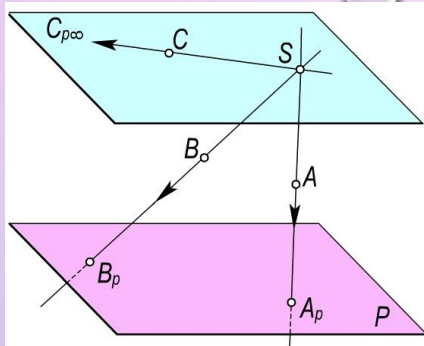
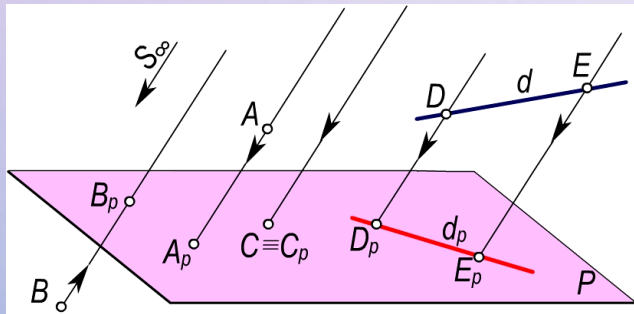


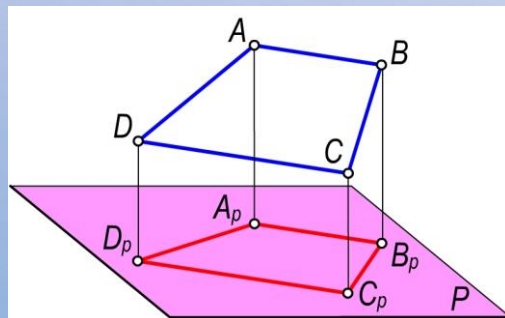
1-MA'RUZA: TASVIRLASH USULLARI



1.1 Markaziy proyeksiyalash usullari



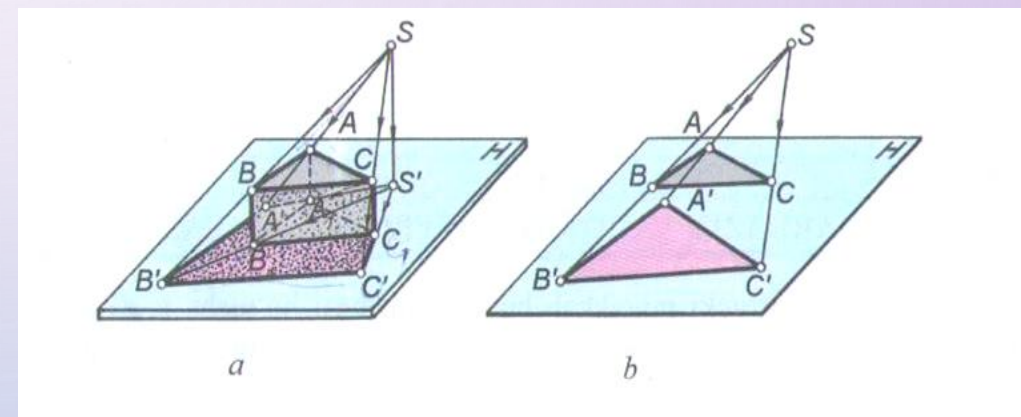
1.2 Parallel proyeksiyalash usuli



1.3 To'g'ri burchakli proyeksiyalash

Markaziy proyeksiyalash usuli

Markaziy proyeksiyalash. Biror narsaning tekislikdagi proyeksiyasini hosil qilish uchun o'sha narsaning o'zi tasvir (proyeksiya) tushirish uchun tekislik va yoritgich manbai bo'lish kerak. 1.1 chizmada ana shular mavjud bo'lib, tasvir hosil qilish uchun stoldagi qutining burchaklari orqali chiroq nuri o'tkazilgan.



1.1-chizma

MARKAZIY PROYEKSIYALASHNING XOSSALARI

Markaziy proyeksiyalashda geometrik shakllar quyidagicha tasvirlanadi.

1-xossa. Nuqtaning markaziy proyeksiyasi nuqta bo'ladi.

2-xossa. SA nurda yotuvchi A, A₁, A₂, A₃,... nuqtalarning markaziy proyeksiyalari A_p nuqta bilan ustma-ust tushadi (1.2- rasm).

3-xossa. Proyeksiyalash markazidan o'tmaydigan to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyasi kesma bo'ladi. Biror a to'g'ri chiziq BS kesmasi orqali berilgan bo'lsin (1.4-rasm) BS kesma S markaz orqali proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalanganda SBS proyeksiyalovchi tekislik hosil bo'ladi. Bu proyeksiyalovchi tekislik P bilan B_pS_p kesma bo'yicha kesishadi. BS ∈ a bo'lgani uchun B_pS_p ∈ a_p bo'ladi.

Proyeksiyalash markazi S dan o'tuvchi to'g'ri chiziqning markaziy proyeksiyasi nuqta bo'ladi. Masalan, DE to'g'ri chiziq kesmasining markaziy proyeksiyasi D_p≡E_p nuqta bo'ladi (1.2-rasm).

4-xossa. S markazdan o'tmaydigan tekislikning markaziy proyeksiyasi tekislik bo'ladi. Masalan, ABS uchburchak tekisligining nuqtalar to'plamini S markaz bo'yicha proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalanganda (1.3-rasm) SABS proyeksiyalovchi piramida xosil bo'ladi. Bu piramidaning proyeksiyalar tekisligi P bilan kesishuvidan A_pB_pS_p uchburchak hosil bo'ladi.

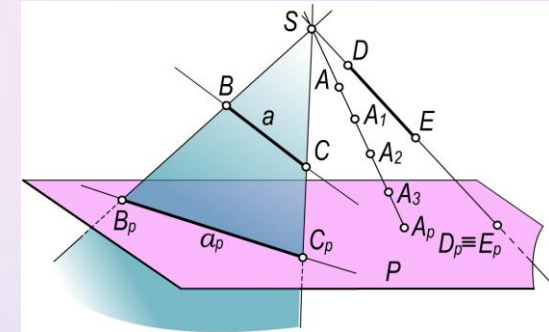
S markazdan o'tuvchi tekislik va unga tegishli geometrik shakllarning markaziy proyeksiyalari bitta to'g'ri chiziqqa proyeksiyalanadi. Masalan, SAB tekisligi va unga tegishli F nuqtaning proyeksiyasi A_pF_pB_p kesmada bo'ladi (1.3-shakl).

5-xossa. Agar biror tekis shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, uning proyeksiyasi o'ziga o'xshash shakl bo'ladi.

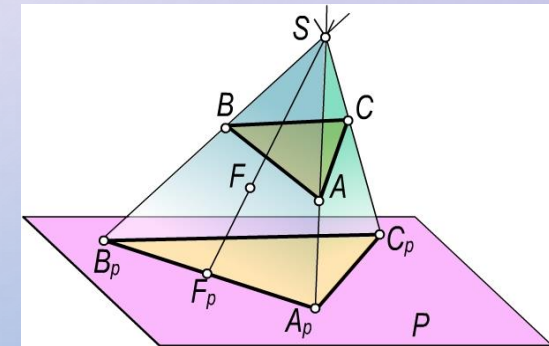
6-xossa. S proyeksiyalash markazidan o'tuvchi va proyeksiyalar tekisligi P ga parallel bo'lgan nurlar ustidagi nuqtalarning markaziy proyeksiyasi P ning xosmas chizig'i ustida bo'ladi.

Markaziy proyeksiyalashda S markaz, proyeksiyalar tekisligi P va proyeksiyalanuvchi shaklning o'zaro vaziyatlariga ko'ra quyidagi xossalarni keltirish mumkin.

7-xossa. Proyeksiyalanuvchi shaklning proyeksiyalar markazi bilan proyeksiyalar tekisligiga nisbatan joylashuviga qarab uning proyeksiyasi o'ziga nisbatan katta yoki kichik bo'lishi mumkin



1.2-rasm

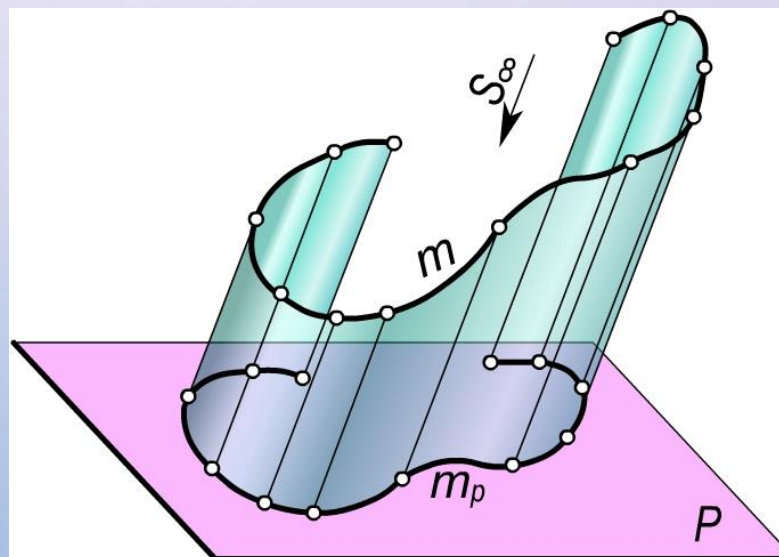
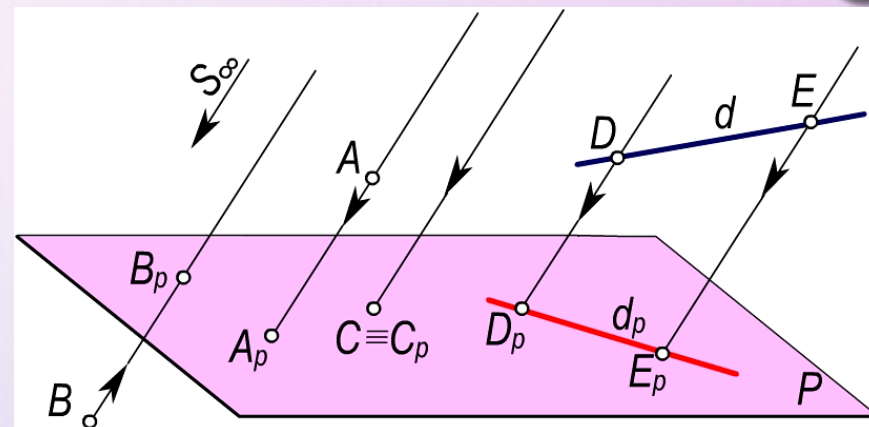


1.3-rasm

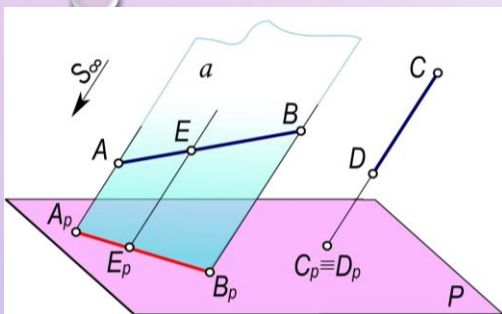
PARALLEL PROYEKSIYALASH USULI

Parallel proyeksiyalash.

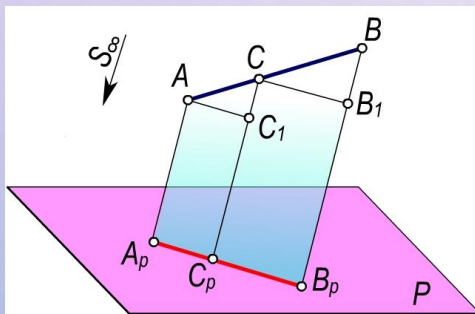
Yoritgich manbai sifatida quyosh yoki oy olinsa, parallel proyeksiyalashni hosil qilish mumkin. Chunki yoritgich markazi bu yerda cheksizlikda bo'lib, Quyosh va oydan kelayotgan yoritish nurlari o'zaro parallel hisoblanadi. Parallel proyeksiyalash o'z navbatida ikki xil ko'rinishda: qiyshiq burchakli va to'g'ri burchakli bo'ladi.



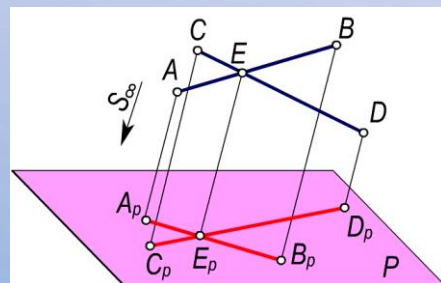
Parallel proyeksiyalash xossalari



1.4-rasm



1.5-rasm



1.6-rasm

Geometrik shakllarni parallel proyeksiyalashning quyidagi xossalari mavjud:

1-xossa. Nuqtaning parallel proyeksiyasi nuqta bo'ladi.

2-xossa. Proyeksiyalovchi nurda yotuvchi barcha nuqtalarning proyeksiyalari bitta nuqtada bo'ladi.

3-xossa. Proyeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqning proyeksiyasi to'g'ri chiziq bo'ladi. Masalan, 1.4-rasmda s proyeksiya yo'nalishiga parallel bo'lmagan AB to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisligi P ga parallel proyeksiyalangan. Bunda AB kesma nuqtalaridan o'tuvchi nurlar proyeksiyalovchi Q tekislikni hosil qiladi. Bu proyeksiyalovchi tekislik bilan P proyeksiyalar tekisligi A_pB_p kesma bo'yicha kesishadi.

Proyeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqning parallel proyeksiyasi nuqta bo'ladi. 1.4-rasmda SD to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiya yo'nalishi s ga parallel. Uning P dagi proyeksiyasi $S_p \equiv D_p$ nuqta bo'ladi.

4-xossa. AB to'g'ri chiziq kesmasiga tegishli E nuqtaning parallel proyeksiyasi E_p shu to'g'ri chiziq proyeksiyasi A_pB_p kesmaning ustida bo'ladi (1.4-rasm).

5-xossa. Agar nuqta to'g'ri chiziq kesmasini biror nisbatda bo'lsa, bu nuqtaning proyeksiyasi ham kesma proyeksiyasini shunday nisbatda bo'ladi.

Biror S nuqta AB kesmani $AS:SB=r:q$ nisbatda bo'lsa, unda S_p nuqta A_pB_p kesmani ham $A_pS_p:S_pB_p=r:q$ nisbatda bo'ladi (1.5-rasm).

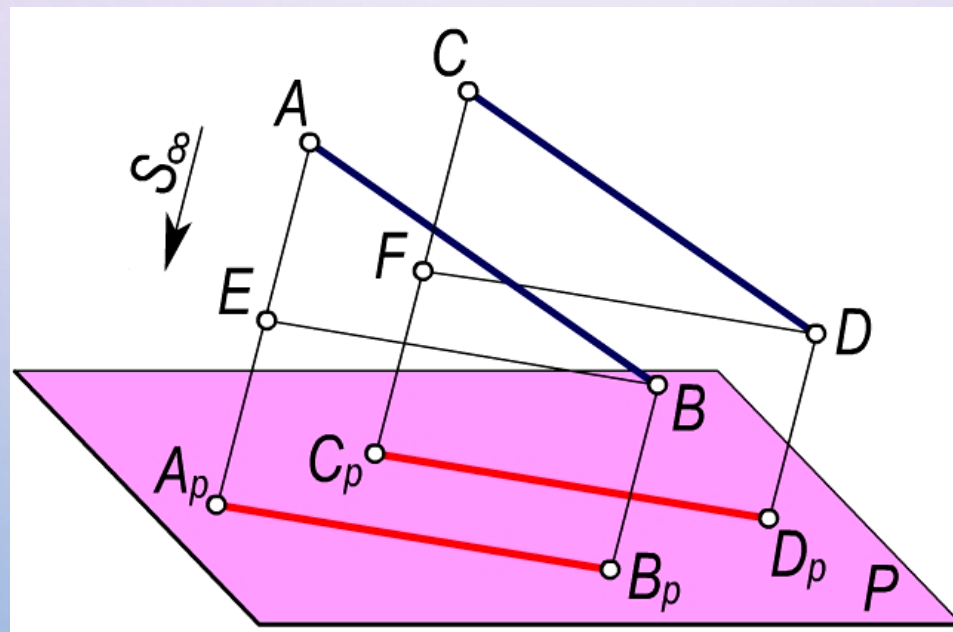
AB to'g'ri chiziq kesmasini s yo'nalish bo'yicha proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalaymiz. Bunda proyeksiyalovchi tekislik bilan proyeksiyalar tekisligi P keshib, A_pB_p kesmani hosil qiladi. Unda 4-xossaga asosan $S \in AB$ bo'lgani uchun $S_p \in A_pB_p$ bo'ladi AB kesmaning proyeksiyalovchi tekislikdagi A va S nuqtalaridan $AS_1 \parallel A_pB_p$ va $SB_1 \parallel A_pB_p$ kesmalarni o'tkazamiz. Unda hosil bo'lgan ASS_1 va SBB_1 uchburchaklar o'zaro o'xshash bo'ladilar. Bu uchburchaklarning o'xshashligidan $AS:AS_1=SB:SB_1$ yoki $AS:SB=AS_1:SB_1$ bo'ladi. $AS_1=A_pS_p$ va $SB_1=S_pB_p$ bo'lgani uchun $AS:SB=A_pS_p:S_pB_p=r:q$ bo'ladi.

6-xossa. To'g'ri chiziqlarning kesishuv nuqtasining proyeksiyasi ularning proyeksiyalarining kesishish nuqtasida bo'ladi. Ya'ni $AB \cap SD=E$ bo'lsa, $A_pB_p \cap S_pD_p=E_p$ bo'ladi (1.6-rasm).

Proyeksiyalash yo'nalishi bo'yicha AB va SD kesmalarining A_pB_p va S_pD_p proyeksiyalarini proyeksiyalar tekisligi P dagi proyeksiyalarni yasaymiz. Kesmalarni proyeksiyalovchi tekisliklar o'zaro EE_p to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi, bunda $EE_p \parallel s$ bo'lib, E nuqtani proyeksiyalovchi nuri bo'ladi. AB va SD kesmalarining kesishuvidan hosil bo'lgan E nuqtaning proyeksiyalar tekisligi P dagi proyeksiyasi E_p bo'ladi. 3-xossaga asosan $E \in AB$ va $E \in SD$ bo'lgani uchun $E_p \in A_pB_p$ va $E_p \in S_pD_p$ bo'lishi shart. Demak, E_p nuqta A_pB_p va S_pD_p kesmalar uchun umumiy nuqtadir.

7-xossa. Parallel to'g'ri chiziqlarning tekislikdagi proyeksiyalari ham parallel bo'ladi. Agar $AB \parallel SD$ bo'lsa, $A_pB_p \parallel S_pD_p$ bo'ladi. 1.7-rasmda s yo'nalish bo'yicha AB va SD to'g'ri chiziq kesmalarining proyeksiyalar tekisligidagi A_pB_p va S_pD_p proyeksiyalari yasalgan. Hosil bo'lgan AB va SD to'g'ri chiziq kesmalarining proyeksiyalovchi tekisliklari proyeksiyalar tekisligi P bilan kesishganda $A_pB_p \parallel S_pD_p$ kesmalar hosil bo'ladi.

8-xossa. Parallel to'g'ri chiziq kesmalarining nisbati bu kesmalar proyeksiyalarining nisbatiga teng bo'ladi. Ya'ni $AB \parallel SD$ bo'lib, $AB:SD=q$ bo'lsa, $A_pB_p:S_pD_p=q$ bo'ladi (1.7-rasm). Bunda 3-xossaga asosan $A_pB_p \parallel S_pD_p$ xosil bo'ladi. AB va SD to'g'ri chiziq kesmalarining proyeksiyalovchi tekisliklarida AE ($AE \parallel A_pB_p$) va SF ($SF \parallel S_pD_p$) kesmalarni o'tkazamiz. U holda ABE va SDF uchburchaklarning parallelligi va o'xshashligidan $AB:AE=SD:SF$ yoki $AB:SD=AE:SF=q$ kelib chiqadi. Demak, $AB:SD=A_pB_p:S_pD_p=q$ bo'ladi.

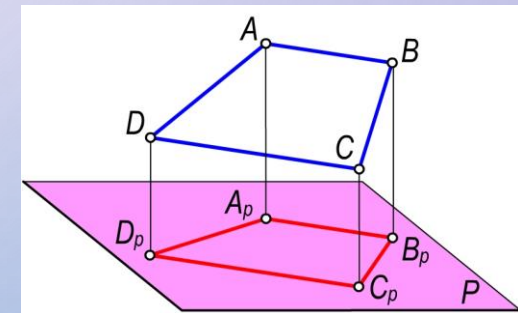
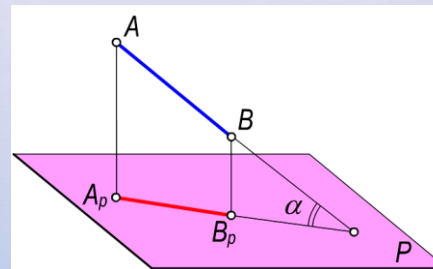
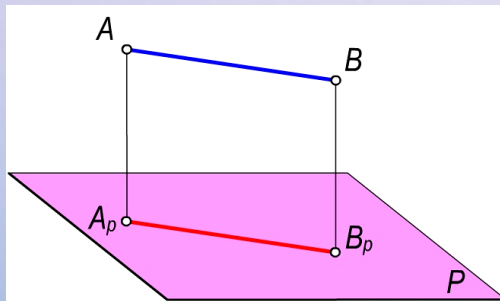
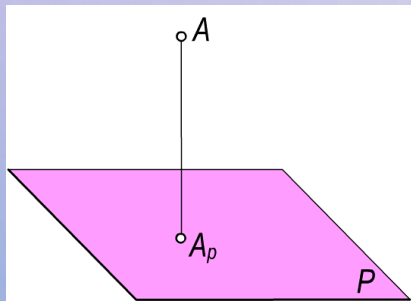


1.7-rasm

To'g'ri burchakli proyeksiyalash

To'g'ri burchakli parallel proyeksiyalashni ortogonal (yunoncha orto – to'g'ri, gonal- burchak, ya'ni to'g'ri burchakli) proyeksiyalash ham deyiladi.

Ta'rif. Proyeksiyalovchi nur proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lsa, bunday parallel proyeksiyalashni **to'g'ri burchakli proyeksiyalash** deyiladi.



To'g'ri burchakli proyeksiyalashda geometrik shakl fazoda proyeksiyalar tekisligiga nisbatan ixtiyoriy holatda joylashgan bo'lsa, uning proyeksiyasida shaklning metrik (uzunligi, burchagi va boshqa) o'lchamlari o'zgaradi. Masalan, ortogonal proyeksiyalashda to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyasi o'zidan kichik yoki teng bo'ladi:

- Agar to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, uning proyeksiyasining uzunligi kesmaning fazodagi uzunligiga teng bo'ladi
- Agar to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lmasa, uning proyeksiyasining uzunligi o'zidan kichik bo'ladi, ya'ni $A_pB_p < AB$ bo'lib, $AB = A_pB_p / \cos \alpha$ bo'ladi. Bunda $\alpha = \angle ABP$

Fazoda berilgan biror $ABSD$ trapesiya proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lmasa, uning burchaklari va tomonlarining haqiqiy o'lchamlari saqlanib qolmaydi. Lekin trapesiyaning $A_pB_pS_pD_p$ proyeksiyasi orasidagi ayrim xususiyatlari o'zgarmaydi. Masalan, trapesiyaning bir-biriga parallel bo'lgan AB va SD asoslarining A_pB_p va S_pD_p proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi. Geometrik shakllarning proyeksiyalanish jarayonida o'zgarmagan xususiyatlari ularning *invariant xossalari* deb yuritiladi.

Nazorat savollari

1. Nuqtaning markaziy proyeksiyasi qanday yasaladi?
2. Qanday holda to'g'ri chiziqning markaziy proyeksiyasi nuqta bo'ladi?
3. Markaziy proyeksiyalashda nimalar berilgan bo'ladi?
4. Parallel proyeksiyalash usuli qanday bajariladi?
5. Parallel proyeksiyalashda nimalar berilgan bo'ladi?
6. To'g'ri chiziqning parallel proyeksiyasi qanday yasaladi?
7. Parallel to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari qanday joylashgan bo'ladi?
8. Qanday holda to'g'ri chiziqning parallel proyeksiyasi nuqta bo'ladi?
9. «Ortogonal» so'zi nimani anglatadi?
10. To'g'ri chiziqqa tegishli nuqtalarning proyeksiyalari qanday joylashgan bo'ladi?