

2-LABORATORIYA ISHI

Mavzu: Regressiya koeffitsientlarining aniqligi. Gauss-Markov teoremasi. Regressiya koeffitsientlariga tegishli gipotezalarni tekshirish. Ishonch intervallari. Bir tomonlama t-testlar. Baholash sifatiga F-test. Kriteriyalarning o‘zaro bog‘liqligi.

Kerakli texnik vositalar:

Pentium-4 shaxsiy kompyuteri.

Kerakli dasturiy vositalar:

Microsoft EXCEL dasturi.

Ishning maqsadi: *Microsoft EXCEL dasturida regressiya koeffitsientlarining aniqligi va siljimasligi, regressiya koeffitsientlariga tegishli gipotezalarni tekshirish. Ishonch intervallari. Bir tomonlama t-testlar. Baholash sifatiga F-test. Kriteriyalarning o‘zaro bog‘liqligi ko‘rsatiladi.*

1-masala. Quyidagi jadval ma‘lumotlardan foydalanib regressiya tenglamasini hosil qiling va uning siljimasligi va aniqligini ko‘rsating.

1-jadval

Xo‘jaliklar	Hosildorlik, Y_i	Yer sifati, X_i	Xo‘jaliklar	Hosildorlik, Y_i	Yerning sifati, X_i
1.	17,4+k	40	11.	22,9+k	68
2.	18,2+k	48	12.	23,4+k	75
3.	18,6+k	50	13.	23,8+k	80
4.	18,4+k	55	14.	23,9+k	87
5.	18,5+k	58	15.	23,5+k	90
6.	18,9+k	59	16.	24,0+k	92
7.	19,9+k	60	17.	25,9+k	94
8.	20,1+k	61	18.	27,6+k	95
9.	20,4+k	62	19.	29,2+k	96
10.	20,9+k	66	20.	30,5+k	98

Bu yerda k-talabanning jurnal bo‘yicha tartib raqami

Nazariy qism

Regressiya tenglamasini hosil qilganimizdan keyin uning siljimasligi va aniqligi ko'rsatiladi.

tenglamaga asosan agar Gauss-Markovning 4- sharti

$$b = \frac{Cov(x, y)}{Var(x)} = \beta + \frac{Cov(x, \varepsilon)}{Var(x)}$$

bajarilsa, u holda b β ning siljimagan bahosidan iborat bo'ladi.

$$E\{b\} = E\left\{\beta + \frac{Cov(x, \varepsilon)}{Var(x)}\right\} = \beta + E\left\{\frac{Cov(x, \varepsilon)}{Var(x)}\right\} \quad (1)$$

chunki β - o'zgarmas. Agar biz x - tasodifiy miqdor emas deb, Gauss-Markovning 4- shartining kuchaytirilgan shaklini qo'llasak, u holda $var(x)$ ni ham o'zgarmas deb hisoblashimiz mumkin.

Shunday qilib

$$E(b) = \beta + \frac{1}{Var(x)} E\{Cov(x, \varepsilon)\} \quad (2)$$

Agar x - tasodifiy miqdor bo'lmasa, u holda $E\{cov(x, \varepsilon)\} = 0$ va bundan

$$E(b) = \beta \quad \text{ekanligi kelib chiqadi.} \quad (3)$$

Shunday qilib, b β ning siljimagan bahosidan iborat ekan. Xuddi shuningdek a koeffitsient uchun ham yuqoridagilarning to'g'riligini ko'rsatish mumkin.

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (4)$$

formuladan

$$E(a) = E(\bar{y}) - \bar{x}E\{b\} \quad (5)$$

kelib chiqadi. $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ formula bilan ifodalanganligi uchun

$$E\{y_i\} = \alpha + \beta x_i + E\{\varepsilon_i\} = \alpha + \beta \bar{x} \quad (6)$$

ni yozish mumkin, chunki Gauss-Markovning 1-sharti bajarilsa, $E\{\varepsilon_i\} = 0$ bo'ladi.

$$\text{Bundan} \quad E\{\bar{y}_i\} = \alpha + \beta \bar{x} \quad (7)$$

kelib chiqadi. Buni (21)ga quysak va $E\{b\} = \beta$ dan foydalansak

$$E\{a\} = (\alpha + \beta \bar{x}) - \beta \bar{x} = \alpha \text{ bo'ladi.}$$

Shunday qilib $E\{a\} = \alpha$ bo'lib, a α ning siljimagan bahosidan iborat ekan. Buni biz Gauss-Markovning 1 va 4 shartlariga asosan keltirib chiqardik.

Uslubiy ko'rsatma

Regressiya tenglamasini, MS EXCEL elektron jadvalida hosil qilish mumkin (1-laboratoriya ishida ko'rsatilgan).

2-masala. Oziq-ovqatga xarajat y ning aholi jon boshiga daromadi x (sh.b.) bilan bog'liqligini 9 ta oila guruhi uchun ma'lumotlar mavjud:

2-jadval

x	63	158	260	370	480	593	728	935	1880
y	43	62	90	111	130	149	165	191	241

Yuqorida hosil qilingan yechimni tahlil qilishni quyidagi masala asosida uni MS EXCEL elektron jadvaliga ma'lumotlarni kiritib, hosil bo'lgan natijani ko'rib chiqamiz:

Excel (программа «Регрессия») analiz paketi natijalaridan foydalanib, oziq-ovqatga xarajat y va shaxsiy daromad x o'rtasidagi bog'lanishni tahlil qilamiz.

Regressiya tahlili natijasini quyidagicha yozish qabul qilingan

$$\hat{y} = 65.92 + 0.107x, \quad R^2 = 0.884$$

(11,74) (0,014)

(qavs ichida regressiya koeffitsientlarning stanart xatolari ko'rsatilgan).

Regressiya koeffitsientlari $a = 65,92$ va $b = 0,107$. y va x orasida bog'lanish yo'nalishini $b = 0,107$ koeffitsientning ishorasi aniqlaydi, ya'ni bog'lanish to'g'ri va musbat. $b = 0,107$ koeffitsient, har bir kishi boshiga to'g'ri keluvchi daromadni

1 sh.b. ga oshirish orqali oziq-ovqatga xarajatlar 0,107 sh.b. ga oshishini ko'rsatadi.

Hosil qilingan model koeffitsientlarini ahamiyatligini baholaymiz. (a,b) koeffitsientlarning bahosi t-test orqali baholanadi:

$$P\text{-значение } (a) = 0,00080 < 0,01 < 0,05;$$

$$P\text{-значение } (b) = 0,00016 < 0,01 < 0,05.$$

Bundan kelib chiqadiki, (a,b) koeffitsientlar 1%- darajada ahamiyatli, 5%-darajada eca undan ham ahamiyatliroqdir. Shunday qilib, regressiya koeffitsientlari ahamiyatli va model berilgan ma'lumotlarga adekvat ekan. Regressiyani baholash natijalari nafaqat regressiya koeffitsientlarining olingan qiymatlari bilan mos keladi, balki uninig boshqa ayrim to'plamlari (ishonch intervallari)ga ham mos keladi. 95% ehtimollik bilan ishonch intervallari koeffitsientlari a uchun (38,16-93,68) va b uchun (0,0728-0,142) ga teng.

Modelning sifati R^2 determinatsiya koeffitsienti orqali baholanadi.

$R^2 = 0,884$ miqdor, oziq-ovqatga xarajatlar 88,4% aholi jon boshiga daromad

omilidan bog'liqligini ko'rsatadi. R^2 ahamiyatligi F-test orqali aniqlanadi:

Ahamiyatlilik

$$F=0,00016 < 0,01 < 0,05 \text{ ekan.}$$

Bundan kelib chiqadiki, R^2 1%- darajada ahamiyatli, 5%-darajada eca, undan ham

ahamiyatliroqdir.

Juft chiziqli regressiyada korrelyatsiya koeffitsienti $r = \sqrt{R^2} = 0,94$

orqali hisoblanadi. Olingan korrelyatsiya koeffitsienti miqdori oziq-ovqatga xarajatlar va aholi jon boshiga daromad orasida bog'lanish juda yuqori ekanligini ko'rsatadi.

Kriteriyalarning o'zaro bog'liqligi

Juft regressiya tahlilida t -kriteriya ; t - kriteriya
 H_0 uchun $\beta = 0$;

; bir biriga ekvivalent; F -kriteriya uchun quyidagicha:
 H_0 uchun $\rho = 0$ R^2

$$t_b = \frac{b}{s}, \quad t_r = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}, \quad F = \frac{R^2(n-2)}{1-R^2}.$$

Kriteriyalar orasidagi bog'lanish quyidagi tenglama orqali ifodalanadi:

$$t_b = t_r = \sqrt{F}$$

Shu bilan birga kriteriyalarning kritik qiymatlari uchun ahamiyatlilikning har qanday darajasida

$$(t_b)_{\text{kp}} = (t_r)_{\text{kp}} = \sqrt{F_{\text{kp}}}$$

bo'ladi, va bu kriteriyalar bir xil natija beradi.

X u l o s a. Juft regressiya tahlilida b koeffitsientning ahamiyatligini, r korrelyatsiya koeffitsientini va R^2 determinatsiya koeffitsientini tekshirish bir

biriga ekvivalent ekan.