Практическое занятие 1

Решить следующие задачи:

1. В ящике имеется 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной.

2. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.

3. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

4. В мешочке имеется 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиков можно будет прочесть слово «спорт».

Отв. р= 1/120.

5. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех, вынутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно будет прочесть слово «трос».

Отв. р = 1/360.

6. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три; д) ни одну.

7. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в плоскую фигуру пропорциональна площади этой фигуры и не зависит от ее расположения относительно большого круга.

8. В круг радиуса 10 см вписан квадрат. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в круг, попадет в квадрат. Предполагается, что

вероятность попадания точки в квадрат пропорциональна площади квадрата и не зависит от его расположения относительно круга.

9.В круг радиуса 10 см вписан равносторонний треугольник. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в круг, попадет в треугольник. Предполагается, что вероятность попадания точки в треугольник пропорциональна площади треугольника и не зависит от его расположения относительно круга.

Методические указания к выполнению заданий

Классическое определение вероятности

Вероятность – одно из основных понятий теории вероятностей. Существует несколько определений этого понятия. Приведем определение, которое называют классическим. Далее укажем слабые стороны этого определения и приведем другие определения, позволяющие преодолеть недостатки классического определения.

Рассмотрим пример. Пусть в урне содержится 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый. Очевидно, возможность вынуть наудачу из урны цветной (т. е. красный или синий) шар больше, чем возможность извлечь белый шар. Можно ли охарактеризовать эту возможность числом? Оказывается, можно. Это число и называют вероятностью события (появления цветного шара). Таким образом, вероятность есть число, характеризующее степень возможности появления события.

Вероятность события A определяется формулой

$$P(A) = m/n,$$

где m – число элементарных событий, благоприятствующих событию A, n – число всевозможных элементарных событий (при этом предполагается, что элементарные события являются ***несовместными***, ***равновозможными*** и образуют ***полную группу*** событий).

Из определения вероятности вытекают следующие ее свойства:

Свойство 1. Вероятность достоверного события равна единице.

Свойство 2. Вероятность невозможного события равна нулю.

Свойство 3. Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей.

Недостатки классического определения

- число элементарных исходов испытания не всегда является конечным
- часто невозможно представить результат испытания в виде совокупности элементарных событий
- не всегда можно указать основания, позволяющие считать элементарные события равновозможными

Чтобы преодолеть недостаток классического определения вероятности, состоящий в том, что оно неприменимо к испытаниям с бесконечным числом исходов, вводят ***геометрические вероятности*** — вероятности попадания точки в область (отрезок, часть плоскости и т. д.).

Пусть отрезок *l* составляет часть отрезка *L*. На отрезок *L* наудачу поставлена точка. Это означает выполнение следующих предположений: поставленная точка может оказаться в любой точке отрезка *L,* вероятность попадания точки на отрезок *l* пропорциональна длине этого отрезка и не зависит от его расположения относительно отрезка *L*. В этих предположениях вероятность попадания точки на отрезок *l* определяется равенством

_P_ = Длина _l_/Длина _L_

Пусть плоская фигура *g* составляет часть плоской фигуры *G*. На фигуру *G* наудачу брошена точка. Это означает выполнение следующих предположений: брошенная точка может оказаться в любой точке фигуры G, вероятность попадания брошенной точки на фигуру *g* пропорциональна площади этой фигуры и не зависит ни от ее расположения относительно G, ни от формы *g*. В этих предположениях вероятность попадания точки в фигуру *g* определяется равенством

_P_ = Площадь _g_ / Площадь _G_

Приведенные определения являются частными случаями общего определения геометрической вероятности. Если обозначить меру (длину, площадь, объем) области через mes, то вероятность попадания точки, брошенной наудачу (в указанном выше смысле) в область *g* – часть области G, равна

$$P = \text{mes g}/\text{mes } G.$$