

SIRTLARNING TEKISLIK VA TO‘G‘RI CHIZIQ BILAN KESISHISHI

- 1. Umumiy ma’lumotlar**
- 2. Sirtlarning proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishishi**
- 3. Konus kesimlari**
- 4. Sirtlarni to‘g‘ri chiziq bilan kesishishi**
- 5. Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi**
- 6. Sirtlarning to‘g‘ri chiziq va tekislik bilan kesishuvini yasashda ba’zi qo‘shimcha usullar**

1. Umumiy ma'lumotlar

Sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i to'g'ri chiziq, siniq chiziq va egri chiziq tarzidagi tekis shakllardan iborat bo'lishi mumkin. Bu xol tekislik bilan qanday sirtning kesishishiga va sirt bilan tekislikning o'zaro vaziyatiga bog'liqdir.

Sirt bilan tekislikni kesishish chizig'ining shaklini uni yasashdan oldin bilish mumkin. Ana shunga ko'ra uni yasashning biror usuli tanlanadi. Agar kesishish chizig'i to'g'ri chiziq bo'lsa, uning ikki nuqtasini, siniq chiziq bo'lsa, uning sinish nuqtalari (uchlari) ni, egri chiziq bo'lsa, uning tayanch (xarakterli) va bir necha ixtiyoriy nuqtalarini topib, ular o'zaro tutashtiriladi.

Egri chiziqli sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i, umumiy holda, egri chiziqdan iborat bo'ladi. bu chiziqni yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi. Tayanch nuqtalarga sirtlarning chetki yasovchilari – ocherklariga tegishli nuqtalar va proyeksiyalar tekisliklaridan eng uzoq va eng yaqin masofalarda bo'lgan nuqtalar kiradi. Qolgan nuqtalar oraliq nuqtalar hisoblanadi.

Yuqorida kayd qilingan nuqtalar sirtga tegishli bo'lganligi sababli bu nuqtalar shu sirtning yasovchilari, karkaslari, parallellari, meridianlari va x.k. chiziqlariga ham tegishli bo'ladi. Shuning uchun sirtning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash uchun sirtning shu chiziqlari bilan tekislikning kesishish nuqtalarini topishdan iborat bo'ladi.

Chiziqli sirtning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash uchun sirtning har bir yasovchisi bilan tekislikning kesishish nuqtalarini aniqlash lozim.

Demak, tekislikning ko'pyoqlik yoki egri chiziqli sirtlar bilan kesishish chizig'ini yasash to'g'ri chiziq yoki egri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topishga asoslanadi.

2. Sirtlarning proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishishi

Odatda, kesim chizig'i konturining proyeksiyalarini yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi.

Agar sirtni kesuvchi tekislik proyeksiyalovchi bo'lsa, kesim chizig'ining proyeksiyalarini yasash soddalashadi, chunki bu holda kesishish chizig'ining proyeksiyalaridan biri to'g'ri chiziq kesmasidan iborat bo'ladi.

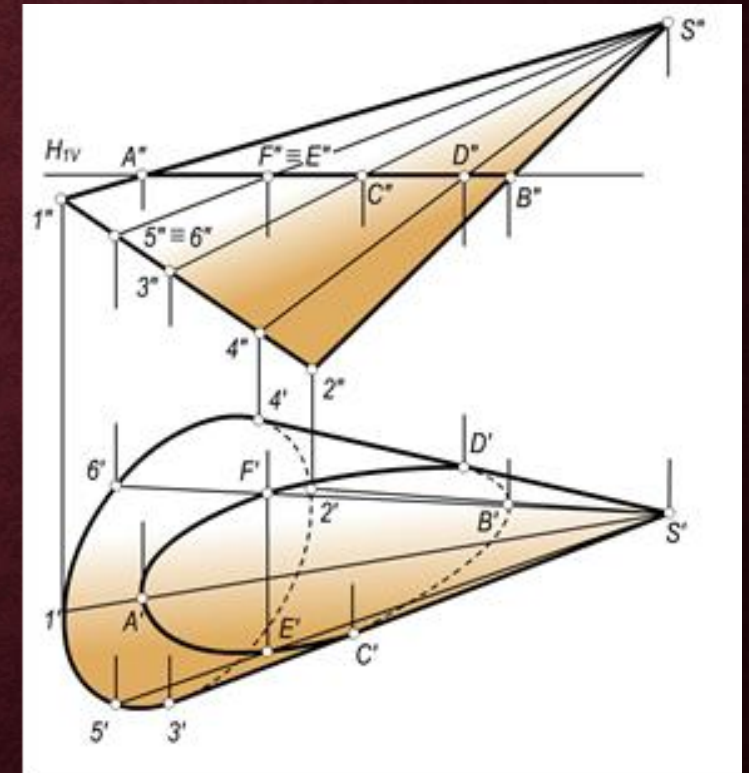
1-masala. Og'ma elliptik konusning $H_1(H_{IV})$ gorizont tekislik bilan kesishish chizig'i yasalsin.

Echish. Konusning bir necha yasovchilari o'tkaziladi va ularning kesuvchi tekislik bilan kesishish nuqtalari belgilanadi.

Kesishish chizig'ining $A''B''$ frontal proyeksiyasi kesuvchi tekislikning frontal izi bilan ustma-ust tushadi. $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar kesimni o'ng va chap tomondan chegaralovchi nuqtalardir. Ularning A' va B' gorizont proyeksiyasi ular orqali o'tuvchi $S1$ va $S2$ yasovchilarning gorizont proyeksiyalari $S'1'$ va $S'2'$ larda bo'ladi. Konusning gorizont ocherk yasovchilari $S'3'$, $S'4'$ bilan H_I tekislikning kesishish nuqtalarini yasash uchun bu yasovchilarning frontal $S''3''$ va $S''4''$ proyeksiyalari bilan tekislikning H_{IV} izining kesishish nuqtalari C'' va D'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlari o'tkaziladi va ularning $S'3'$, $S'4'$ yasovchilar bilan kesishgan nuqtalari C' va D' nuqtalar topiladi

Kesimning oraliq nuqtalarini yasash uchun $A''B''$ kesmada ixtiyoriy $E'' \equiv F''$ nuqtalar belgilab olinadi. Bu nuqtalar orqali $S''5'' \equiv S''6''$ yasovchilarning frontal proyeksiyalari o'tkaziladi, so'ngra ularning $S'5'$ va $S'6'$ gorizont proyeksiyalari ustida E' va F' belgilab olinadi. Shu tarzda yana bir necha nuqtalarning gorizont proyeksiyalari yasaladi.

Gorizont proyeksiyada kesimning ko'rinishligi quyidagicha aniqlanadi. Konusning $4'$, $6'$, $1'$, $5'$ va $3'$ nuqtalaridan o'tgan yasovchilarga tegishli D' , F' , A' , E' va C' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi. Shunga asosan kesimning D' , F' , A' , E' , C' qismi uzluksiz tutash chiziq bilan, D' , B' , C' qismi esa shtrix chiziq bilan tekis tutashtiriladi



3. Konus kesimlari

Teorema. Aylanma konusning tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesimning konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikdagi to'g'ri burchakli proyeksiyasi 2-tartibli egri chiziq bo'lib, uning fokuslaridan biri konus uchining shu tekislikdagi proyeksiyasi bo'ladi.

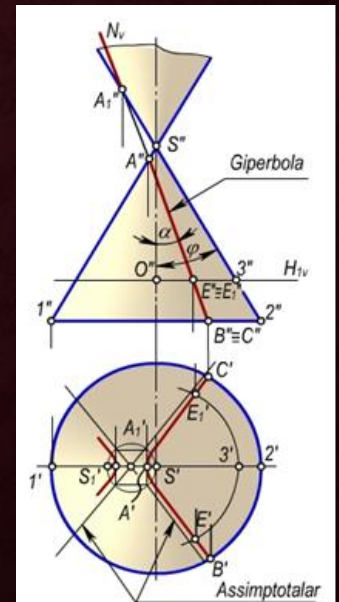
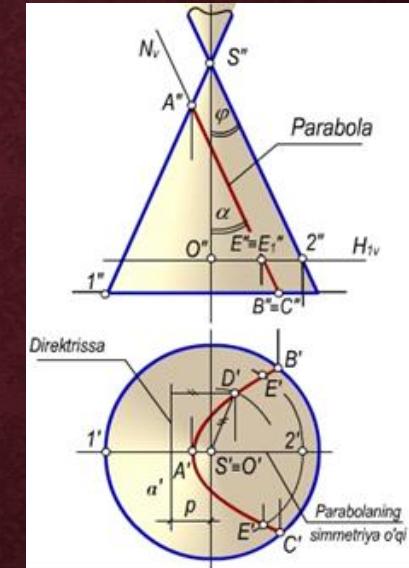
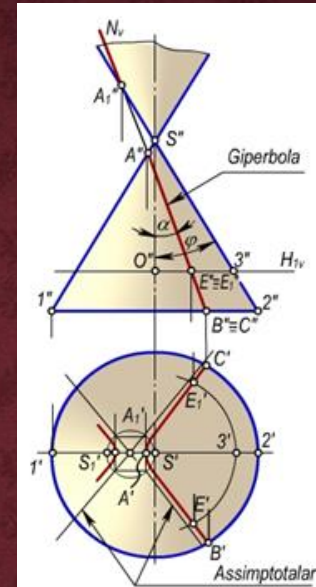
Elliptik kesim. Kesuvchi tekislik bilan konus o'qi orasidagi α burchak konus yasovchilari va o'qi orasidagi φ burchakdan katta ($\alpha > \varphi$) bo'lsa, kesimda ellips hosil bo'ladi.

Kesuvchi tekislik konusning barcha yasovchilarini kesib, $\alpha \neq 90^\circ$ bo'lsa, kesimda ellips hosil bo'ladi

Parabolik kesim. Kesuvchi tekislik konusning yasovchilaridan biriga paralel qilib o'tkazilsa, kesimda *parabola* hosil bo'ladi.

Kesuvchi tekislik konusning uchidan o'tmagan va $\alpha = \varphi$ bo'lgan holda ham kesimda *parabola* hosil bo'ladi.

Giperbolik kesim. Kesuvchi tekislik konusning ikkita yasovchisiga paralel bo'lsa, u konusni giperbola bo'yicha kesib o'tadi. Bunda $\alpha < \varphi$ bo'ladi. Bunday tekisliklar xususiy holda konus o'qiga paralel bo'ladi

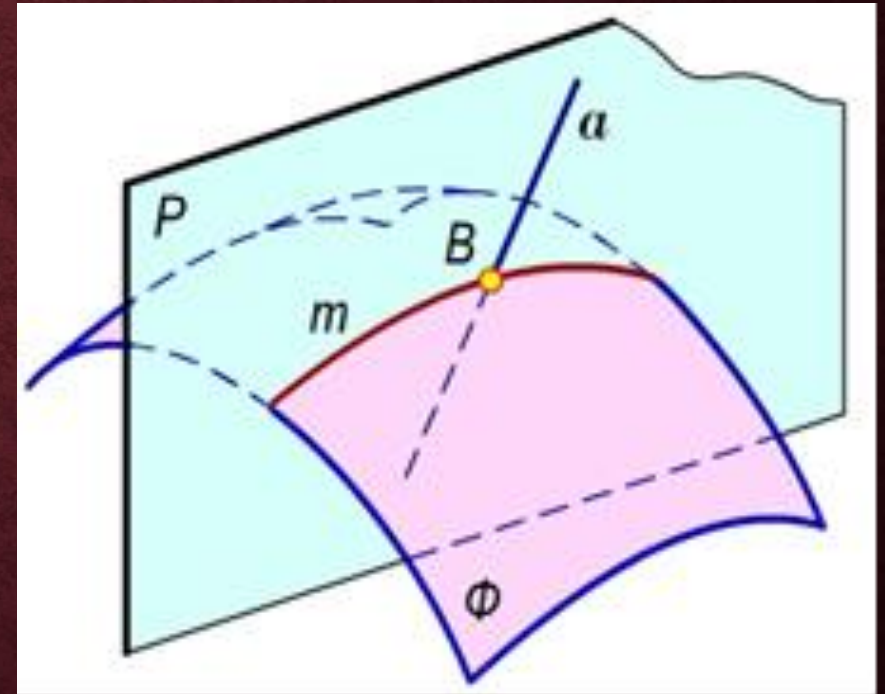


4. Sirlarni to'g'ri chiziq bilan kesishishi

To'g'ri chiziq bilan sirlarning kesishish nuqtalari sirlarning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashga asoslanib topiladi. Umuman, biror a to'g'ri chiziq bilan Φ sirtning kesishish nuqtasi quyidagicha aniqlanadi:

- Berilgan a to'g'ri chiziq orqali ixtiyoriy yordamchi P tekislik o'tkaziladi. $P \supset a$.
- Φ sirt bilan P tekislikning kesishish chizig'i m yasaladi. $\Phi \cap P = m$.
- m chiziq bilan berilgan a to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi B belgilab olinadi: $a \cap m = B$.

Ma'lumki, berilgan to'g'ri chiziq orqali istalgancha tekislik o'tkazish mumkin. Masalalarni osonroq yechish uchun to'g'ri chiziq orqali yordamchi tekislik proyeksiyalovchi vaziyatda o'tkaziladi. Bu holda masalaning yechilishi soddalashadi. Berilgan sirt silindrik yoki konus sirt bo'lganda, to'g'ri chiziq orqali silindr yasovchilariga parallel yoki konus uchidan umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish qulay.



5. Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi

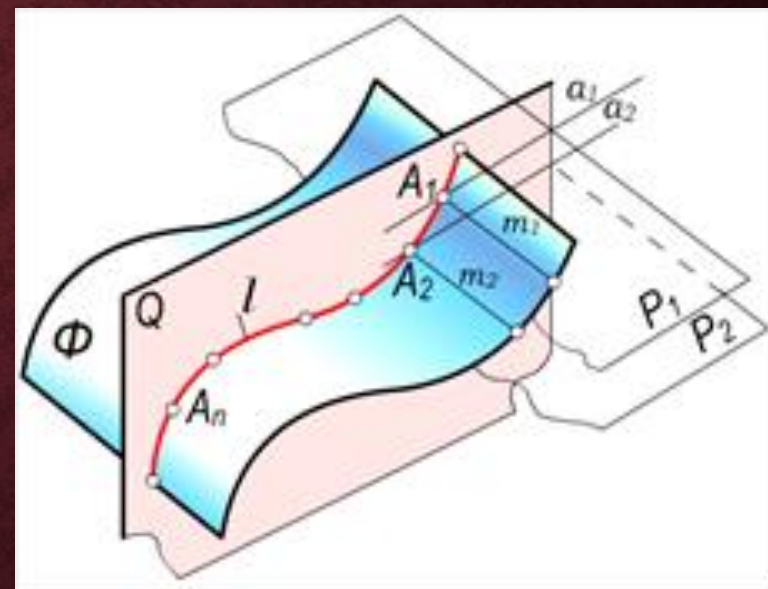
Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishish chiziqlari quyidagi algoritm asosida bajariladi:

- berilgan Φ sirt va Q tekislik yordamchi kesuvchi P_1 tekislik bilan kesiladi. P_1 yordamchi tekislikni shunday o'tkazish kerakki, uning Φ sirt bilan kesishi chizig'i to'g'ri chiziq yoki aylana singari sodda chiziq bo'lsin.
- yordamchi P_1 tekislik bilan Φ sirtning kesishish chizig'i m_1 yasaladi: $\Phi \cap P_1 = m_1$
- berilgan Q va P_1 tekisliklarning o'zaro kesishish to'g'ri chizig'i yasaladi: $Q \cap P_1 = a_1$;
- a_1 va m_1 chiziqlarning kesishish nuqtasi A_1 ni belgilab, ($A_1 = a_1 \cap m_1$) olinadi. a_1 va m_1 chiziqlarining kesishish nuqtalari bitta yoki ko'p bo'lishi mumkin.

Yuqorida bayon qilingan yasashlarga asosan P_2, P_3, \dots tekisliklar o'tkazilib A_2, A_3, \dots nuqtalar xolati aniqlanadi.

Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilib, Φ sirt bilan Q tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan tekis egri chizig'i ℓ hosil qilinadi.

Φ sirtning Q tekislik bilan kesishish chizig'ini shu sirt yasovchilarning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topish orqali ham yasash mumkin.

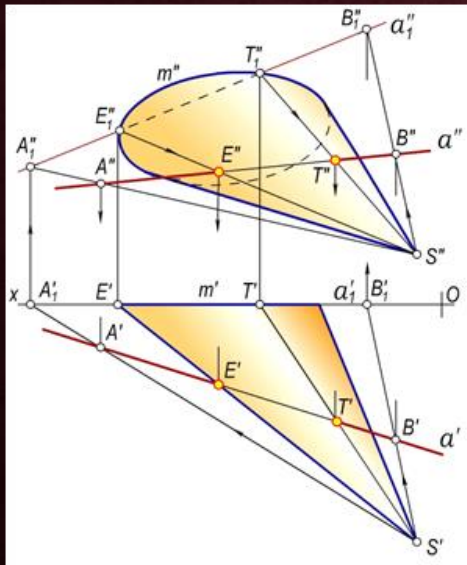


6. Sirtlarning to'g'ri chiziq va tekislik bilan kesishuvini yasashda ba'zi qo'shimcha usullar

Piramida yoki konus sirtlar qatnashgan pozision masalalarni yechishda markaziy proyeksiyalashdan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi.

1-masala. Konus sirt bilan ixtiyoriy $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalarini yasash kerak bo'lsin.

Yechish. Konusning V asos tekisligini proyeksiyalar tekisligi, konusning uchi S nuqtani esa proyeksiyalash markazi deb qabul qilamiz. U holda konus sirtning V dagi markaziy proyeksiyasi uning $m(m', m'')$ asosi bilan ustma-ust tushadi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning V tekislikdagi markaziy proyeksiyasi $a_1(a_1', a_1'')$ esa $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar orqali aniqlanadi. Konusning m'' asosi va a_1'' to'g'ri chiziqning o'zaro kesishish nuqtalari E_1'' va T_1'' lar izlanayotgan kesishish nuqtalarining markaziy proyeksiyalari bo'ladi. E_1'' va T_1'' nuqtalarni S proyeksiyalash markazining frontal proyeksiyasi S'' bilan tutashtiriladi. Natijada ular a'' bilan kesishib E'' va T'' nuqtalarni hosil qiladi. E'' va T'' nuqtalarning gorizontall proyeksiyalari E' va T' , a' to'g'ri chiziq ustida aniqlanadi



2-masala. To'g'ri doiraviy konusning umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash talab qilinsin.

Echish. Konus va P tekislik V frontal proyeksiyalar tekisligiga P tekislikning gorizontali yo'nalishi bo'yicha proyeksiyalangan. Bunday proyeksiyalashda kesishish chizig'ining yordamchi proyeksiyasi $A_1'' B_1''$ kesma bo'lib, u tekislikning P_V izi bilan ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining A_1'' , B_1'' , $C_1'' \equiv D_1''$, E_1'' va F_1'' nuqtalari orqali konusning yordamchi yasovchilari o'tkaziladi. So'ngra bu yasovchilarning gorizontall va frontal proyeksiyalari yasalib, ularga izlanayotgan nuqtalarning avval $A'', B'', C'', D'', E'', F''$ frontal proyeksiyalari, so'ngra A', B', C', D', E', F' gorizontall proyeksiyalari aniqlanadi. Bunda A - kesishuv chizig'ining yuqori, B - quyi, E va F nuqtalar esa konusning ocherkiga tegishli nuqtalardir. Kesishish chizig'i AB kesma ellipsning katta o'qi buylab, kichik o'qi esa CD kesma bo'ladi.

