

4. TESTY PARAMETRYCZNE DLA JEDNEJ POPULACJI

ZADANIE 4.1 Narysować wykres gęstości standardowego rozkładu normalnego w zakresie od kwantyla rzędu 0,001 do 0,999. Następnie na wykresie tym nanieść różnymi kolorami wykresy gęstości rozkładu t-Studenta o liczbie stopni swobody równej 5, 10, 20, 50, 100. Zwrócić uwagę na charakter zmiany kształtu tych wykresów, gdy wzrasta liczba stopni swobody.

ZADANIE 4.2 W kolumnie *WeightInitial* w pliku *goats.txt* zapisano wagę (w kg) losowo wybranych młodych kóz hodowanych w Australii. Z zadania 3.1 wiemy, że rozkład badanej cechy jest normalny.

(a) Na poziomie istotności 0,05 przetestować hipotezę, że średnia waga młodych kóz hodowanych w Australii przekracza 23 kg.

(b) Zakładając, że rzeczywista średnia waga młodych kóz hodowanych w Australii wynosi 24 kg, wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przeprowadzając test na poziomie istotności 0,05 i na podstawie 40 obserwacji, błędnie uznamy, że średnia waga takich kóz nie przekracza 23 kg.

(c) Załóżmy, że rzeczywista średnia waga młodych kóz hodowanych w Australii wynosi 24 kg. Ile trzeba by zebrać pomiarów wag takich kóz, by prawdopodobieństwo, że test (przeprowadzony na poziomie istotności 0,05) wykrywał, z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż 0,8, że średnia waga takich kóz przekracza 23 kg?

(d) Czy na poziomie istotności 0,1 można przyjąć, że

(d1) wariancja wagi młodych kóz hodowanych w Australii wynosi 20 kg²;

(d2) odchylenie standardowe wagi młodych kóz hodowanych w Australii przekracza 3 kg.

ZADANIE 4.3 Producent opon w materiałach reklamowych umieścił informację, że przeciętny przebieg tych opon wynosi 50 000 km. Ponieważ podany przebieg wydawał się zawyżony, Federacja Konsumentów przeprowadziła badanie 9 opon, otrzymując następujące wyniki (w km): 51 600, 45 400, 49 800, 52 100, 46 500, 47 800, 49 700, 50 900, 44 000.

(a) Czy na poziomie istotności 0,05 można stwierdzić, że faktycznie średni przebieg opon podany w reklamie, jest zawyżony?

(b) Zakładając, że rzeczywisty średni przebieg badanych opon wynosi 48 000 km, wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przeprowadzając test na poziomie istotności 0,05 i na podstawie 9 obserwacji, błędnie uznamy, że średni przebieg opon nie jest zawyżony.

(c) Załóżmy, że rzeczywisty średni przebieg opon wynosi 48 000 km. Ile trzeba by zebrać pomiarów przebiegu opon, by prawdopodobieństwo, że test (przeprowadzony na poziomie istotności 0,05) wykrywał, z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż 0,9, że podany w materiałach reklamowych średni przebieg opon jest zawyżony?

ZADANIE 4.4 W pakiecie *faraway* znajduje się zbiór danych *uswages* zawierający kolumnę *wage* z rzeczywistymi tygodniowymi dochodami (w dolarach amerykańskich) 2000 mężczyzn wybranych do próby losowej podczas badania przeprowadzonego w USA w 1988 roku.

(a) Wczytać te dane.

(b) Na poziomie istotności 0,05 przetestować hipotezę, że średni tygodniowy dochód mężczyzn pracujących w USA w 1988 roku przekraczał 600 \$.

(c) Zakładając, że średni tygodniowy dochód mężczyzn pracujących w USA w 1988 roku wynosił 610 \$, obliczyć prawdopodobieństwo, że test z pkt. (b) da nam błędną odpowiedź.

(d) Ile musiałby wynosić średni tygodniowy dochód mężczyzn pracujących w USA w 1988 roku, aby test z pkt. (b) z prawdopodobieństwem 0,8 przyjmował hipotezę, że badany średni dochód jest większy niż 600 \$?

ZADANIE 4.5 Agencja, badająca opinię publiczną, przeprowadziła badanie na reprezentatywnej próbie 1000 dorosłych Polaków. 721 z nich było przeciwnych paleniu w miejscach publicznych. Czy w świetle tych danych, możemy na poziomie istotności 0,1 uznać, że frakcja dorosłych Polaków przeciwnych paleniu w miejscach publicznych jest większa niż 70%?

ZADANIE 4.6 Badając pewną formację geologiczną pod względem zawartości pewnego minerału, zebrano następujące dane (w procentach):

5,63; 9,01; 4,56; 3,11; 6,70; 11,78; 7,67; 4,82; 8,30; 9,46; 7,74; 5,49.

Z zadania 3.5 wiemy, że powyższe dane pochodzą z rozkładu normalnego. Sprawdzić, czy wariancja zawartości owego minerału w badanej formacji jest mniejsza niż 6. Przyjąć poziom istotności 0,1.

ZADANIE 4.7 Ornitolog, badający określony gatunek, pobrał próbę losową 10 dorosłych ptaków i zmierzył ich wagę, otrzymując następujące wyniki (w kg):

5,21; 5,15; 5,20; 5,48; 5,19; 5,25; 5,09; 5,17; 4,94; 5,11.

(a) Czy na poziomie istotności 0,05 można uznać, że waga ptaków badanego gatunku ma rozkład normalny?

(b) Czy na poziomie istotności 0,05 można stwierdzić, że średnia waga ptaków badanego gatunku jest mniejsza niż 5,20 kg?

(c) Z jakim prawdopodobieństwem test, przeprowadzony w pkt. (b), przyjmie na poziomie istotności 0,05 hipotezę, że średnia waga ptaków badanego gatunku jest mniejsza niż 5,20 kg, w sytuacji, gdy w rzeczywistości ta średnia waga wynosi 5,15 kg?

(d) Ile by musiała wynosić średnia waga ptaków tego gatunku by test z pkt. (b) z prawdopodobieństwem 0,8, na poziomie istotności 0,05, przyjmował hipotezę, że średnia waga jest mniejsza niż 5,20 kg.

(e) Załóżmy, że rzeczywista średnia waga ptaków jest równa 5,15 kg. Wyznaczyć minimalną liczbę próby, która zagwarantuje, że test na poziomie istotności 0,05, z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż 0,8, będzie przyjmował hipotezę, że średnia waga jest mniejsza niż 5,20 kg.

(f) Czy na poziomie istotności 0,05 można stwierdzić, że odchylenie standardowe wagi ptaków badanego gatunku wynosi 0,20 kg?

ZADANIE 4.8 Pełnomocnik rządu Alfalandii d/s równego statusu kobiet i mężczyzn podejrzewa, że udział mężczyzn wśród pracowników przedszkoli jest niższy niż minimum przewidziane w ustawie, a wynoszące 35%.

(a) Czy na poziomie istotności 0,05 można uznać to stwierdzenie za uzasadnione, jeśli wśród losowo zbadanych 400 pracowników przedszkoli było 128 mężczyzn?

(b) Czy odpowiedź uzyskana w pkt. a). zmieniłaby się, gdyby pełnomocnik pobrał reprezentatywną próbkę 10 pracowników przedszkoli i 3 z nich okazałoby się mężczyznami?