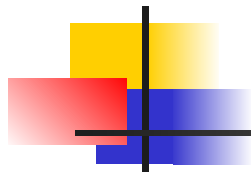




Производственные функции



План:

1. Понятие производственной функции (ПФ)
2. Способы представления ПФ
3. Экономические характеристики ПФ
4. Использование экономических характеристик ПФ
5. Эконометрические модели спроса и предложения



Понятие производственной функции

Производственная функция – это математически выраженные связи и зависимости результатов производства от производственных факторов:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Использование ПФ позволяет:

- Анализировать различные производственные параметры
- Прогнозировать уровень результативного признака
- Находить экономические оптимумы
- Определять дополнительные продукты факторов, коэффициенты эффективности ресурсов



Способы задания ПФ

- Табличный
- Графический
- Аналитический
- Номографический



Виды ПФ

Линейные

для парной зависимости:

$$y = a_0 + a_1x,$$

для множественной зависимости:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i$$



Виды ПФ

Степенные

для парной зависимости:

$$y = a_0 x^{a_1}$$

для множественной зависимости:

$$y = a_0 \prod_{i=1}^n x_i^{a_i}$$



Виды ПФ

Гиперболические

$$y = a_0 + \frac{a_1}{\sqrt[n]{x}}$$

в частном случае уравнение гиперболы

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x}$$



Виды ПФ

Полиномные

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_ix^i$$

в частном случае уравнение параболы

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$



Экономические характеристики ПФ

Дополнительный продукт фактора

(предельная производительность) – прирост продукции (y) за счет увеличения данного фактора (x) на единицу при неизменной величине других факторов. Определяется как первая частная производная по этому фактору



Экономические характеристики ПФ

Коэффициент эластичности

характеризует относительное изменение результата производства на единицу относительного изменения затрат фактора, т.е. это величина, характеризующая соотношение темпов прироста продукции (**y**) и фактора (**x**)



Экономические характеристики ПФ

Средние производительности (y/x)
показывают темпы изменения
результата производства от фактора
производства



Основные направления применения ПФ

Проектные решения,
рекомендации и предложения
основываются на результатах
анализа ПФ



Основные направления применения ПФ

С помощью ПФ планируют
(прогнозируют) значения
результативных показателей



Основные направления применения ПФ

ПФ используют для нахождения
экстремальных (оптимальных)
значений результативных
показателей

Примеры

1. Для фермерского хозяйства построена следующая ПФ урожайности:

$$y = 3 + 0,26x_1 + 0,036x_2 + 0,001x_3$$

где x_1 – качество почвы, балл бонитета;

x_2 - количество внесенных удобрений, кг/га;

x_3 - обеспеченность основными фондами, тыс.сум/га.

Найти прогнозное значение урожайности хлопка, если $x_1 = 70$, $x_2 = 200$, $x_3 = 400$.

$$y = 28,8 \text{ ц/га.}$$



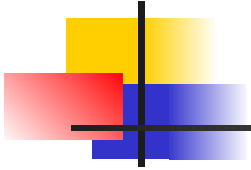
Примеры

2. Установлена следующая зависимость выхода валовой продукции от площади с/х угодий:

$$y = 0,34 + 0,31x - 0,0045x^2$$

где **y** – стоимость валовой продукции, млн.сум,
x – площадь с/х угодий.

Найти максимальное значение объема валовой продукции



Примеры

Найти основные экономические характеристики для следующих функций:

1. Линейная
2. Степенная
3. Гиперболическая
4. Параболическая

Производственная функция Кобба-Дугласа

В 1927 г. Пол Дуглас, экономист по образованию, обнаружил, что если нанести на одну и ту же диаграмму графики логарифмов показателей реального объема выпуска (**Y**), капитальных затрат (**K**) и затрат труда (**L**), то расстояния от точек графика показателей выпуска до точек графиков показателей затрат труда и капитала будут составлять постоянную пропорцию. Затем он обратился к математику Чарльзу Коббу с просьбой найти математическую зависимость, обладающую такой особенностью, и Кобб, предложил следующую функцию:

$$Y = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$$


По расчетам Кобба и Дугласа $\alpha = 0,25$



Линеаризация


Если повторить их вычисления, используя регрессионный анализ, то нельзя сразу провести линеаризацию путем логарифмирования обеих частей уравнения:

$$\log y = \log A + \alpha \log K + (1 - \alpha) \log L$$



$$\log y = \log A + \alpha \log K + (1 - \alpha) \log L$$

Тогда мы получим две различные оценки α . Коэффициент при $\log K$ дает нам одну оценку, а коэффициент при $\log L$, который является оценкой $(1 - \alpha)$, позволит нам вычислить другую оценку



Вместо этого мы разделим обе стороны уравнения на величину **L** и перепишем функцию следующим образом:

$$\frac{Y}{L} = A \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha} \gamma$$

В этой форме функция может быть интерпретирована как соотношение выпуска на одного работника к капитальным затратам на одного работника, и теперь мы проведем ее линеаризацию, взяв логарифмы:

$$\log (Y/L) = \log A + \alpha \log (K/L) + \log \gamma$$

K/L — капиталовооруженность труда



Используя для оценивания этого уравнения данные из предыдущей таблицы, получим

$$\log \frac{Y}{L} = 0,02 + 0,25 \log \frac{K}{L}$$

Более общий случай

Формула Кобба-Дугласа, является частным случаем более общей формулы:

$$Y = AK^{\alpha} L^{\beta} \gamma$$

где показатели эластичности выпуска по затратам капитала и труда не связаны между собой. Оценив его с использованием тех же самых данных, мы получим

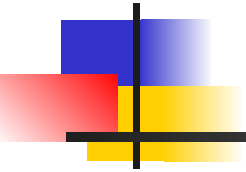
$$\log Y = -0,18 + 0,23 \log K + 0,81 \log L$$

Анализ результатов

$$\log Y = -0,18 + 0,23 \log K + 0,81 \log L$$

Результаты указывают на то, что эластичность выпуска продукции по затратам капитала составляет 0,23, что очень близко к предыдущей оценке, а эластичность по затратам труда составляет 0,81, что несколько выше предыдущей оценки, равной 0,75

Эконометрические модели спроса и предложения





При анализе спроса или предложения часто возникает необходимость для их прогнозирования. Чтобы правильно сделать прогноз необходимо сначала сгладить или построить некоторую модель, по которой можно будет делать прогноз



При построении линейной модели спроса или предложения чаще всего учитываются не только значения показателей, но важное место отводится факторам, влияющим на спрос и предложение. Например, на спрос очень часто влияет уровень доходов населения, сезонность, ставки процентов в банке и многие другие факторы. Так и на предложение могут влиять цены на ресурсы, научно-технический прогресс, налоги и многое другое

Рассмотрим линейную модель, наиболее часто применяющуюся не только для построения моделей спроса и предложения, но и многих других экономических показателей:

$$Y = a_0 + a_1 t,$$

где t – временной фактор, в течение которого изменяется спрос и предложение; a_0 и a_1 – расчетные параметры



Линейная модель

Модель, приведенная выше, называется трендовой моделью экономической динамики, иначе кривая роста для экономических процессов. Ее основная цель – на основе ее сделать прогноз о развитии изучаемого процесса на предстоящий промежуток времени

Полиноминые модели

В настоящее время насчитывается большое количество типов кривых роста для экономических процессов. Наиболее часто в экономике используются полиномиальные, экспоненциальные и S-образные кривые роста. Показанная выше модель относится к разряду полиномиальных кривых роста. Это простейшие кривые роста, которые могут принимать и другой вид:

$$Y = a_0 + a_1t \text{ (полином первой степени)}$$

$$Y = a_0 + a_1t + a_2t^2 \text{ (полином второй степени)}$$

$$Y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \text{ (полином третьей степени)}$$

Параметр a_1 называют линейным приростом, параметр a_2 – ускорением роста, параметр a_3 – изменением ускорения роста



Метод наименьших квадратов

Для расчета параметров применяют метод наименьших квадратов или записывают уравнения в матричной форме. Для полинома первой степени:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y_t \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum y_t t \end{cases}$$

Случайность в модели

Есть две основные возможные причины случайности:

1. Прогнозирование на основе временного ряда экономических показателей относится к одномерным методам прогнозирования, базирующимся на экстраполяции, т.е. на продлении на будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом. При таком подходе предполагается, что прогнозируемый показатель формируется под воздействием большого количества факторов, выделить которые невозможно, либо по которым отсутствует информация. Таким образом, наша модель является упрощением действительности.
2. Трудности в измерении данных (присутствуют ошибки измерений), а также ошибка образуется при округлении расчетных значений



Кроме полиномиальных кривых роста одним из наиболее распространенных способов моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической нелинейной функции, характеризующей зависимость ряда от времени.

Для построения эконометрических моделей спроса и предложения можно использовать экспоненциальный тренд:

$$Y = ab^t$$



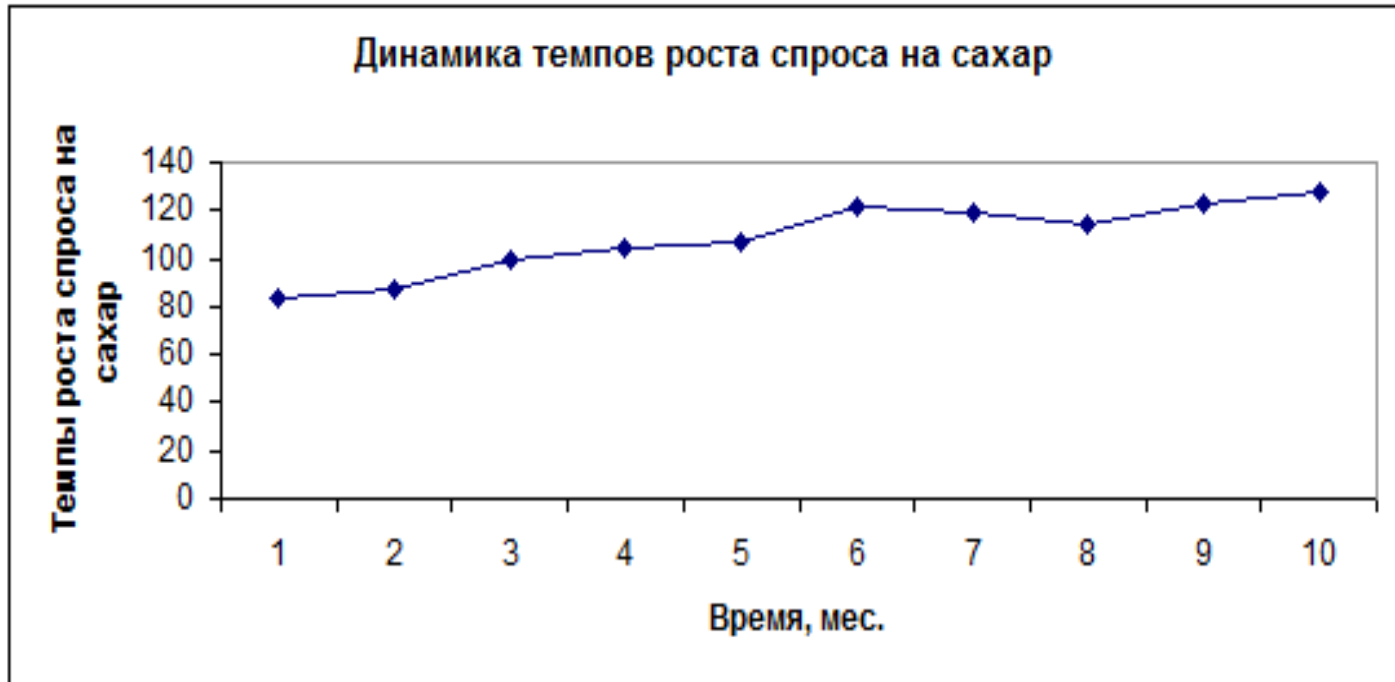
Существует несколько способов определения типа тенденции. К числу наиболее распространенных способов относятся качественный анализ изучаемого процесса, построение и визуальный анализ графика зависимости уровней ряда от времени, расчет некоторых основных показателей динамики

Пример

Имеются данные спроса на сахар за 10 месяцев 2021 года в процентах к уровню декабря 2020 года:

Месяц	Темп роста спроса на сахар	Месяц	Темп роста спроса на сахар
Январь	82,9	Июнь	121,6
Февраль	87,3	Июль	118,6
Март	99,4	Август	114,1
Апрель	104,8	Сентябрь	123,0
Май	107,2	Октябрь	127,3

График



Автокорреляционная функция временного ряда темпов роста спроса на сахар за 10 месяцев 2021 г., % к уровню декабря 2020г.

Лаг	Автокорреляционная функция	
	По уровням ряда	По логарифмам уровней ряда
1	0,901	0,914
2	0,805	0,832
3	0,805	0,896

Высокие значения коэффициентов автокорреляции первого, второго и третьего порядков свидетельствуют о том, что ряд содержит тенденцию. Приблизительно равные значения коэффициентов автокорреляции по уровням этого ряда и по логарифмам уровней позволяют сделать вывод: если ряд содержит линейную тенденцию, то она выражена в неявной форме (например полином второго порядка) или экспоненциальный тренд.

Высокие значения коэффициентов автокорреляции первого, второго и третьего порядков свидетельствуют о том, что ряд содержит тенденцию. Приблизительно равные значения коэффициентов автокорреляции по уровням этого ряда и по логарифмам уровней позволяют сделать вывод: если ряд содержит линейную тенденцию, то она выражена в неявной форме (например полином второго порядка) или экспоненциальный тренд



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!



+ 998 71 237 1948



smirzaev@tiiame.uz