

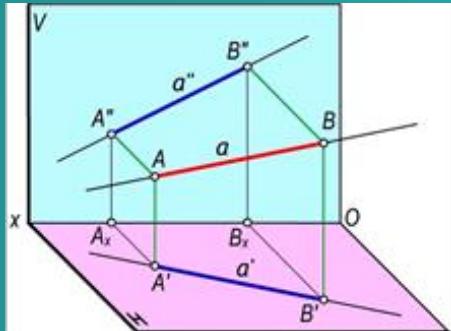
“TO‘G’RI CHIZIQNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI”

1. Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari

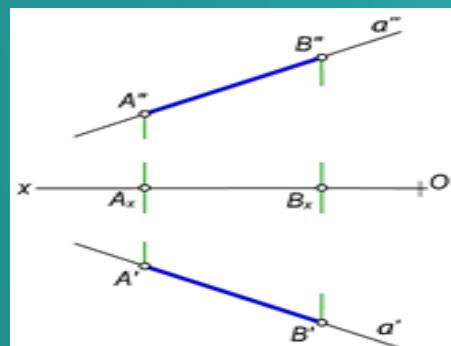
2. Xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqlarning proyeksiyalari
3. To‘g‘ri chiziqning izlari
4. Ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro vaziyatlari
5. To‘g‘ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatlari

Umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari

Ta’rif. Proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo‘ligan to‘g‘ri chiziq **umumiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq** deyiladi.

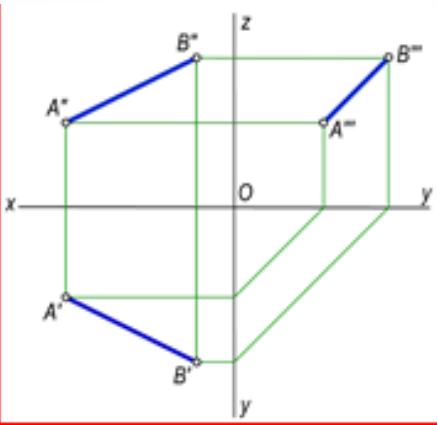
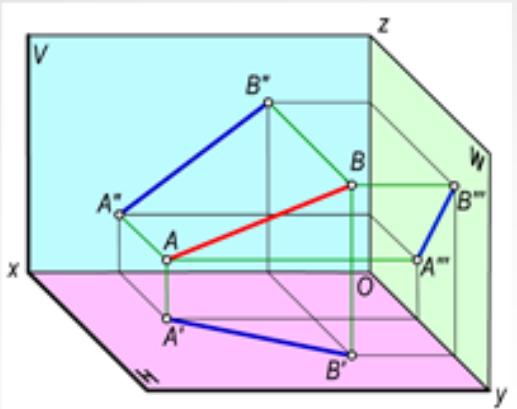


1,a-rasm

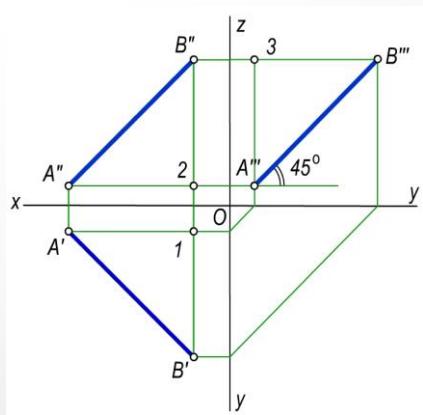


1,b-rasm

To‘g‘ri chiziqlar **a**, **b**, **c** kabi yozma harflar bilan belgilanadi. Agar to‘g‘ri chiziqlar chegaralangan bo‘lsa, u holda **AB**, **CD**, **EF**,... tarzida belgilanadi. To‘g‘ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklardagi proyeksiyalari holatini uning ikki ixtiyoriy nuqtasining proyeksiyalari aniqlaydi. Masalan, 1,a-rasmida berilgan **a** to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalarini yasash uchun bu chiziqqa tegishli ikki **A** va **B** nuqtalarning ortogonal **A'**, **A''** va **B'**, **B''** proyeksiyalari yasaladi. Bu ikki nuqtaning bir nomli proyeksiyalarini tutashtiruvchi **a'** va **a''** chiziqlar fazoda berilgan **a** to‘g‘ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalari bo‘ladi. Shuningdek, **AB** kesma va uning **A'B'** va **A''B''** proyeksiyalari **a** to‘g‘ri chiziqning fazodagi vaziyatini va uning **a'**, **a''** proyeksiyalarini aniqlaydi (1,b-rasm).



2-rasm



To‘g‘ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalariga asosan uning profil proyeksiyasini ham yasash mumkin. Buning uchun uning yuqorida tanlab olingan **A** va **B** nuqtalarning profil proyeksiyalari yasaladi va ular o‘zaro tutashtiriladi (2-rasm).

To‘g‘ri chiziq proyeksiyalari faqat uning kesmasi proyeksiyalari orqaligina emas, balki ixtiyoriy qismi bilan ham berilishi mumkin. Umumiyl vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari to‘g‘ri chiziq bo‘ladi va ular proyeksiyalar o‘qlariga nisbatan ixtiyoriy burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklar α , β , γ harflari bilan belgilanadi.

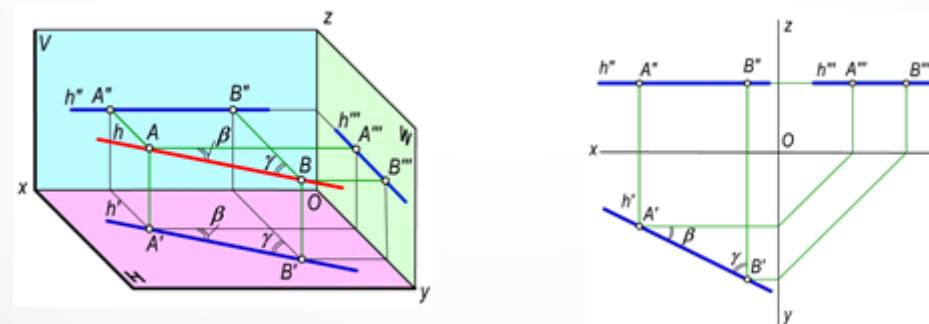
Bu α , β , γ burchaklar **AB** kesmaning **H**, **V**, **W** proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir, ya’ni $\alpha=AB^H$, $\beta=AB^V$, $\gamma=AB^W$.

Umumiyl vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiyalanadi.

Xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziqlarning proyeksiyalari

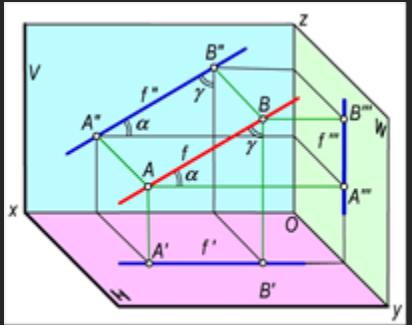
Ta’rif. Proyeksiyalar tekisligiga parallel yoki perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq deyiladi.

Gorizontal to‘g‘ri chiziq. Gorizontal proyeksiyalar tekisligi H ga parallel to‘g‘ri chiziq *gorizontal chiziq* (yoki *horizontal*) deb ataladi (3-a,b rasm). Gorizontalning barcha nuqtalari H tekislikdan baravar masofada ($AA'=BB'$) bo‘lgani uchun chizmada uning h'' frontal proyeksiyasi Ox o‘qiga, h'' profil proyeksiyasi esa Oy o‘qiga parallel bo‘ladi. Gorizontalning h' gorizontal proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo‘ladi. Bu chiziq kesmasining gorizontal proyeksiyasi o‘zining haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi β va γ burchaklar h gorizontalning V va W tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo‘ladi, ya’ni:
 $h\|H \Rightarrow h''\|Ox$ va $h'''\|Oy$, $A'B'=|AB|$, $\beta = h^V$ va $\gamma = h^W$ bo‘ladi.



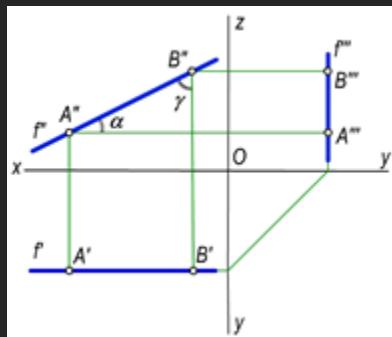
3-a,b rasm

Frontal to‘g‘ri chiziq. Frontal proyeksiyalar tekisligi V ga parallel to‘g‘ri chiziq *frontal to ‘g‘ri chiziq* (yoki *frontal*) (4,a,b-rasm) deb ataladi. Frontalning barcha nuqtalari V tekislikdan baravar masofada bo‘lgani uchun chizmada uning f‘ gorizontal proyeksiyasi Ox o‘qiga, f“ profil proyeksiyasi esa Oz o‘qiga parallel bo‘ladi. Frontalning frontal f‘ proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo‘ladi. Mazkur chiziq kesmasining frontal proyeksiyasi uning haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi α va β burchaklar f‘ frontalni H va W proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil etgan burchaklarning haqiqiy kattaligi bo‘ladi, ya’ni: $f\|V \Rightarrow f'\|Ox$ va $f''\|Oz$, $A''B''=|AB|$, $\alpha = f^\wedge H$ va $\gamma = f^\wedge W$ bo‘ladi.

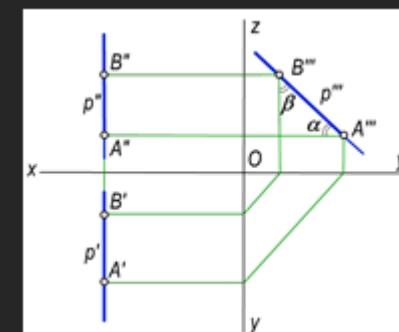
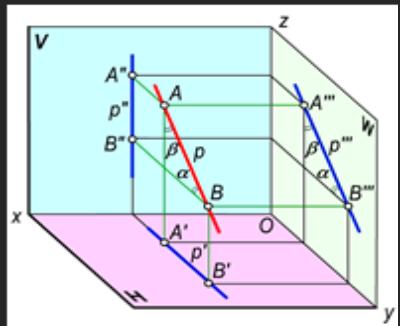


4,a,b-rasm

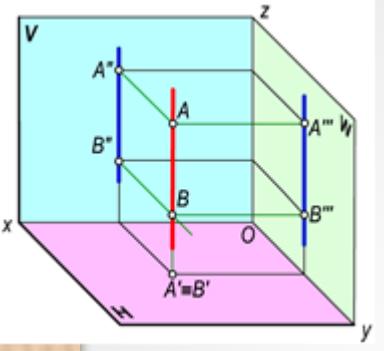
Profil to‘g‘ri chiziq. Profil proyeksiyalar tekisligi W ga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq *profil to ‘g‘ri chiziq* (yoki *profil*) deb ataladi (5,a,b-rasm). Profilning barcha nuqtalari W tekislikdan baravar masofada bo‘lgani uchun chizmada uning gorizontal proyeksiyasi Oy o‘qiga parallel, frontal proyeksiyasi Oz o‘qiga parallel bo‘ladi. Profilning profil proyeksiyasi ixtiyoriy vaziyatda joylashgan bo‘ladi. Mazkur, chiziq kesmasining profil proyeksiyasi o‘zining haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi. Chizmadagi α va β burchaklar profil chiziqning H va V tekisliklar bilan mos ravishda tashkil etgan burchaklarning haqiqiy kattaligi bo‘ladi, ya’ni: $p\|W \Rightarrow p'\|Oy$ va $p''\|Oz$, $A'''B'''=|AB|$, $\alpha = p^\wedge H$ va $\beta = p^\wedge V$ bo‘ladi.



5,a,b-rasm

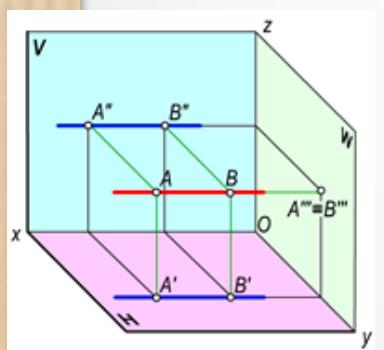


Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar.

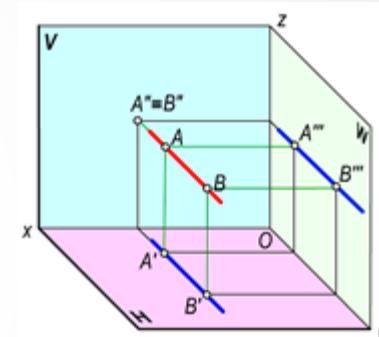


Gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar. Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perependikulyar to‘g‘ri chiziq *gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq* deb ataladi (6-rasm). Bu to‘g‘ri chiziq **H** tekislikka nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning frontal va profil proyeksiyalari **Oz** o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi **V** va **W** ga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.

Frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar. Frontal proyeksiyalar tekisligiga perependikulyar to‘g‘ri chiziqlar *frontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi (7-rasm). Bunday to‘g‘ri chiziq **V** tekisligiga nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va profil proyeksiyalari **Oy** o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi **H** va **W** proyeksiyalar tekisliklariga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.



Profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq. Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar *profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar* deb ataladi (3.8,a,b-rasm). Bu to‘g‘ri chiziqlar profil tekisligiga nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning gorizontal va frontal proyeksiyalari **Ox** o‘qiga parallel bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziq kesmasi **H** va **V** ga o‘zining haqiqiy o‘lchami bo‘yicha proyeksiyalanadi.

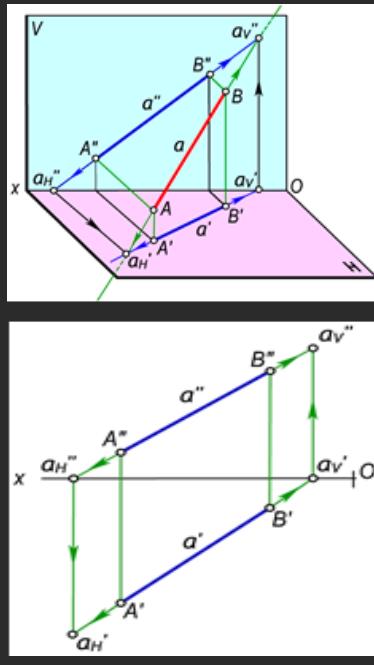


To‘g‘ri chiziqning izlari

Ta’rif. To‘g‘ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish nuqtalari **to‘g‘ri chiziqning izlari** deyiladi.

Umumiy vaziyatdagи to‘g‘ri chiziq hamma proyeksiyalar tekisliklarini kesib o‘tadi. Biror a to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *gorizontal izi*, frontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi *frontal izi* deyiladi. Shuningdek, to‘g‘ri chiziqning profil proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *profil izi* deyiladi:

$$a \cap H = a_H, a \cap V = a_V \text{ va } a \cap W = a_W.$$



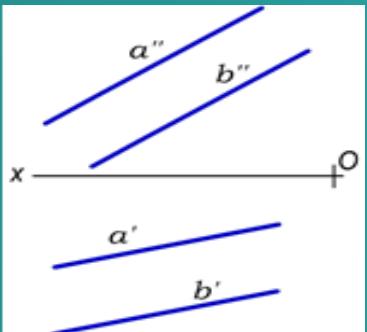
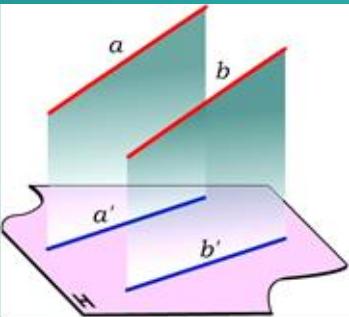
To‘g‘ri chiziqning gorizontal izini proyeksiyalarini chizmada aniqlash uchun quyidagi yasash algoritmlari bajariladi:

- To‘g‘ri chiziqni frontal a'' proyeksiyasining Ox o‘qi bilan kesishish nuqtasi $a''_H = a'' \cap Ox$ topiladi;
- a''_H nuqtadan Ox o‘qiga perpendikulyar o‘tkaziladi;
- To‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi a' bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi to‘g‘ri chiziqning gorizontal izining gorizontal proyeksiyasi $a'_H \equiv a_H$ bo‘ladi.

Ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro vaziyatlari

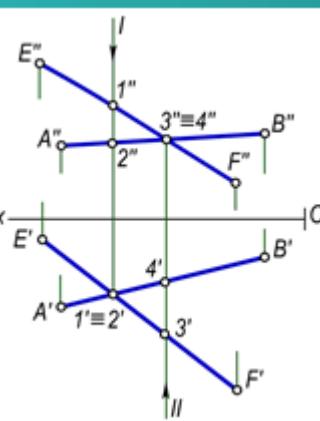
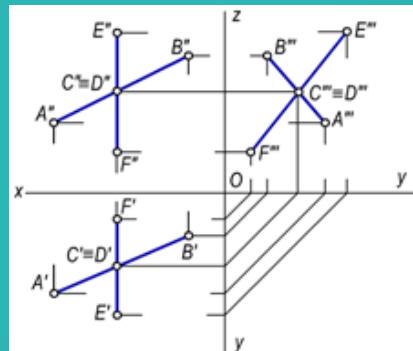
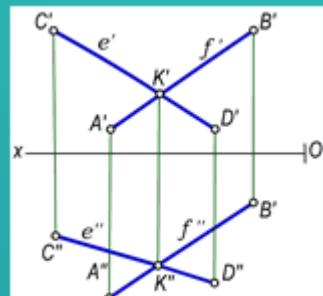
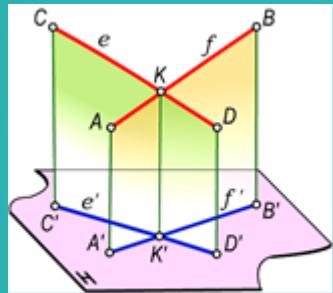
Parallel to‘g‘ri chiziqlar

Ta’rif. Agar ikki to‘g‘ri chiziqning kesishuv nuqtasi bo‘lmasa (yoki umumiylashtirilmasa) bo‘lsa, ularni **parallel to‘g‘ri chiziqlar** deyiladi



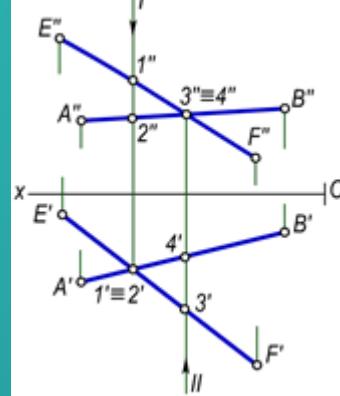
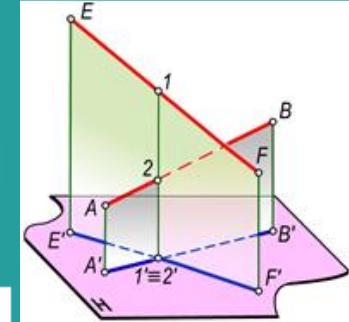
Kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar

Ta’rif. Agar ikki to‘g‘ri chiziq fazoda umumiy bir (xos) nuqtaga ega bo‘lsa, ularni **kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar** deyiladi.



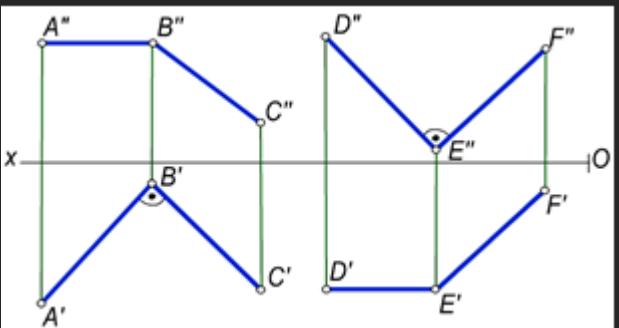
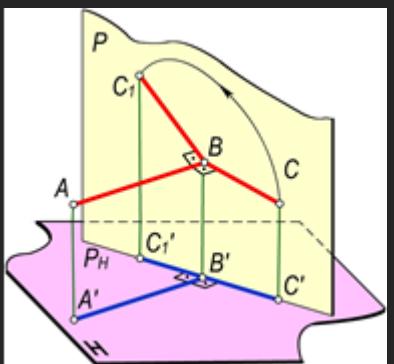
Ayqash to‘g‘ri chiziqlar

Ta’rif. Ikki to‘g‘ri chiziq o‘zaro parallel bo‘lmasa yoki kesishmasa ular **ayqash to‘g‘ri chiziqlar** deyiladi.



To‘g‘ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatlari

Teorema. Agar to‘g‘ri burchakning bir tomoni tekislikka parallel bo‘lib, ikkinchi tomoni bu tekislikka perpendikulyar bo‘lmasa, mazkur to‘g‘ri burchak shu tekislikka haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.



Bu teoremani isbotlash uchuN rasmdan foydalanamiz. Shakldagi $\angle ABC=90^\circ$ ga teng va uning ikki tomoni H tekislikka parallel vaziyatda joylashgan deb faraz qilamiz. Bu vaziyatda uning gorizontal proyeksiyasining qiymati o‘ziga teng bo‘lib proyeksiyalanadi, ya’ni $\angle A'B'C'=90^\circ$ bo‘ladi. To‘g‘ri burchakning BC tomonidan H tekislikka perpendikulyar qilib P tekislik o‘tkazamiz. U holda $AB \perp P$ bo‘lib, $H \cap P = P_H$ hosil bo‘ladi. Agar to‘g‘ri burchakning BC tomonini AB tomoni atrofida aylantirib, ixtiyoriy BC_1 vaziyatga keltirsak ham uning bu tomonining proyeksiyasi P_H bilan ustma-ust tushadi. Shunga ko‘ra $\angle ABC_1 = \angle A'B'C' = 90^\circ$ bo‘ladi. Demak: $\angle ABC = 90^\circ$ bo‘lib, $AB \parallel H$ va $BC \parallel H$ bo‘lsa, $\angle A'B'C' = 90^\circ$ bo‘ladi. Chizmada $\angle ABC(AB \parallel H)$ va $\angle DEF(DE \parallel V)$ to‘g‘ri burchaklarning tasvirlanishi rasmlarda keltirilgan. To‘g‘ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatidan chizma geometriyada metrik masalalarni yechishda keng foydalanadi.