Revisão AV1 Cálculo 1

Prof. Pablo Nunes Vargas

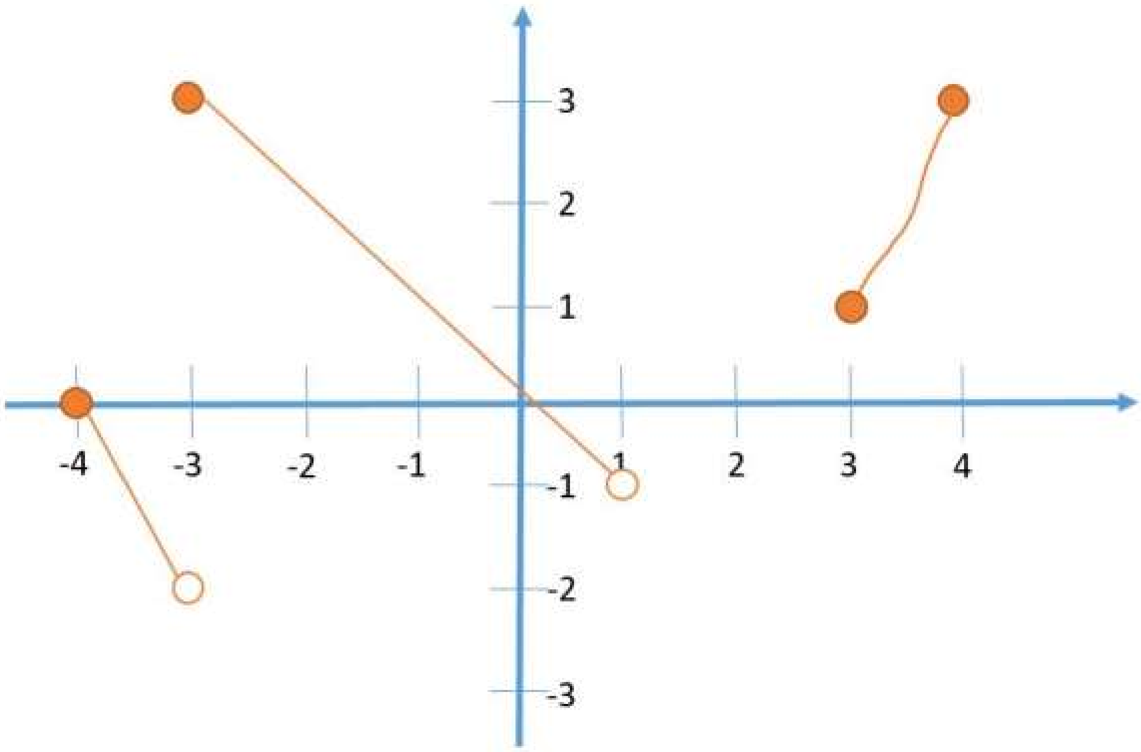
1) questão

a) Qual o valor de $\boldsymbol{f}(-\mathbf{3})$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{f}(\mathbf{1})$?

b) $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{1}$ para qual(is) valor(es) de x?

c) Qual o domínio e a imagem da função?

d) Em quais intervalos f(x) é decrescente?



1) questão

a) Qual o valor de $\boldsymbol{f}(\text{-}\mathbf{3})\ \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{f}(\mathbf{1})$?

$f(-3) = 3\ e\ f(1) = \nexists$

b) $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{1}$ para qual(is) valor(es) de x?

Para $x = -1\ e\ x = 3$

c) Qual o domínio e a imagem da função?

D=[-4,1[U[3,4]

I=]-2,3]

d) Em quais intervalos f(x) é decrescente?

Dec.: [-4,-3[U[-3,1[

$$f(x) = 20x - 10$$
$$g(x) = 5x + 2$$
$$h(x) = \frac{x}{20}$$

2) questão

Calcule f∘g, g∘f e g∘h∘f, dada as funções (2,5 pontos):

a) Determine se a função composta é par, ímpar ou nenhum dos dois

2) questão

$$f(x) = 20x - 10$$
$$g(x) = 5x + 2$$
$$h(x) = \frac{x}{20}$$

a) $fog(x) = f\big(g(x)\big) = f(5x+2) = 20.(5x+2) - 10 = 100x + 40 - 10 = 100x + 30$

$$f\big(g(2)\big) = 100.2 + 30 = 230$$
$$f\big(g(-2)\big) = 100.(-2) + 30 = -170$$

(nem par e nem ímpar)

$gof(x) = g\big(f(x)\big) = 5.(20x - 10) + 2 = 100x - 50 + 2 = 100x - 48$

$$f\big(g(2)\big) = 100.2 - 48 = 152$$
$$f\big(g(-2)\big) = 100.(-2) - 48 = -248$$

(nem par e nem ímpar)

$$gohof(x) = g\left(h\big(f(x)\big)\right) = g\left(x - \frac{1}{2}\right) = 5.\left(x - \frac{1}{2}\right) + 2 = 5x - \frac{5}{2} + 2 = 5x - \frac{9}{2}$$
$$h\big(f(x)\big) = \frac{20x - 10}{20} = x - \frac{1}{2}$$
$$gohof(2) = 5.2 - \frac{9}{2} = 10 - \frac{9}{2} = \frac{11}{2}$$
$$gohof(-2) = 5.(-2) - \frac{9}{2} = -10 - \frac{9}{2} = -\frac{29}{2}$$

(nem par e nem ímpar)

$$f(x) = 20x - 10$$
$$g(x) = 5x + 2$$
$$h(x) = \frac{x}{20}$$

2) questão

b) Calcule como entrada das funções compostas o valor 10.

$$f(x) = 20x - 10$$
$$g(x) = 5x + 2$$
$$h(x) = \frac{x}{20}$$

2) questão

$b)\quad fog(10) = f\big(g(10)\big) = 100.10 + 30 = 1030$

$gof(10) = g\big(f(10)\big) = 100.10 - 48 = 952$

$$gohof(10) = g\left(h\big(f(10)\big)\right) = 5x - \frac{9}{2} = \frac{91}{2} = 45{,}5$$

3) questão

$$f(x) = \frac{3x+2}{2x}$$

Considere a função $f(x) = \frac{3x+2}{2x}$ (2,0 pontos):

a) Calcule a inversa de $f(x)$

b) Determine o Limite da $f^{-1}(x)$ quando $x \to 2$

3) questão

$a)\quad y = \frac{3x+2}{2x}$

$$x = \frac{3y+2}{2y}$$

$$2yx = 3y + 2$$

$$2yx - 3y = 2$$

$$y(2x-3) = 2$$

$$y = \frac{2}{2x-3}$$

$$y^{-1} = \frac{2}{2x-3}$$

$a)\quad y = \frac{3x+2}{2x}$

$$x = \frac{3y+2}{2y}$$

$$2yx = 3y + 2$$

$$2yx - 3y = 2$$

$$y(2x-3) = 2$$

$$y = \frac{2}{2x-3}$$

$$y^{-1} = \frac{2}{2x-3}$$

3) questão

$$f(x) = \frac{3x+2}{2x}$$

b) $\lim_{x \to 2} \frac{2}{2x-3} = \frac{2}{2.2-3} = 2$

4) questão

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen\,(5x)}{10x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen\,(x)}{x} = 1$$

$$\boxed{\begin{array}{lll} I) & \lim\limits_{x \to \pm\infty} & \frac{1}{x^n} = 0 \\ II) & \lim\limits_{x \to \pm\infty} & k = k \end{array}}$$

- Calcule os limites abaixo (2,0 pontos):

  $a)\ \lim_{x \to 0} \frac{sen\,(5x)}{10x}$

  $b)\ \lim_{x \to -\infty} x + x^2$

4) questão

$$\lim_{x \to 0} \frac{\mathbf{sen}\ (\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{x}} = 1$$

$a)\quad \lim_{x \to 0} \frac{sen(5x)}{10x}$

$u = 5x \therefore u = 5.0 = 0 \ \therefore u \to 0$

$x = \frac{u}{5}$

$$\lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{10x} = \lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{\cancel{10}.\left(\frac{u}{\cancel{5}}\right)} = \lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{2u} = \frac{1}{2} . \cancelto{1}{\lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{u}} = \frac{1}{2}$$

4) questão

$$\lim_{x\to-\infty} x + x^2$$

I) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

II) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} k = k$

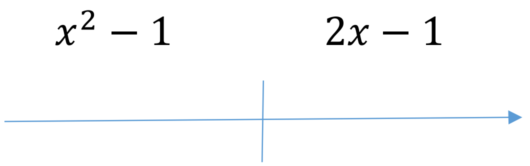
$b)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x + x^2) = -\infty + (-\infty)^2 = -\infty + \infty$

$$\lim_{x\to-\infty} x^2\left(\cancelto{0}{\frac{1}{x}} + 1\right) = \lim_{x\to-\infty} x^2 = (-\infty)^2 = \infty$$

5) questão

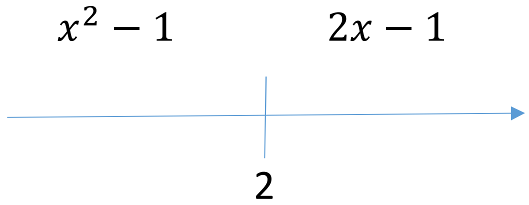
Determine se há continuidade no ponto x=2, onde (1,5 pontos):

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & se\ x > 2 \\ x^2 - 1 & se\ x \leq 2 \end{cases}$$



$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & se\ x > 2 \\ x^2 - 1 & se\ x \leq 2 \end{cases}$$

5) questão



$$a)\ \ f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & se\ x > 2 \\ x^2 - 1 & se\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$I.\quad f(2) = 2^2 - 1 = 3$$

$$II.\ \ \lim_{x \to 2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \to 2^+} 2x - 1 = 3 \\ \lim_{x \to 2^-} x^2 - 1 = 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = 3$$

$$III.\ \ f(2) = \lim_{x \to 2} f(x)$$

Há continuidade.

Gincana Cálculo 1

Prof. Pablo Nunes Vargas

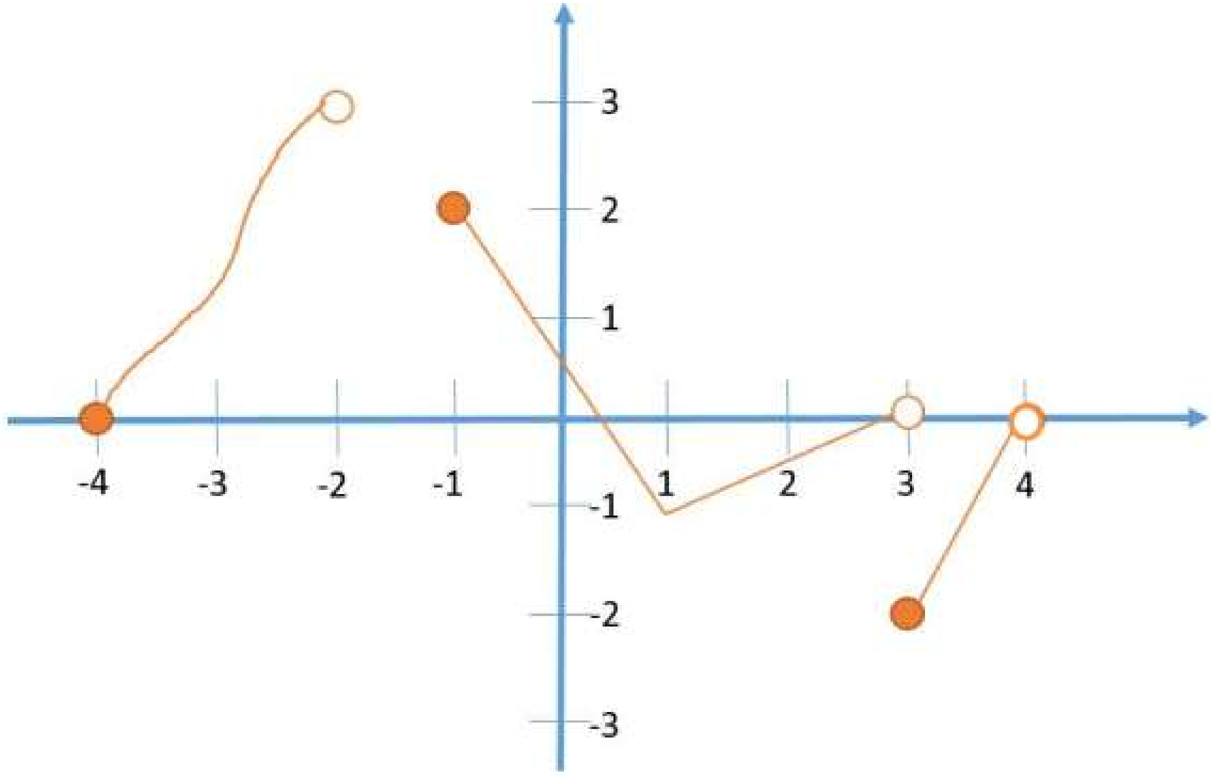
1) questão

a) Qual o valor de $\boldsymbol{f(1)}$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{f(4)}$?

b) $\boldsymbol{f(x)}$ = -$\mathbf{2}$ para qual(is) valor(es) de x?

c) Qual o domínio e a imagem da função?

d) Em quais intervalos f(x) é crescente?



1) questão

a) Qual o valor de $\boldsymbol{f(1)}$ $\boldsymbol{e}$ $\boldsymbol{f(4)}$?
$f(1) = -1 \; e \; f(4) = \nexists$

b) $\boldsymbol{f(x)}$ = -$\mathbf{2}$ para qual(is) valor(es) de x?

Para $x = 3$
c) Qual o domínio e a imagem da função?

D=[-4,-2[U[-1,4[

I=[-2,3[
d) Em quais intervalos f(x) é crescente?
Cres: [-4,-2[U[1,3[U[3,4[

2) questão

$$f(x) = x^2 - 3$$
$$g(x) = \sqrt{x + 3}$$
$$h(x) = x - 1$$

Calcule f∘g, g∘f e g∘h∘f, dada as funções (2,5 pontos):

$$f(x) = x^2 - 3$$
$$g(x) = \sqrt{x + 3}$$
$$h(x) = x - 1$$

a. Determine se a função composta é par, ímpar ou nenhum dos dois

b. Calcule como entrada das funções compostas x=6.

2) questão

a) $$fog(x) = f\big(g(x)\big) = f(\sqrt{x+3}) = (\sqrt{x+3})^2 - 3 = x + 3 - 3 = x$$

$$f\big(g(6)\big) = 6$$

$$f\big(g(-6)\big) = -6$$

(função ímpar)

$$gof(x) = g\big(f(x)\big) = g(x^2 - 3) = \sqrt{x^2 - 3 + 3} = x$$

$$g\big(f(6)\big) = 6$$

$$g\big(f(-6)\big) = -6$$

(função ímpar)

$$gohof(x) = g\Big(h\big(f(x)\big)\Big) = g(x^2 - 4) = \sqrt{x^2 - 4 + 3} = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$h\big(f(x)\big) = h(x^2 - 3) = x^2 - 3 - 1 = x^2 - 4$$

$$g\Big(h\big(f(6)\big)\Big) = \sqrt{6^2 - 1} = \sqrt{35}$$

$$g\Big(h\big(f(-6)\big)\Big) = \sqrt{(-6)^2 - 1} = \sqrt{35}$$

(função par)

$f(x) = \log_3(x-1)$

$$\log_a(a^x) = x \quad \text{para todo } x \in \mathbb{R}$$

$$a^{\log_a x} = x \quad \text{para todo } x > 0$$

3) questão

Considere a função $f(x) = \log_3(x-1)$ (2,0 pontos):

a) Calcule a inversa de $f(x)$

b) Determine o Limite da $f^{-1}(x)$ quando $x \to 3$

$$\log_a(a^x) = x \quad \text{para todo } x \in \mathbb{R}$$

$$a^{\log_a x} = x \quad \text{para todo } x > 0$$

3) questão

$a)\ \ f(x) = \log_3(x-1)$

$y = \log_3(x-1)$

$x = \log_3(y-1)$

$3^x = 3^{\log_3(y-1)}$

$3^x = y-1$

$y = 3^x + 1$

$y^{-1} = 3^x + 1$

b) $\lim\limits_{x \to 3} 3^x + 1 = 3^3 + 1 = 28$

4) questão

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen\,(4x)}{16x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen\,(x)}{x} = 1$$

Calcule o limite abaixo (2,0 pontos):

a) $\lim_{x \to 0} \frac{sen\,(4x)}{16x}$

a) $\lim_{x\to 0} \frac{sen\,(4x)}{16x}$

$$u = 4x \therefore u = 4.0 = 0 \;\; \therefore u \to 0$$

$$x = \frac{u}{4}$$

$$\lim_{u\to 0} \frac{sen\,(u)}{\frac{16u}{4}} = \lim_{u\to 0} \frac{sen\,(u)}{4u} = \frac{1}{4} \lim_{u\to 0} \frac{sen\,(u)}{u} = \frac{1}{4}$$

$$\boldsymbol{\lim_{x\to 0} \frac{sen\,(x)}{x} = 1}$$

4) questão

a) $\lim_{x\to 0} \frac{sen\,(4x)}{16x}$

$$u = 4x \therefore u = 4.0 = 0 \;\; \therefore u \to 0$$

$$x = \frac{u}{4}$$

$$\lim_{u\to 0} \frac{sen\,(u)}{\frac{16u}{4}} = \lim_{u\to 0} \frac{sen\,(u)}{4u} = \frac{1}{4} \lim_{u\to 0} \cancelto{1}{\frac{sen\,(u)}{u}} = \frac{1}{4}$$

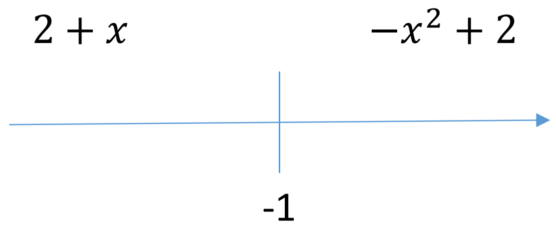
5) questão

Determine se há continuidade no ponto x=-1, onde (1,5 pontos):

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & se\ x > -1 \\ 2 + x & se\ x \leq -1 \end{cases}$$

5) questão

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+2 & se\ x > -1 \\ 2+x & se\ x \leq -1 \end{cases}$$



a) $f(x) = \begin{cases} -x^2+2 & se\ x > \ -1 \\ 2+x & se\ x \leq -1 \end{cases}$

I. $f(-1) = 2 + (-1) = 1$

II. $\lim_{x \to -1} f(x) \begin{cases} \lim_{x \to -1^+} -x^2 + 2 = -1 + 2 = 1 \\ \lim_{x \to -1^-} 2 + x = 1 \end{cases}$

$$\lim_{x \to -1} f(x) = 1$$

III. $f(-1) = \lim_{x \to -1} f(x)$

Há continuidade.