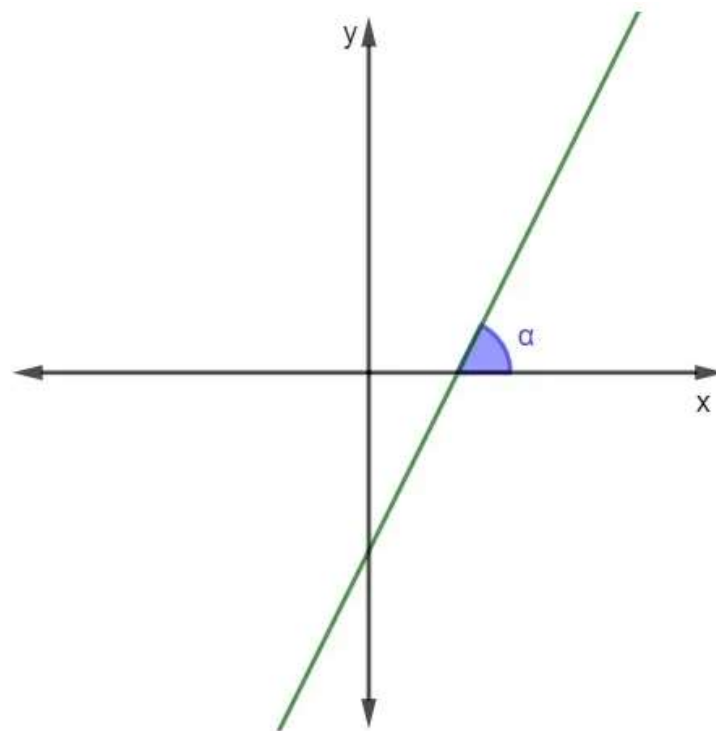
- Equação é uma **expressão algébrica** que contém uma **igualdade**.
 - O que é expressão algébrica?
 - São um conjunto de operações matemáticas básicas aplicadas a números conhecidos e a números desconhecidos.
 - Ex: $12x^2 + 16y + 4ab$
- A reta associada a uma equação pode ser chamada de gráfico da equação.



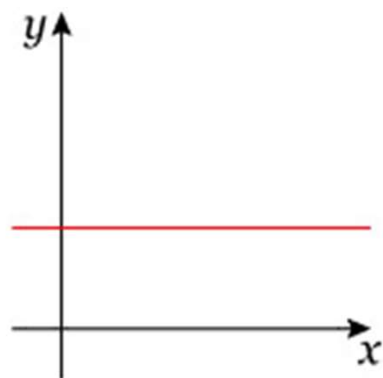
EQUAÇÃO DA RETA

- Forma algébrica de expressar todos os pontos que pertencem a uma reta.
 - Para cada reta, existe apenas uma equação da reta.
- Exemplos do tipo $y = mx$
 - $y = 2x$
 - $y = \frac{3x}{2}$
 - $y = -3x$
 - [equação da reta.ggb](#)
- O significado de m é o de ser a tangente do ângulo α que a reta faz com o eixo Ox
 - Conhecido como coeficiente angular da reta.

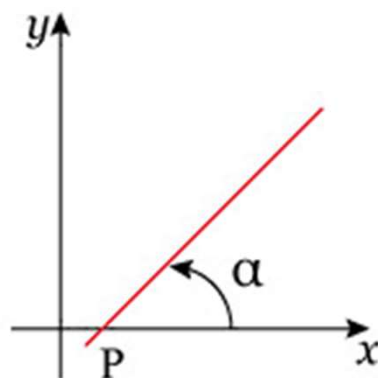
EQUAÇÃO DA RETA



EQUAÇÃO DA RETA

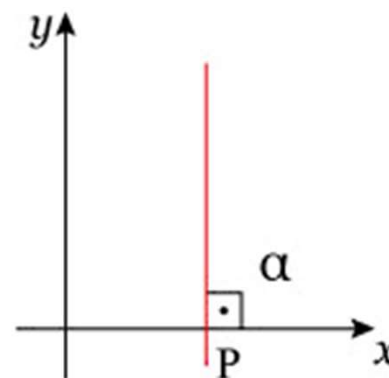


$$\alpha = 0^\circ$$

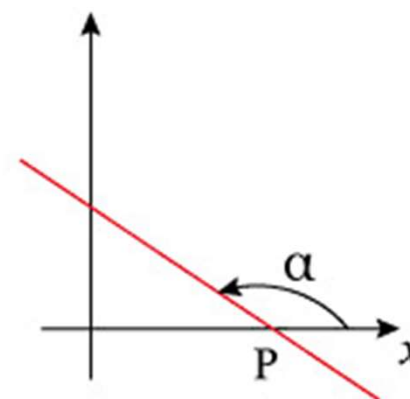


$$\alpha < 90^\circ$$

α agudo



$$\alpha = 90^\circ$$



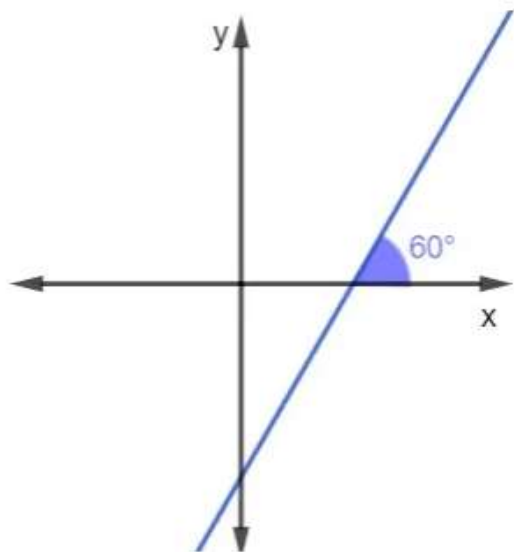
$$\alpha > 90^\circ$$

α obtuso

Relação entre retas e ângulos. (Foto: Educa Mais Brasil)

EQUAÇÃO DA RETA

- Exemplo: Qual é o valor do coeficiente angular da reta a seguir?



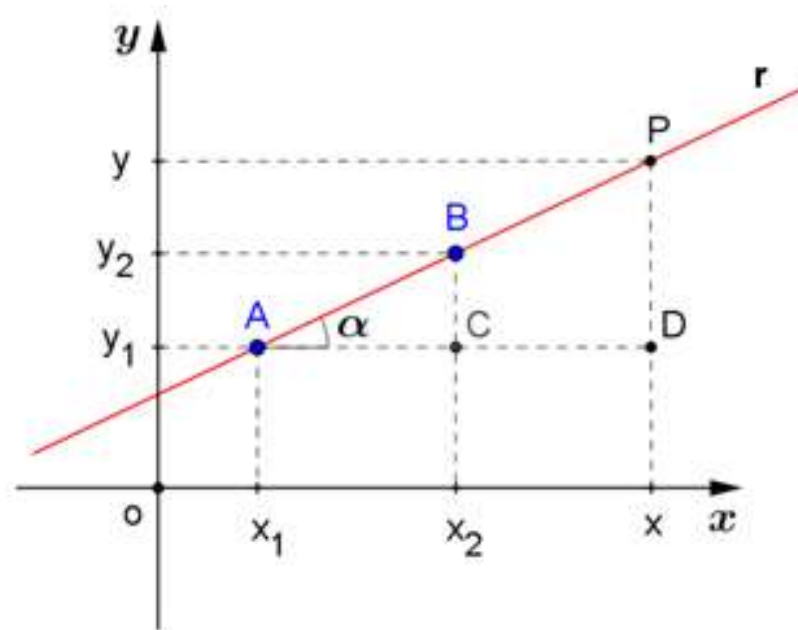
$$\begin{aligned}m &= \operatorname{tg} \alpha \\m &= \operatorname{tg} 60^\circ \\m &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

EQUAÇÃO DA RETA

- **Equação reduzida da reta:** facilita a representação de uma reta no plano cartesiano.
 - Segue o seguinte formato: $y = mx + n$
 - m é o coeficiente angular e n é o coeficiente linear.
 - $m = \operatorname{tg} \alpha$ ou $m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$
 - O valor de n representa onde a reta passa pelo eixo Oy.
- [Equação Reduzida da Reta.ggb](#)

RETA POR DOIS PONTOS

- Dados dois pontos, $A = (x_1, y_1)$ e $B = (x_2, y_2)$, com $x_1 \neq x_2$, é fácil ver que a reta r por eles determinada é o gráfico de uma equação do tipo $y = mx + n$



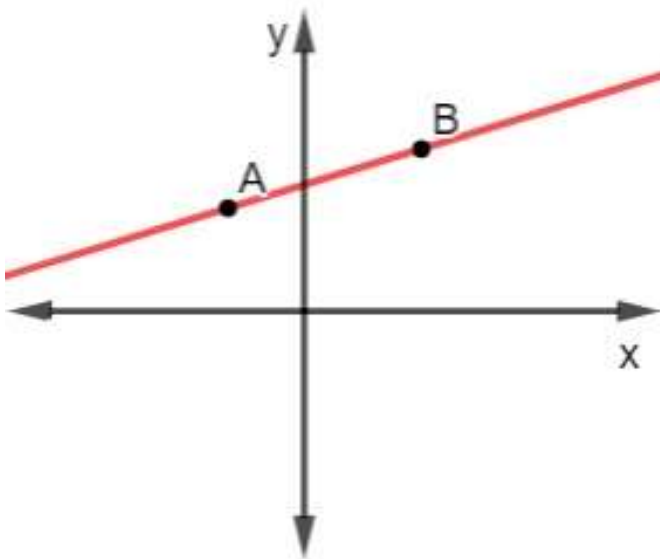
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

RETA POR DOIS PONTOS

▪ *Reta por dois pontos.ggb*

RETA POR DOIS PONTOS

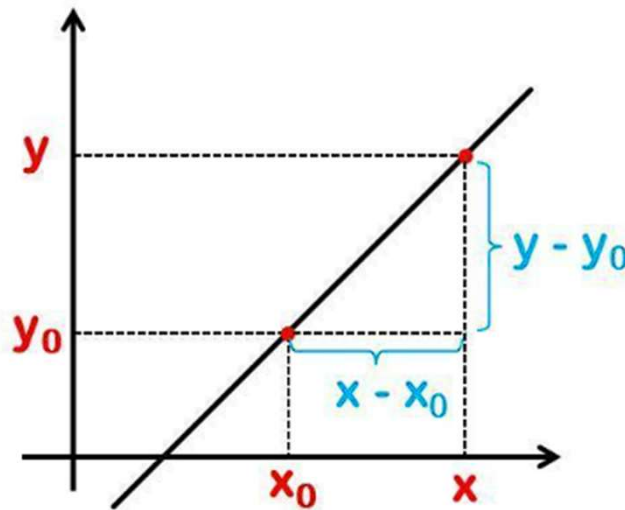
- Exemplo: encontre o valor do coeficiente angular da reta representada no plano cartesiano a seguir. Considere A(-1, 2) e B (2,3).



$$\begin{aligned}m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\m &= \frac{3 - 2}{2 - (-1)} \\m &= \frac{1}{2 + 1} \\m &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA RETA

- Parte do pressuposto de que conhecemos tanto o coeficiente angular m , que expressa a inclinação da reta, quanto as coordenadas (x_0, y_0) de um ponto da reta.
- $(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$



EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA RETA

■ Exemplo: Se uma reta passa pelos pontos $(1, -1)$ e $(3, 4)$, determine a equação fundamental da reta.

■ Resolução: O coeficiente angular m é dado por

$$m = \frac{4 - (-1)}{3 - 1} = \frac{5}{2}$$

■ Utilizando o ponto $(1, -1)$, encontramos a equação fundamental da reta é dada por

$$(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$$

$$y - (-1) = \frac{5}{2} \cdot (x - 1)$$

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2} - 1$$

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$$

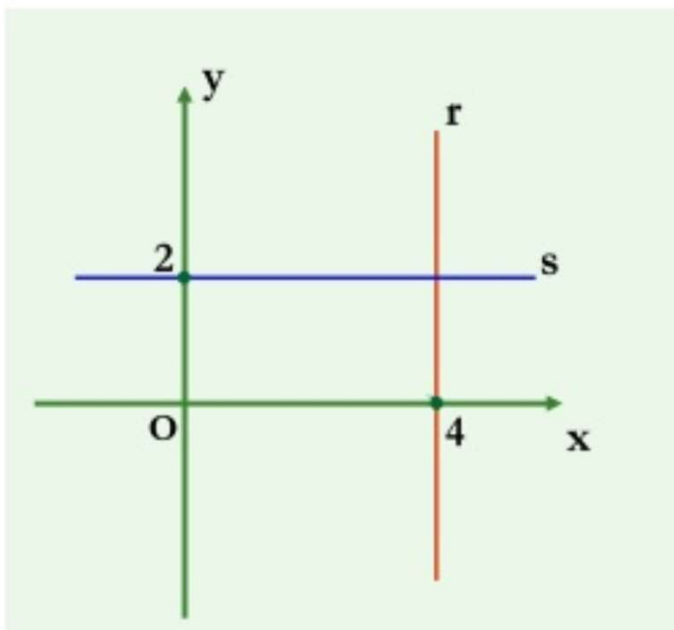
EQUAÇÃO GERAL DA RETA

- Uma forma de expressar equações, sendo do seguinte formato:
 - $ax + by + c = 0$
 - a , b e c são os números reais (coeficientes) que definem a reta.
 - Ao isolar o y ficaríamos com formato da equação reduzida da reta.
- Exemplo: determine a equação geral da reta $y = \frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$
 - Manipulando essa equação, chegamos na sua forma geral:
 - $5x - 2y - 7 = 0$

RETAS PARALELAS AOS EIXOS

- Quando $m=0$, a equação do tipo $y = mx + n$ se reduz a $y=n$.
 - O gráfico da função é uma reta horizontal que corta o eixo Oy no ponto de ordenada n .
- Quando $x=x_0$ temos uma reta vertical paralela ao eixo Oy .

RETAS PARALELAS AOS EIXOS



✓ Equação da reta r: $x = 4$

✓ Equação da reta s: $y = 2$

RETAS PARALELAS

- A condição para que duas retas $y = mx + n$ e $y' = m'x + n'$ sejam paralelas é que $m = m'$.
- Ou seja, que os ângulos sejam iguais.
- Exemplos: $y = 2x + 3$, $y = 2x + 1$, $y = 2x - 7$

EXERCÍCIOS

- Determine a equação da reta que passa pelos pontos dados:
 - a) $(0,0)$ e $(1,2)$

EXERCÍCIOS

- Determine as equações das retas que passam pelos pontos dados:

- a) $(0,0)$ e $(1,2)$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2$$

$$(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$$

$$(y - 0) = 2(x - 0)$$

$$y = 2x$$

$$y - 2x = 0$$

EXERCÍCIOS

- Determine as equações das retas que passam pelos pontos dados:
 - b) $(-1,2)$ e $(2,-1)$

EXERCÍCIOS

- Determine as equações das retas que passam pelos pontos dados:

- b) (-1,2) e (2,-1)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{2 - (-1)} = -\frac{3}{3} = -1$$

$$(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$$

$$(y - (-1)) = -1(x - 2)$$

$$y + 1 = -x + 2$$

$$y = -x + 1$$

EXERCÍCIOS

- Determine as equações das retas que passam pelos pontos dados:
 - c) $(3, 5/2)$ e $(3,1)$

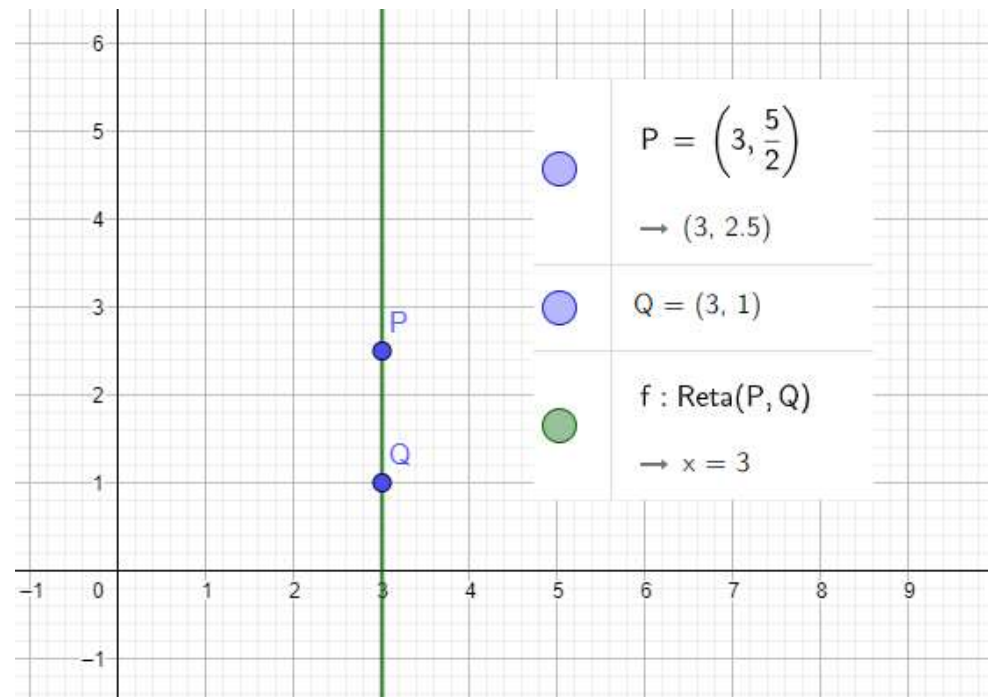
EXERCÍCIOS

- Determine as equações das retas que passam pelos pontos dados:

- c) $(3, 5/2)$ e $(3, 1)$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - \frac{5}{2}}{3 - 3} = \text{dividido por zero}$$

$$x = 3$$



EXERCÍCIOS

■ Coloque as equações no formato da equação geral da reta e diga qual os valores dos coeficientes a, b e c:

■ a) $y = 2x - 1$

■ b) $y = -\frac{x}{2} + 3$

■ c) $y = -\frac{3x}{5} - \frac{3}{2}$

EXERCÍCIOS

- Coloque as equações no formato da equação geral da reta:

- a) $y = 2x - 1$

$$-2x + y + 1 = 0 \quad a = -2; b = 1; c = 1$$

- b) $y = -\frac{x}{2} + 3$

$$\frac{x}{2} + y - 3 = 0 \quad a = \frac{1}{2}; b = 1; c = -3$$

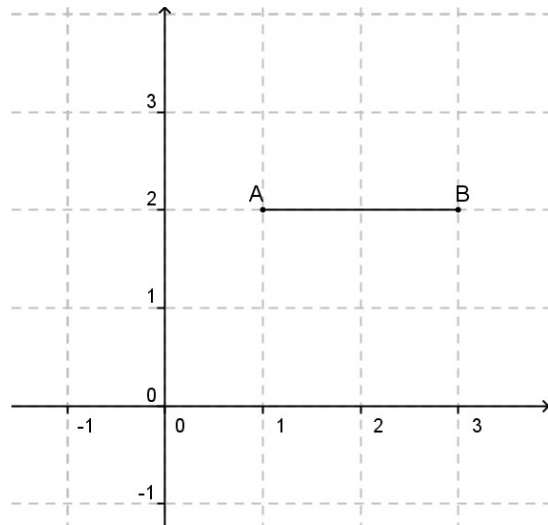
- c) $y = -\frac{3x}{5} - \frac{3}{2}$

$$\frac{3x}{5} + y + \frac{3}{2} = 0 \quad a = \frac{3}{5}; b = 1; c = \frac{3}{2}$$

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

- A distância entre dois pontos de um mesmo eixo é definida como sendo o valor absoluto da diferença de suas abscissas.

- Se x_1 e x_2 são as abscissas de dois pontos A e B, a distância AB é dada por $AB = |x_1 - x_2|$ ou $AB = |x_2 - x_1|$

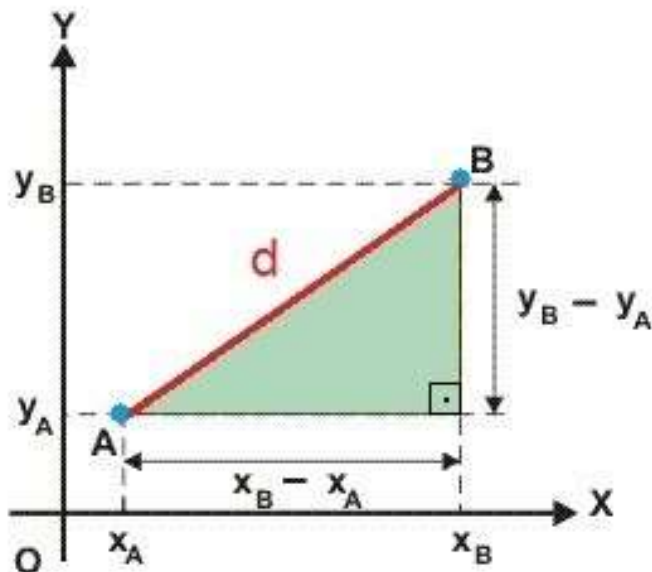


$$AB = |3 - 1| = 2$$

$$AB = |1 - 3| = 2$$

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

- Quando lidamos com dois pontos do plano, a distância entre eles é dada pelo teorema de Pitágoras.



Teorema de Pitágoras

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

$$d_{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

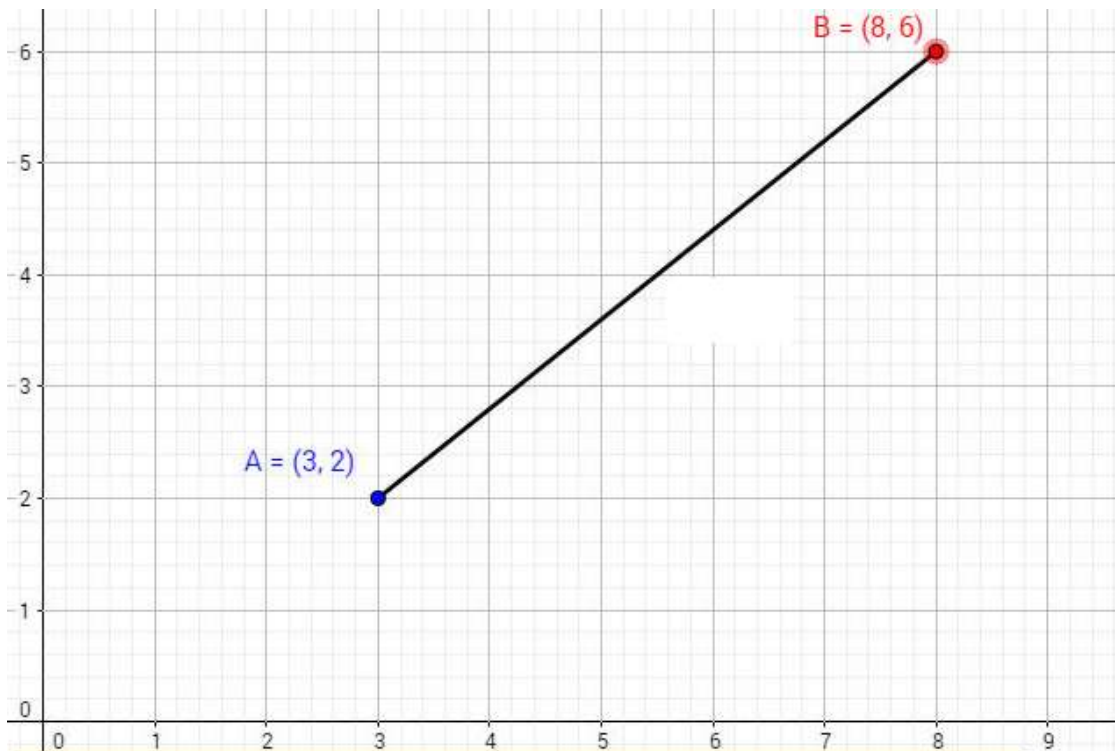
Fórmula da distância entre dois pontos

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

matematikanakabeca

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

- Exemplo: Calcule a distancia AB



$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

$$AB = \sqrt{(8 - 3)^2 + (6 - 2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(5)^2 + (4)^2}$$

$$AB = \sqrt{25 + 16}$$

$$AB = \sqrt{41}$$

$$AB = 6,403124 \dots$$

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

■ Exemplo: Calcule a distancia AB

- A=(2,3) e B=(5,7)

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

- $AB = \sqrt{(5 - 2)^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

- A=(2,3) e B=(7,-4)

$$AB = \sqrt{(7 - 2)^2 + ((-4) - 3)^2} = \sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74} = 8,60233...$$

- A=(3/2, -3) e B=(-4,0)

$$AB = \sqrt{\left(-4 - \frac{3}{2}\right)^2 + (0 - (-3))^2} = \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 9} = 6,26498 ...$$

RETAS PERPENDICULARES

■ Para que duas retas sejam perpendiculares e considerando as retas $y = mx + n$ e $y = m'x + n'$, a seguinte relação entre os coeficiente angular deve ser satisfeita:

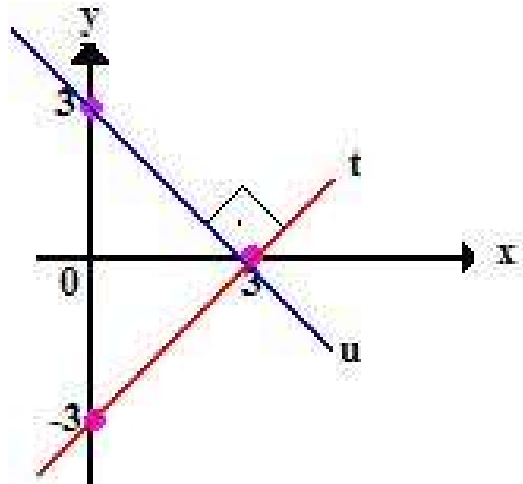
- $m \cdot m' + 1 = 0$

- $m' = -\frac{1}{m}$

- $\frac{a}{b} = \frac{b'}{a'}$

RETAS PERPENDICULARES

- Exemplo: Calcule o m' da reta t e m da reta u



Reta u:

$$\begin{aligned}(y - y_0) &= m(x - x_0) \\ (0 - 3) &= m(3 - 0) \\ m &= -\frac{3}{3} = -1\end{aligned}$$

Reta t:

$$\begin{aligned}(y - y_0) &= m'(x - x_0) \\ (0 - (-3)) &= m'(3 - 0) \\ m' &= \frac{3}{3} = 1\end{aligned}$$

Ou

$$\begin{aligned}m' &= -\frac{1}{m} \\ m' &= -\frac{1}{-1} = 1\end{aligned}$$

EXERCÍCIOS

- Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.
 - $A=(1,-2)$, $B=(0,-1)$, $C=(2,1)$

EXERCÍCIOS

- Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.

- $A=(1,-2)$, $B=(0,-1)$, $C=(2,1)$

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2} = AB = \sqrt{(0 - 1)^2 + (-1 - (-2))^2} = AB = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2} = \sqrt{(2 - 0)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$AC = \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2} = \sqrt{(2 - 1)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

EXERCÍCIOS

- Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.
 - $A=(1,-2)$, $B=(0,-1)$, $C=(2,1)$

EXERCÍCIOS

■ Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.

■ $A=(1,-2), B=(0,-1), C=(2,1)$

■ $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} =$
 $\sqrt{(1 - 0)^2 + ((-2) - (-1))^2} = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

■ $AC = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

■ $AC = \sqrt{(2 - 1)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$

■ $BC = \sqrt{(0 - 2)^2 + ((-1) - 1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = \sqrt{(2^2 \cdot 2)} = 2\sqrt{2}$

EXERCÍCIOS

- Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.
 - $A=(4,1)$, $B=(2,-1)$, $C=(-1,5)$

EXERCÍCIOS

■ Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.

■ $A=(4,1)$, $B=(2,-1)$, $C=(-1,5)$

■ $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

■ $AB = \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = \sqrt{(2^2 \cdot 2)} = 2\sqrt{2}$

■ $AC = \sqrt{(4 - (-1))^2 + (1 - 5)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$

■ $BC = \sqrt{(2 - (-1))^2 + ((-1) - 5)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$

EXERCÍCIOS

- Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.
 - $A=(3,-4)$, $B=(2,1)$, $C=(6,-2)$

EXERCÍCIOS

■ Exemplo: Determine os comprimentos dos lados dos triângulos de vértices dados.

■ $A=(3,-4), B=(2,1), C=(6,-2)$

■ $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

■ $AB = \sqrt{(3 - 2)^2 + (-4 - 1)^2} = \sqrt{(1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$

■ $BC = \sqrt{(2 - 6)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

■ $AC = \sqrt{(3 - 6)^2 + ((-4) - (-2))^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

EXERCÍCIOS

- Determine a equação reduzida da reta que passa pelos pontos $A(2,7)$ e $B(-1,-5)$.

EXERCÍCIOS

- Determine a equação reduzida da reta que passa pelos pontos A(2,7) e B(-1,-5).

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 7}{-1 - 2} = -\frac{12}{-3} = 4$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

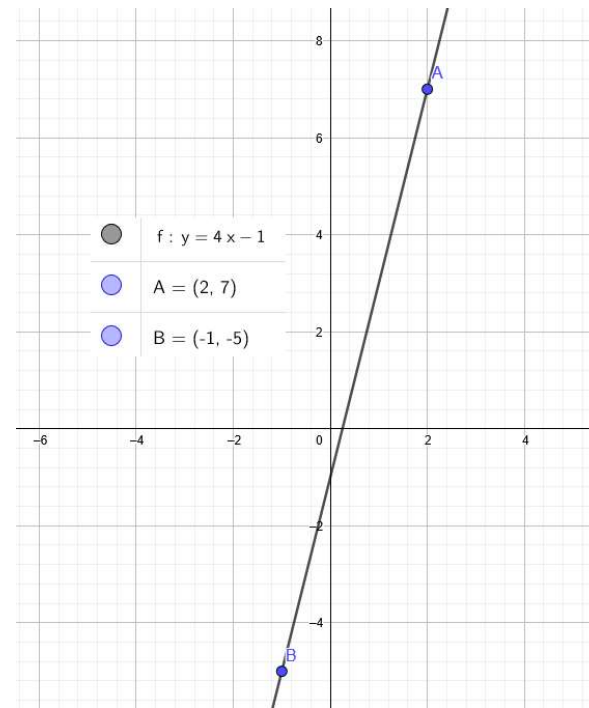
$$y - 7 = 4(x - 2)$$

$$y = 4x - 8 + 7$$

$$y = 4x - 1$$

EXERCÍCIOS

- Determine a equação reduzida da reta que passa pelos pontos $A(2,7)$ e $B(-1,-5)$.



EXERCÍCIOS

Eg. Geral da reta:
 $ax + by + c = 0$

- Determine a equação geral da reta que passa pelo ponto A(3,-1) e tem inclinação de 45° .

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

EXERCÍCIOS

Eg. Geral da reta:
 $ax + by + c = 0$

- Determine a equação geral da reta que passa pelo ponto A(3,-1) e tem inclinação de 45° .

$$m = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - (-1) = 1(x - 3)$$

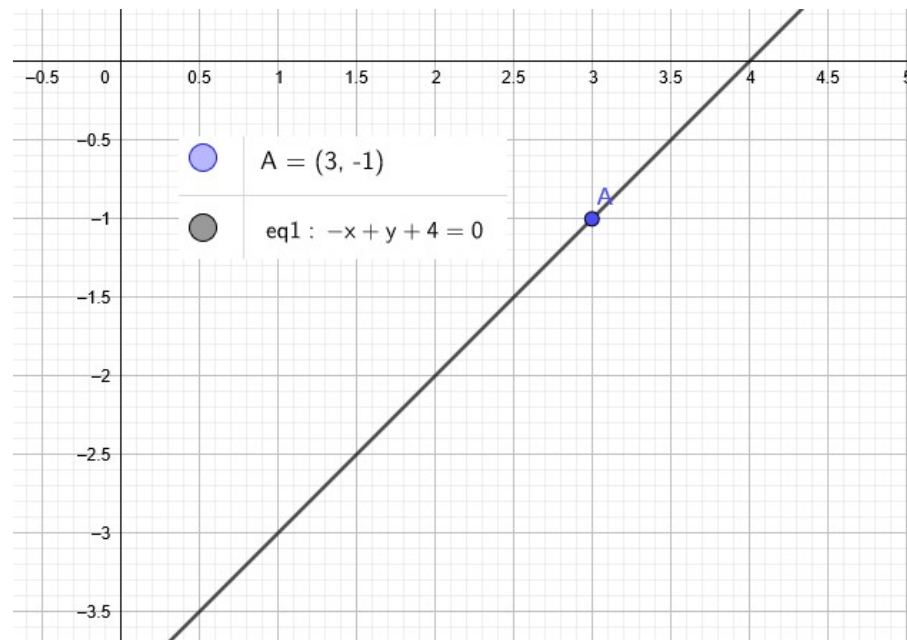
$$y + 1 - x + 3 = 0$$

$$-x + y + 4 = 0$$

EXERCÍCIOS

Eg. Geral da reta:
 $ax + by + c = 0$

- Determine a equação geral da reta que passa pelo ponto $A(3, -1)$ e tem inclinação de 45° .



EXTRAS

- <https://www.todoestudo.com.br/matematica/equacao-da-reta>
- <https://www.youtube.com/watch?v=pRNnguDcR6Y>