

TEKISLIK VA UNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI

Tekislikning
izlarini
yasash

Tekisliklarning
proyeksiyalar
tekisliklariga
nisbatan
vaziyatlari

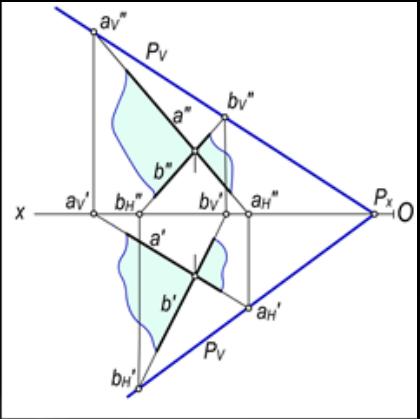
Proyeksiyalar
tekisligiga
parallel
tekisliklar

Tekislik va
to'g'ri
chiziqning
o'zaro
vaziyati

Tekislikning
bosh
chiziqlari

TEKISLIKNING IZLARINI YASASH

Ta’rif. Tekislikning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan chiziqlari **tekislikning izlari** deyiladi.



P tekislikning **H** tekislik bilan kesishgan $P_H = P \cap H$ chizig‘i uning gorizontal izi, **V** tekislik bilan kesishgan $P_V = P \cap V$ chizig‘i frontal izi va **W** tekislik bilan kesishgan $P_W = P \cap W$ chizig‘i **profil izi** deb ataladi.

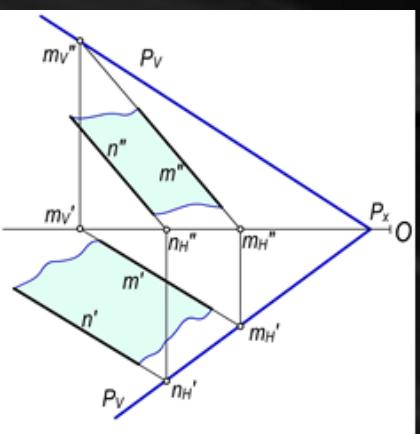
Tekislik shu tarzda berilsa, uni izlari bilan berilgan tekislik deb yuritiladi va $P(P_H, P_V, P_W)$ tarzida yoziladi.

Tekislikni chizmada izlari bilan tasvirlash ancha qulay va afzaldir. Tekislikning **Ox**, **Oy** va **Oz** koordinata o‘qlari bilan kesishgan nuqtalari P_x , P_y , P_z bilan belgilanadi, ya’ni $P_x = P \cap Ox$, $P_u = P \cap Oy$, $P_z = P \cap Oz$.

Bu nuqtalar tekislikninng ikkita izining kesishishidan hosil bo‘ladi.

Tekislik qanday tarzda berilishidan qat’iy nazar, uning izlarini ortogonal proyeksiyalarda yasash mumkin.

Har qanday geometrik shakllar orqali berilgan tekislikning izlarini yasash mazkur tekislikka tegishli bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar izlarini yasash bilan bajariladi. Bunig uchun to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishlilik xususiyatidan foydalaniadi.



rasmda $a \cap b$ kesuvchi chiziqlar bilan berilgan tekislikning gorizontal izini yasash uchun to‘g‘ri chiziqlar gorizontal izlarining a'_H , a''_H , va b'_H , b''_H proyeksiyalarini topamiz. Agar to‘g‘ri chiziqlarning gorizontal izlarining gorizontal a'_H va b'_H proyeksiyalarini o‘zaro tutashtirsak, tekislikning P_H gorizontal izini hosil qilamiz. Xuddi shu tarzda tekislikning P_V frontal izini yasash uchun kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar frontal izlarining a'_V , a''_V va b'_V , b''_V proyeksiyalarini yasaymiz. So‘ngra to‘g‘ri chiziqlarning frontal izlarining frontal a''_V va b''_V proyeksiyalarini tutashtirsak, tekislikning P_V frontal izini hosil qilamiz. Tekislikning P_H va P_V izlarining P_x kesishish nuqtasi **Ox** o‘qida bo‘lishi shart.

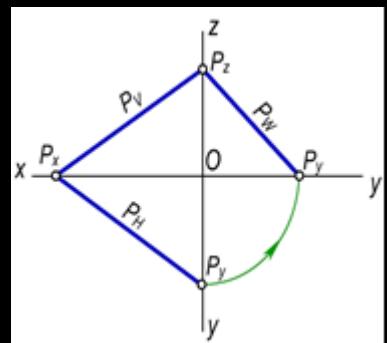
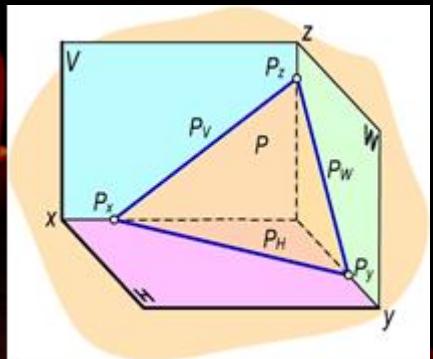
Ikki $m \parallel n$ parallel chiziqlar bilan berilgan tekislikning P_H va P_V izlari ham to‘g‘ri chiziqlarning izlarini yasash yo‘li bilan aniqlanadi. Umuman, turli geometrik shakllar bilan berilgan tekisliklarning izlari mazkur shaklga tegishli bo‘lgan ikki kesuvchi yoki parallel chiziqlarning izlarini yasash yo‘li bilan aniqlanadi.

Tekisliklarning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatlari

Umumiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo‘lmasa, uni *umumiy vaziyatdagi tekislik* deyiladi. Chizmada umumiy vaziyatdagi tekislikning izlari proyeksiyalar o‘qlari bilan ixtiyoriy burchak hosil qiladi. Agar biror P tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan bir xil burchak hosil qilsa, uning P_H va P_V izlari Ox o‘qi bilan bir xil burchak hosil qiladi.

Xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisligining biriga perpendikulyar yoki parallel bo‘lsa, uni *xususiy vaziyatdagi tekislik* deb ataladi.

Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo‘lgan tekisliklar *proyeksiyalovchi tekisliklar* deyiladi.

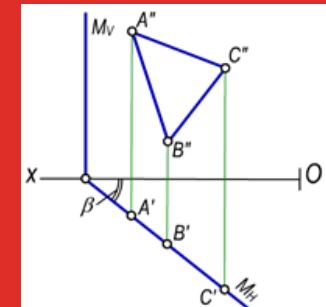
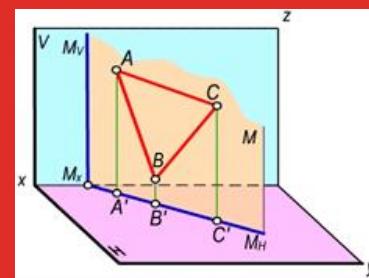


Gorizontal proyeksiyalovchi tekislik

Ta’rif. Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik *gorizontal proyeksiyalovchi tekislik* deyiladi.

Gorizontal proyeksiyalovchi $M(M_H, M_V)$ tekislikning M_V frontal izi Ox o‘qiga perpendikulyar bo‘ladi (4.6,a,b-rasm), M_H gorizontal izi esa Ox o‘qiga nisbatan ixtiyoriy burchakda joylashgan bo‘ladi. Bu tekislik gorizontal izi M_H va Ox o‘q orasidagi β burchak, M va V tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng bo‘ladi.

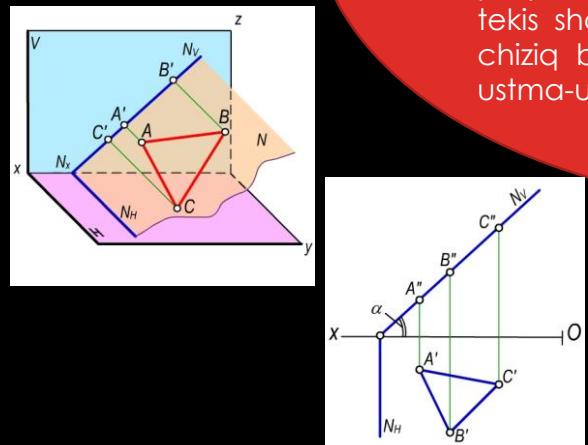
Gorizontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli tekis geometrik shakllarning gorizontal proyeksiyalari to‘g‘ri chiziq bo‘ladi va tekislikning gorizontal izi bilan ustma-ust tushadi (4.6-b, rasm).



Frontal proyeksiyalovchi tekislik

Ta’rif. Frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo‘lgan tekislik **frontal proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi.

Frontal proyeksiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislikning gorizontali N_H izi Ox o‘qiga perpendikulyar bo‘ladi, frontal N_V izi esa ixtiyoriy burchakda joylashgan bo‘ladi. Frontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal N_V izining Ox o‘qi bilan hosil qilgan α burchagi N va H tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng. Frontal proyeksiyalovchi tekislikka tegishli bo‘lgan tekis shakkarning frontal proyeksiyalari to‘g’ri chiziq bo‘ladi va tekislikning frontal izi bilan ustma-ust tushadi

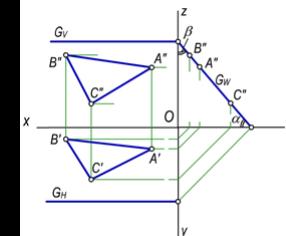
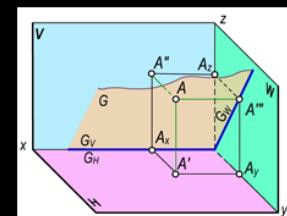
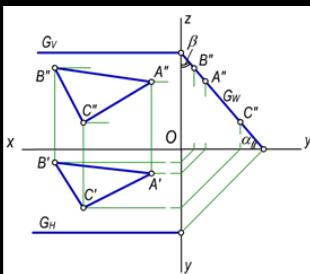
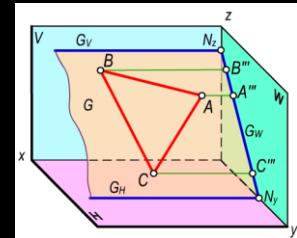


Profil proyeksiyalovchi tekislik

Ta’rif. Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik **profil proyeksiyalovchi tekislik** deb ataladi.

Bu tekislikning gorizontal G_H va frontal G_V izlari Ox o‘qiga parallel bo‘ladi G profil proyeksiyalovchi tekislikning H va V tekisliklar bilan hosil qilgan α va β burchaklari rasmida ko‘rsatilganidek haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.

Shuningdek, profil proyeksiyalovchi tekislik proyeksiyalar o‘qi Ox dan ham o‘tishi mumkin. U holda G tekislikning gorizontal G_H va frontal G_V izlari Ox o‘qida bo‘ladi va tekislikning fazoviy vaziyatini aniqlab bo‘lmaydi. Shuning uchun bunday hollarda mazkur tekislikning profil izi yoki shu tekislikka tegishli bo‘lgan biror $A(A', A'')$ nuqtaning ikki proyeksiyasi beriladi. Bu nuqtaning A'' proyeksiyasi orqali tekislikning profil izini yasash mumkin. Proyeksiyalovchi tekislikning ikkita izini chizmada tasvirlash shart emas. Tekislikning bitta izi, aynan gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontal izi M_H , frontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal izi N_V , profil proyeksiyalovchi tekislikning profil izi G_W , orqali ham ularning vaziyatini aniqlash mumkin

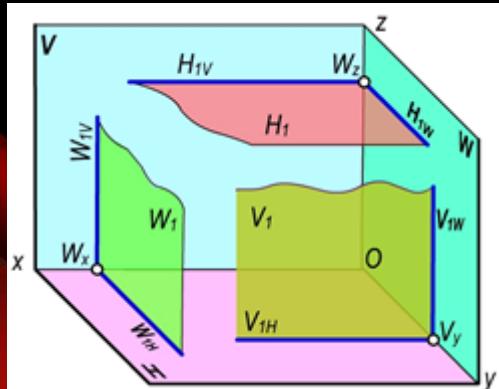


Proyeksiyalar tekisligiga parallel tekisliklar

Gorizontal tekislik

Ta’rif. Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **gorizontal tekislik** deyiladi.

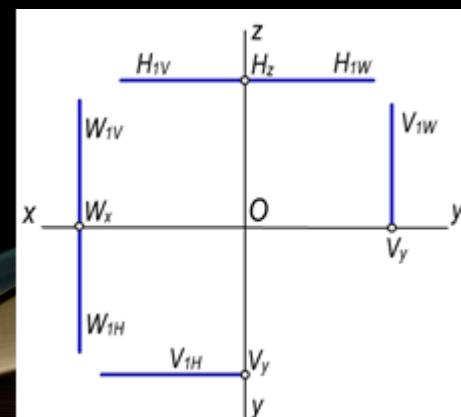
Bu tekislik bir vaqtda V va W tekisliklarga perpendikulyar bo‘ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal H_{IV} izi aniqlaydi.



Frontal tekislik

Ta’rif. Frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **frontal tekislik** deyiladi.

Bu tekislik bir vaqtda H va W tekisliklarga perpendikulyar bo‘ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal V_{IH} izi aniqlaydi.



Profil tekislik

Ta’rif. Profil proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **profil tekislik** deyiladi.

Profil W_1 tekislik bir vaqtda H gorizontal va V frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo‘ladi. Tekislikning fazoviy vaziyatini uning W_{IH} gorizontal va W_{IV} frontal izlari aniqlaydi .

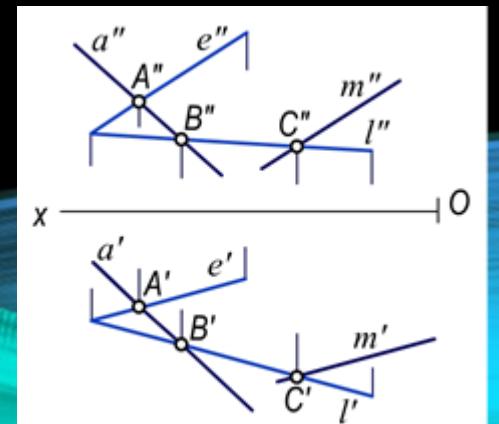
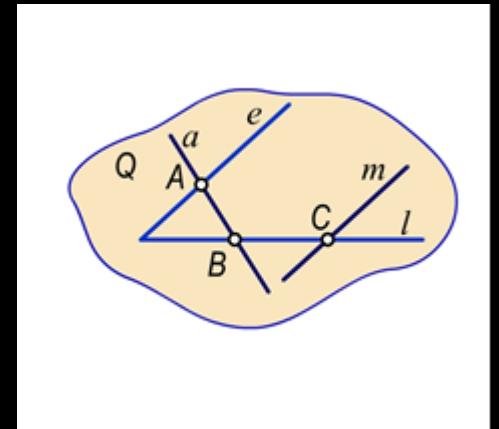
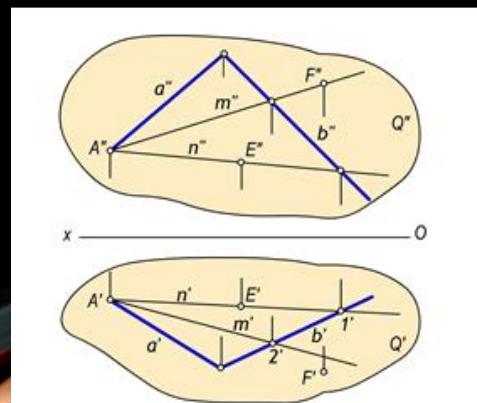
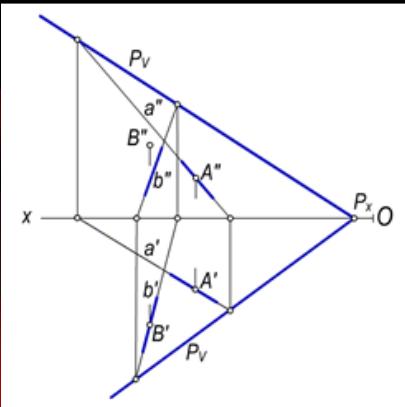
Tekislik_va_to‘g‘ri_chiziqning o‘zaro_vaziyatlari

To‘g‘ri chiziq va tekislik fazoda o‘zaro quyidagi vaziyatlarda bo‘lishi mumkin:

- to‘g‘ri chiziq tekislikka tegishli ($a \subset P$),
- to‘g‘ri chiziq tekislik bilan kesishadi ($a \cap P$),
- to‘g‘ri chiziq tekislikka parallel ($a \parallel P$),
- to‘g‘ri chiziq tekislikka perpendikulyar ($a \perp P$).

Tekislikka tegishli to‘g‘ri chiziq va nuqta. Quyidagi xollarda to‘g‘ri chiziq tekislikka tegishli bo‘ladi:

- agar to‘g‘ri chiziqning ikki nuqtasi tekislikka tegishli bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziq tekislikka tegishli bo‘ladi. Masalan, a to‘g‘ri chiziqning A va B nuqtalari Q tekislikka tegishli bo‘lganligi uchun a to‘g‘ri chiziq Q tekislikka tegishli bo‘ladi;
- agar m to‘g‘ri chiziqning bir nuqtasi tekislikka tegishli bo‘lib, mazkur tekislikka tegishli yoki unga parallel biror to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziq tekislikka tegishli bo‘ladi. Masalan, m to‘g‘ri chiziqning C nuqtasi Q tekislikka tegishli va bu to‘g‘ri chiziq mazkur tekislikka tegishli to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lsa, u holda m to‘g‘ri chiziq Q tekislikka tegishli bo‘ladi.



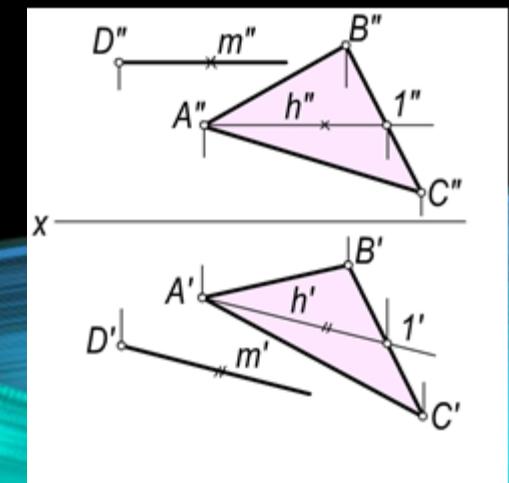
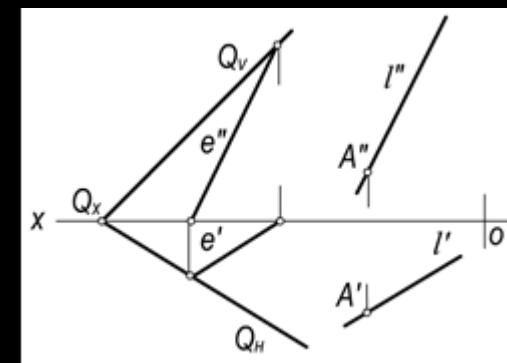
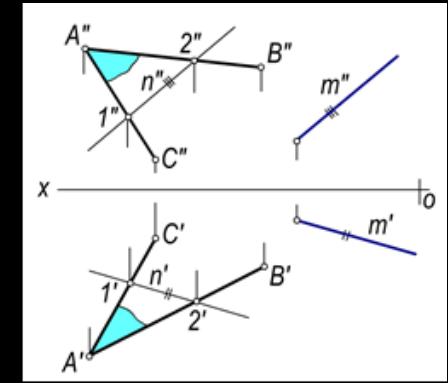
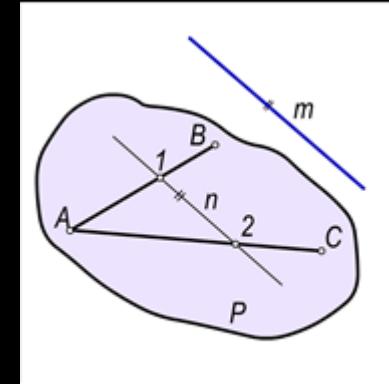
To‘g‘ri chiziq va tekisliklarning o‘zaro parallelligi

Ta’rif. Agar fazodagi m to‘g‘ri chiziq P tekislikka tegishli biror n to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lsa, u holda bu to‘g‘ri chiziq tekislikka parallel bo‘ladi.

1-masala. A ($A\ddot{y}$, $A\ddot{y}\ddot{y}$) nuqtadan Q (Q_H , Q_V) tekislikka parallel to‘g‘ri chiziq o‘tkazish talab qilinsin .

Echish. A nuqtadan Q tekislikka parallel qilib cheksiz ko‘p to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazish mumkin. Shunday to‘g‘ri chiziqlarning ixtiyoriy bittasini o‘tkaziladi.

Buning uchun Q tekislikka tegishli ixtiyoriy ye (e' , e'') to‘g‘ri chiziq tanlanadi. Bu to‘g‘ri chiziqning bir nomli proyeksiyalariga parallel qilib A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan izlangan to‘g‘ri chiziqning l' va l'' proyeksiyalarini o‘tkaziladi, ya’ni ye (e' , e'') $\subset Q$ (Q' , Q'') bo‘lib, $l' \in A'$, $l'' \in A''$ bo‘lganda $l \parallel Q$ bo‘ladi.



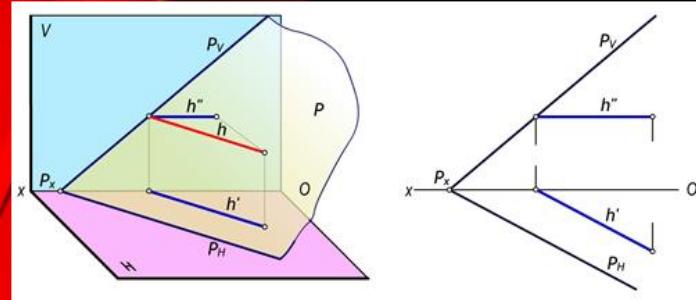
Tekislikning bosh chiziqlari

Tekislikning gorizontali

Ta’rif. Tekislikka tegishli to‘g‘ri chiziq H tekisligiga parallel bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziq **tekislikning gorizontali** deyiladi

Bunda $h \in P$ hamda $h \parallel H$ bo‘lsa, h to‘g‘ri chiziq P tekislikning gorizontal chizig‘i bo‘ladi.

Chizmada tekislik gorizontalining frontal proyeksiyasi Ox ga parallel, ya’ni $h'' \parallel Ox$ bo‘ladi, tekislik gorizontalining gorizontal proyeksiyasi esa tekislikning P_H iziga parallel, ya’ni $h' \parallel P_H$ bo‘ladi

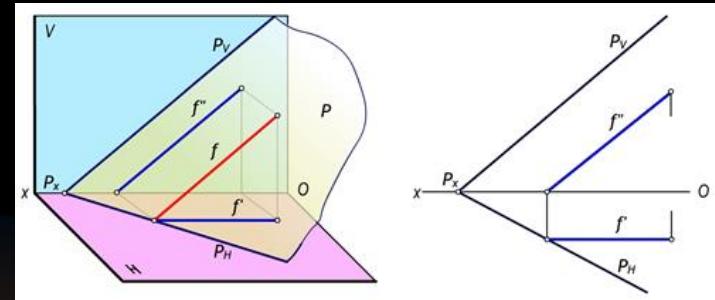


Tekislikning frontalni

Ta’rif. Tekislikka tegishli to‘g‘ri chiziq V tekisligiga parallel bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziq **tekislikning frontalni** deyiladi

Bunda $f \in P$ hamda $f \parallel V$ bo‘lsa, f to‘g‘ri chiziq P tekislikning frontal chizig‘i bo‘ladi.

Chizmada tekislik frontalining gorizontal proyeksiyasi proyeksiyalar o‘qi Ox ga parallel bo‘ladi, ya’ni $f'' \parallel Ox$, tekislik frontalining frontal proyeksiyasi esa tekislikning P_V iziga parallel, ya’ni $f' \parallel P_V$ bo‘ladi.



Tekislikning profil chizig‘i

Ta’rif. Agar tekislikka tegishli to‘g‘ri chiziq profil proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziq tekislikning **profil chizig‘i** yoki **profilini** deyiladi.

Bunda $p \in Q$ bo‘lib va $p \parallel W$ bo‘lsa, p to‘g‘ri chiziq Q tekislikning profili bo‘ladi (4.20,a,b-rasm).

Chizmada tekislik profil chizig‘ining gorizontal va frontal proyeksiyasi Ox o‘qiga perpendikulyar bo‘ladi. Profil proyeksiyasi esa, proyeksiyalar o‘qlariga nisbatan turliha joylashuvi mumkin. Agar tekislik izlari bilan berilgan bo‘lsa, profilning profil proyeksiyasi tekislikning profil iziga parallel bo‘ladi

