

SIRTLARNING YOYILMALARINI YASASH

1. Umumiy ma'lumotlar
2. Ko'pyoqliklar yoyilmalari
3. Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash
4. Konus sirtlarning yoyilmalarini yasash
5. Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash
6. Yoyilmaydigan sirtlarning taqribiy yoyilmalarini yasash

Umumiy ma'lumotlar

Ta'rif. Sirtning biror bo'lagining cho'zilmasdan, yirtilmasdan tekislikka yoyilishidan hosil bo'lgan tekis shakl uning **yoyilmasi** deyiladi

1-xossa. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yoylarning uzunliklari o'zaro teng bo'ladi: $l = l_0$.

Natija. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yopiq egri chiziqlar bir xil yuzaga ega bo'ladi: $S_m = S_{m_0}$.

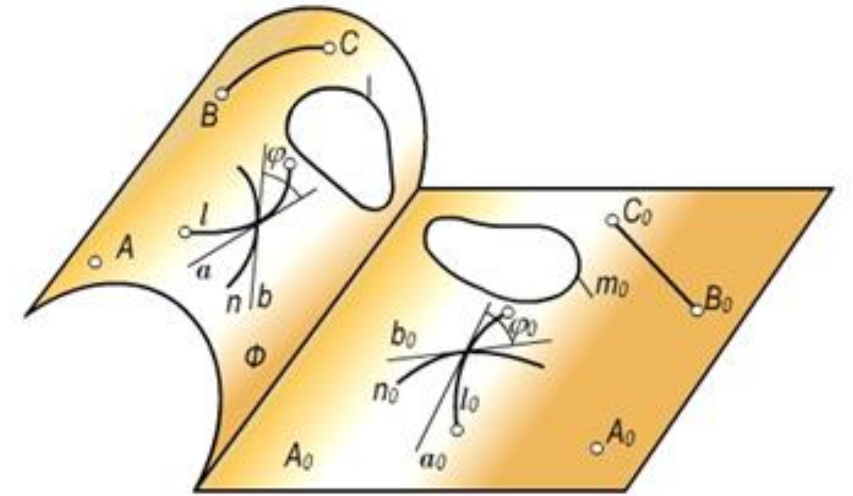
2-xossa. Sirtga tegishli ikki chiziq orasidagi burchak yoyilmaga tegishli mos chiziqlar orasidagi burchakka tengdir: $\varphi = \varphi_0$.

3-xossa. Sirtga tegishli to'g'ri chiziqqa yoyilmada ham to'g'ri chiziq mos keladi. Ammo yoyilmaga tegishli to'g'ri chiziqqa sirtning biror to'g'ri chizig'i hamma vaqt ham mos kelmaydi.

4-xossa. Sirtga tegishli o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarga yoyilmada ham o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar mos keladi.

5-xossa. Agar sirtga tegishli egri chiziqqa yoyilmada to'g'ri chiziq mos kelsa, bunday chiziq sirtning **geodezik chizig'i** deyiladi. Rasmda ko'rsatilgan sirtning **BC** chizig'i uning geodezik chizig'i bo'la oladi.

Ta'rif. Sirtga tegishli ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofada tutashtiruvchi chiziq sirtning **geodezik chizig'i** deb ataladi.



Ko'pyoqliklar yoyilmalari

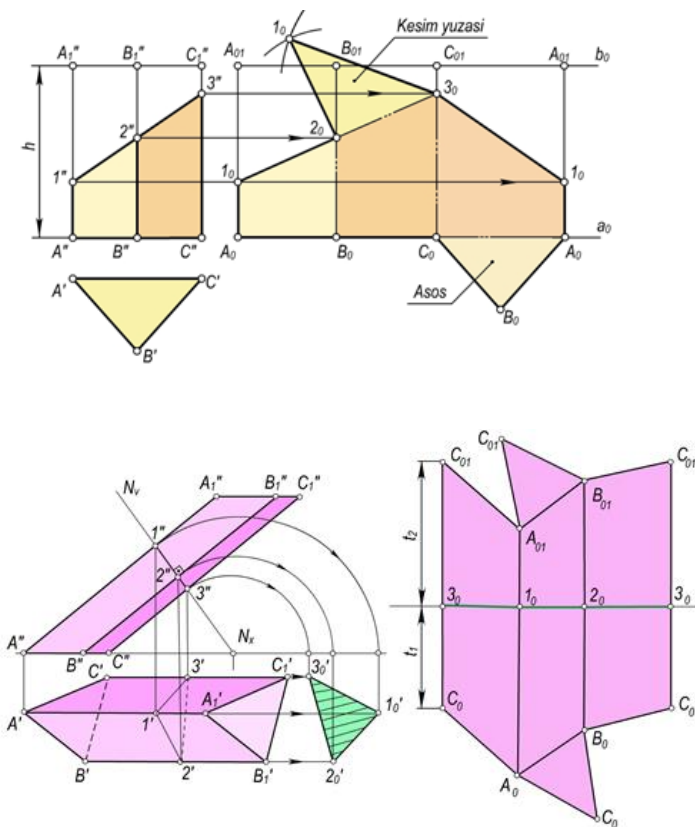
Ko'pyoqliklar to'la yoyilmasini yasash uchun uning yon yoqlari va asoslarining yoyilmalari yasaladi. Bunday yoqlar (uchburchak yoki ko'pburchak) ni yoyilmada yasash ularga teng bo'lgan yoqlarni yasash demakdir. Bunday yoqlarni yoyilmada yasash uchun tomonlari ya'ni qirralarining xaqiqiy uzunliklari bo'lishi kerak. Agar ularning xaqiqiy uzunliklari chizmada bo'lmasa, ularni turli usullar orqali yasash mumkin.

1-masala. Asosi **H** tekislikda yotgan uchburchakli to'g'ri prizmaning yoyilmasini yasash talab qilinsin

Yechish. Prizmaning yon qirralari frontal proyeksiyada, asosidagi qirralari esa gorizontal proyeksiyada xaqiqiy uzunlikda tasvirlangan. Prizmaning yoyilmasini yasash uchun dastlab uning biror masalan, AA_1 qirrasi bo'ylab xayolan kesish kerak. So'ngra uchta to'g'ri to'rtburchaklar (yon yoqlar) yonma-yon qo'yib yasaladi. Bu to'rtburchaklarning balandligi prizmaning balandligi h ga, asoslari esa mos ravishda $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga asoslari qo'shiladi va prizmaning to'la yoyilmasi hosil bo'ladi.

Rasmlarda berilgan uch yoqli og'ma prizmaning yon qirralari frontal vaziyatda bo'lgani uchun ularning haqiqiy uzunliklari $A''A_1''$, $B''B_1''$ va $C''C_1''$ kesmalarga teng bo'ladi. Asoslari gorizontal vaziyatda bo'lganligi uchun asos qirralarining haqiqiy qiymati $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Bunday og'ma prizmaning yoyilmasini normal kesim usulida yasash qulay hisoblanadi. Buning uchun og'ma prizmaning yon qirralariga perpendikulyar qilib ixtiyoriy $N(N_V)$ tekislik o'tkaziladi. Normal kesim 123 uchburchakning proyeksiyalari ($1'2'3'$, $1''2''3''$) ni hosil qilinadi. So'ngra normal kesimning haqiqiy kattaligi $\Delta 1_0 2_0 3_0$ aylantirish usulida yasaladi

Yoyilmani yasash uchun ixtiyoriy (bo'sh) joyda a_0 – yordamchi chiziqni ingichka qilib o'tkaziladi. Bu chiziqqa normal kesim tomonlarning haqiqiy uzunliklari biror (masalan, 3_0) nuqtadan boshlab o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan 3_0 , 1_0 , 2_0 va 3_0 nuqtalardan a_0 chiziqqa perpendikulyar vaziyatda chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqlarga qirralarning haqiqiy uzunliklari o'lchab qo'yiladi. YOyilmada $C''3''=C_0 3_0$ va $3''C''=3_0 C_0$ qirraning o'lchab qo'yilishi ko'rsatilgan. Hosil bo'lgan qirralarning uchlari o'zaro tutashtiriladi. Prizma yon sirti va asosining haqiqiy kattaligi yoyilmasi qo'shib to'la yoyilma hosil bo'ladi.

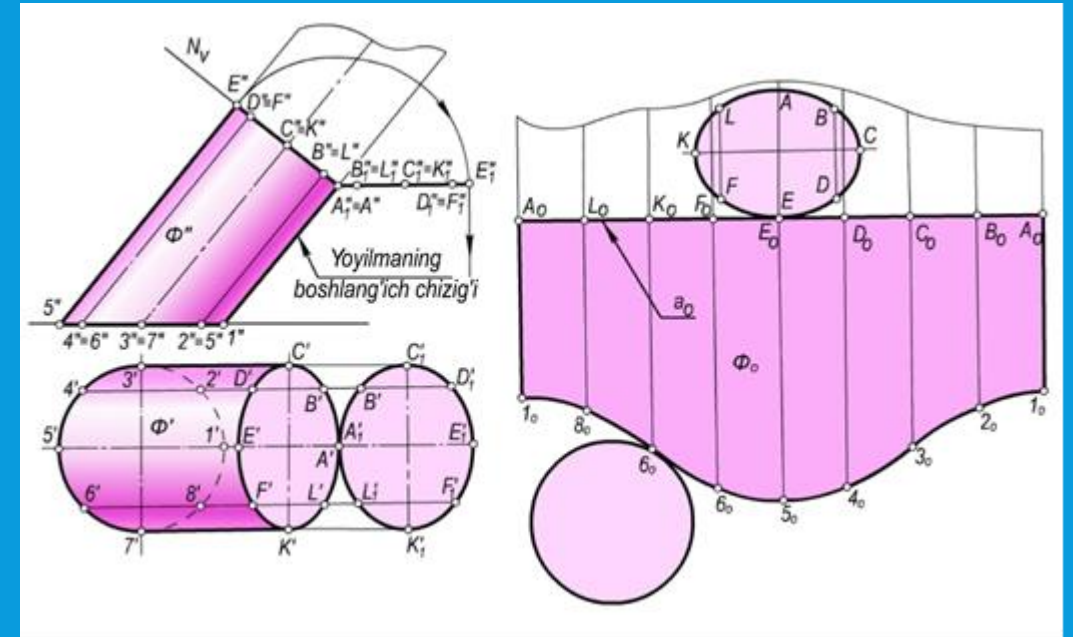


Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash

Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasashda nogʻmal kesim va dumalatish usullaridan foydalaniladi. Har ikkala usul bilan ham yoyilmani yasashda silindrik sirtni approksimasiya qilib prizmatik sirtga keltiriladi va masala prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi.

Umuman biror silindrning yoyilmasini yasash uchun: silindr yoyilmasida qatnashadigan yasovchilarning haqiqiy uzunliklari aniqlanadi; qoʻshni yasovchilar orasidagi asos yoylarining haqiqiy uzunliklari topiladi; planimetrik yasashlarga asosan silindr elementlari ketmaket yoyilmada yasaladi.

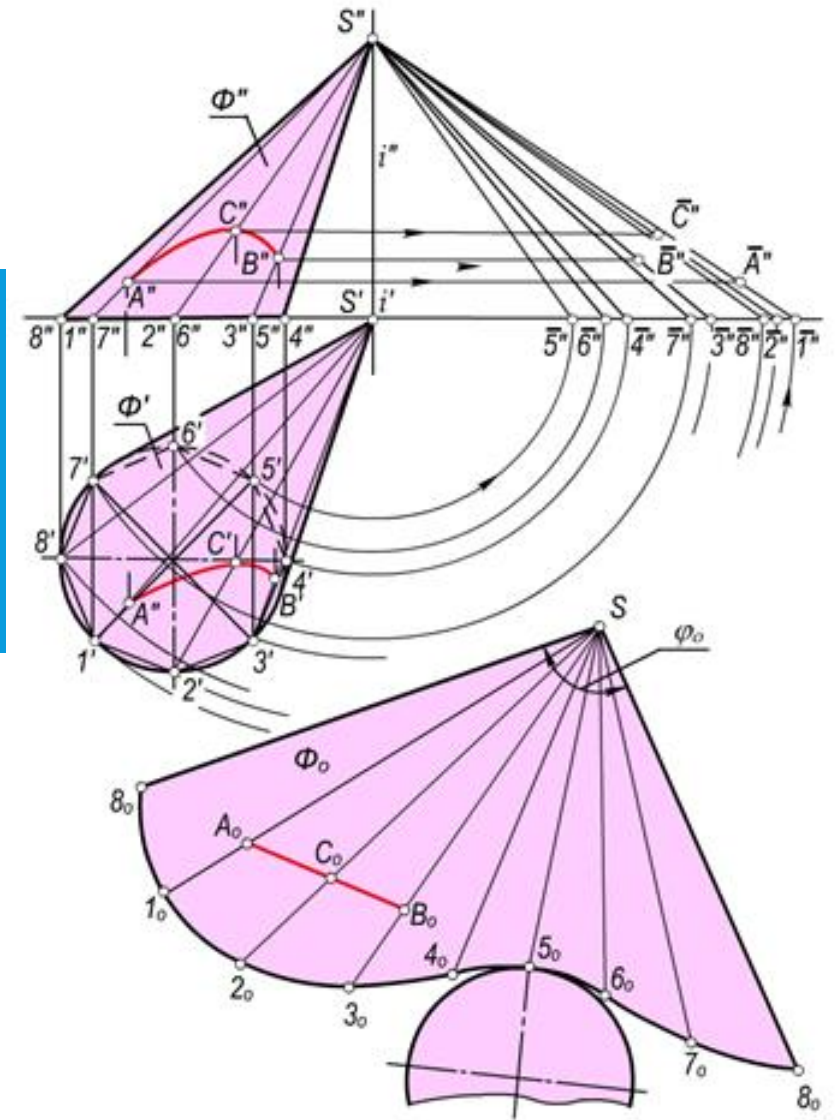
Rasmda yasovchilari frontal vaziyatda va asosi H tekislikda yotgan ogʻma, elliptik silindr tasvirlangan. Bunday silindrning yoyilmasi normal kesim usulida bajarilgan. Silindrik sirt prizmatik sirtga approksimasiya qilinadi. Buning uchun silindr asosini ixtiyoriy boʻlaklarga boʻlinadi (rasmda 8 ta teng boʻlakka boʻlingan).



Konus sirtlarning yoyilmalarini yasash

Umumiy holdagi konus sirtining yoyilmasi ham piramida yoyilmasini yasashdagidek, uchburchaklar usuli bilan bajariladi. Buning uchun konus o'ziga ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaga approksimasiya qilinadi va shu piramidaning yoyilmasi konus sirtining yoyilmasi deb qabul qilinadi. Ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaning yoqlari qanchalik ko'p bo'lsa, konus sirtining yoyilmasi shunchalik aniq bo'ladi. Umuman, konusni yoyish uchun uning bir necha yasovchilarining haqiqiy uzunliklari va yunaltiruvchi egri chizig'i (yoki uning bo'laklarining) — asosining haqiqiy uzunligi topiladi. so'ngra konus yasovchilari va asosining bo'laklari birin ketin yoyilmaga ko'chiriladi.

Rasmda asosi H tekislikka tegishli Φ og'ma konus tasvirlangan. Bu konusning yoyilmasini yasashda uchburchaklar usulidan foydalanamiz. Konusni o'ziga ichki chizilgan piramidaga approksimasiyalaymiz. Konus yasovchilari yoki ichki chizilgan piramida qirralarining xaqiqiy uzunliklarini yasash rasmda aylantirish usulida bajarilgan.



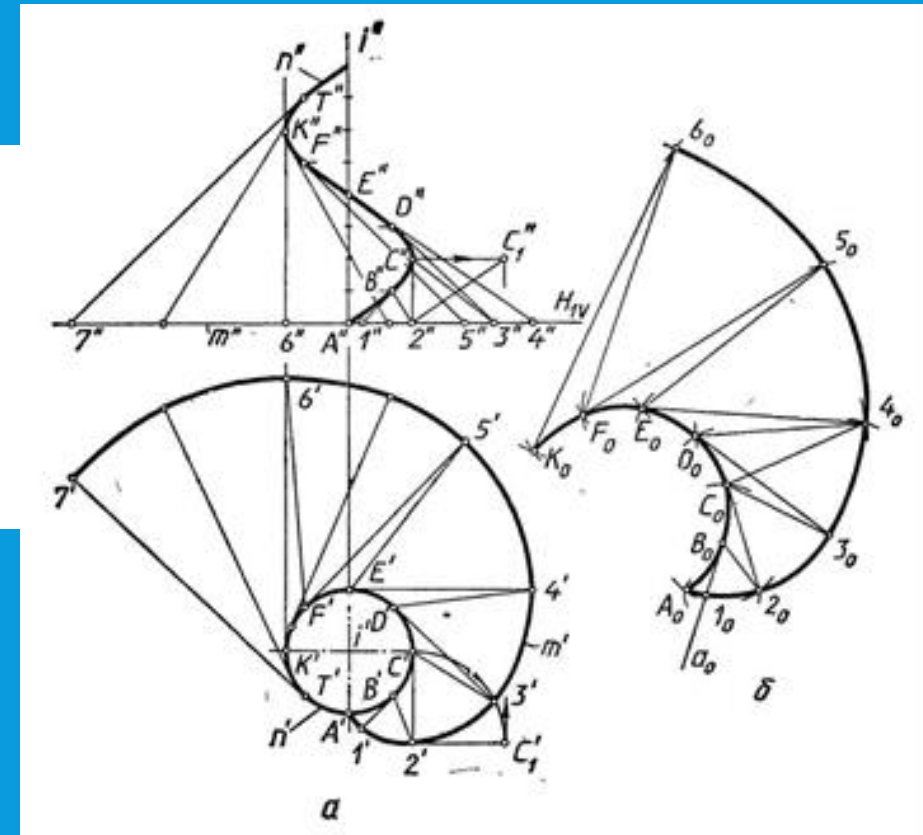
Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash

Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash ham konus sirtlarning yoyilmalarini yasashdagidek uchburchaklar usulida bajariladi. Rasmda yoyiladigan gelikoid va Rasmda uning yoyilmasini yasash ko'rsatilgan. qaytish qirrasi silindrik vint chizig'ida **A B C** ... nuqtalarni belgilab olamiz

Ular orqali vint chizig'iga urinmalar o'tkazib, sirt yasovchilarini hosil qilamiz. Sirtning o'qiga perpendikulyar bo'lgan **H₁** tekislik bilan sirtni kesamiz. Bu holda berilgan sirt **n** — vint chizig'i va **m** — evolventa bilan chegaralangan bo'ladi. Urinmalarning **H H_v** tekislik bilan kesishish nuqtalari 1, 2, 3, ... ni belgilab olamiz. Sirtning qo'shni yasovchilari orasidagi bo'laklarining, ya'ni egri chiziqli to'rtburchaklarning bittadan diagonalarini o'tkazib, ularni ikkita uchburchakka ajratamiz. Masalan, **BC** bo'lakning **B** diagonalini o'tkazib, uni **B12** va **B2C** uchburchaklarga ajratamiz. Agar **A, B, C, ...** nuqtalar orasidagi masofalar qisqa bo'lsa, uchburchaklarning egri chiziqli tomonlari

Shunday qilib, qaytish qirrali sirt ko'pyoqlik sirtga approksimasiya qilinadi. Bu holda sirt yoyilmasini yasash ko'pyoqlik sirtning yoyilmasini yasash kabi bajariladi. Buning uchun uchburchaklarning uchala tomonlarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Shunday tomonlardan biri, masalan, **C2** ning haqiqiy uzunligini yasash Rasmda aylantirish usulida bajarilib ko'rsatilgan. Uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yoyilmada uchburchaklar ketma-ket yasaladi. Rasmda yoyilma **A₀B₀1₀** uchburchakni yasashdan boshlangan. Bu uchburchak quyidagicha yasaladi: ixtiyoriy **a₀** to'g'ri chiziq o'tkazib, unga **B1** tomonning haqiqiy uzunligiga teng bo'lgan **B₀1₀** kesma o'lchab qo'yiladi. Markazlari **1₀** va **B₀** nuqtalarda bo'lgan va radiuslari mos ravishda **A1**, **AB** tomonlarning haqiqiy uzunliklariga teng bo'lgan ikki aylana yoylari chiziladi. Bu yoylarning o'zaro kesishuvidan **A₀** nuqta hosil bo'ladi.

Qolgan uchburchaklarning haqiqiy kattaliklari ham shu tarzda bir-biriga yondashtirib yasaladi.

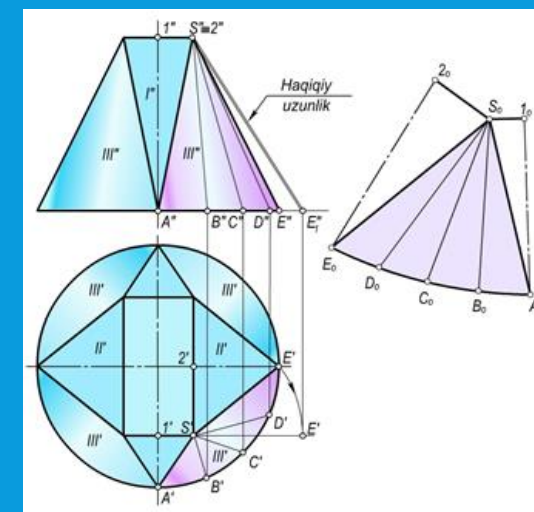
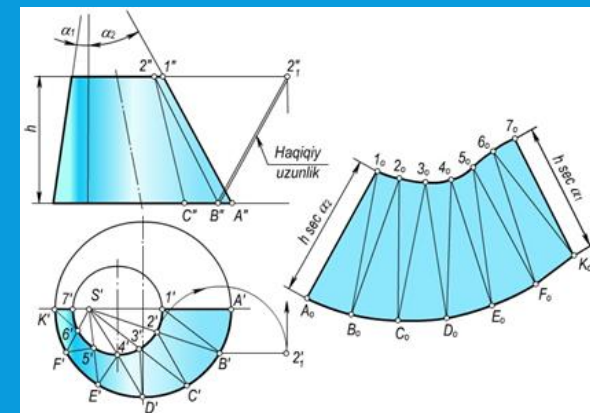


Yoyilmaydigan sirlarning taqribiy yoyilmalarini yasash

Yordamchi uchburchaklar usuli. Bu usulning mohiyati qo'yidagidan iborat. Dastlab yoyilmaydigan sirt uchburchaklarga bo'lib chiqiladi, ya'ni berilgan sirt ko'pyoqlik sirtga approksimasiya qilinadi. Keyin ko'pyoqlik sirtning yoyilmasi yasaladi. Buning uchun uchburchak tomonlarining haqiqiy uzunliklari proyeksiyalarda yasaladi. Har bir uchburchakning yoyilmadagi vaziyati uchala tomonining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yasaladi.

Amalda og'ma konus sirlarning yoyilmalari umuman taqribiy usulda yasaladi. Rasmda Monj chizmasida og'ma konus tasvirlangan. Uning yoyilmasini yasash uchun berilgan konus sirti **A1B**, **B12**, **B2C**,... uchburchaklarga ajratiladi. Bu uchburchaklarning bittadan tomonlari konusning uchidan o'tadigan qilib olinadi. Uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Ulardan biri **B2** ning haqiqiy uzunligi aylantirish usulida yasalgan. YOyilmani hosil qiluvchi uchburchaklarni ularning uchala tomonlarining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yasash qiyin emas. Bunda yoyilmadagi uchburchaklar tomonlarining o'zaro joylashuv tartibi proyeksiyadagi joylashuv tartibi bilan bir xil bo'lishi kerak. Rasmda og'ma konus yon sirti yoyilmasining yarmi ko'rsatilgan. Rasmda tasvirlangan sirt silindrik trubadan to'rtburchakli trubaga o'tish elementi bo'lib, u ikkita **I** ko'rinishdagi, ikkita **II** ko'rinishdagi tekis uchburchaklardan hamda to'rtta **III** ko'rinishdagi elliptik konus sirtlardan tashkil topgan. Bunday sirtning yoyilmasini yasash uchun dastlab konus sirlarni piramida sirtlariga approksimasiya qilamiz (rasmda faqat bitta konus sirtining piramidaga approksimasiya qilinishi ko'rsatilgan). Buning uchun konusning asosida bir necha **A, B, C, D, E** nuqtalarni belgilab olib, ularni konusning uchi bilan tutashtiramiz. Hosil bo'lgan uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklarini yasaymiz. Rasmda **SE** tomonning haqiqiy uzunligini yasash ko'rsatilgan. Bu sirt yoyilmasini yasash uchun tomonlarning haqiqiy uzunliklari bo'yicha uchburchaklar yasaymiz.

Berilgan sirtning **S2EA1** choragining yoyilmasini yasash Rasmda ko'rsatilgan. Qolgan choraklarining yoyilmasi ham yuqorida bayon qilinganidek yasaladi.



Yordamchi konussimon sirtlar usuli. Bu usul bilan konturi egri chiziqli aylanish sirtlarining taqribiy yoyilmasi yasaladi. Berilgan sirt aylanish o‘qiga perpendikulyar tekisliklar bilan kesiladi. Sirtning har bir bo‘lagi konussimon yoki silindrik sirtlarga approksimasiya qilinadi va bu sirtlarning yoyilmalari yasaladi. Rasmda Monj chizmasida berilgan aylanish sirtlari aylanish o‘qiga perpendikulyar tekisliklar bilan bir necha bo‘laklarga bo‘linadi. Bu bo‘laklar konussimon (**I, II, III, IV, V, VI**) va silindrik (**VII**) sirtlarga approksimasiya qilinadi.

Rasmda konussimon va silindrik sirtlarga approksimasiya qilingan sirt bo‘laklarining yoyilmalari ko‘rsatilgan. Bu yoyilmalar to‘g‘ri doiraviy silindr va konus sirtlarining yoyilmalarini yasashga asoslanib bajarilgan.

Rasmda hosil qilingan yoyilma bo‘yicha berilgan sirtning aynan o‘zini yasab bo‘lmaydi. Bunda yoyilmadagi **I, II, III, IV, V** va **VI, VII** bo‘laklar orasida ochiq joylar mavjud bo‘lib, ular berilgan sirtning aynan o‘zini yasash imkoniyatini bermaydi. Shuning uchun ham bunday yoyilmalar taqribiy yoyilmalar deyiladi.

