TEOREMA Fórmula de Herão

Sejam a, b e c os lados do $\triangle ABC$, e seja s o semiperímetro:

$$\frac{(a + b + c)}{2}.$$

então, a área de $\triangle ABC$ é dada por Área $= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$.

EXEMPLO 20 Usando a fórmula de Herão

Encontre a área de um triângulo com lados 13, 15, 18.

SOLUÇÃO

Primeiro calcularemos o semiperímetro: $s = \dfrac{(13 + 15 + 18)}{2} = 23$.
Então, usaremos a fórmula de Herão.

$$\text{Área} = \sqrt{23\,(23 - 13)(23 - 15)(23 - 18)}$$
$$= \sqrt{23 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 5} = \sqrt{9200} = 20\sqrt{23}.$$

A área aproximada é 96 unidades quadradas.

Exercícios

Nos exercícios 1 a 8, converta de radianos para graus.

1. $\dfrac{\pi}{6}$ **2.** $\dfrac{\pi}{4}$

3. $\dfrac{\pi}{10}$ **4.** $\dfrac{3\pi}{5}$

5. $\dfrac{7\pi}{9}$ **6.** $\dfrac{13\pi}{20}$

7. 2 **8.** 1,3

Nos exercícios de 9 a 12, use as fórmulas para cálculo do comprimento do arco para completar com as informações que estão faltando.

	s	r	θ
9.	?	1 cm	70 rad
10.	2,5 cm	?	$\frac{\pi}{3}$ rad
11.	3 m	1 m	?
12.	40 cm	?	20°

13. Múltipla escolha Qual é a medida em radianos de um ângulo de x graus?

(a) πx (b) $\dfrac{x}{180}$

(c) $\dfrac{\pi x}{180}$ (d) $\dfrac{180x}{\pi}$

(e) $\dfrac{180}{x\pi}$

14. Múltipla escolha Se o perímetro de um setor é 4 vezes seu raio, então a medida em radianos do ângulo central do setor é:

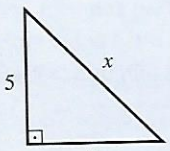
(a) 2 (b) 4

(c) $\dfrac{2}{\pi}$ (d) $\dfrac{4}{\pi}$

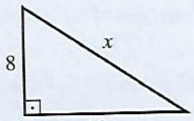
(e) impossível determinar sem saber o raio.

O teorema de Pitágoras diz que, em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é a soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados. Entende-se hipotenusa como o lado oposto ao ângulo de 90°. Nos exercícios de 15 a 18, use esse teorema para encontrar x.

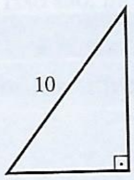
15.



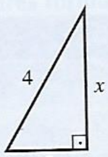
16.



17.

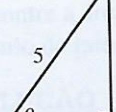


18.

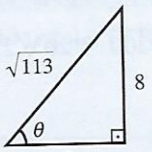


Nos exercícios de 19 a 26, encontre o valor do seno, do cosseno e da tangente do ângulo θ.

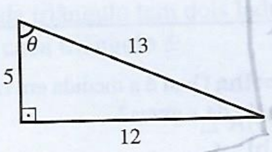
19.



20.

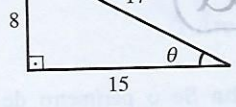


21.

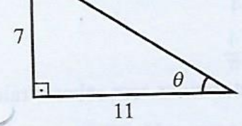


fazer também a cotangente a secante e a cossecante

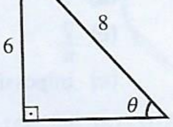
22.



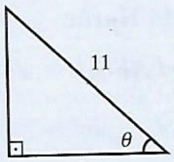
23.



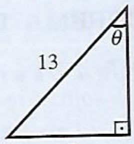
24.



25.



26.



Nos exercícios de 27 a 32, encontre as outras medidas dos ângulos que faltam (sabemos calcular seno, cosseno e tangente).

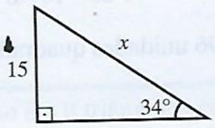
27. $\text{sen}\,\theta = \dfrac{3}{7}$ **28.** $\text{sen}\,\theta = \dfrac{2}{3}$

29. $\cos\theta = \dfrac{5}{11}$ **30.** $\cos\theta = \dfrac{5}{8}$

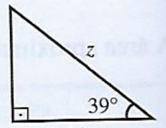
31. $\text{tg}\,\theta = \dfrac{5}{9}$ **32.** $\text{tg}\,\theta = \dfrac{12}{13}$

Nos exercícios de 33 a 38, encontre o valor da variável indicada.

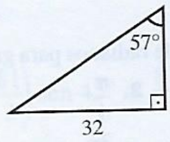
33.



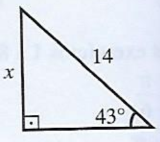
34.



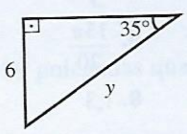
35.



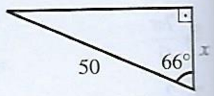
36.



37.



38.



Nos exercícios de 39 a 42, dê o valor do ângulo θ em graus.

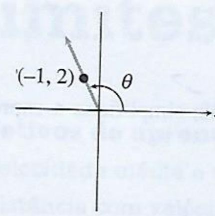
39. $\theta = -\dfrac{\pi}{6}$ **40.** $\theta = -\dfrac{5\pi}{6}$

41. $\theta = \dfrac{25\pi}{4}$ **42.** $\theta = \dfrac{16\pi}{3}$

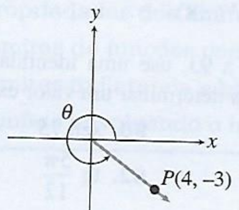
Nos exercícios de 43 a 46, calcule o seno, o cosseno e a tangente do ângulo.

Identificar também o cateto adjacente, o oposto e a hipotenuso apresentando seus valores

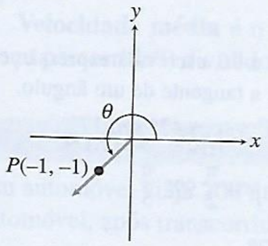
43.



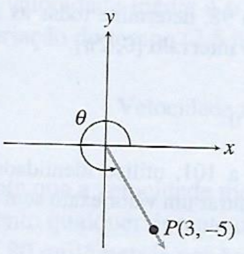
44.



45.



46.



Nos exercícios de 47 a 52, o ponto P está na reta que determina a abertura do ângulo. Encontre o seno, o cosseno e a tangente do ângulo θ.

47. $P(3, 4)$ **48.** $P(-4, -6)$

49. $P(0, 5)$ **50.** $P(-3, 0)$

51. $P(5, -2)$ **52.** $P(22, -22)$

Nos exercícios de 53 a 58, encontre sen θ, cos θ e tg θ para o ângulo dado.

53. $-450°$ **54.** $-270°$

55. 7π **56.** $\dfrac{11\pi}{2}$

57. $-\dfrac{7\pi}{2}$ **58.** -4π

59. Encontre cos θ, se sen $\theta = \dfrac{1}{4}$ e tg $\theta < 0$.

60. Encontre tg θ, se sen $\theta = -\dfrac{2}{5}$ e cos $\theta > 0$.

61. Verdadeiro ou falso? Se θ é um ângulo na posição padrão determinado pelo ponto $(\theta, -6)$, então sen $\theta = -0{,}6$. Justifique sua resposta.

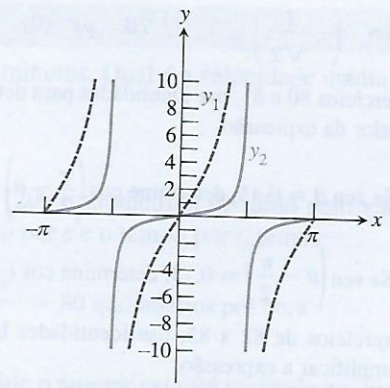
62. Múltipla escolha Se cos $\theta = \dfrac{5}{13}$ e tg $\theta > 0$, então sen $\theta =$

(a) $-\dfrac{12}{13}$ **(b)** $-\dfrac{5}{12}$ **(c)** $\dfrac{5}{13}$

(d) $\dfrac{5}{12}$ **(e)** $\dfrac{12}{13}$

No exercício 63, identifique o gráfico de cada função.

63. Gráficos de dois períodos de 0,5 tg x e 5 tg x são mostrados.



No exercício 64, analise a função quanto a: domínio, imagem, continuidade, comportamento crescente ou decrescente, se é limitada e se é simétrica; analise extremos, assíntotas e comportamento nos extremos do domínio.

64. $f(x) = \text{tg}\,\dfrac{x}{2}$

Nos exercícios de 65 a 67, avalie *sem* o uso de uma calculadora.

65. $\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$

66. $\cot\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$

67. $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$

Nos exercícios de 68 a 73, avalie sem usar uma calculadora, mas usando índices em um triângulo de referência.

68. $\cos 120^\circ$

69. $\sec \dfrac{\pi}{3}$

70. $\operatorname{sen} \dfrac{13\pi}{6}$

71. $\operatorname{tg} \dfrac{15\pi}{4}$

72. $\cos \dfrac{23\pi}{6}$

73. $\operatorname{sen} \dfrac{11\pi}{3}$

Nos exercícios de 74 a 79, determine o valor exato.

74. $\operatorname{sen}^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

75. $\operatorname{tg}^{-1}(0)$

76. $\cos^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right)$

77. $\operatorname{tg}^{-1}(-1)$

78. $\operatorname{sen}^{-1}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

79. $\cos^{-1}(0)$

Nos exercícios 80 e 81, use identidades para determinar o valor da expressão.

80. Se $\operatorname{sen}\theta = 0{,}45$, determine $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$.

81. Se $\operatorname{sen}\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right) = 0{,}73$, determine $\cos(-\theta)$.

Nos exercícios de 82 a 85, use identidades básicas para simplificar a expressão.

82. $\operatorname{tg} x \cdot \cos x$

83. $\sec y \operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} - y\right)$

84. $\dfrac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{\csc^2 x}$

85. $\cos x - \cos^3 x$

Nos exercícios de 86 a 88, simplifique a expressão para 1 ou −1.

86. $\operatorname{sen} x \csc(-x)$

87. $\cot(-x) \cdot \cot\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$

88. $\operatorname{sen}^2(-x) + \cos^2(-x)$

Nos exercícios de 89 a 93, use uma identidade de soma ou diferença para determinar um valor exato.

89. $\operatorname{sen} 15^\circ$

90. $\operatorname{sen} 75^\circ$

91. $\cos \dfrac{\pi}{12}$

92. $\operatorname{tg} \dfrac{5\pi}{12}$

93. $\cos \dfrac{7\pi}{12}$

Nos exercícios de 94 a 96, escreva a expressão como o seno, o cosseno ou a tangente de um ângulo.

94. $\operatorname{sen} 42^\circ \cos 17^\circ - \cos 42^\circ \operatorname{sen} 17^\circ$

95. $\operatorname{sen} \dfrac{\pi}{5} \cos \dfrac{\pi}{2} + \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{2} \cos \dfrac{\pi}{5}$

96. $\dfrac{\operatorname{tg} 19^\circ + \operatorname{tg} 47^\circ}{1 - \operatorname{tg} 19^\circ \operatorname{tg} 47^\circ}$

Nos exercícios de 97 a 98, determine todas as soluções para a equação no intervalo $[0, 2\pi]$.

97. $\operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x$

98. $\operatorname{sen} 2x - \operatorname{tg} x = 0$

Nos exercícios de 99 a 101, utilize identidades de meio ângulo para encontrar um valor exato sem auxílio de calculadora.

99. $\operatorname{sen} 15^\circ$

100. $\cos 75^\circ$

101. $\operatorname{tg}\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$