Случайная величина

Случайная величина - это величина, которая принимает в результате опыта одно значение из множества исходов, причём появление того или иного значения этой величины до её измерения нельзя точно предсказать. Случайная величина называется дискретной, если ее множество значений не более чем счетно, т. е., конечно или счётно.

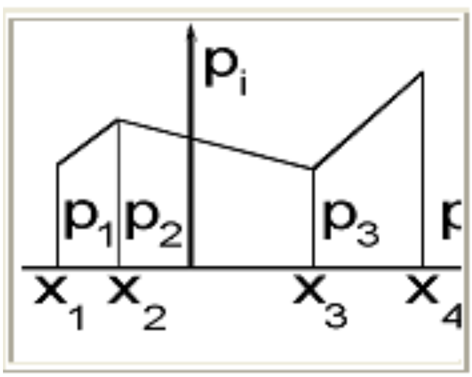
Соотношение, устанавливающее связь между отдельными возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называется законом распределения дискретной случайной величины. Если обозначить возможные числовые значения случайной величины X через:

$$(x1,\ x2, \ldots,\ xn, \ldots,\ api = P(X = xi))$$

- вероятность появления значения xi, то дискретная случайная величина полностью определяется табл.:

x_i	x_1	x_2	x_n
p_i	p_1	p_2	p_n

Таблица называется законом распределения дискретной случайной величины X:

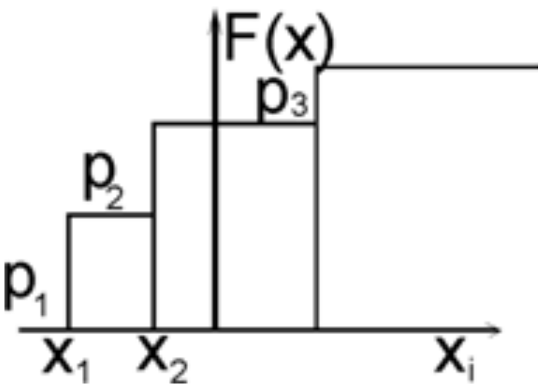


Ряд распределения можно изобразить графически. Получим многоугольник распределения вероятностей (полигон распределения).

Дискретная случайная величина может быть задана функцией распределения.

Функция F(x) есть неубывающая функция.

Для дискретных случайных величин функция распределения F(x) есть разрывная ступенчатая функция, непрерывная слева:



Вероятность попадания случайной величины X в промежуток от a до b выражается формулой:

$P(a <= X < b) = F(b) - F(a)$

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности. Пусть случайная величина X может принимать только значения x1, x2, x3, ..., xn вероятности которых соответственно равны p1, p2, p3, ..., pn. Тогда математическое ожидание M(x) случайной величины X определяется равенством:

$M(x) = x1p1 + x2p2 +... + xnpn$

Если дискретная случайная величина X принимает счетное множество возможных значений, причем математическое ожидание существует, если ряд в правой части равенства сходится. Свойства математического ожидания:

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной;

2. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания;

3. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий:

$$M(XY) = M(X) \cdot M(Y)$$

4. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$M(X + Y) = M(X) + M(Y)$$

5. Математическое ожидание отклонения равно нулю:

$$M\ (X - M(x) = 0)$$

Дисперсией (рассеянием) дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

$$D(x) = M\ [X - M(x)]\ 2$$

Дисперсия равна разности между математическим ожиданием квадрата случайной величины X и квадратом ее математического ожидания:

D(x) = M (x2) - [M(x)] 2

Свойства дисперсии:

1. Дисперсия постоянной величины С равна нулю;

2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат;

3. Дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин:

D(X1 + X2 +... + Xn) = D(X1) + D(X2) +... + D(Xn)

4. Дисперсия биномиального распределения равна произведению числа испытаний на вероятности появления и непоявления события в одном испытании D(X).

Для оценки рассеяния возможных значений случайной величины вокруг ее среднего значения кроме дисперсии служат и некоторые другие характеристики.

К их числу относится среднее квадратичное отклонение.

Средним квадратичным отклонением случайной величины X называют квадратный корень из дисперсии:

y(X) = √D × (X)

Среднее квадратичное отклонение суммы конечного числа взаимно независимых случайных величин равно квадратному корню из суммы квадратов средних квадратичных отклонений этих величин:

$$\sigma(x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = \sqrt{\sigma^2(x_1) + \sigma^2(x_2) + \ldots + \sigma^2(x_n)}$$