

**UNIR – Fundação Universidade Federal de Rondônia**  
**CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO – 2º Período – 2º Sem. / 2021 – Geometria Analítica**  
**Lista de Exercícios nº 7 – RETAS e PLANOS**

1 – Dados  $\mathbf{P} = (1, 3, -3)$ ,  $\mathbf{Q} = (0, -1, 4)$  e  $\mathbf{v} = (-1, 4, 0)$  ache, em coordenada:

a)  $\overrightarrow{QP}$

b)  $\mathbf{P} + \vec{v}$

c)  $\mathbf{Q} + 2\overrightarrow{PQ}$

**Resp.: a)  $(1, 4, -7)$**

**b)  $(0, 7, -3)$**

**c)  $(-2, -9, 18)$**

2 - Dados  $\mathbf{A} = (1, 1, -1)$  e  $\mathbf{B} = (1, -2, 3)$ , calcule  $d_{AB}$ .

**Resp.:  $d_{AB} = 5$**

3 - Dados  $\mathbf{P} = (1, 3, -3)$ ,  $\mathbf{Q} = (0, -1, 4)$ , calcule  $d_{PQ}$ .

**Resp.:  $d_{PQ} = \sqrt{66}$ .**

4 - Ache as equações nas formas vetorial, paramétrica e simétrica da reta que passa pelos pontos  $\mathbf{A} = (1, 0, 1)$  e  $\mathbf{B} = (0, 1, 0)$ .

**Resp.: Pág. 130 – Exercício 1.**

5 - Dadas equações paramétricas de uma reta  $\mathbf{r}$  (abaixo), ache uma equação vetorial de  $\mathbf{r}$ .

$$\mathbf{x} = \mathbf{1} + 3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{y} = 2\mathbf{k} \quad \mathbf{k} \in \mathbf{R}$$

$$\mathbf{z} = 6 - 5\mathbf{k}$$

**Resp.: Pág. 133 – Exercício 5.**

6 - Verifique se o ponto  $\mathbf{P} = (4, 1, -1)$  pertence a reta  $\mathbf{r}: \mathbf{x} = (1, 0, 1) + \lambda(2, 1, 1) \quad (\lambda \in \mathbf{R})$ .

**Resp.: Pág. 134 – Exercício 6.**

7 – Ache duas equações vetoriais do plano que passa por  $\mathbf{A} = (-3, -7, 1)$  e é paralelo aos vetores  $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$  e  $\mathbf{v} = (-1, 1, 0)$ .

**Resp.: Pág. 141 – Exercício 1.**

8 - Ache uma equação vetorial do plano que contém os pontos  $\mathbf{A} = (0, 1, 0)$ ,  $\mathbf{B} = (1, 0, 1)$  e  $\mathbf{C} = (0, 0, 1)$ .

**Resp.: Pág. 141 – Exercício 2.**

9 - Dê equações paramétricas do plano que passa pelo ponto  $\mathbf{A} = (7, 7, 1)$  e é paralelo aos vetores  $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$  e  $\mathbf{v} = (-1, 0, 1)$ .

**Resp.: Pág. 142 – Exercício 3.**

10 – Ache uma equação geral do plano  $\pi$  que passa por  $A = (9, -1, 0)$  e é paralelo aos vetores  $u = (0, 1, 0)$  e  $v = (1, 1, 1)$ .

**Resp.:** Pág. 149 – Exercício 1.

11 - Idem,  $\pi$  passando por  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (-1, 0, 1)$  e  $C = (2, 1, 2)$ .

**Resp.:** Pág. 149 – Exercício 2.

12 – Ache uma equação geral do plano  $\pi$ , que passa pelo ponto  $A = (1, 0, 2)$  e tem vetor normal  $n = (1, -1, 4)$ .

**Resp.:** Pág. 162 – Exercício 1.

13 – Ache a medida em radianos do ângulo entre as retas  $r: X = (1, 1, 9) + \lambda (0, 1, -1)$  e  $s$  dada por:

$$y = x - 1$$

$$z = 4$$

**Resp.:** Pág. 208 – Exercício 1.

14 - Ache a medida em radianos do ângulo entre  $r: X = (0, 1, 0) + \lambda (-1, -1, 0)$  e  $\pi: y + z - 10 = 0$ .

**Resp.:** Pág. 210 – Exercício 1.

15 – Ache a medida  $\alpha$  do ângulo entre os planos  $\pi_1: x - y + z = 20$  e  $\pi_2: x + y + z = 0$ .

**Resp.:** Pág. 212 – Exercício 1.

16 – Escreva a fórmula para calcular a distância entre dois pontos no  $R^3$ .

**Resp.:** Pág. 219 – Distância de ponto a ponto.

17 – Calcule a distância do ponto  $P = (1, 2, -1)$  ao plano  $\pi: 3x - 4y - 5z + 1 = 0$ .

**Resp.:** Pág. 224 – Exercício 1.

18 – Encontre a equação vetorial da reta que passa por  $A = (1, -1, 4)$  e tem a direção de  $v = (2, 3, 2)$ . Verifique também se o ponto  $P = (5, 5, 8)$  pertence a esta reta.

**Resp.:**  $r : (x, y, z) = (1, -1, 4) + t(2, 3, 2)$   $P \in r$

19 – Dado o ponto  $A(2, 3, -4)$  e o vetor  $v = (1, -2, 3)$  pede-se:

a) Escrever as equações paramétricas da reta  $r$  que passa por  $A$  e tem a direção de  $v$ .

**Resp.:**

$$x = 2 + t$$

$$y = 3 - 2t$$

$$z = -4 + 3t$$

- b) Encontrar dois pontos **B** e **C** de **r** de parâmetros **t = 1** e **t = 4** respectivamente.

**Resp.:** **B** (3, 1, -1)                      **C** (6, -5, 4)

- c) Determinar o ponto de **r** cuja abscissa é 4.

**Resp.:** **P** (4, -1, 2)

- d) Verificar se os pontos **D** = (4, -1, 2) e **E** = (5, -4, 3) pertencem a **r**.

**Resp.:** **D** (4, -1, 2)  $\in \mathbf{r}$                       **E** (5, -4, 3)  $\notin \mathbf{r}$

- e) Determinar para que valores de **m** e **n** o ponto **F** = (m, 5, n) pertence a **r**.

**Resp.:** **m** = 1 e **n** = -7    Assim, **F** (1, 5, -7)

- f) Escrever outros dois sistemas de equações paramétricas de **r**.

**Resp.:**

$$\begin{array}{ll} \mathbf{x} = 3 + 2t & \mathbf{x} = 5 + t \\ \mathbf{y} = 1 - 4t & \mathbf{y} = 2 - 2t \\ \mathbf{z} = -1 + 6t & \mathbf{z} = -4 + 3t \end{array}$$

- g) Escrever equações paramétricas da reta **s** que passa por **G** = (5, 2, -4) e é paralela a **r**.

**Resp.:** Considerando uma das equações de **r** (do exercício anterior), temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}: (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) &= (5, 2, -4) + t(1, -2, 3) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{x} = 5 + t \\ \mathbf{y} = 2 - 2t \\ \mathbf{z} = -4 + 3t \end{array} \end{aligned}$$

- h) Escrever equações paramétricas da reta **u** que passa por **A** e é paralela ao eixo **y**.

**Resp.:** Sendo **A**(2, 3, -4)     $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} &\mathbf{x} = 2 + 0t \\ \Rightarrow &\mathbf{y} = 3 + 1t \\ &\mathbf{z} = -4 + 0t \end{aligned}$$

**Observação:** (0, 1, 0) são as coordenadas do eixo **y**.

**20** – Escreva as equações paramétricas da reta **r** que passa por **A** = (3, -1, 2) e **B** = (1, 2, 4).

**Resp.:** Fazendo **v** = **AB** = **B** - **A** = (-2, 3, 2), temos:

$$\begin{array}{l} \mathbf{x} = 3 - 2t \\ \mathbf{y} = -1 + 3t \\ \mathbf{z} = 2 + 2t \end{array}$$