

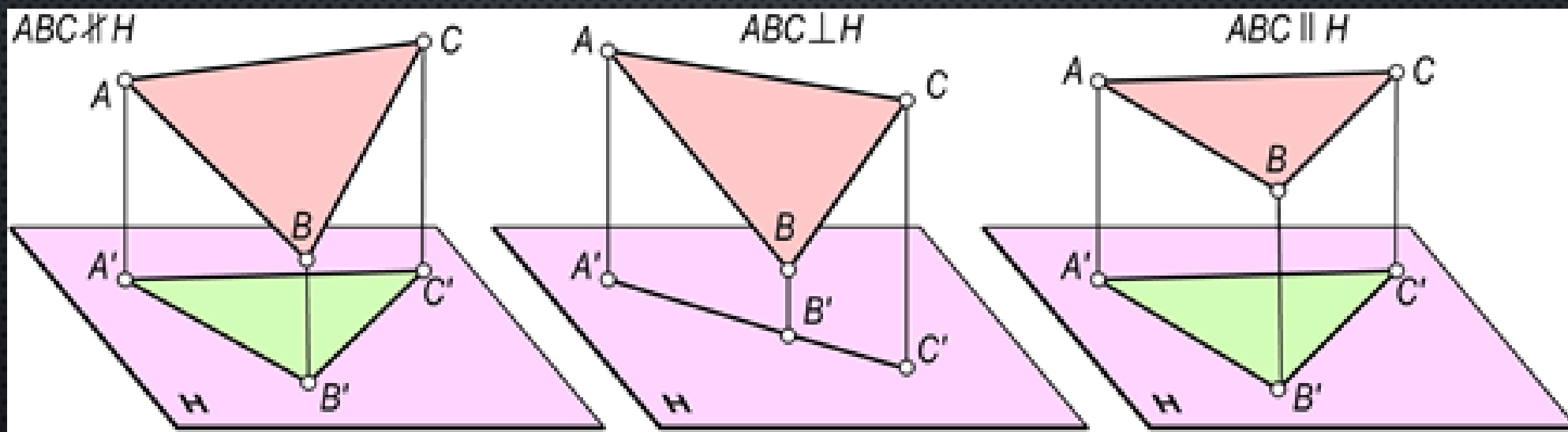
# ORTOGONAL PROEKSİYALARNI QAYTA TUZISH USULLARI

1. **UMUMIY MA'LUMOTLAR**
2. **TEKIS—PARALLEL HARAKATLANTIRISH USULI**
3. **AYLANTIRISH USULI**
4. **PROYEKSIYALAR TEKISLIKLARINI ALMASHTIRISH USULI**

Geometrik shaklning berilgan ortogonal proyeksiyalari asosida yangi proyeksiyalarini yasash **ortogonal proyeksiyalarni qayta tuzish** deyiladi.

Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakllarni xususiy vaziyatga keltirish asosan ikki usulda bajariladi.

1. Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shaklni fazoda harakatlantirib, proyeksiyalar tekisligiga nisbatan xususiy vaziyatga keltirish **tekis-parallel harakatlantirish usuli** deyiladi.
2. **Aylantirish usuli**. Bunda proyeksiyalar tekisliklari o'z holatlarini o'zgartirmaydi. Proyeksiyalanuvchi shakl ularga qulay holga kelguncha biror o'q atrofida aylantiriladi.
3. Geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgartirilmasdan proyeksiyalar tekisliklari sistemasini unga nisbatan xususiy vaziyatga kelguncha yangi proyeksiyalar tekisliklari bilan almashtirish - **proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli** deyiladi.



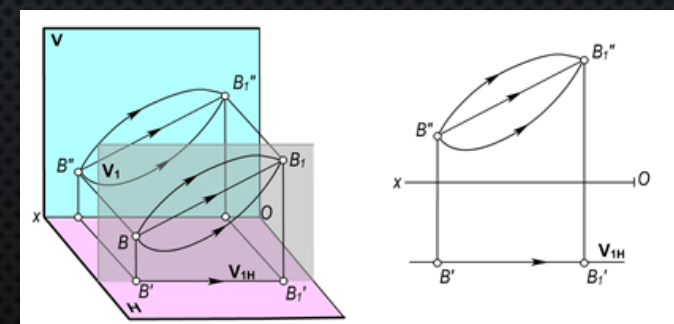
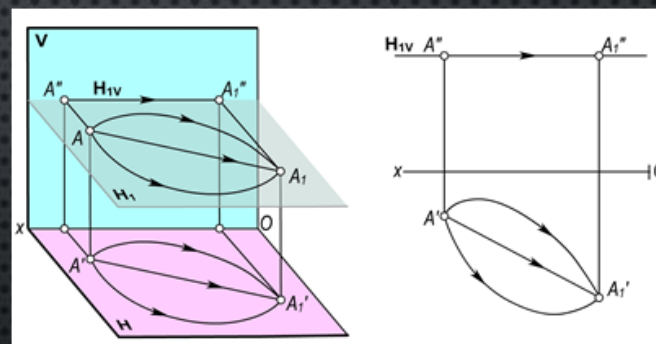


Harakatlantirish tekisliklarining vaziyati va geometrik shakl nuqtalari harakatlanish trayektoriyasining xarakteriga qarab tekis–parallel harakatlantirish usuli **parallel harakatlantirish** va **aylantirish** usullariga bo‘linadi.

**Parallel harakatlantirish usuli.** Bu usulda fazoda berilgan geometrik shaklning har bir nuqtasi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lgan gorizontal yoki frontal tekisliklarda harakatlantiriladi. Shuning natijasida hosil bo‘lgan yangi proyeksiyasi proyeksiyalar tekisligiga nisbatan vaziyati o‘zgaradi.  $A$  nuqta  $H_1$  gorizontal tekislikda harakatlantirilib  $A_1$  vaziyatga keltirilgan. Bunda  $A$  nuqta  $A_1$  vaziyatga qanday trayektoriya (to‘g‘ri yoki egri chiziqlar) bo‘ylab harakatlantirilishidan qat’iy nazar, uning  $A''$  frontal proyeksiyasi ( $A_1''$  vaziyatga) tekislikning  $H_{1V}$  izi bo‘yicha harakatlanadi. Shuningdek 5.3,a,b–rasmdagi  $B$  nuqta  $V_1$  frontal tekislikda  $B_1$  vaziyatga har qanday trayektoriya bo‘yicha harakatlantirilmasin, uning  $B'$  proyeksiyasi  $V_{1H}$  izi bo‘yicha harakatlanib,  $B'_1$  vaziyatni egallaydi.

Yuqorida bayon etilganlardan quyidagi xulosaga kelish mumkin:

- Fazoda nuqtani gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday trayektoriya bo‘yicha harakatlantirilsa ham, uning frontal proyeksiyasi  $Ox$  o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziq bo‘yicha harakatlanadi.
- Fazoda nuqtani frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday trayektoriya bo‘yicha harakatlantirilsa ham, uning gorizontal proyeksiyasi  $Ox$  o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziq bo‘yicha harakatlanadi.

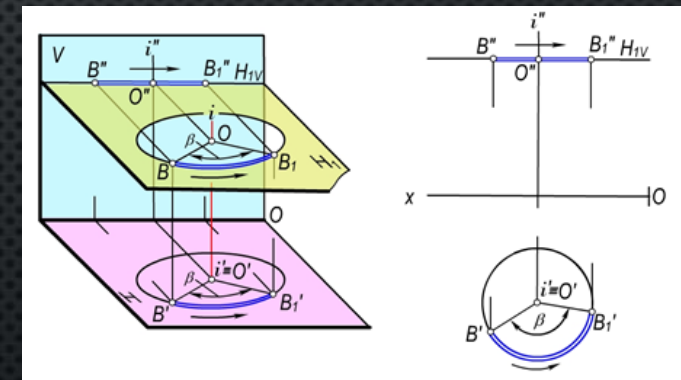
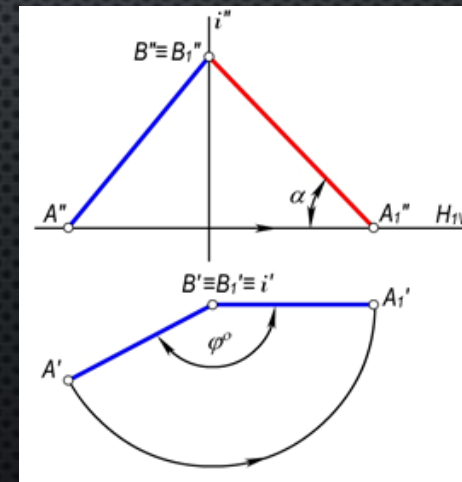
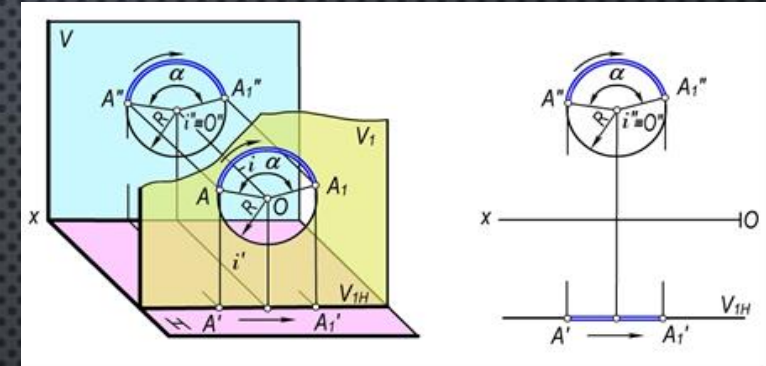




Aylantirish usuli parallel harakatlantirish usulining xususi holi hisoblanadi. Bu usulda geometrik shaklga tegishli nuqtaning trayektoriyasi ixtiyoriy bo'lmay, balki berilgan biror o'qqa nisbatan aylana bo'yicha harakatlanadi. Aylana markazi berilgan o'qda joylashgan bo'lib, aylanish radiusi esa harakatlanuvchi nuqta bilan aylanish o'qi orasidagi masofaga teng bo'ladi yoki aylanish tekisligini aylanish o'qi bilan kesishgan nuqtasi bo'ladi.

Aylanish o'qlari proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan perpendikulyar, parallel, shuningdek, proyeksiyalar tekisligiga tegishli va boshqa vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

**Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish.**  $H$  va  $V$  tekisliklar sistemasida ixtiyoriy  $A$  nuqta va  $i$  aylanish o'qi berilgan bo'lsin). Agar  $A$  nuqtani  $i \perp V$  aylanish o'qi atrofida harakatlantirsak, mazkur nuqta  $V$  tekislikka parallel  $V_1$  tekislikda radiusi  $OA$  ga teng aylana bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek,  $A$  nuqtaning harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi  $V_1$  tekislikning  $V_{1N}$  izi bo'yicha harakat qiladi. Chizmada  $V_1$  tekislik  $V$  tekislikka parallel bo'lgani uchun  $A$  nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi  $V_{1N} \parallel Ox$  bo'yicha harakat qiladi, *b*).  $B$  nuqtaning  $H$  tekislikka perpendikulyar  $i$  o'qi atrofida aylantirilishi a da ko'rsatilgan.  $B$  nuqta  $B_1$  vaziyatga radiusi  $OB$  ga teng aylana bo'yicha  $H$  tekislikka parallel bo'lgan  $N_1$  tekislikda harakatlanadi. Bunda  $N_1$  tekislik  $H$  tekislikka parallel bo'lgani uchun  $B$  nuqta harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi  $N_1$  tekislikning  $N_{1V}$  izi bo'yicha  $Ox$  ga parallel bo'lib harakatlanadi

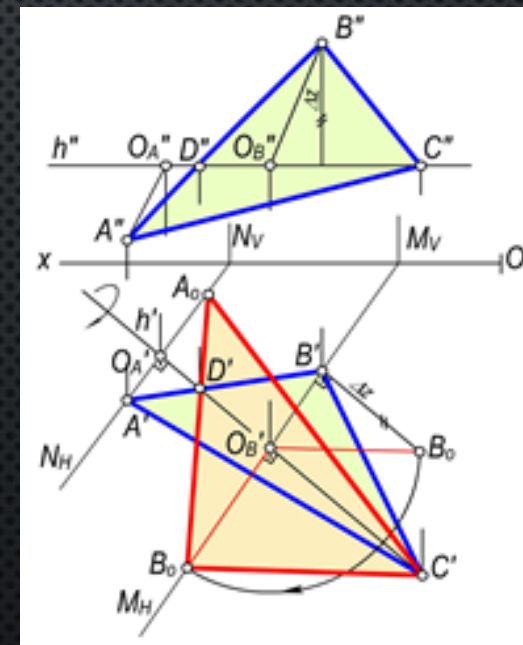
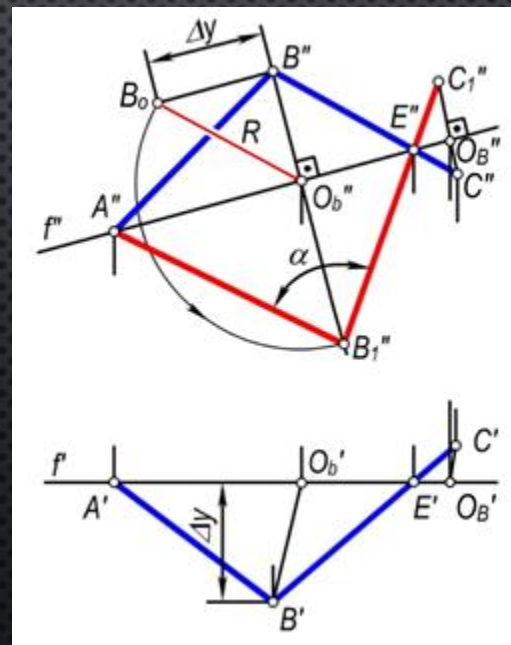
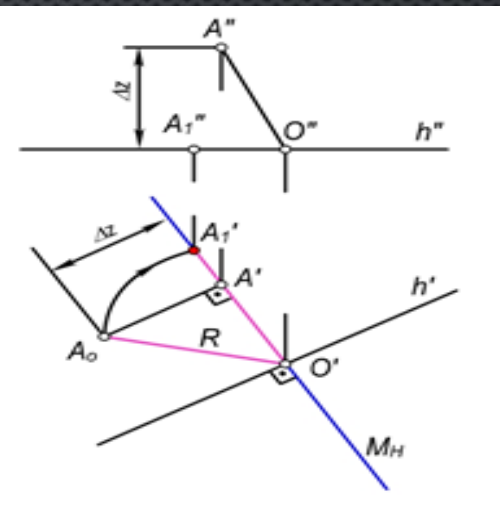
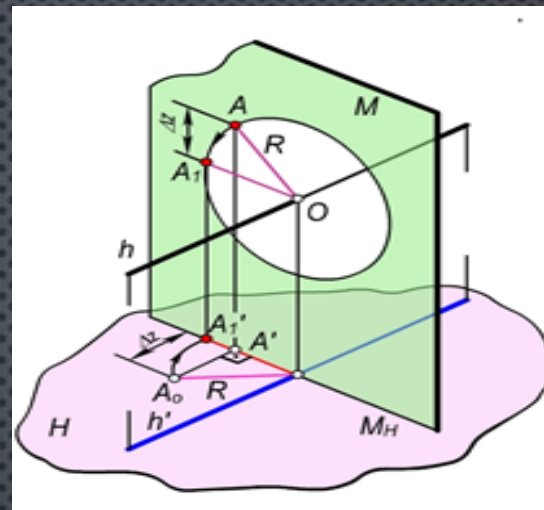




**Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish.** Umumiy vaziyatda joylashgan tekis geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan o'qlar atrofida aylantirib, ba'zi metrik masalalarni yechish mumkin. Bunda, aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shaklning asosiy chiziqlari – gorizontali yoki frontallaridan foydalaniladi. Geometrik shaklni uning gorizontali atrofida aylantirib,  $H$  tekislikka parallel vaziyatga, shuningdek, uni frontali atrofida aylantirib,  $V$  tekislikka parallel vaziyatga keltirish mumkin.

Geometrik shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirilganda uning har bir nuqtasi aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda aylana bo'ylab harakatlanadi. Masalan,  $A$  nuqtani  $h$  gorizontali atrofida aylantirilganda radiusi  $OA$  ga teng aylana bo'yicha  $M \perp h$  tekislikda harakatlanadi. Bunda, uning gorizontali proyeksiyasi gorizontaling  $h'$  gorizontali proyeksiyasiga perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

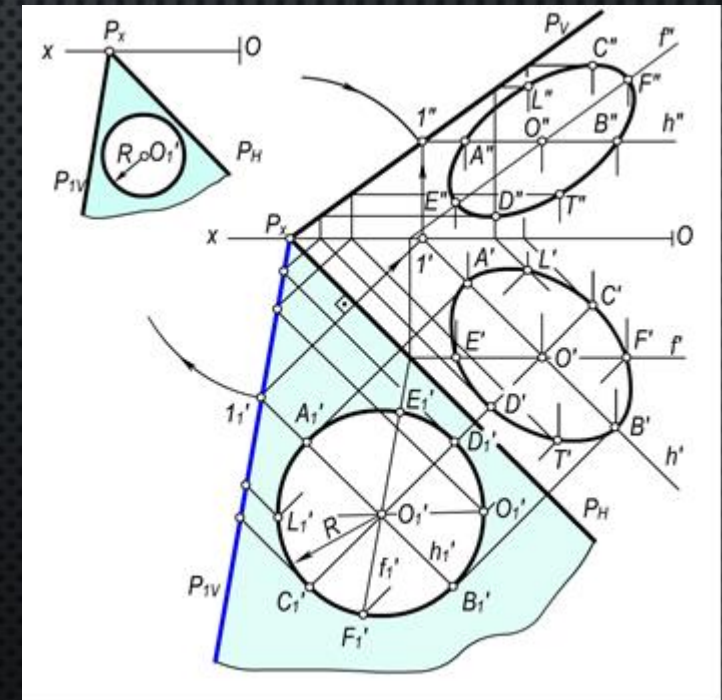
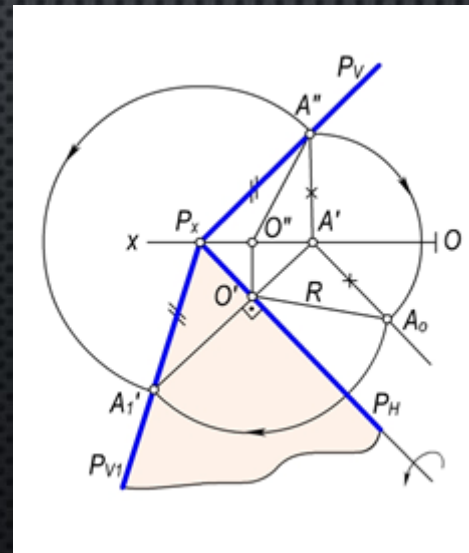
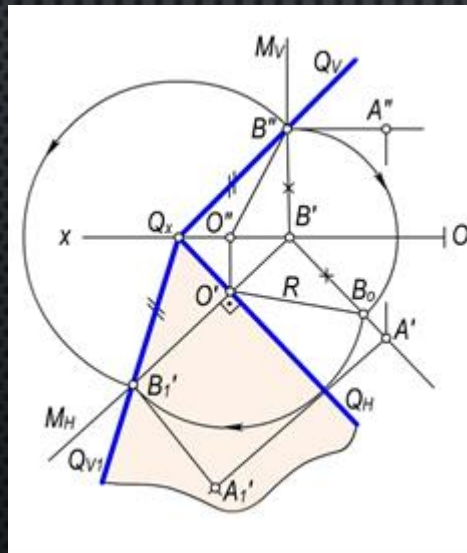
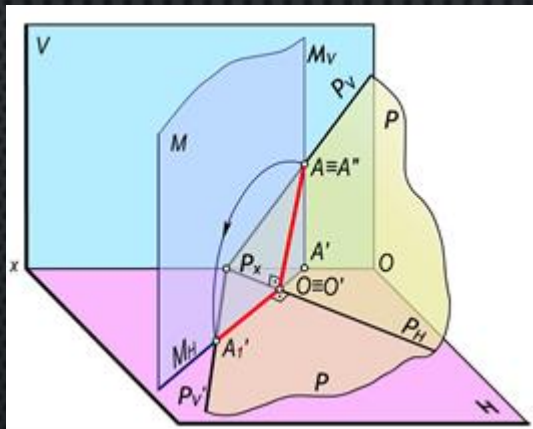
Chizmada tasvirlangan  $A(A', A'')$  nuqtani  $A_1(A_1', A_1'')$  vaziyatga kelguncha aylantirish uchun aylanish markazi  $O(O', O'')$  nuqtani aniqlash kerak. Bu nuqta aylanish o'qi  $h$  ning  $M$  tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Chizmada aylantirish radiusi  $R$  ning haqiqiy o'lchamni aniqlash uchun  $H$  tekislikda to'g'ri burchakli  $\triangle OA'A_0$  yasaymiz. Buning uchun  $AO$  radiusning  $A'O'$  gorizontali proyeksiyasini to'g'ri burchakli uchburchakning bir kateti,  $OA$  kesma uchlari applikatalarining  $\Delta z$  ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi  $R$  bo'ladi.  $A$  nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining  $A_1$  gorizontali proyeksiyasi aylanish markazi  $O'$  nuqtada bo'lgan va  $O'A_0=R$  radiusli aylana yoyining  $M(M_H)$  tekislikning izi bilan kesishgan  $A_1'$  nuqtasi bo'ladi.  $A$  nuqtaning yangi  $A_1''$  frontal proyeksiyasi esa  $h''$  to'g'ri chiziqda bo'ladi.





**Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisliklariga tegishli o'q atrofida aylantirish yoki tekislikning izi atrofida aylantirish.** Aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatdagi tekislikning gorizontali yoki frontal izlaridan biri qabul qilinadi). Bu holda tekislik biror izi atrofida aylantirilib, proyeksiyalar tekisliklarining biriga jipslashtiriladi. Agar aylanish o'qi sifatida tekislikning gorizontali izi qabul qilinsa, bu tekislikni gorizontali proyeksiyalar tekisligi bilan jipslashtirish mumkin. Shuningdek, tekislikni frontal izi atrofida aylantirib, uni frontal proyeksiyalar tekisligiga jipslashtiriladi.

Tekisliklarni proyeksiyalar tekisligiga jipslashtirish yo'li bilan mazkur tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning haqiqiy o'lchamini aniqlash mumkin yoki umumiy vaziyatida berilgan tekislikka tegishli bo'lgan har qanday geometrik masalalarni yechish mumkin.





# PROYEKSIYALAR TEKISLIKLARINI ALMASHTIRISH USULI

## Proyeksiyalar tekisliklarining bittasini almashtirish.

Fazodagi biror  $A$  nuqta va uning  $H$  va  $V$  proyeksiyalar tekisliklardagi  $A'$  va  $A''$  ortogonal proyeksiyalari berilgan bo'lsin

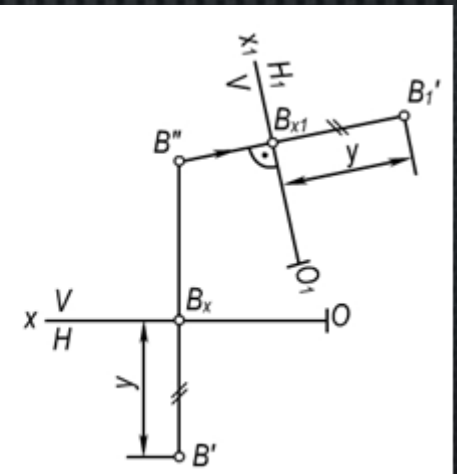
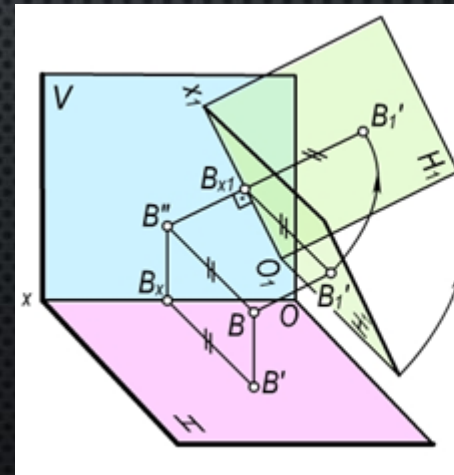
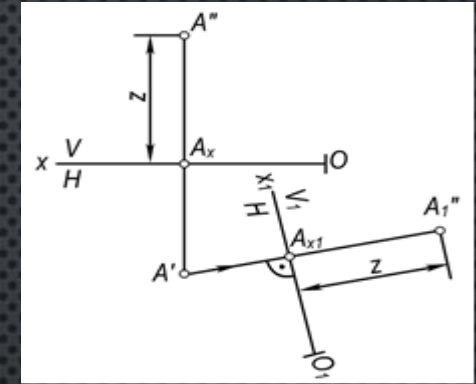
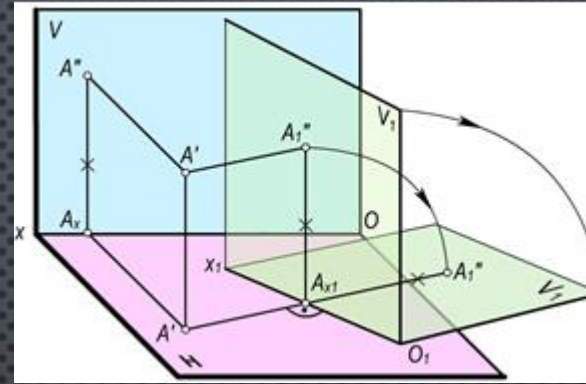
Agar  $V$  tekislikni  $V_1$  tekislik bilan almashtirsak, yangi proyeksiyalar tekisliklari tizimi hosil bo'ladi.

$A$  nuqtaning  $V_1$  tekislikdagi proyeksiyasini yasash uchun berilgan nuqtadan mazkur tekislikka perpendikulyar o'tkazib, yangi frontal proyeksiyasi  $A''_1$  topiladi

Rasmdagi yasashlardan ko'rinishicha,  $A''$  nuqtadan  $Ox$  o'qigacha bo'lgan masofa  $A''_1$  nuqtadan  $O_1x_1$  o'qigacha bo'lgan masofaga tengdir, ya'ni  $A''_1Ax_1 = A''Ax$ .

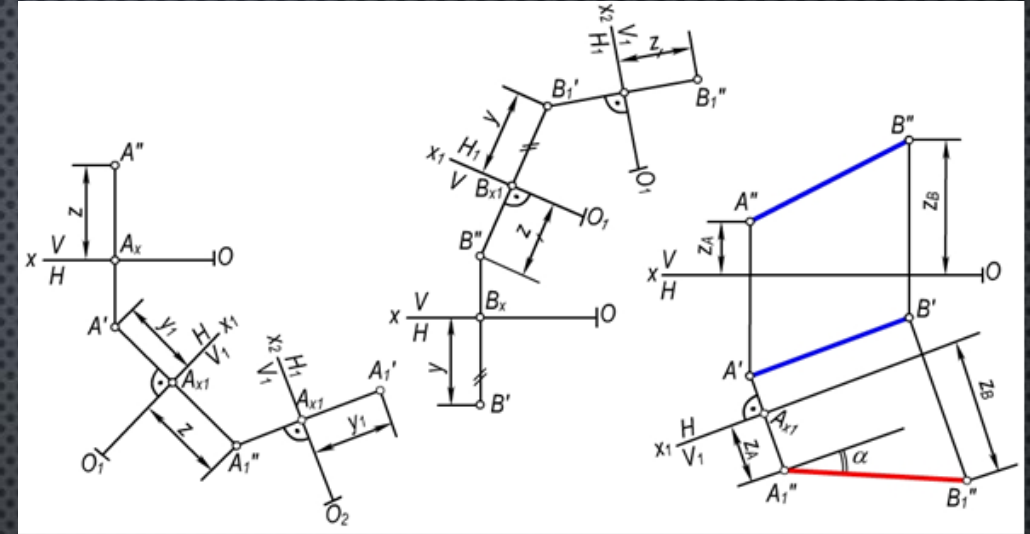
Nuqtaning yangi proyeksiyalar tizimidagi chizmasini yasash uchun yangi proyeksiyalar tekisligi dastlabki proyeksiyalar tekisligi bilan jipslashtiriladi.

Chizmada  $A$  nuqtaning yangi  $A''_1$  proyeksiyasini yasash uchun  $A$  nuqtadan  $O_1x_1$  ga perpendikulyar tushiriladi (5.26,b-rasm). Uning davomiga  $A''Ax$  masofa qo'yiladi. Natijada, hosil bo'lgan  $A'$  va  $A''_1$  lar  $A$  nuqtaning yangi tekisliklar sistemasidagi proyeksiyalari bo'ladi. Frontal proyeksiyalar tekisligi yangi proyeksiyalar tekisligi bilan almashtirilganda nuqtaning  $z$  koordinatasi o'zgarmaydi



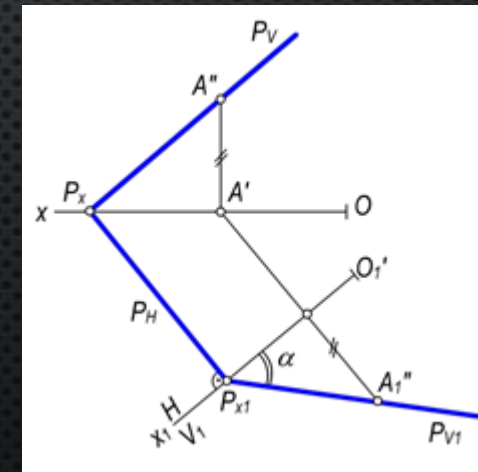


**1–masala.** Umumiy vaziyatda berilgan  $AB(A'B', A''B'')$  kesmaning haqiqiy uzunligi aniqlash talab etilsin.  
Yechish. Buning uchun umumiy vaziyatda berilgan  $AB$  kesmaga parallel qilib gorizontali yoki frontal proyeksiyalar tekisligini yangi proyeksiyalar tekisligi bilan almashtiriladi. Chizmada masalani yechish uchun uning yangi  $O_1x_1$  proyeksiyalar o'qini kesmaning biror, masalan,  $A'B'$  gorizontali proyeksiyasiga parallel qilib olinadi. Hosil bo'lgan proyeksiyalar tekisliklari tizimida  $AB$  kesma  $V_1$  proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'ladi va bu tekislikda u haqiqiy uzunligiga teng bo'lib proyeksiylanadi.



**2–masala.** Umumiy vaziyatdagi  $P(PN, PV)$  tekislikni frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin  
Yechish. Ma'lumki, frontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontali izi  $Ox$  o'qiga perpendikulyar bo'ladi. Shuning uchun umumiy vaziyatdagi  $P$  tekislikni frontal proyeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun yangi  $O_1x_1$  proyeksiyalar o'qini tekislikning  $PN$  gorizontali iziga ixtiyoriy joydan perpendikulyar qilib olinadi.

Tekislikning yangi  $PV_1$  izining yo'nalishini aniqlash uchun tekislikning  $PV$  iziga tegishli biror, masalan,  $A(A', A'')$  olib, uning yangi  $A''_1$  frontal proyeksiyasi yasaladi. Tekislikning yangi  $P_1V$  izini  $P_{x1}$  va  $A''_1$  nuqtalardan o'tkaziladi. Chizmada ko'rsatilgan  $\alpha$  burchak  $P$  tekislikning  $H$  tekislik bilan tashkil etgan burchagi bo'ladi.

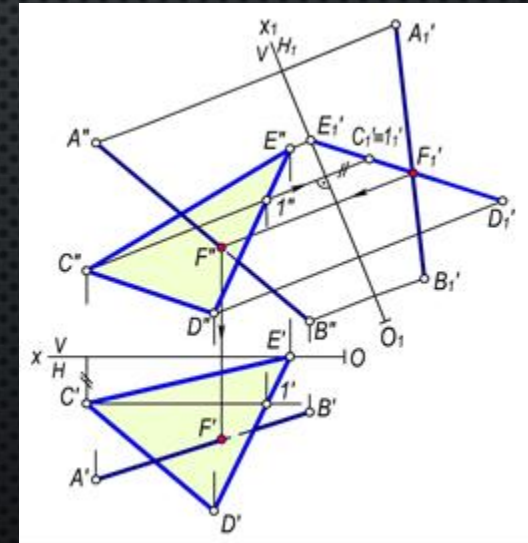
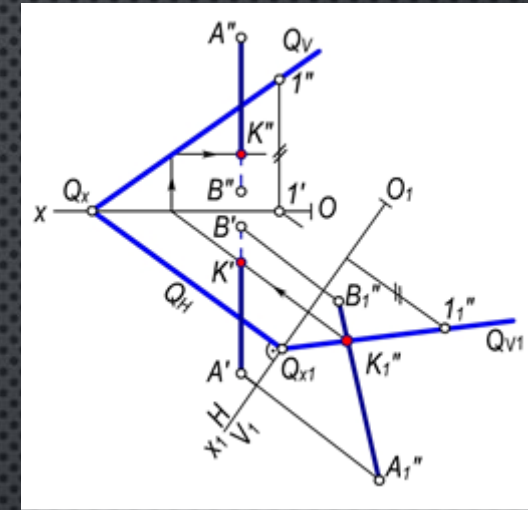




**3–masala.**  $AB(A'B', A''B'')$  to'g'ri chiziqlarning umumiy vaziyatdagi  $Q(QH, QV)$  tekislik bilan kesishish nuqtasi yasalsin.

Yechish. Masalani yechish uchun  $Q$  tekislikni gorizontaal yoki frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltiramiz. Buning uchun yangi  $O_1x_1$  proyeksiyalar o'qini tekislikning biror iziga masalan,  $QH$  ga perpendikulyar qilib o'tkaziladi. Natijada, tekislikning yangi  $QV_1$  izini hamda to'g'ri chiziqlarning  $A''_1 B''_1$  proyeksiyasi yasaladi. Hosil bo'lgan kesmaning  $A''_1 B''_1$  proyeksiyasi bilan tekislik  $QV_1$  izining kesishgan  $K''_1$  nuqtasi  $AB$  kesmaning  $Q$  tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Bu nuqtani teskari yo'nalishda proyeksiyalab, berilgan to'g'ri chiziq kesmasi bilan tekislikning kesishish nuqtasining  $K'$  va  $K''$  proyeksiyalari yasaladi.

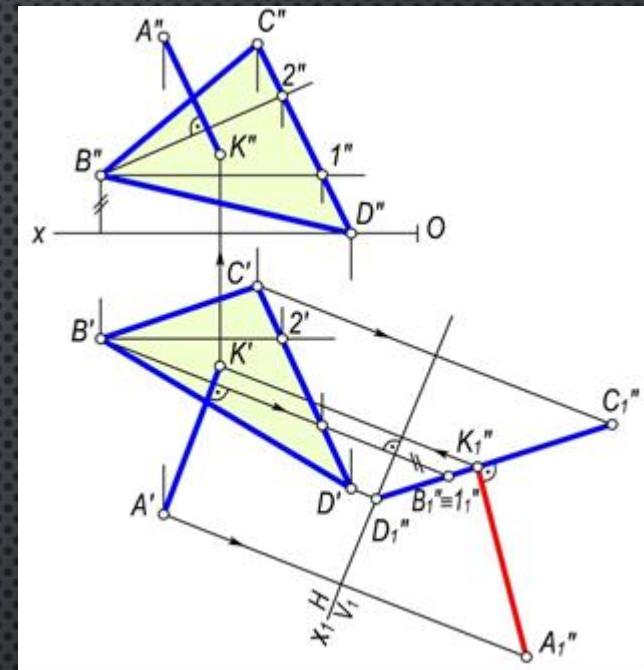
Xuddi shu usul bilan  $AB(A'B', A''B'')$  to'g'ri chiziqlarning  $\triangle CDE(\triangle C'D'E', \triangle C''D''E'')$ , bilan kesishish nuqtasining  $F'$  va  $F''$  proyeksiyalarini yasaladi). Bunda mazkur uchburchak tekislik proyeksiyalovchi tekislik vaziyatga keltiriladi. Buning uchun chizmada  $\triangle CDE$  tekislikning biror bosh chizig'iga, masalan,  $C_1(C'_1, C''_1)$  frontaliga perpendikulyar qilib yangi  $O_1x_1$  proyeksiyalar o'qini o'tkaziladi. Uchburchakning  $C'_1D'_1E'_1$  to'g'ri chiziq kesmasi tarzida proyeksiyalangan proyeksiyasi va kesmaning  $A'_1B'_1$  yangi proyeksiyalari yasaladi. Ularning o'zaro kesishgan  $F'_1$  nuqtasi belgilanadi, so'ngra  $F$  nuqtaning frontal  $F''$  va gorizontaal  $F'$  proyeksiyalarini yasaladi.





**4—masala.**  $A(A', A'')$  nuqtadan  $\triangle BCD(\triangle B'C'D', \triangle B''C''D'')$  tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlansin.

Echish. Bu masofa  $A$  nuqtadan  $\triangle BCD$  tekislikka tushirilgan perpendikulyar bilan o'lchanadi. Masalani yechish uchun chizmada yangi proyeksiyalar o'qini uchburchak tekisligining asosiy chiziqlaridan biriga, masalan, gorizontaliga perpendikulyar, ya'ni  $O1x1 \square B'1'$  qilib o'tkaziladi. So'ngra uchburchakning to'g'ri chiziq kesmasi shakldida proyeksiyalangan yangi proyeksiyalovchi  $D''1B''1C''1$  vaziyatini va nuqtaning  $A''1$  proyeksiyasi yasaladi. Izlangan masofaning haqiqiy uzunligi  $A''1$  dan  $D''1B''1C''1$  kesmaga o'tkazilgan  $A''1K''1$  perpendikulyar bo'ladi. Bu masofaning gorizontal va frontal proyeksiyalari teskari proyeksiyalash bilan  $K'$  va  $K''$  proyeksiyalarni aniqlanadi. Mazkur  $K'$  va  $K''$  nuqtalar  $A$  nuqtaning  $A'$  va  $A''$  proyeksiyalaridan uchburchakning gorizontal hamda frontallariga mos ravishda tushirilgan perpendikulyarning proyeksiyalarida bo'ladi



**5—masala.**  $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$  va  $\triangle EFD(\triangle E'F'D', \triangle E''F''D'')$  tekisliklar kesishish chizig'ining proyeksiyalari va uchburchaklarning ko'rinishligi aniqlansin Yechish. Masalani yechish uchun berilgan uchburchaklarning biri, masalan,  $\triangle EFD$  ni proyeksiyalovchi vaziyatga keltiriladi. Buning uchun chizmada  $\triangle EFD$  ning  $D'1'$  va  $D''1''$  gorizontalining proyeksiyalarini hamda unga perpendikulyar, ya'ni  $O1x1 \square D'1'$  qilib yangi proyeksiyalar o'qini o'tkaziladi. So'ngra uchburchaklarning yangi  $A''1B''1C''1$  va  $E''1F''1D''1$  proyeksiyalari yasaladi. Bunda  $\triangle EFD$  ning mazkur proyeksiyasi to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proyeksiyalanadi. Proyeksiyalar tekisliklarining yani tizimida ikki uchburchaklar  $2''13''1$  to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Kesishish chizig'ining  $2'3'$  gorizontal va  $2''3''$  frontal proyeksiyalarini teskari proyeksiyalash bilan uchburchaklarning dastlabki berilgan proyeksiyalari aniqlanadi. So'ngra chizmada topilgan  $2'3'$  va  $2''3''$  kesmalarni  $\triangle EFD$  ning  $E'F'$ ,  $E''F''$  va  $D'F'$ ,  $D'F''$  tomonlari bilan kesishgan  $L'$ ,  $L''$  va  $T'$ ,  $T''$  nuqtalar aniqlanadi. Natijada, hosil bo'lgan  $L'T'$  va  $L''T''$  chiziqlar ikki uchburchak kesishish chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi. Chizmada uchburchaklarning ko'rinishligini aniqlash uchun ulardagi  $4'$ ,  $4''$  va  $5'$ ,  $5''$ , shuningdek,  $6'$ ,  $6''$  va  $7'$ ,  $7''$  konkurent nuqtalardan foydalaniladi.

