#### **FELADATKIÍRÁS**

A feladatkiírást a tanszéki adminisztrációban lehet átvenni, és a leadott munkába eredeti, tanszéki pecséttel ellátott és a tanszékvezető által aláírt lapot kell belefűzni (ezen oldal helyett, ez az oldal csak útmutatás). Az elektronikusan feltöltött dolgozatban már nem kell beleszerkeszteni ezt a feladatkiírást.



#### Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Villamosmérnöki és Informatikai Kar Automatizálási és Alkalmazott Informatikai Tanszék

# Pályatervezési és pályakövet? szabályozási algoritmusok fejlesztése robotautóhoz

**DIPLOMATERY** 

*Készítette* Csorvási Gábor Konzulens Kiss Domokos

# Tartalomjegyzék

Kivonat						
Abstract						
1.	Bevezető					
	1.1.	Problémafelvetés	6			
	1.2.	Pályatervezés elmélete	6			
		1.2.1. Alapvető fogalmak	6			
		1.2.2. Pályatervezők osztályozása	8			
2.	Útv	onaltervezés C*CS pályákkal	10			
	2.1.	Reeds-Shepp lokális pályák	10			
	2.2.	C*CS lokális pályák	11			
	2.3.	C*CS approximációs módszer	11			
		2.3.1. Globális tervező	12			
		2.3.2. Lokális tervező alkalmazása	12			
	2.4.	$c\overline{c}S$	15			
	2.5.	RTR	15			
	2.6.	Eredmények	15			
3.	Pálya időparaméterezése 1					
	3.1.	Jelölések	16			
	3.2.	Korlátozások	16			
	3.3.	Geometriai sebességprofil	16			
	3.4.	Újramintavételezés	16			
4.	Pályakövető szabályozás 17					
	4.1.	Pályakövetés	17			
	4.2.	Virtuális vonalkövető szabályozás	17			
	4.3.	Vonalkövetés valós roboton	17			
5.	Algoritmusok megvalósítása 18					
	_	Szimuláció – V-REP	18			
		5.1.1. Szerver program	18			
		5.1.2. Kliens program	18			

	5.2.	Szimulációs eredmények	18			
6.	Meg	gvalósítás valós roboton	19			
	6.1.	Felépítés	19			
	6.2.	Nehézségek	19			
	6.3.	További tervek	19			
Κċ	iször	netnyilvánítás	20			
Irodalomjegyzék						
Függelék						

#### HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Csorvási Gábor*, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Budapest, 2014. december 7.	
	——————————————————————————————————————
	hallgató

## Kivonat

Jelen dokumentum egy diplomaterv sablon, amely formai keretet ad a BME Villamosmérnöki és Informatikai Karán végző hallgatók által elkészítendő szakdolgozatnak és diplomatervnek. A sablon használata opcionális. Ez a sablon IATEX alapú, a TeXLive TEXimplementációval és a PDF-IATEX fordítóval működőképes.

## Abstract

This document is a LATEX-based skeleton for BSc/MSc theses of students at the Electrical Engineering and Informatics Faculty, Budapest University of Technology and Economics. The usage of this skeleton is optional. It has been tested with the *TeXLive* TeX implementation, and it requires the PDF-LATEX compiler.

### Bevezető

#### 1.1. Problémafelvetés

A helyváltoztatásra képes, úgynevezett mobil robotok esetében alapvető szituáció, hogy a robotnak a feladata végrehajtásához el kell jutnia egy célpontba. Ehhez önmagának kell az adott környezetben megterveznie a pályát és emberi beavatkozás nélkül kell sikeresen eljutnia a kívánt célpontba. A probléma nagyságrendileg nehezebb amikor a robot környezetében akadályok is találhatóak.

Célom azon megközelítések és módszerek áttekintése, amelyek megoldást nyújtanak az autonóm pályatervezés kérdésére. Néhány módszert részletesebben is ismertetek, ezeket szimulátoron és valós robotokon is implementáltam, illetve teszteltem. A pályatervezéshez szorosan kapcsoló téma a mozgásirányítás, amivel szintén foglalkoznunk kell, hogy valós környezetben ténylegesen használható eljárásokat kapjunk.

#### 1.2. Pályatervezés elmélete

Az elmúlt időszakban a pályatervezéssel kapcsolatban igen sok kutatás foglalkozott [1]. Ahhoz, hogy ezeket az algoritmusokat ismertessük, be kell vezetnünk néhány alapvető fogalmat.

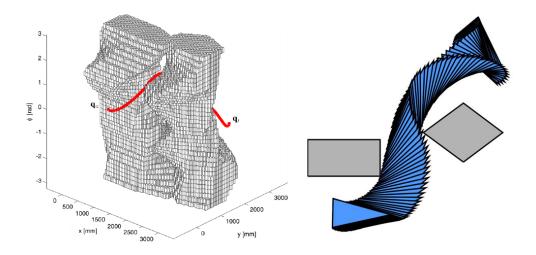
#### 1.2.1. Alapvető fogalmak

A pályatervezés során a robot pillanatnyi állapotát a *konfigurációjával* írhatjuk le. Síkban mozgó robotok esetében a konfiguráció a következőket tartalmazza [2]:

$$q = (x, y, \theta), \tag{1.1}$$

ahol q a robot konfigurációja, x, y határozza meg a robot pozícióját a síkon és  $\theta$  határozza meg a robot orientációját.

Egy lehetséges környezetben a robot összes állapotát, a konfigurációs tér adja meg, amit C-vel jelölünk. A konfigurációs tér azon részhalmazát, amely esetében a robot a környezetben található akadályokkal nem ütközik, szabad (konfigurációs) térnek nevezünk



1.1. ábra. Konfigurációs tér szemléltetése egy adott útvonal során. A konfigurációs térben a piros vonal jelzi a robot útját a célpontja felé [3].

 $(C_{free})$ . E halmaz komplementere azokat a konfigurációkat tartalmazza, amelyek esetén a robot ütközne az akadályokkal  $(C_{obs} = C \setminus C_{obs})$ . A konfigurációs teret az 1.1. ábrán szemléltetjük.

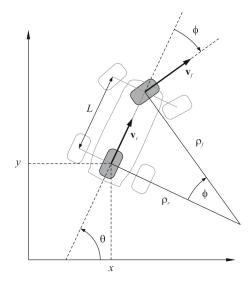
A korlátozások ismerete alapvető fontosságú a pályatervezés és mozgásirányítás során. A környezetben elhelyezkedő akadályokat globális korlátozásoknak tekintjük, a robothoz kapcsolódó korlátozásokat pedig lokális korlátozásoknak [2]. A lokális korlátozásokat a robot konfigurációs változóinak differenciál-egyenletével írhatjuk le, ezért gyakran nevezik őket differenciális korlátozásoknak is. Differenciális korlátozások vonatkozhatnak sebesség (kinematikai) és gyorsulás mennyiségre is (dinamikai korlát). Dolgozatomban csak kinematikai korlátozásokkal fogok foglalkozni, dinamikai korlátokkal nem.

Egy autó esetén mindenki számára egyértelmű, hogy csak bizonyos íveken tudunk mozogni, egy adott konfigurációból nem tudunk a konfigurációs tér bármely irányába elmozdulni, habár a szabad tér bármely konfigurációjába eljuthatunk. Autónál emiatt nem olyan egyszerű például a párhuzamosan parkolás. Azokat a robotokat, amelyek ehhez hasonló korlátozásokkal rendelkeznek, anholonom rendszereknek nevezzük. Az anholonom korlátozásról akkor beszélünk, ha a korlátozás olyan differenciál egyenlettel írható le, amely nem integrálható.

Az általam vizsgált robottípus az *autószerű robot*, egy anholonom rendszer. Viszont léteznek olyan robotok, amelyek nem rendelkeznek anholonom korlátozásokkal (holonom rendszerek), ilyenek például az omnidirekcionális robotok. Egy omnidirekcionális robot képes bármilyen konfigurációból a tér bármely irányába elmozdulni.

#### Robotmodell

Az általam vizsgált robot típust, az autószerű robotot mindenki jól ismeri és elterjedtsége megkérdőjelezhetetlen, de a kinematikai leírása már kevésbé ismert, ellenben az 1.2. ábra segítségével könnyedén levezethető:



1.2. ábra. Autószerű robot modellje.

$$\dot{x} = v_r \cos \theta 
\dot{y} = v_r \sin \theta 
\dot{\theta} = \frac{v_r}{L} \tan \phi,$$
(1.2)

ahol L az első és hátsó tengelyek távolsága,  $\phi$  a kormányszög, v pedig a hátsó tengely középpontjának tangenciális sebessége, amelyet a robot referenciapontjának nevezünk.

#### 1.2.2. Pályatervezők osztályozása

Mielőtt belekezdenék az általam megvizsgált pályatervező algoritmusok részletesebb ismertetésébe, tekintsük át az irodalomban használatos módszereket.

#### Geometriai tervezés szerinti csoportosítás

A pályatervezők geometriai módszerei szerint alapvetően két csoportot különböztetünk meg: a globális tervezők és a reaktív tervezők csoportját [2].

A globális tervezők esetében a konfigurációs tér egészét figyelembe vesszük a tervezéskor, míg a reaktív tervezők csupán a robot környezetében lévő szűkebb tér ismeretére építenek. A globális tervezők előnye, hogy képesek akár optimális megoldást is találni, míg a reaktív tervezők egy lokális minimumhelyen ragadhatnak, nem garantálható, hogy a robot eljut a célponthoz. A globális tervezés hátránya azonban a lényegesen nagyobb futási idő, ezért gyakran változó vagy ismeretlen környezet esetén előnyösebb lehet a reaktív tervezők használata.

A reaktív tervezők esetében a robot alakját körrel szokták közelíteni, ezzel is egyszerűsítve a tervezés folyamatát. Ezzel szemben globális algoritmusok a robot pontos alakját figyelembe veszik, aminek nagy jelentősége van szűk folyosókat tartalmazó pálya esetén. Az általam bemutatott algoritmusok is figyelembe veszik a robot pontos alakját.

A globális tervezők esetén megkülönböztetünk mintavételes és kombinatorikus módszereket [1]. A mintavételes módszerek a konfigurációs teret véletlenszerűen mintavételezik és ez alapján próbálnak utat keresni a célpontba. Ellenben a kombinatorikus módszerek a környezet pontos geometriai modellje alapján terveznek utat. Ezen algoritmusok előnye, hogy ha nem létezik megoldás, akkor ezt véges időn belül képesek eldönteni, ám a mintavételes tervezők ezt nem tudják véges időn belül megtenni.

#### Irányított rendszer szerinti csoportosítás

A robotok, mint irányított rendszerek esetén megkülönböztetjük az anholonom és holonom rendszereket a pályatervezők csoportosítása esetén is. Anholonom rendszerek esetén önmagában a robot állapotváltoztatása sem triviális feladat. Azokat az eljárásokat, amelyek képesek egy anholonom rendszert egy kezdő konfigurációból egy cél konfigurációba eljuttatni az akadályok figyelembe vétele nélkül, lokális tervezőknek hívjuk [1].

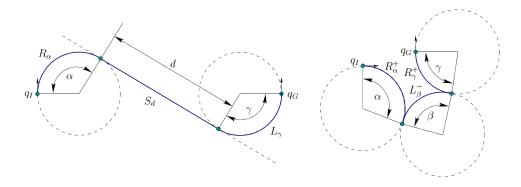
Gyakran már a globális tervező figyelembe veszi a robot korlátozásait és ennek megfelelő geometriai primitíveket használ de, a globális tervező által megtervezett pályát közelíthetjük egy lokális tervezővel is, ha az anholonom robotunk közvetlenül nem tudná lekövetni a globális pályát. Ezt az eljárást, approximációs módszernek nevezik. Egy ilyen algoritmusra látunk példát a következő fejezetben.

# Útvonaltervezés C\*CS pályákkal

A C\*CS és a  $c\bar{c}S$  algoritmus Kiss Domokos munkája [4]. Az algoritmusok elsődlegesen autószerű robotok számára terveznek pályát, de az így tervezett pálya egy differenciális robot számára is végrehajtható. Feladatom az algoritmus implementálása volt C++ nyelven, majd annak tesztelése szimulációs, illetve valós környezetben. A fejezetet az algoritmus ismertetésével kezdem, majd kitérek az implementációs problémákra, és az elért eredményekre is.

#### 2.1. Reeds-Shepp lokális pályák

Az anholonom rendszerek irányítása akadályoktól mentes környezetben is egy igen bonyolult feladat. Sok esetben nem adható meg általános algoritmus, csak néhány speciális rendszer esetén. Szerencsére ilyen rendszerek közé tartoznak a differenciális robotok, az autószerű robotok, amelyek csak előre mozoghatnak (Dubins autó), és azok amelyek előre és hátra is képesek mozogni.



2.1. ábra. Dubins és Reeds-Shepp megoldások [1]

Az utóbbi típusú robotokat hívjuk Reeds-Shepp autóknak, melyeknél bizonyított, hogy bármely kezdő- és célkonfiguráció közt a legrövidebb utat megtalálhatjuk 48 lehetséges megoldás közül, amelyből kettő látható a 2.1 ábrán. Ezek a megoldások maximum öt egyenes vagy körív kombinációjából állhatnak, és a pályák maximum két csúcsot tartalmazhatnak, azaz ennyiszer lehet irányt változtatni a végrehajtás közben [5]. A megoldások száma egyéb

megkötések árán tovább csökkenthető.

Mint látható akadályoktól mentes környezetben találhatunk optimális útvonalat, de ennek hátránya, hogy mindig minimális sugarú pályákat feltételez, mely egy valós esetben nem életszerű, illetve a pályák lehetnek igen bonyolultak is. De ha elvetjük az optimalitás igényét, amit egyébként is meg kell tennünk, ha egy globális tervező részeként alkalmazzuk a módszert, akkor a lehetséges megoldásokon jelentős mértékben egyszerűsíthetünk.

#### 2.2. C\*CS lokális pályák

A lokális tervezők bármely kezdő- és célkonfiguráció páros esetén megoldást kell nyújtsanak, de megfelelő koordináta-rendszer választásával egyszerűsíthetünk a számításokon. Tegyük fel hogy egy ilyen választás mellett adódott  $q_I = (x_I, y_I, \theta_I)$  kezdő és  $q_G = (0, 0, 0)$  célkonfiguráció. Ha eltekintünk a minimális fordulási sugár korlátozásától, és feltesszük, hogy  $\theta_I \neq 0$ , akkor könnyen belátható, hogy egy kör és egy egyenes segítségével elérhető a célkonfiguráció. Először egy érintő körön elfordulunk a  $\tilde{q}_G = (\tilde{x}_G, 0, 0)$  köztes célkonfigurációba, majd egy egyenes mentén végighaladunk a célig. Az ehhez tartozó kör sugarát a következő egyenlet segítségével számíthatjuk:

$$\rho_{I,\tilde{G}} = \frac{y_I}{1 - \cos \theta_I} \tag{2.1}$$

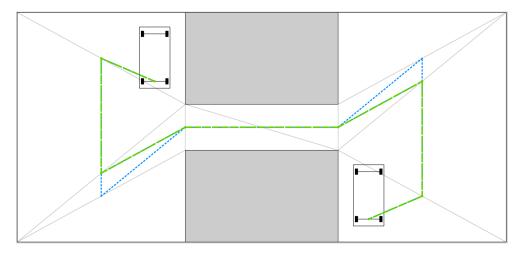
Ha a kiadódó sugár kisebb mint a minimálisan megengedett ( $|\rho_{I,\tilde{G}}| < \rho_{min}$ ), esetleg  $\theta_I = 0$ , akkor egy egyenes vagy egy kör segítségével egy köztes kezdőkonfigurációba ( $\tilde{q}_I = (\tilde{x}_I, \tilde{y}_I, \tilde{\theta}_I)$ ) kell eljutnunk, ahol biztosított, hogy  $\tilde{\theta}_I \neq 0$  és, hogy  $\rho_{\tilde{I},\tilde{G}} \geq \rho_{min}$ . Megjegyzendő, hogy az első szakasz nem lehet egyenes, ha  $\theta_I = 0$ ,  $\theta_I = \pi$  vagy  $|y_I| < 2\rho_{min}$ . Bebizonyítható [4], hogy  $\tilde{q}_I$  köztes konfigurációt végtelen sokféleképpen megválaszthatjuk.

Hogy egyszerűsítsük a jelöléseket, a továbbiakban az egyenes szakaszokra S a körívekre pedig a C betűk segítségével hivatkozunk. Ezt felhasználva belátható hogy a célpontba egy SCS, vagy egy CCS pálya segítségével eljuthatunk. Könnyen belátható, hogy ha egy körív (C) sugarával a végtelenbe tartunk, akkor a szakasz az egyeneshez tart. Az olyan speciális köríveket, amelyek sugara végtelen is lehet,  $C^*$ -gal jelöljük. Innen a módszer neve a  $C^*CS$ .

#### 2.3. C\*CS approximációs módszer

Az általam használt algoritmus egy approximációs módszert alkot, mely egy előzetes globális pályát rekurzív módon felbont kisebb szakaszokra, majd ezekre próbál illeszteni egy-egy fentebb bemutatott C\*CS pályát. A végeredményül elkészült, az algoritmus által visszadott pálya autószerű robotok számára könnyedén lekövethető, mivel elsődlegesen ezek számára lett kialakítva. Ennek ellenére a megoldást természetesen egy differenciális robot is képes lekövetni, mivel az nem rendelkezik korlátozással a forduló kör sugarát illetően.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Bár a lokális tervező algoritmus neve a C\*CS, de a végeredményben kialakult pálya összességében is körök és egyenesek kombinációjából áll, így ez a név ráragadt az approximációs módszerre is.



2.2. ábra. Előzetes pálya tervezése, folytonos vonal jelzi a felbontást, pontozott vonal a gráfot, szaggatott pedig az elkészült előzetes pályát

#### 2.3.1. Globális tervező

A szükséges előzetes pálya bármilyen globális tervező eredménye lehet. Elsődleges célja egy mankó nyújtása a későbbi tervező számára. A végső megoldásnak nem feltétele, hogy az előzetes pálya akár egyetlen pontját is tartalmazza.

Mi erre a célra egy celladekompozíción alapuló algoritmust használtunk. Ez az eljárás a környezetet háromszögekre bontja, majd ezeknek a háromszögeknek az oldalfelező pontjait összekötve gráfot alkot. Ebbe beszúrja a kezdő- és célkonfigurációt, majd ezeket összeköti a legközelebb álló néhány ponttal. Az éleket a pontok egymástól való távolságával súlyozzuk, majd ebben a gráfban a Dijkstra-algoritmus [6] segítségével megkeressük a legrövidebb utat. Erre egy példát a 2.2 ábrán láthatunk.

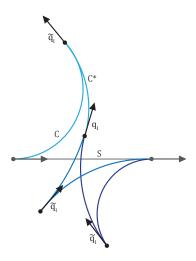
Ennek a megoldásnak az előnye, hogy a szabad terület közepén alkot pályát, így ha az autó ezt követi, akkor bármilyen irányú manőverezésre lesz lehetősége, ha a pálya ezt megengedi. További előnye, hogy ez egy kombinatorikus eljárás, így véges időn belül képes megmondani, hogy létezik-e megoldás. Az eljárás egyik fő hibája, hogy a háromszögelés miatt, csak sokszögekkel leírható akadályokkal képes dolgozni, és még ebben a formájában nem veszi figyelembe az autó kiterjedését. Ezen könnyen lehet segíteni, ha figyelembe vesszük az oldalfelező pontok közötti szakaszok távolságát az akadályoktól, és ha a pályaés az akadályél túl közel vannak egymáshoz, akkor töröljük az élt a gráfból. Sajnos az eljárás egyéb negatívumokkal is bír, amiről a fejezet végén még szót ejtek.

#### 2.3.2. Lokális tervező alkalmazása

Ha a globális tervező tudott visszaadni megoldást, akkor az algoritmus tovább folytatódik a következőképpen: Az előzetes pálya két konfigurációját kiválasztjuk, és a fentebb említett C\*CS pályákat keresünk köztük. Az eljárás először a pálya két végpontja közt keres útvonalat, ami egyszerű esetekben akár rögtön megoldásra is vezethet, felgyorsítva az algoritmus működését. Ha ez a keresés nem járt sikerrel, akkor az előzetes pályát megfelezi az algoritmus, és az első konfiguráció valamint az új célkonfiguráció közt keres megoldást. Ezt

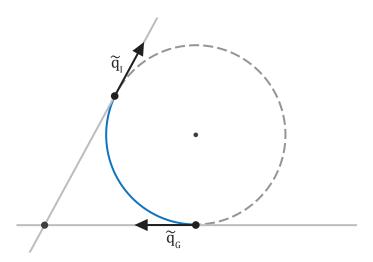
egészen addig ismétli, míg van köztes konfigurációs pont, ha elfogyott, további pontokat illeszt a pályába.

Az előzőekben láthattuk, hogy a C\*CS végtelen sok megoldást nyújt. Lokális esetben ez nem feltétlen hasznos, de akadályok jelenlétében ez megváltozik, mivel így sokkal nagyobb valószínűséggel találhatunk végrehajtható pályát. Természetesen az összes megoldást nincs lehetőségünk kipróbálni, így ezt a problémát valamilyen mintavételező eljárással kell megoldanunk.



2.3. ábra.  $q_{\tilde{I}}$  megválasztása

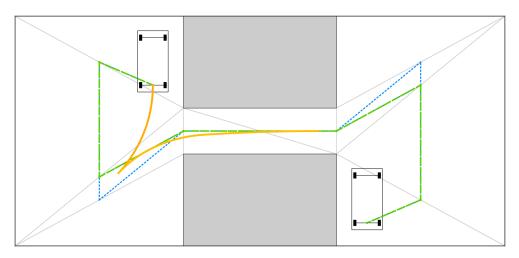
A végtelen sok megoldást a  $\tilde{q}_I$  kiválasztásának szabadsága okozza. Erre egy példa látható a 2.3 ábrán. Ezért az algoritmus összegyűjti azokat a konfigurációkat, melyeket a  $q_I$  konfigurációból ütközés nélkül elérhetünk. Ehhez a környezetet fel kell osszuk egységnyi távolságokra, mivel így véges sok lehetőséget kapunk. A kiszámítás ideje természetesen függ a választott távolságegységtől és a környezet méretétől. Az eredmények azt mutatják, hogy a teljes algoritmus futásának ez a leghosszabb része, ami nem meglepő, mivel a körívek kiszámítása komplex művelet, és ezt egy adott pont esetén a robot testének minden csúcsára ki kell számoljuk, hogy ütközést tudjunk detektálni. A művelet hatékonyságán több módon lehet javítani, például nagyobb távolságegység megválasztásával. Másik javítási lehetőség, ha előre elkészítünk egy foglaltsági mátrixot, ami megmondja az adott pont akadályon beül van-e, így ezekre a pontokra nem kell a számítást elvégezni. Mivel az így kapott körívek egy adott kezdőkonfigurációhoz tartoznak, további gyorsításra ad lehetőséget, ha az approximációs lépésben inkább a célkonfiguráció pontját mozgatjuk, így nem kell újra és újra kiszámolni a köríven elérhető sokaságot.



2.4. ábra. Középső körív számítása érintő körrel

Az algoritmus további részében a 2.2 pontban említett módon, a hátralévő körív, és egyenes szakasz kiszámítása a feladat. Egy irányított kör esetén ez két lehetséges pályát jelent, amint az látható a 2.4 ábrán. Ezek után nem elég csak a körívek végrehajthatóságát ellenőriznünk, hanem meg kell nézzük ezt a hátralévő egyenes szakaszokra is. Ugyan a globális pálya tervezésekor ellenőriztük ezeket, de az érintő körök keresésekor nem volt feltétel, hogy az érintési pontok ezeken a szakaszokon belül helyezkedjenek el.

Végül az így keletkező végrehajtható pályák sokasága közül ki kell választanunk egyet. Ezt többféleképpen megtehetjük. Talán a legkézenfekvőbb a legrövidebb megoldás kikeresése és beillesztése az előzetes pályába. Itt érdemes megemlíteni, hogy a végeredmény akkor fog igazán hasonlítani a valósághoz, ha lecsökkentjük a tolatások számát, mivel az emberek nagy többsége nem szeret tolatva közlekedni. Hogy ezt megtehessük, az algoritmus opcionálisan elfogad egy súlytényezőt, mellyel a tolató szakaszok "hosszát" tudjuk megnövelni.



2.5. ábra. A C\*CS algoritmus működés közben

- 2.4.  $c\overline{c}S$
- 2.5. RTR
- 2.6. Eredmények

# Pálya időparaméterezése

- 3.1. Jelölések
- 3.2. Korlátozások
- 3.3. Geometriai sebességprofil
- 3.4. Újramintavételezés

# Pályakövető szabályozás

- 4.1. Pályakövetés
- 4.2. Virtuális vonalkövető szabályozás
- 4.3. Vonalkövetés valós roboton

# Algoritmusok megvalósítása

- 5.1. Szimuláció V-REP
- 5.1.1. Szerver program
- 5.1.2. Kliens program
- 5.2. Szimulációs eredmények

# Megvalósítás valós roboton

- 6.1. Felépítés
- 6.2. Nehézségek
- 6.3. További tervek

# Köszönetnyilvánítás

Ez nem kötelező, akár törölhető is. Ha a szerző szükségét érzi, itt lehet köszönetet nyilvánítani azoknak, akik hozzájárultak munkájukkal ahhoz, hogy a hallgató a szakdolgozatban vagy diplomamunkában leírt feladatokat sikeresen elvégezze. A konzulensnek való köszönetnyilvánítás sem kötelező, a konzulensnek hivatalosan is dolga, hogy a hallgatót konzultálja.

### Irodalomjegyzék

- [1] S. M. LaValle, *Planning Algorithms*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2006. Available online at http://planning.cs.uiuc.edu/.
- [2] B. Siciliano and O. Khatib, Handbook of Robotics. Springer, 2008.
- [3] D. Kiss and G. Tevesz, "A model predictive navigation approach considering mobile robot shape and dynamics," *Periodica Polytechnica Electrical Engineering*, vol. 56, pp. 43–50, 2012.
- [4] D. Kiss and G. Tevesz, "A steering method for the kinematic car using C\*CS paths," in *Proceedings of the 2014 15th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, (Velké Karlovice, Czech Republic), pp. 227–232, May 2013.
- [5] J. A. Reeds and L. A. Shepp, Optimal paths for a car that goes both forward and backwards. Pacific Journal of Mathematics, 1990.
- [6] K. G. Y., R. AndrĂĄs, and S. Csaba, A szĂĄmĂtĂĄstudomĂĄny alapjai. Typotex, 2. javĂtott kiadĂĄs ed., 2001.

# Függelék