

## FELADATKIÍRÁS

A feladatkiírást a tanszéki adminisztrációban lehet átvenni, és a leadott munkába eredeti, tanszéki pecséttel ellátott és a tanszékvezető által aláírt lapot kell belefűzni (ezen oldal *helyett*, ez az oldal csak útmutatás). Az elektronikusan feltöltött dolgozatban már nem kell beleszerkeszteni ezt a feladatkiírást.



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Automatizálási és Alkalmazott Informatikai Tanszék

# Pályatervezési és pályakövető szabályozási algoritmusok fejlesztése robotautóhoz

DIPLOMATERV

*Készítette*

Csorvási Gábor

*Konzulens*

Kiss Domokos

2014. december 8.

# Tartalomjegyzék

<b>Kivonat</b>	<b>4</b>
<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>1. Bevezető</b>	<b>6</b>
1.1. Problémafelvetés . . . . .	6
1.2. Pályatervezés elmélete . . . . .	6
1.2.1. Alapvető fogalmak . . . . .	6
1.2.2. Pályatervezők osztályozása . . . . .	8
<b>2. Útvonaltervezés C*CS pályákkal</b>	<b>10</b>
2.1. Reeds-Shepp lokális pályák . . . . .	10
2.2. C*CS lokális pályák . . . . .	11
2.3. C*CS approximációs módszer . . . . .	11
2.3.1. Globális tervező . . . . .	12
2.3.2. Lokális tervező alkalmazása . . . . .	12
2.4. $c\bar{c}S$ . . . . .	15
2.5. Eredmények . . . . .	16
2.5.1. Mérések . . . . .	16
2.5.2. Fejlesztési lehetőségek . . . . .	16
2.6. Új globális tervező . . . . .	16
2.6.1. RRT . . . . .	17
2.6.2. RTR . . . . .	17
<b>3. Pálya időparaméterezése</b>	<b>19</b>
3.1. Időparaméterezés . . . . .	19
3.2. Jelölések . . . . .	20
3.3. Korlátozások . . . . .	21
3.4. Geometriai sebességprofil . . . . .	23
3.5. Újramintavételezés . . . . .	25
<b>4. Pályakövető szabályozás</b>	<b>32</b>
4.1. Pályakövetés . . . . .	32
4.2. Virtuális vonalkövető szabályozás . . . . .	32

4.3. Vonalkövetés valós roboton . . . . .	32
<b>5. Algoritmusok megvalósítása</b>	<b>33</b>
5.1. Szimuláció – V-REP . . . . .	33
5.1.1. Szerver program . . . . .	33
5.1.2. Kliens program . . . . .	33
5.2. Szimulációs eredmények . . . . .	33
<b>6. Megvalósítás valós roboton</b>	<b>34</b>
6.1. Felépítés . . . . .	34
6.2. Nehézségek . . . . .	34
6.3. További tervek . . . . .	34
<b>Köszönetnyilvánítás</b>	<b>35</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>36</b>
<b>Függelék</b>	<b>37</b>

## HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Csorvási Gábor*, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Budapest, 2014. december 8.

---

*Csorvási Gábor*  
hallgató

# Kivonat

Jelen dokumentum egy diplomaterv sablon, amely formai keretet ad a BME Villamosmérnöki és Informatikai Karán végző hallgatók által elkészítendő szakdolgozatnak és diplomatervnek. A sablon használata opcionális. Ez a sablon  $\text{\LaTeX}$  alapú, a *TeXLive*  $\text{\TeX}$ -implementációval és a PDF- $\text{\LaTeX}$  fordítóval működőképes.

# Abstract

This document is a L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-based skeleton for BSc/MSc theses of students at the Electrical Engineering and Informatics Faculty, Budapest University of Technology and Economics. The usage of this skeleton is optional. It has been tested with the *TeXLive* T<sub>E</sub>X implementation, and it requires the PDF-L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X compiler.

# 1. fejezet

## Bevezető

### 1.1. Problémafelvetés

A helyváltoztatásra képes, úgynevezett mobil robotok esetében alapvető szituáció, hogy a robotnak a feladata végrehajtásához el kell jutnia egy célpontba. Ehhez önmagának kell az adott környezetben megterveznie a pályát és emberi beavatkozás nélkül kell sikeresen eljutnia a kívánt célpontba. A probléma nagyságrendileg nehezebb amikor a robot környezetében akadályok is találhatók.

Célom azon megközelítések és módszerek áttekintése, amelyek megoldást nyújtanak az autonóm pályatervezés kérdéseire. Néhány módszert részletesebben is ismertetek, ezeket szimulátoron és valós robotokon is implementáltam, illetve teszteltem. A pályatervezéshez szorosan kapcsoló téma a mozgásirányítás, amivel szintén foglalkoznunk kell, hogy valós környezetben ténylegesen használható eljárásokat kapjunk.

### 1.2. Pályatervezés elmélete

Az elmúlt időszakban a pályatervezéssel kapcsolatban igen sok kutatás foglalkozott [1]. Ahhoz, hogy ezeket az algoritmusokat ismertessük, be kell vezetnünk néhány alapvető fogalmat.

#### 1.2.1. Alapvető fogalmak

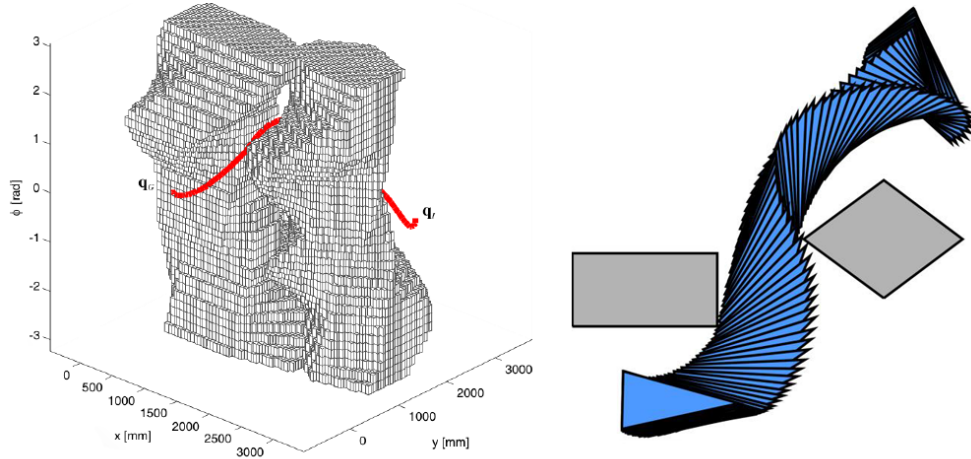
A pályatervezés során a robot pillanatnyi állapotát a *konfigurációjával* írhatjuk le. Síkban mozgó robotok esetében a konfiguráció a következőket tartalmazza [2]:

$$q = (x, y, \theta), \tag{1.1}$$

ahol  $q$  a robot konfigurációja,  $x, y$  határozza meg a robot pozícióját a síkon és  $\theta$  határozza meg a robot orientációját.

Egy lehetséges környezetben a robot összes állapotát, a *konfigurációs tér* adja meg, amit  $C$ -vel jelölünk. A konfigurációs tér azon részhalmazát, amely esetében a robot a környezetben található akadályokkal nem ütközik, *szabad (konfigurációs) térnek* nevezzük





**1.1. ábra.** Konfigurációs tér szemléltetése egy adott útvonal során. A konfigurációs térben a piros vonal jelzi a robot útját a célpontja felé [3].

( $C_{free}$ ). E halmaz komplementere azokat a konfigurációkat tartalmazza, amelyek esetén a robot ütközne az akadályokkal ( $C_{obs} = C \setminus C_{free}$ ). A konfigurációs teret az 1.1. ábrán szemléltetjük.

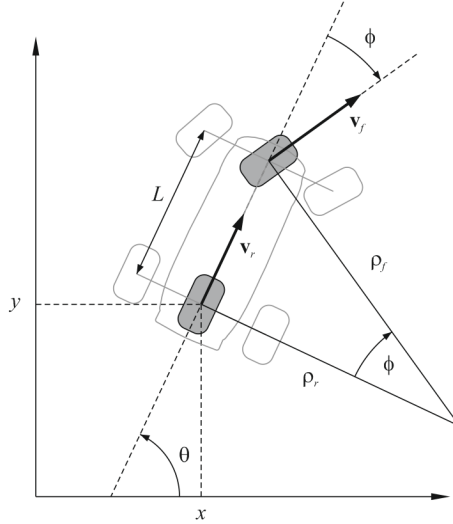
A korlátozások ismerete alapvető fontosságú a pályatervezés és mozgásirányítás során. A környezetben elhelyezkedő akadályokat *globális korlátozásoknak* tekintjük, a robothoz kapcsolódó korlátozásokat pedig *lokális korlátozásoknak* [2]. A lokális korlátozásokat a robot konfigurációs változóinak differenciál-egyenletével írhatjuk le, ezért gyakran nevezik őket *differenciális korlátozásoknak* is. Differenciális korlátozások vonatkozhatnak sebesség (kinematikai) és gyorsulás mennyiségre is (dinamikai korlát). Dolgozatomban csak kinematikai korlátozásokkal fogok foglalkozni, dinamikai korlátokkal nem.

Egy autó esetén mindenki számára egyértelmű, hogy csak bizonyos íveken tudunk mozogni, egy adott konfigurációból nem tudunk a konfigurációs tér bármely irányába elmozdulni, habár a szabad tér bármely konfigurációjába eljuthatunk. Autónál emiatt nem olyan egyszerű például a párhuzamosan parkolás. Azokat a robotokat, amelyek ehhez hasonló korlátozásokkal rendelkeznek, *anholonom rendszereknek* nevezzük. Az anholonom korlátozásról akkor beszélünk, ha a korlátozás olyan differenciál egyenlettel írható le, amely nem integrálható.

Az általam vizsgált robottípus az *autószerű robot*, egy anholonom rendszer. Viszont léteznek olyan robotok, amelyek nem rendelkeznek anholonom korlátozásokkal (holonom rendszerek), ilyenek például az omnidirekcionális robotok. Egy omnidirekcionális robot képes bármilyen konfigurációból a tér bármely irányába elmozdulni.

## Robotmodell

Az általam vizsgált robot típust, az autószerű robotot mindenki jól ismeri és elterjedtsége megkérdőjelezhetetlen, de a kinematikai leírása már kevésbé ismert, ellenben az 1.2. ábra segítségével könnyedén levezethető:



**1.2. ábra.** Autószerű robot modellje.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v_r \cos \theta \\ \dot{y} &= v_r \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{v_r}{L} \tan \phi,\end{aligned}\tag{1.2}$$

ahol  $L$  az első és hátsó tengelyek távolsága,  $\phi$  a kormánysszög,  $v$  pedig a hátsó tengely középpontjának tangenciális sebessége, amelyet a robot referenciapontjának nevezünk.

### 1.2.2. Pályatervezők osztályozása

Mielőtt belekezdenék az általam megvizsgált pályatervező algoritmusok részletesebb ismertetésébe, tekintsük át az irodalomban használatos módszereket.

#### Geometriai tervezés szerinti csoportosítás

A pályatervezők geometriai módszerei szerint alapvetően két csoportot különböztetünk meg: a *globális tervezők* és a *reaktív tervezők* csoportját [2].

A globális tervezők esetében a konfigurációs tér egészét figyelembe vesszük a tervezéskor, míg a reaktív tervezők csupán a robot környezetében lévő szűkebb tér ismeretére építenek. A globális tervezők előnye, hogy képesek akár optimális megoldást is találni, míg a reaktív tervezők egy lokális minimumhelyen ragadhatnak, nem garantálható, hogy a robot eljut a célponthoz. A globális tervezés hátránya azonban a lényegesen nagyobb futási idő, ezért gyakran változó vagy ismeretlen környezet esetén előnyösebb lehet a reaktív tervezők használata.

A reaktív tervezők esetében a robot alakját körrel szokták közelíteni, ezzel is egyszerűsítve a tervezés folyamatát. Ezzel szemben globális algoritmusok a robot pontos alakját figyelembe veszik, aminek nagy jelentősége van szűk folyosókat tartalmazó pálya esetén.

Az általam bemutatott algoritmusok is figyelembe veszik a robot pontos alakját.

A globális tervezők esetén megkülönböztetünk mintavételes és kombinatorikus módszereket [1]. A mintavételes módszerek a konfigurációs teret véletlenszerűen mintavételezik és ez alapján próbálnak utat keresni a célpontba. Ellenben a kombinatorikus módszerek a környezet pontos geometriai modellje alapján terveznek utat. Ezen algoritmusok előnye, hogy ha nem létezik megoldás, akkor ezt véges időn belül képesek eldönteni, ám a mintavételes tervezők ezt nem tudják véges időn belül megtenni.

### **Irányított rendszer szerinti csoportosítás**

A robotok, mint irányított rendszerek esetén megkülönböztetjük az anholonom és holonom rendszereket a pályatervezők csoportosítása esetén is. Anholonom rendszerek esetén önmagában a robot állapotváltoztatása sem triviális feladat. Azokat az eljárásokat, amelyek képesek egy anholonom rendszert egy kezdő konfigurációból egy cél konfigurációba eljuttatni az akadályok figyelembe vétele nélkül, *lokális tervezőknek* hívjuk [1].

Gyakran már a globális tervező figyelembe veszi a robot korlátozásait és ennek megfelelő geometriai primitíveket használ de, a globális tervező által megtervezett pályát közelíthetjük egy lokális tervezővel is, ha az anholonom robotunk közvetlenül nem tudná lekövetni a globális pályát. Ezt az eljárást, approximációs módszernek nevezik. Egy ilyen algoritmusra látunk példát a következő fejezetben.

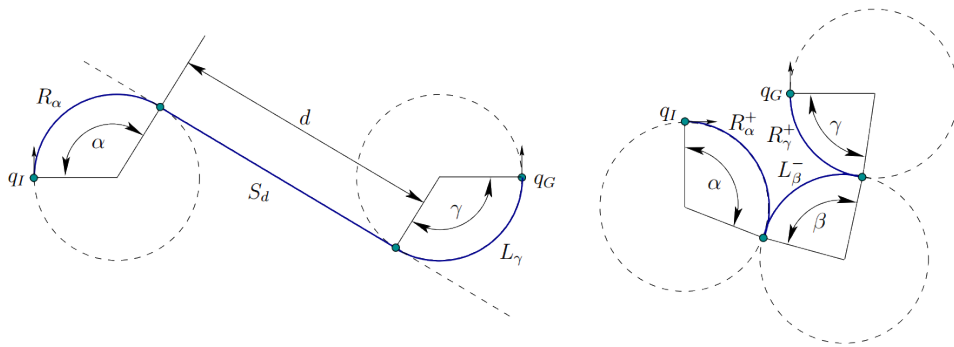
## 2. fejezet

# Útvonaltervezés C\*CS pályákkal

A C\*CS és a  $c\bar{c}S$  algoritmus Kiss Domokos munkája [4]. Az algoritmusok elsődlegesen autószerű robotok számára terveznek pályát, de az így tervezett pálya egy differenciális robot számára is végrehajtható. Feladatom az algoritmus implementálása volt C++ nyelven, majd annak tesztelése szimulációs, illetve valós környezetben. A fejezetet az algoritmus ismertetésével kezdem, majd kitérek az implementációs problémákra, és az elért eredményekre is.

### 2.1. Reeds-Shepp lokális pályák

Az anholonom rendszerek irányítása akadályoktól mentes környezetben is egy igen bonyolult feladat. Sok esetben nem adható meg általános algoritmus, csak néhány speciális rendszer esetén. Szerencsére ilyen rendszerek közé tartoznak a differenciális robotok, az autószerű robotok, amelyek csak előre mozoghatnak (Dubins autó), és azok amelyek előre és hátra is képesek mozogni.



2.1. ábra. Dubins és Reeds-Shepp megoldások [1]

Az utóbbi típusú robotokat hívjuk Reeds-Shepp autóknak, melyeknél bizonyított, hogy bármely kezdő- és célkonfiguráció közt a legrövidebb utat megtalálhatjuk 48 lehetséges megoldás közül, amelyből kettő látható a 2.1 ábrán. Ezek a megoldások maximum öt egyenes vagy körív kombinációjából állhatnak, és a pályák maximum két csúcsot tartalmazhatnak, azaz ennyiszer lehet irányt változtatni a végrehajtás közben [5]. A megoldások száma egyéb

megkötések árán tovább csökkenthető.

Mint látható akadályoktól mentes környezetben találhatunk optimális útvonalat, de ennek hátránya, hogy mindig minimális sugarú pályákat feltételez, mely egy valós esetben nem életszerű, illetve a pályák lehetnek igen bonyolultak is. De ha elvetjük az optimalitás igényét, amit egyébként is meg kell tennünk, ha egy globális tervező részeként alkalmazzuk a módszert, akkor a lehetséges megoldásokon jelentős mértékben egyszerűsíthetünk.

## 2.2. C\*CS lokális pályák

A lokális tervezők bármely kezdő- és célkonfiguráció páros esetén megoldást kell nyújtának, de megfelelő koordináta-rendszer választásával egyszerűsíthetünk a számításokon. Tegyük fel hogy egy ilyen választás mellett adódott  $q_I = (x_I, y_I, \theta_I)$  kezdő és  $q_G = (0, 0, 0)$  célkonfiguráció. Ha eltekintünk a minimális fordulási sugar korlátozásától, és feltesszük, hogy  $\theta_I \neq 0$ , akkor könnyen belátható, hogy egy kör és egy egyenes segítségével elérhető a célkonfiguráció. Először egy érintő körön elfordulunk a  $\tilde{q}_G = (\tilde{x}_G, 0, 0)$  köztes célkonfigurációba, majd egy egyenes mentén végighaladunk a célig. Az ehhez tartozó kör sugarát a következő egyenlet segítségével számíthatjuk:

$$\rho_{I,\tilde{G}} = \frac{y_I}{1 - \cos \theta_I} \quad (2.1)$$

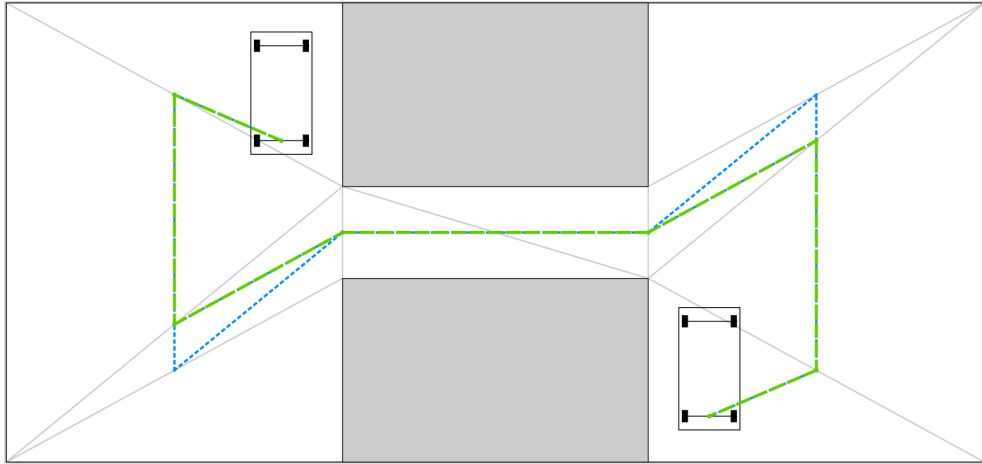
Ha a kiadódó sugar kisebb mint a minimálisan megengedett ( $|\rho_{I,\tilde{G}}| < \rho_{min}$ ), esetleg  $\theta_I = 0$ , akkor egy egyenes vagy egy kör segítségével egy köztes kezdőkonfigurációba ( $\tilde{q}_I = (\tilde{x}_I, \tilde{y}_I, \tilde{\theta}_I)$ ) kell eljutnunk, ahol biztosított, hogy  $\tilde{\theta}_I \neq 0$  és, hogy  $\rho_{\tilde{I},\tilde{G}} \geq \rho_{min}$ . Megjegyzendő, hogy az első szakasz nem lehet egyenes, ha  $\theta_I = 0$ ,  $\theta_I = \pi$  vagy  $|y_I| < 2\rho_{min}$ . Bebizonyítható [4], hogy  $\tilde{q}_I$  köztes konfigurációt végtelen sokféleképpen megválaszthatjuk.

Hogy egyszerűsítsük a jelöléseket, a továbbiakban az egyenes szakaszokra  $S$  a körívekre pedig a  $C$  betűk segítségével hivatkozunk. Ezt felhasználva belátható hogy a célpontba egy  $SCS$ , vagy egy  $CCS$  pálya segítségével eljuthatunk. Könnyen belátható, hogy ha egy körív ( $C$ ) sugarával a végtelenbe tartunk, akkor a szakasz az egyeneshez tart. Az olyan speciális köríveket, amelyek sugara végtelen is lehet,  $C^*$ -gal jelöljük. Innen a módszer neve a  $C^*CS$ .

## 2.3. C\*CS approximációs módszer

Az általam használt algoritmus egy approximációs módszert alkot, mely egy előzetes globális pályát rekurzív módon felbont kisebb szakaszokra, majd ezekre próbál illeszteni egy-egy fentebb bemutatott  $C^*CS$  pályát.<sup>1</sup> A végeredményül elkészült, az algoritmus által visszaadott pálya autószerű robotok számára könnyedén lekövethető, mivel elsődlegesen ezek számára lett kialakítva. Ennek ellenére a megoldást természetesen egy differenciális robot is képes lekövetni, mivel az nem rendelkezik korlátozással a forduló kör sugarát illetően.

<sup>1</sup>Bár a lokális tervező algoritmus neve a  $C^*CS$ , de a végeredményben kialakult pálya összességében is körök és egyenesek kombinációjából áll, így ez a név ráragadt az approximációs módszerre is.



**2.2. ábra.** *Előzetes pálya tervezése, folytonos vonal jelzi a felbontást, pontozott vonal a gráfot, szaggatott pedig az elkészült előzetes pályát*

### 2.3.1. Globális tervező

A szükséges előzetes pálya bármilyen globális tervező eredménye lehet. Elsődleges célja egy mankó nyújtása a későbbi tervező számára. A végső megoldásnak nem feltétele, hogy az előzetes pálya akár egyetlen pontját is tartalmazza.

Mi erre a célra egy celladekompozíción alapuló algoritmust használtunk. Ez az eljárás a környezetet háromszögekre bontja, majd ezeknek a háromszögeknek az oldalfelező pontjait összekötve gráfot alkot. Ebbe beszúrja a kezdő- és célkonfigurációt, majd ezeket összeköti a legközelebb álló néhány ponttal. Az éleket a pontok egymástól való távolságával súlyozzuk, majd ebben a gráfban a Dijkstra-algoritmus [6] segítségével megkeressük a legrövidebb utat. Erre egy példát a 2.2 ábrán láthatunk.

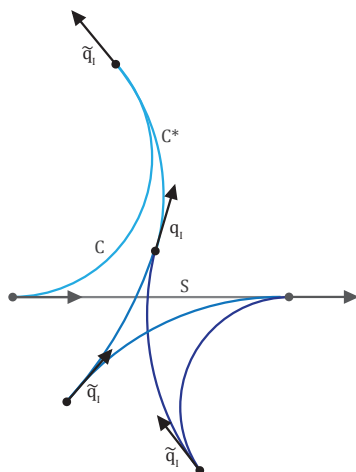
Ennek a megoldásnak az előnye, hogy a szabad terület közepén alkot pályát, így ha az autó ezt követi, akkor bármilyen irányú manőverezésre lesz lehetősége, ha a pálya ezt megengedi. További előnye, hogy ez egy kombinatorikus eljárás, így véges időn belül képes megmondani, hogy létezik-e megoldás. Az eljárás egyik fő hibája, hogy a háromszögelés miatt, csak sokszögekkel leírható akadályokkal képes dolgozni, és még ebben a formájában nem veszi figyelembe az autó kiterjedését. Ezen könnyen lehet segíteni, ha figyelembe vesszük az oldalfelező pontok közötti szakaszok távolságát az akadályoktól, és ha a pálya és az akadályél túl közel vannak egymáshoz, akkor töröljük az élt a gráfból. Sajnos az eljárás egyéb negatívumokkal is bír, amiről a fejezet végén még szót ejtek.

### 2.3.2. Lokális tervező alkalmazása

Ha a globális tervező tudott visszaadni megoldást, akkor az algoritmus tovább folytatódik a következőképpen: Az előzetes pálya két konfigurációját kiválasztjuk, és a fentebb említett C\*CS pályákat keresünk köztük. Az eljárás először a pálya két végpontja közt keres útvonalat, ami egyszerű esetekben akár rögtön megoldásra is vezethet, felgyorsítva az algoritmus működését. Ha ez a keresés nem járt sikerrel, akkor az előzetes pályát megfelelő az algoritmus, és az első konfiguráció valamint az új célkonfiguráció közt keres megoldást. Ezt

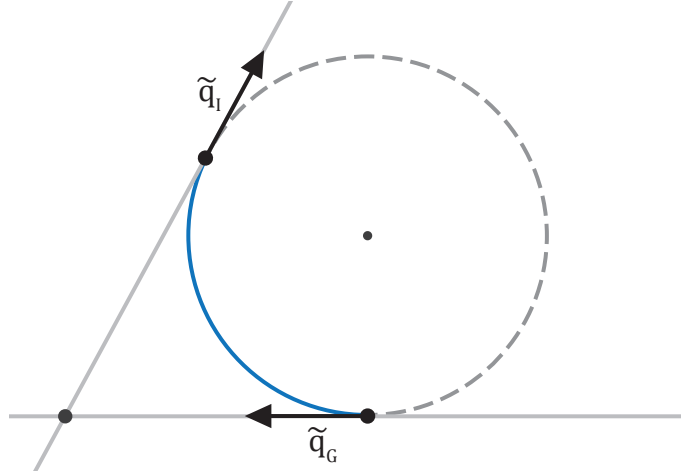
egészen addig ismétli, míg van köztes konfigurációs pont, ha elfogyott, további pontokat illeszt a pályába.

Az előzőekben láthattuk, hogy a  $C^*CS$  végtelen sok megoldást nyújt. Lokális esetben ez nem feltétlen hasznos, de akadályok jelenlétében ez megváltozik, mivel így sokkal nagyobb valószínűséggel találhatunk végrehajtható pályát. Természetesen az összes megoldást nincs lehetőségünk kipróbálni, így ezt a problémát valamilyen mintavételező eljárással kell megoldanunk.



**2.3. ábra.**  $q_I$  megválasztása

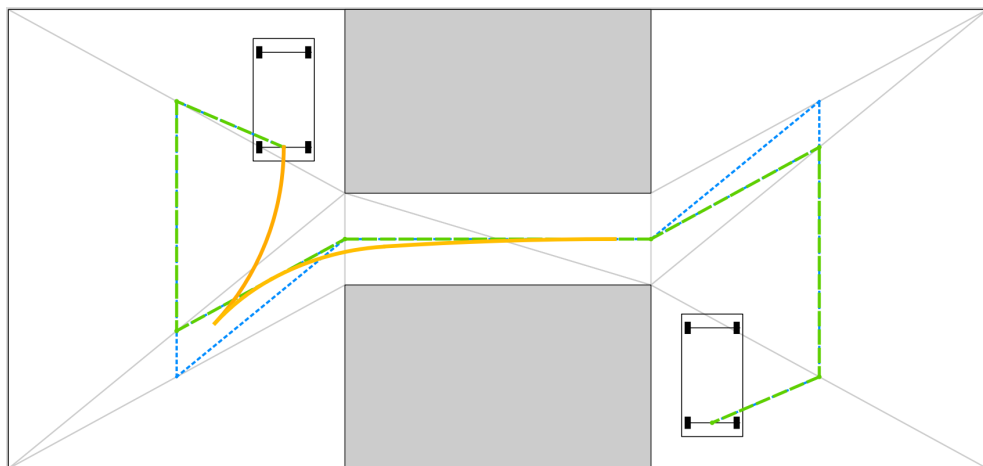
A végtelen sok megoldást a  $\tilde{q}_I$  kiválasztásának szabadsága okozza. Erre egy példa látható a 2.3 ábrán. Ezért az algoritmus összegyűjti azokat a konfigurációkat, melyeket a  $q_I$  konfigurációból ütközés nélkül elérhetünk. Ehhez a környezetet fel kell osztsuk egységnyi távolságokra, mivel így véges sok lehetőséget kapunk. A kiszámítás ideje természetesen függ a választott távolságegységtől és a környezet méretétől. Az eredmények azt mutatják, hogy a teljes algoritmus futásának ez a leghosszabb része, ami nem meglepő, mivel a körívek kiszámítása komplex művelet, és ezt egy adott pont esetén a robot testének minden csúcsára ki kell számoljuk, hogy ütközést tudjunk detektálni. A művelet hatékonyságán több módon lehet javítani, például nagyobb távolságegység megválasztásával. Másik javítási lehetőség, ha előre elkészítünk egy foglaltsági mátrixot, ami megmondja az adott pont akadályon belül van-e, így ezekre a pontokra nem kell a számítást elvégezni. Mivel az így kapott körívek egy adott kezdőkonfigurációhoz tartoznak, további gyorsításra ad lehetőséget, ha az approximációs lépésben inkább a célkonfiguráció pontját mozgatjuk, így nem kell újra és újra kiszámolni a köríven elérhető sokaságot.



**2.4. ábra.** Középső körív számítása érintő körrel

Az algoritmus további részében a 2.2 pontban említett módon, a hátralévő körív, és egyenes szakasz kiszámítása a feladat. Egy irányított kör esetén ez két lehetséges pályát jelent, amint az látható a 2.4 ábrán. Ezek után nem elég csak a körívek végrehajthatóságát ellenőriznünk, hanem meg kell nézzük ezt a hátralévő egyenes szakaszokra is. Ugyan a globális pálya tervezésekor ellenőriztük ezeket, de az érintő körök keresésekor nem volt feltétel, hogy az érintési pontok ezeken a szakaszokon belül helyezkedjenek el.

Végül az így keletkező végrehajtható pályák sokasága közül ki kell választanunk egyet. Ezt többféleképpen megtehetjük. Talán a legkézenfekvőbb a legrövidebb megoldás kikeresése és beillesztése az előzetes pályába. Itt érdemes megemlíteni, hogy a végeredmény akkor fog igazán hasonlítani a valósághoz, ha lecsökkentjük a tolatások számát, mivel az emberek nagy többsége nem szeret tolatva közlekedni. Hogy ezt megtehessük, az algoritmus opcionálisan elfogad egy súlytényezőt, mellyel a tolató szakaszok „hosszát” tudjuk megnövelni.

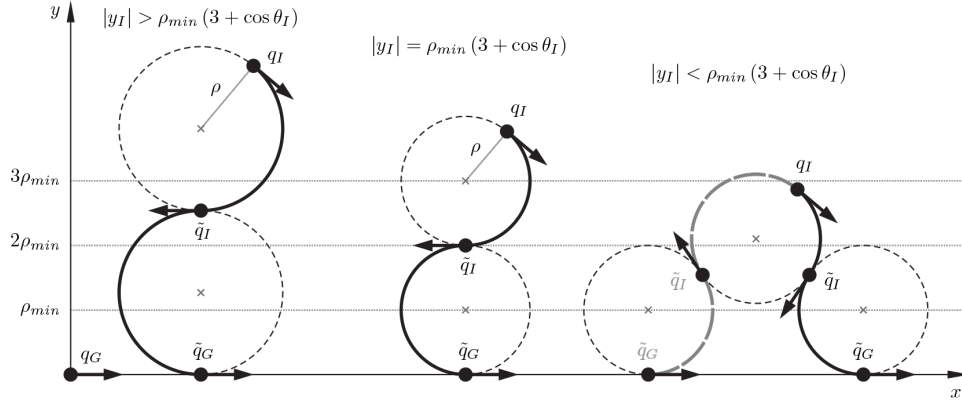


**2.5. ábra.** A  $C^*CS$  algoritmus működés közben



## 2.4. $c\bar{c}S$

Ha az előzőekben látottak nem vezetnek megoldásra, tehát nincs olyan  $C^*CS$  pálya, mely végrehajtható lenne, akkor egy kisebb szakaszt kell választanunk a globális pályából. Ezt viszont nem tehetjük meg végtelenségig, mivel a globális pálya általában egyenes szakaszok együtteséből áll. Ezek a szakaszok határozzák meg az  $S$  szakasz egyenesét, így tovább bontani nincs értelme, mert nem változtatja meg a tervezett pályát. Ezért az új konfigurációkat a töréspontokban kell elhelyezni, viszont önmagában ez még nem biztosítja, hogy találunk megoldást. Valahogy biztosítani kell azt, hogy az algoritmusunk konvergáljon a megoldás felé, amihez olyan lokális tervezőre van szükségünk, mely teljesíti a topológiai feltételt [4]. Ha ezt biztosítani tudjuk, akkor az approximációs algoritmusunk teljes lesz. A teljesség itt azt jelenti, hogy az algoritmus minden olyan esetben megoldással tér vissza, mikor a globális tervező érvényes pályát ad vissza. Azaz a körívvel való közelítés nem csökkenti a megoldás létezésének esélyét.



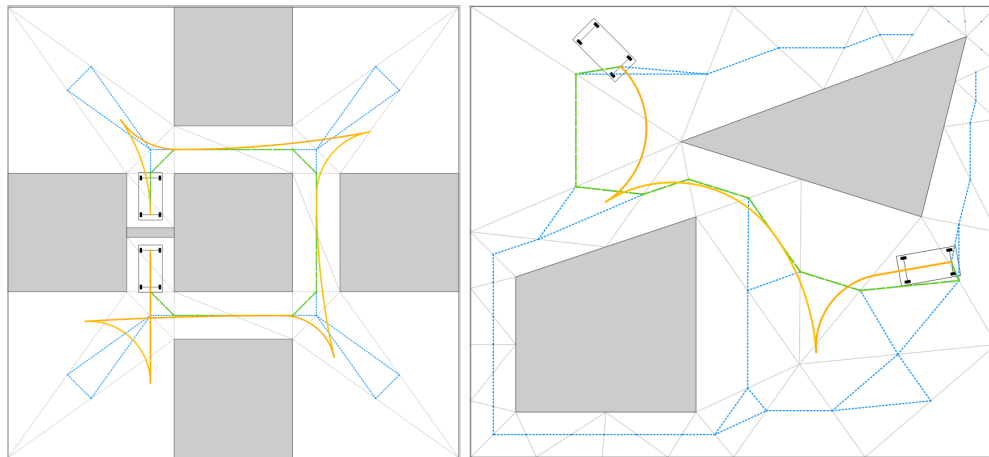
2.6. ábra. A  $c\bar{c}S$  algoritmus megoldásai különböző  $y_I$  esetén[4]

Olyan esetekben, amikor a globális pályát tovább kellene bontanunk, átváltunk a  $c\bar{c}S$  algoritmusra, mely a topológiai feltételt teljesíti. Ez az algoritmus a  $C^*CS$  algoritmus egy módosított változata, mely csak egy megoldást ad egy konfiguráció párra. Az eljárás lényege, hogy az első két kör sugara megegyező, de ellentétes előjelű, tehát a másik irányba kell forgassuk a kormányt. A komplementer jelölés jelzi az előjel változását. Ahogy a 2.6 ábrán látható, ha  $q_I$  túl közel van a  $q_G$  egyeneséhez, akkor a körök egymás mellett elcsúsznak, és két megoldást is adnak.

Bár a  $c\bar{c}S$  egy megoldást ad, a végrehajtásakor több lehetséges megoldást is „eldob”. A módszer implementációját úgy készítettem el, hogy minden ilyen megoldást ellenőrizzen, ha esetleg a legrövidebb nem lenne végrehajtható, akkor válasszon másikat. Jogosan felmerülhet a kérdés, hogy ha ez az algoritmus minden esetben nyújt megoldást, akkor miért nem ezt használjuk a  $C^*CS$  helyett? Bár valóban a  $c\bar{c}S$  mindig használható, a  $C^*CS$  több lehetséges megoldás közül választ, így a gyakorlatban természetesebb pályákat ad eredményül.

## 2.5. Eredmények

A feladatom megvalósításához rendelkezésre állt a C\*CS algoritmus egy MATLAB script-ben megírt változata, ellenben ez csak demonstrációs céllal szolgált, a feladatot lassan hajtotta végre, valószínűleg az interpretált működés következtében, ezért vált szükségessé egy C++ implementáció.



2.7. ábra. A C\*CS algoritmus megoldása különféle környezetekben

### 2.5.1. Mérések

Pontos méréseket nem végeztünk, de nagyságrendileg százszoros gyorsulást sikerült elérnünk, és a legbonyolultabb környezetben is egy másodpercen belül sikerült megoldást találnia az algoritmusnak<sup>2</sup>. Ez egy igen nagy előrelépés, így valószínű, hogy egy kisebb teljesítményű beágyazott számítógépen is elfogadható időn belül végez.

### 2.5.2. Fejlesztési lehetőségek

A fejlesztés során odafigyeltem, hogy hol lehetne gyorsítani, módosítani a működésen. Ahol ez egyszerűen megvalósítható volt, ott ezeket megtettem, de maradtak további fejlesztési lehetőségek is a programban, például számos helyen lehetne a futást párhuzamosítani.

Az esetek nagy többségében a celladekompozíciós eljárással tervezett globális pálya jó eredménnyel szolgál, de néhány speciális esetben, ilyen két szűk merőleges folyosó találkozása, nem található megoldás. Részben hasonló probléma mikor a célkonfiguráció és az utolsó szakasz iránya pont ellentétes, ilyen probléma merül fel a párhuzamos parkolás esetén is. Ezek elkerülésére egy másik globális tervezőt kell használnunk.

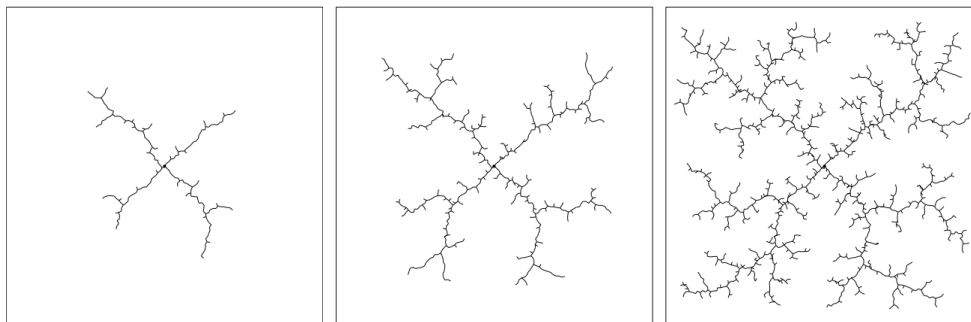
## 2.6. Új globális tervező

A fejlesztés során a fentebb felsorolt problémák miatt a globális tervezőt lecseréltem az RTR nevű algoritmusra. Ez is Kiss Domokos munkája [7], az implementációját Nagy Ákos végezte el.

<sup>2</sup>Intel Core 2 Duo E8400 @ 3.0GHz, 4GB RAM

### 2.6.1. RRT

A globális tervezők sok esetben topologikus gráfokat (speciális esetben fákat) használnak a konfigurációs tér struktúrájának leírásához [8]. A szakirodalomban egyik leggyakrabban használt ilyen algoritmus a *Rapidly Exploring Random Trees* [9]. Ennek a lényege, hogy a kezdeti konfigurációból egy fát építünk a szabadon bejárható konfigurációs térben. A fa csomópontjaiban konfigurációk találhatók és a fa terjesztését úgy irányítjuk, hogy a kívánt célkonfiguráció felé tartson. Ha a fa ténylegesen eléri a célkonfigurációt, akkor az utat a kezdeti konfigurációból a célkonfigurációba már könnyedén megkaphatjuk.

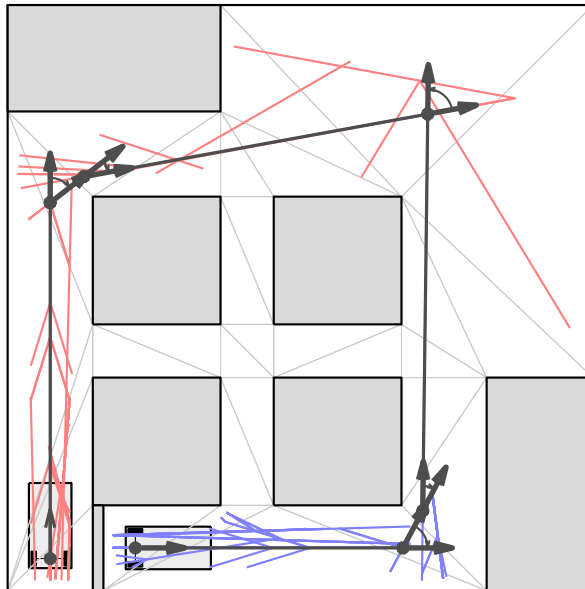


2.8. ábra. Az RRT algoritmus három különböző iterációnál [9].

### 2.6.2. RTR

Az *Rotate-Translate-Rotate* algoritmus a fentebb látott RRT algoritmus egy módosított változata. Elsődlegesen differenciális robotok számára tervez pályát, de jó alapot szolgáltat a C\*CS algoritmusnak is. Nevét a benne használt mozgási primitívekről kapta, azaz a *R*, mint fordulás, a *T* pedig az egyenesen haladást jelöli. Az RRT algoritmustól eltérően itt az algoritmus két fát épít, egyet a kezdő, egyet pedig a célkonfigurációból. Másik fontos különbség, hogy ütközés esetén a pályát minden irányba továbbterjeszti, így növelve a megoldás megtalálásának lehetőségét.

Számomra ez az algoritmus azért előnyös, mert celladekompozíciós eljárás hibát kiküszöböli. Tehát két szűk folyosó találkozásánál csak akkor ad megoldást, ha van hely az elfordulásra. Mivel a keresés során két fát épít, így a párhuzamos parkolás esetén is segíti a megoldás megtalálását.



**2.9. ábra.** Az RTR algoritmus, piros a kezdő, kék a célkonfigurációból indított fa. Fekete a megoldást jelöli.

## 3. fejezet

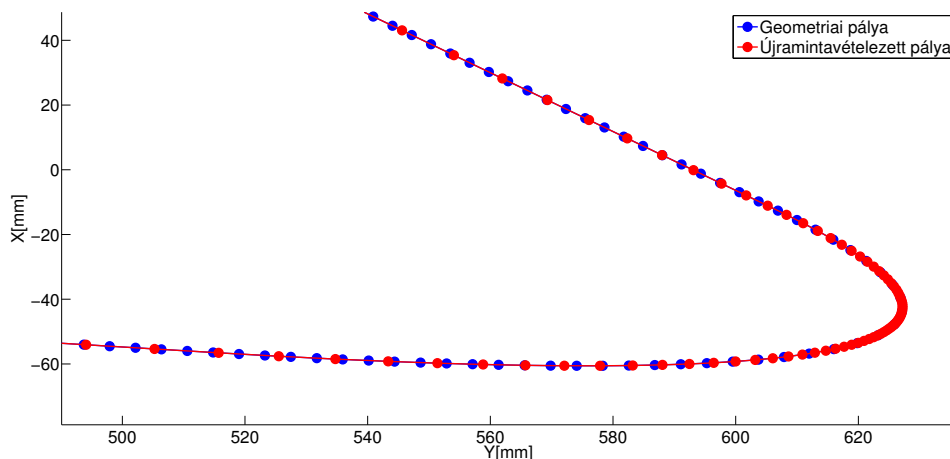
# Pálya időparaméterezése

A pályatervező által elkészített ütközésmentes pálya nem tartalmaz semmilyen idővel kapcsolatos információt. Ebben a fejezetben a pálya pontjaihoz sebesség értékeket rendelünk hozzá. Ezt a többlet információt a pályakövető algoritmus használja fel, hogy mozgás során a robot kinematikai korlátai ne okozzanak problémát. Tehát az időparaméterezés elsősorban a robot korlátait használja fel, de arra is alkalmas, hogy meghatározzuk a pálya bejárásának idejét.

A módszert Nagy Ákos dolgozta ki differenciális robotokhoz, majd én módosítottam autószerű robotok számára. Az elveket végül úgy alakítottuk ki közösen, hogy az ne függjön a robot típusától, így az alkalmazható legyen bármilyen kerekeken mozgó robottípusra.

### 3.1. Időparaméterezés

Az időparaméterezés két fő lépésből áll. Elsőként a kapott geometriai pályához sebesség értékeket rendelünk hozzá, majd ezután újramintavételezzük a pályát. Az újramintavételezés után a pálya időben egyenletes lesz, tehát az egymást követő pályapontok között azonos idő telik el. A mintavételezés idejét a pályakövető algoritmus mintavételi ideje határozza meg. A geometriai pályát általában távolságban egyenletesen mintavételezzük, de ez nem kötelező feltétel az időparaméterezéshez.



**3.1. ábra.** *A pálya időparaméterezése.*

A szakirodalomban nem sok időparaméterezéssel kapcsolatos munka található. Egy hasonló megközelítést Christoph Sprunk munkájában találhatunk [10]. A legfontosabb eltérés, hogy Sprunk külön korlátozza a robot tangenciális és centripetális gyorsulását, míg mi a robot kerekeinek eredő gyorsulását korlátozzuk. Ez a megoldás a valóságot jobban közelíti, hiszen attól, hogy a gyorsulás két komponense a korlátok alatt marad, nem biztos, hogy az eredő gyorsulás sem haladja meg a korlátot.

Az időparaméterezés során nem használjuk ki az előző fejezetekben bemutatott pályatervező által tervezett pálya speciális tulajdonságait, a célunk egy olyan algoritmus készítése, amely tetszőleges geometriai pályából képes sebesség információval ellátott, időben egyenletes mintavételű pályát készíteni. Emiatt nem építhetünk a pályatervező által használt geometriai elemekre (körív, egyenes) és ezek speciális tulajdonságaira.

Általános esetben nem tudjuk analitikusan meghatározni a pálya görbületét, így görbület becslést kell alkalmaznunk [11]. Természetesen abban az esetben, ha a pályatervező rendelkezik már a pálya görbületével, az időparaméterező algoritmus azt fogja használni a becslés helyett, mivel így pontosabb eredményt érhetünk el, és gyorsítja is a végrehajtást.

## 3.2. Jelölések

Ebben a fejezetben (3.1) táblázatban megadott jelöléseket fogjuk használni. Azokban az esetekben, ahol fontos megkülönböztetni a geometriai pályát és az (újra)mintavételezett pályát, ott a felső indexben található **g** betű a geometriai pályát jelöli, az **s** betű pedig a mintavételezett pályát. A pálya pontjait 1-től számozzuk.

$$\begin{aligned}
\Delta t(k) &: \text{A } k \text{ és a } k+1 \text{ pontok között eltelt idő} \\
t(k) &: \text{A } k. \text{ pontban az addig eltelt idő} \\
\Delta s(k) &: \text{A } k \text{ és a } k+1 \text{ pontok közti távolság} \\
s(k) &: \text{A } k. \text{ pontban az addig megtett távolság} \\
v(k) &: \text{A } k. \text{ pontban a robot sebességének nagysága} \\
\omega(k) &: \text{A } k. \text{ pontban a robot szögsebességének nagysága} \\
a_t(k) &: \text{A } k. \text{ pontban a robot tangenciális gyorsulásának nagysága} \\
c(k) &: \text{A } k. \text{ pontban a görbület nagysága} \\
N &: \text{A pálya pontjainak száma}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Azokban az esetekben, amikor a robot egyik kerekére vonatkozó mennyiségekről beszélünk, külön jelöljük. Első indexben azt, hogy első ( $f$ ) vagy hátsó ( $r$ ) kerék, utána, hogy bal ( $l$ ), jobb ( $r$ ), kerékről van szó. Ezenkívül a kerekeknél megkülönböztetjük, hogy tangenciális ( $a_t$ ), centripetális ( $a_c$ ) vagy eredő ( $a$ ) gyorsulásról beszélünk.

Fontos megjegyezni, hogy a  $\Delta s(k)$  távolságot úgy kell értelmezni, hogy a  $k$ . és  $k+1$ . pont között egy körív található, és az ezen mért távolság lesz  $\Delta s(k)$ . A körívet a  $c(k)$  görbület határozza meg. Ha nem köríveket használnánk, hanem egyenessel kötnénk össze a pályapontokat, akkor a görbületnek szükségszerűen nullának kellene lennie.

### 3.3. Korlátozások

A robot mozgását általános esetben a ?? ábra mutatja be. Az időparaméterezés során figyelembe vesszük a robot pályamenti sebességét és szögsebességét valamint a robot kerekeinek tangenciális és eredő gyorsulását.

A sebességprofil létrehozásakor rendelkezésünkre áll a pálya görbülete, azaz az autó referenciapontja által bejárt kör sugara ( $\rho$ ). Ebből a hátsó kerekek fordulókörének sugara a következőképpen számolható:

$$\begin{aligned}
\rho_{rl} &= \rho - \frac{d}{2} \\
\rho_{rr} &= \rho + \frac{d}{2},
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Fontos megemlíteni, hogy itt  $\rho$  előjeles sugarat jelöl. Ami esetünkben pozitív körülfordulási irányban pozitív (balra fordulás). Az első kerekek esetén nincs ilyen könnyű dolgunk. Ahhoz hogy az első kerekek fordulás közben ne csússzanak meg oldalirányba, a két kereknek különböző szögben kell elfordulnia, ezt nevezzük Ackermann-hajtásnak. Ez azzal áll kapcsolatban, hogy a kerekeknek különböző körön kell elfordulniuk. Hogy ezt kiszámítsuk, először írjuk fel az összefüggést a sugár és a kormányaszög között, kerékpár modellt feltételezve. Ehhez használjuk fel az (1.2) egyenletet:

$$\rho = \frac{L}{\tan \phi} \quad (3.3)$$

a sugár előjele konzekvens a kormányaszög előjelével. Innen az Ackermann-hajtás szerint a kerek kormányaszöge:

$$\begin{aligned} \phi_l &= \arctan \left( \frac{L}{\rho - \frac{d}{2}} \right) \\ \phi_r &= \arctan \left( \frac{L}{\rho + \frac{d}{2}} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

ezek és a (3.2) egyenletek segítségével számítható az első kerek által bejárt körök sugarai:

$$\begin{aligned} \rho_{fl} &= \frac{\rho_{rl}}{\cos \phi_l} \\ \rho_{fr} &= \frac{\rho_{rr}}{\cos \phi_r} \end{aligned} \quad (3.5)$$

A különböző keréksebességek arányosak a referenciapont sebességével, ez az arány pedig a sugarak arányaival írható fel:

$$p(k) = \frac{\rho_w(k)}{\rho(k)} = \frac{v_W(k)}{v(k)} \quad (3.6)$$

ahol  $W$  jelzi a kerékre vonatkozó mennyiségeket. Látható, hogy ha a maximális keréksebességet keressük, akkor elegendő csak a maximális abszolút értékű fordulókör sugarat megkeresni. Az (3.2) egyenletek alapján következik, hogy ez mindig a külső kerék esetén teljesül. Az (3.5) egyenletek alapján pedig belátható, hogy az első kerek sebessége mindig nagyobb lesz a hátsóéknál, mivel  $|\cos \phi| \leq 1$ . Azaz jobbra kanyarodás esetén a bal első kerék sebessége a legnagyobb és vice versa.

A sebességprofil készítésekor egy adott robot esetében ezekre a mennyiségekre határozzunk meg korlátozásokat:

$$v^{max} : \text{A robot pályamenti sebesség korlátja} \quad (3.7)$$

$$\omega^{max} : \text{A robot szögsebesség korlátja}$$

$$a_w^{max} : \text{A robot egy kerekének maximális gyorsulás korlátja} \quad (3.8)$$

A gyorsulás korlátját elég egyetlen kerékre meghatározni, feltéve, hogy a kerek ta-



padási tényezője megegyezik. A kerekek maximális eredő gyorsulását a tapadási súrlódási együttható ( $\mu_{tap}$ ) határozza meg, amelynél a robot kerekei még nem csúsznak meg. A maximális gyorsulás és a tapadási együttható között a következő egyszerű összefüggés áll fent:

$$a_{max} = \mu_{tap_{max}} \cdot g, \quad (3.9)$$

ahol  $g$  a nehézségi gyorsulás. Írjuk fel egy kerék gyorsulását:

$$a(k) = \sqrt{a_{wc}(k)^2 + a_{wt}(k)^2} \leq g \cdot \mu_{tap}, \quad (3.10)$$

ahol  $a_{wc}(k)$  egy kerék centripetális gyorsulása és  $a_{wt}(k)$  a tangenciális gyorsulása. Az (3.10) egyenletben azzal a feltevéssel élünk, hogy a robot kerekei és a talaj között a tapadási súrlódási együttható állandó és nem függ az erő irányától. Az általunk használt robotoknál ez a közelítés megengedhető, mivel a gumikerekek homogénnek tekinthetők. Ha barázdákat tartalmaznának, akkor már nagyobb eltérést okozna ez a közelítés.

Fontos megjegyezni, hogy a kerékgyorsulás korlátokat lassulásnál is alkalmazzuk. Tehát a kerék gyorsulásának abszolút értékét korlátozzák ezek a megkötések. Így azt tételezzük fel, hogy a kerekek viselkedése gyorsulás és lassulás esetében megegyezik. A robot sebességénél viszont nem engedünk negatív értékeket, a robot végig előre haladhat. A tervező viszont megadhat olyan pályát ahol tolatnia kell a robotnak, vagy egy helyben megfordulnia, de ezt a pályatervező algoritmus kezeli.

### 3.4. Geometriai sebességprofil

Első lépésként a geometriai pályapontokhoz rendelünk a korlátoknak megfelelő sebességeket és a későbbiekben ezt a sebességprofilot használjuk fel a pálya újramintavételezéséhez.

A pályamenti sebességeket úgy határozzuk meg, hogy a robot pályamenti gyorsulása a lehető legnagyobb legyen. Ezt megtehetjük úgy, hogy a robot kerekeinek tangenciális gyorsulását maximalizáljuk, azonban több hatás miatt nem tudjuk a kerekek gyorsulását folyamatosan növelni.

Egyrészt a robot sebesség és szögsebesség korlátját nem sérthetjük meg. Ebből a két korlátból a pálya minden pontjára kiszámolhatunk egy maximális sebességet függetlenül az előző pályapont sebességétől:

$$v^{max}(k) = \min \left( v^{max}, \frac{\omega^{max}}{c(k)} \right) \quad (3.11)$$

A szögsebesség korlátját autószerű robot esetén számíthatjuk a maximális sebesség és a minimális fordulókör sugár segítségével, természetesen ebben az esetben az egyenlet leegyszerűsödik:  $v^{max}(k) = v^{max}$ . Valamint a kerekek centripetális gyorsulása nem haladhatja

meg az előírt eredő gyorsuláskorlátot, különben a robot kereke megcsúszna. A pálya adott  $k$ . pontjában a kerekek centripetális gyorsulását a következőképpen számolhatjuk ki:

$$a_{wc}(k) = v_w(k)^2 \cdot c(k) = v(k)^2 \cdot c(k) \cdot p(k) \quad (3.12)$$

ahol  $p$  tehát a referenciapont és a maximális fordulási körrel rendelkező kerék sugarának aránya. Fontos ezen kívül megjegyezni, hogy mivel a robot gyorsulását határozzuk meg a  $k$ . pontban, így a  $v(k)$  már rendelkezésünkre áll a  $k - 1$ . pontban számított gyorsulásból. Amennyiben a kiszámolt centripetális gyorsulások már önmagukban is meghaladják az előírt eredő gyorsuláskorlátot, úgy  $v(k)$  értékét addig kell csökkenteni, hogy a centripetális gyorsulás az eredő gyorsuláskorlátot már ne haladja meg. Ezután a kerekek tangenciális gyorsulását (3.13) egyenlet alapján határozhatjuk meg.

$$a_{wt}(k) = \sqrt{(a_{max})^2 - a_{wc}(k)^2} \quad (3.13)$$

Miután kiszámoltuk, hogy az adott pályapontnál mekkora legyen a robot kerekeinek tangenciális gyorsulása már könnyedén számolható a robot gyorsulása és sebessége:

$$a_t(k) = \frac{a_{wt}(k)}{p(k)} \quad (3.14)$$

$$v(k+1) = \min \left( v^{max}(k+1), \sqrt{v(k)^2 + 2 \cdot a_t(k) \cdot \Delta s_c(k)} \right) \quad (3.15)$$

### Profil visszaterjesztés

Két esetben előfordulhat, hogy az előző pályaponthoz meghatározott sebességértéket módosítani kell. Egyrészt, ha a centripetális gyorsulás önmagában meghaladja a megengedhető maximális gyorsulást, másrészt, ha a (3.15) egyenletben megsértjük a robot gyorsuláskorlátját. Az előbbi eset a kanyar előtti fékezést fogja meghatározni, utóbbi a pálya végén lévőt, hisz ott előírjuk, hogy  $v^{max}(N) = 0$ . Ha nem tennénk meg a módosítást, akkor a fékezés következtében fellépő gyorsulás (lassítás) abszolút értéke meghaladhatná az megengedettet, hiszen az előző pontokban nem tudtuk, hogy lassítani kell a robotnak. Ezt a módosítást hívjuk a profil visszaterjesztésének, mivel itt addig kell visszafelé haladva ellenőrizni, amíg a kiszámolt értékek már nem sértik meg a korlátokat.

Ahhoz hogy ezt megtegyük, kezdetnek számoljuk ki, hogy a megváltozott sebesség következtében mekkora lesz a leginkább terhelt kerék tangenciális gyorsulása.

$$a_{wt}(k) = \frac{v_w(k+1)^2 - v_w(k)^2}{2 \cdot \Delta s_w(k)} = \frac{v(k+1)^2 - v(k)^2}{2 \cdot \Delta s(k)} \cdot p(k) \quad (3.16)$$

Amennyiben a kapott tangenciális gyorsulás megsérti a gyorsulásra vonatkozó korlátot az előző pont sebességét is csökkentenünk kell. Ehhez használjuk fel a (3.13) és a (3.16)

egyenleteket:

$$\begin{aligned} a_{wt}(k) &= \frac{v(k+1)^2 - v(k)^2}{2 \cdot \Delta s(k)} \cdot p(k) = \sqrt{(a_{max})^2 - a_{wc}(k)^2} \\ &= \sqrt{(a_{max})^2 - \left( (v(k) \cdot p(k))^2 \cdot c(k) \right)^2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

ezt kifejezve  $v(k)$ -ra a lentebb látható negyedfokú egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} d(k) &= \frac{p(k)^2}{4 \cdot \Delta s(k)^2} + c(k) \cdot p(k)^2 \\ e(k) &= -\frac{2 \cdot v(k+1)^2 \cdot p(k)^2}{4 \cdot \Delta s(k)^2} \\ f(k) &= \frac{v(k+1)^4 \cdot p(k)^2}{4 \cdot \Delta s(k)^2} - a_{max}^2 \\ 0 &= v(k)^4 \cdot d(k) + v(k)^2 \cdot e(k) + f(k) \end{aligned} \quad (3.18)$$

A (3.18) egyenlet valós, pozitív megoldásait keressük. Felmerülhet a kérdés, hogy mi garantálja, hogy mindig lesz ilyen megoldás. A Viète-formula felírásával belátható, hogy mindig pozitív megoldása van az egyenletnek, a másodfokú egyenlet diszkriminánsának felírásával pedig, hogy lesz valós megoldás. Amennyiben több pozitív valós megoldása van az egyenletnek, akkor a legnagyobb megoldást választjuk. Végül erre az értékre kell módosítanunk a sebességet, majd visszalépni, hogy ezzel a módosítással nem sértünk-e újabb értéket.

A visszaterjesztés során a sebesség és szögsebesség korlátokkal nem kell foglalkoznunk, hiszen mindkét esetben, mikor módosítjuk a sebességet, csökkentjük az értékét.

### 3.5. Újramintavételezés

Miután elkészítettük a geometriai pályához tartozó sebességprofil, létrehozuk a végleges pályát, amit majd a pályakövető egység bemenetként megkap. Ez a végleges pálya már időben egyenletesen lesz mintavételezve (mintavételezett pálya). Ehhez először számoljuk ki az eltelt időt a geometriai pálya mentén, amelynek alapja, hogy két pályapont között a robot állandó gyorsulással halad.

$$\Delta t^g(k) = \frac{2\Delta s^g(k)}{v^g(k) + v^g(k+1)} \quad (3.19)$$

$$t^g(k+1) = t^g(k) + \Delta t^g(k) \quad (3.20)$$

A következő lépésben meghatározzuk, hogy az újramintavételezett pályánk hány pontból álljon. Ezt könnyedén megtehetjük, hiszen adott számunkra a kívánt mintavételi idő( $t_s$ ). Így a következő képlet adódik a mintavételezett pálya pontjainak számára:

$$N^s = \lceil t^g(N^g)/t_s \rceil + 1 \quad (3.21)$$

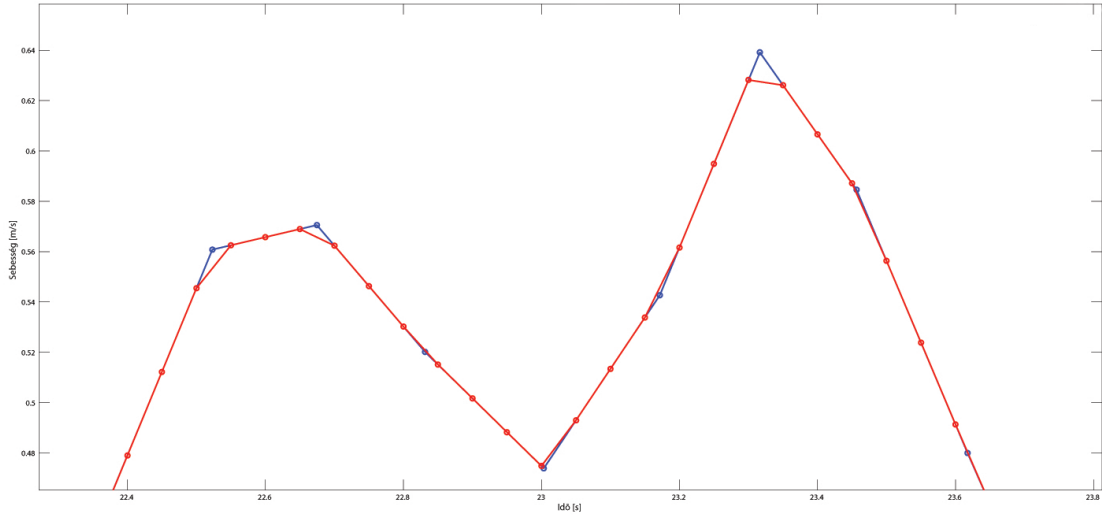
A pontok számába beleértjük a kezdő és végpontot is. A (3.21). egyenletből következik, hogy amennyiben  $t(N^g)$  és  $t_s$  nem egymás többszörösei, a mintavételezett pálya utolsó pontjához olyan időpont tartozik, amely nagyobb mint  $t(N^g)$ . A pálya végpontját még a későbbiekben tárgyaljuk, akkor visszatérünk erre az eltérésre is.

Most pedig határozzuk meg a mintavételezett pálya pontjaiban a sebességet. Ezt a geometriai pálya alapján tesszük, figyelembe véve, hogy a mintavételezett pálya esetén is két pont között állandó gyorsulást feltételezünk. A számítás egy egyszerű lineáris interpolációt valósít meg:

$$v^s(k) = v^g(j) + v^g(j+1) \cdot it(k) \quad (3.22)$$

$$it(k) = \frac{t^s(k) - t^g(j)}{t^g(j+1) - t^g(j)}, \quad (3.23)$$

ahol  $j$  jelöli a legkisebb indexet amelyre teljesül, hogy  $t^s(k) < t^g(j)$ . A lineáris interpoláció miatt teljesül az a feltétel, hogy két pont között állandó gyorsulással mozogjon a robot.



**3.2. ábra.** A geometriai (kék) és mintavételezett (piros) sebességprofil.

A kiszámított sebességprofil alapján könnyedén adódik a megtett út is:

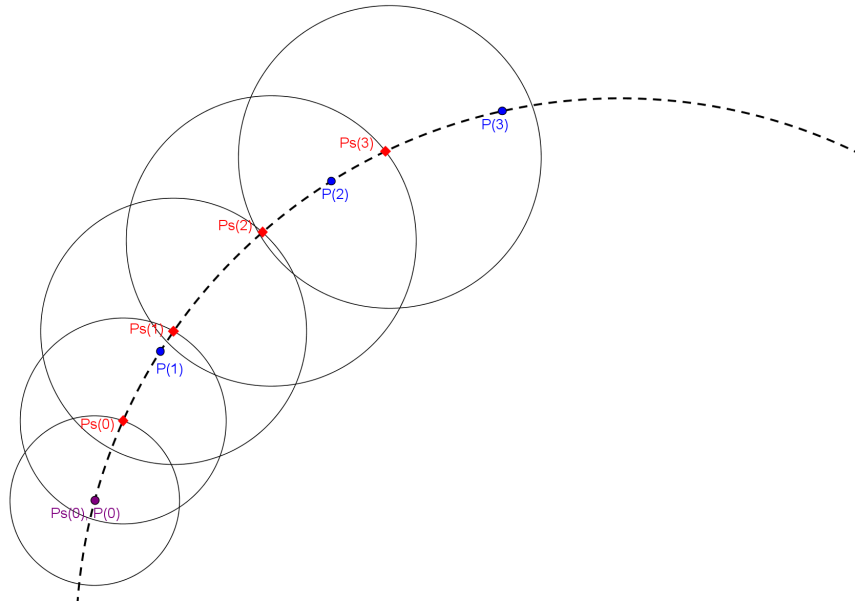
$$\Delta s^s(k) = \frac{v^s(k) + v^s(k+1)}{2} \cdot t_s \quad (3.24)$$

$$s^{s+1}(k) = s^s(k) + \Delta s^s(k) \quad (3.25)$$

Így már rendelkezésünkre áll a robot kívánt sebessége, a megtett út, valamint az idő a

mintavételezett pálya összes pontjában. Már csupán a pályapontjainak koordinátáit kell ezek alapján meghatároznunk.

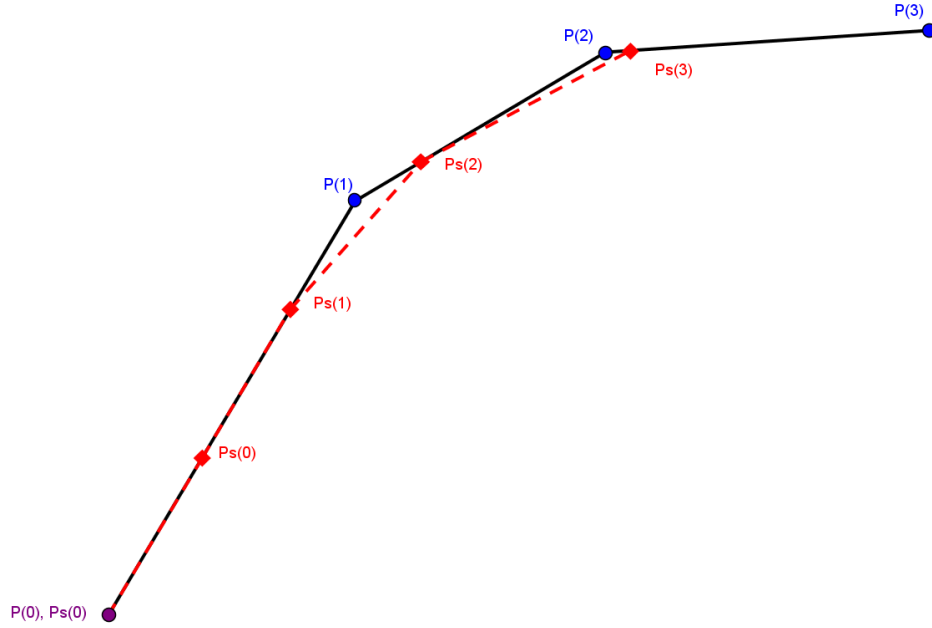
Mivel ismerjük a pályapontok közötti távolságot ( $\Delta s^s(k)$ ), iteratív eljárással az előző pályapont koordinátái alapján az aktuális pontról tudjuk, hogy egy körön helyezkedik el. További feltételünk, hogy a pont az eredeti, geometriai pályán rajta legyen. Ha vesszük a geometriai pálya pontjai közötti görbületből adódó köríveket, akkor az ívek és a kör metszéspontjai közül kell kiválasztanunk a keresett pontot. A kiválasztás egyszerű, ha megjegyezzük, hogy az előző pontnál melyik szakasz alapján találtuk meg a pontot, így csak attól a szakasztól kezdve kell keresni a metszéspontokat. Az algoritmus menete látható a 3.3. ábrán. Minden vizsgált szakasznál arra kell figyelni, hogy a metszéspont a szakasz határpontjai között helyezkedjen el. Az első szakasz vizsgálatánál még az is fontos, hogy az előző pont előtti metszéspontot ne vegyük figyelembe. Az ábrán a  $Ps(1)$  pontban ezért nem választhatjuk a másik metszéspontot. A legelső mintavételezett pontot a geometriai pálya első pontjába helyezzük el.



**3.3. ábra.** A mintavételezett pontok meghatározása.  $P(x)$  a geometriai pálya pontjait jelöli,  $Ps(y)$  pedig a keletkező mintavételezett pályát.

### Mintavételezett pálya végpontja

Az lenne az optimális eset, ha a mintavételezett pálya utolsó pontja egybeesne az eredeti pálya végpontjával, ahogyan a kezdőpontjaik ténylegesen egybeesnek. Alapvetően úgy hozzuk létre a mintavételezett pályát, hogy az a geometriai pálya sebességprofiljának megfelelően, ez viszont nem garantálja az előző feltétel teljesülését.



**3.4. ábra.** A mintavételezett pontok meghatározásánál keletkező hiba.

Három hatás azt eredményezi, hogy nem fog teljesülni ez a feltétel a pálya utolsó pontjára:

1. Ahogy már említettük korábban, nem biztos, hogy a két pályát ugyanannyi idő alatt járja be a robot. Ez maximum  $t_s$  időkülönbséget okozhat, és minden esetben távolabbi végpontot eredményez, mint az eredeti végpont.
2. A mintavételezett pálya sebességprofiljának elkészítésekor nem tökéletesen követi az eredeti sebességet a robot a mintavételezésből adódóan. Ez látszik a 3.2. ábrán is. A hiba megegyezik a két görbe alatti terület közötti különbséggel, ami okozhat távolabbi és közelebbi végpontot is.
3. A harmadik hiba a koordináták meghatározásánál keletkezik. Ez a hatás is mindig távolabbi végpontot okoz.

A legtöbb esetben célszerű, ha a végpontok egybeesnek, így ezt a mintavételezett pálya meghatározásánál biztosítanunk kell. Ha egyszerűen az utolsó pályapontot az eredeti pálya végpontjába tesszük, nem biztos, hogy betartjuk a robot gyorsulás korlátait, így más módszerhez kell folyamodnunk.

Az általunk használt algoritmus lényege, hogy a sebességprofilnak egy részét egy adott sebességgel eltoljuk úgy, hogy a két pálya végpontja pontosan egybeessen. Az eltolás mértékét ( $\Delta v_{corr}$ ) a következő képlettel kapjuk meg:

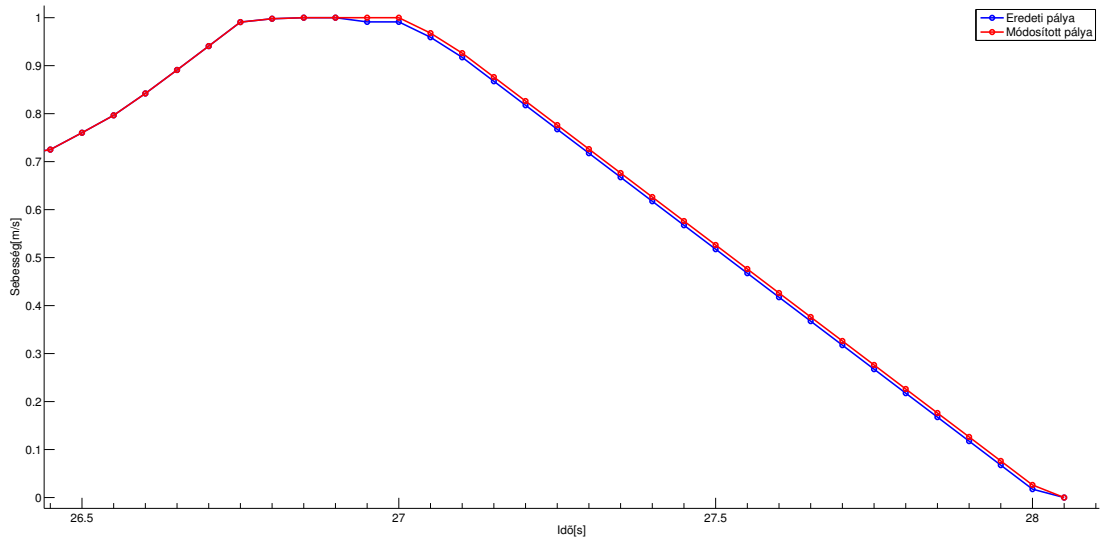
$$\Delta v_{corr} = \frac{\Delta s_{corr}}{t_s \cdot n}, \quad (3.26)$$

ahol  $\Delta s_{corr}$  a mintavételezett és a geometriai pálya végpontjai közötti távolság előjelesen. Ha a mintavételezett pálya utolsó pontja van távolabb, akkor negatív a távolság, különben pozitív.  $n$  pedig azoknak a sebességpontoknak a száma, amiket eltolunk.

A (3.26) egyenlet egyszerűen belátható, ha felírjuk az eltolásból adódó területkülönbséget. A  $\Delta s_{corr}$  útkülönbséget azért kell előjelesen megadnunk, hogy mindkét esetben használható legyen az algoritmus, akkor is, ha a mintaévtelített pálya végpontja van távolabb és akkor is ha a geometriai pályáé.

A továbbiakban meghatározzuk azokat a sebességpontokat, amelyeket  $\Delta v_{corr}$  sebességgel eltolunk. Mivel a megváltozott sebességponthoz tartozó koordinátákat újra ki kell számolnunk, így minél kevesebb pontot szeretnénk eltolni a sebességprofilon. Viszont a sebesség és gyorsulás korlátokat be kell tartanunk, így nem tolhatunk el tetszőlegesen kevés pontot.

Vizsgáljuk külön a két alapesetet  $\Delta s_{corr}$  előjele alapján. Kezdjük azzal az esettel amikor  $\Delta s_{corr}$  negatív, tehát a mintavételezett pálya végpontja van távolabb (3.5. ábra). Ekkor a módosítandó szakasz kezdő pontjához tartozó gyorsulásnak pozitívnak kell lennie, hiszen mi csökkenteni fogjuk a soron következő pont sebességét, és ha a gyorsulás pozitív vagy nulla, akkor csökken a robot gyorsulása a szakasz kezdőpontjában. Ha a gyorsulás negatív lenne a kezdőpontban, akkor könnyedén előfordulhat olyan eset, hogy a sebességcsökkentés után megszegjük a gyorsulás korlátot.



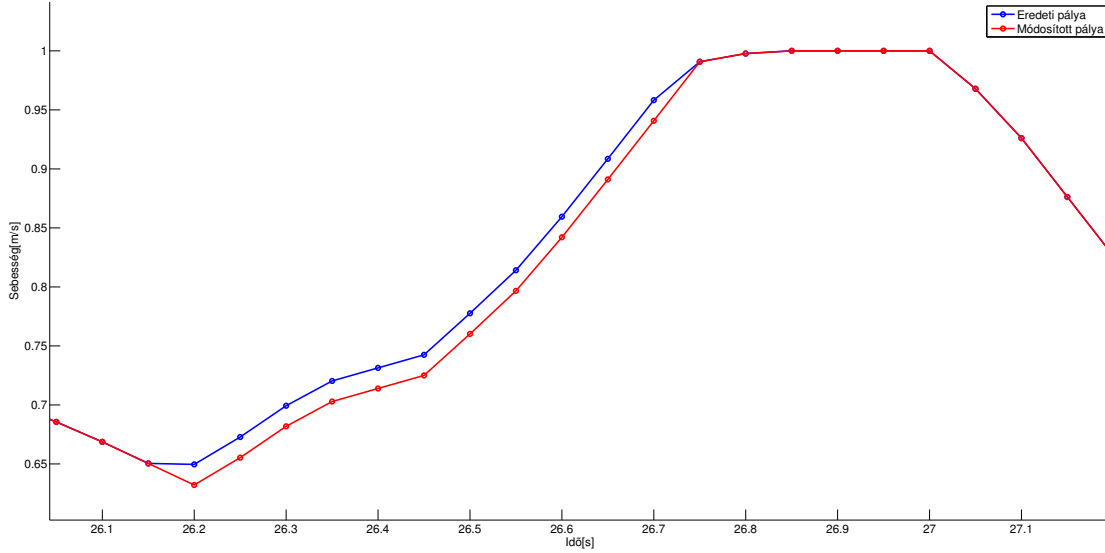
**3.5. ábra.** A módosított mintavételezett sebességprofil ha  $\Delta s_{corr}$  negatív.

A szakasz végpontjánál pedig negatív gyorsulás szükséges, hiszen a következő pont gyorsulása meg fog nőni a módosítás hatására, és ha pozitív lenne a gyorsulás, a gyorsulásra vonatkozó korlátunkat könnyedén megszegnénk.

Tehát a legegyszerűbb esetben a szakasz kezdőpontja a pálya végén található lassító szakasz eleje, mielőtt lassítani kezd a robot és a végpontja a pálya utolsó előtti pontja. Ennek a szakasznak a pontjait fogjuk a (3.26). egyenletből adódó  $\Delta v_{corr}$  sebességgel csökkenteni, és így a robot pontosan a geometriai pálya végpontjában áll meg.

A másik eset, amikor  $\Delta s_{corr}$  pozitív, tehát a mintavételezett pálya végpontja messzebb

van a geometriai pálya végpontjához képest. Ekkor mivel meg fogjuk növelni a szakasz sebességét pont fordítva kell szakaszt választanunk, a kezdőpontjánál negatív gyorsulás szükséges, a végpontjánál pedig pozitív. Így kerülhető el leginkább a gyorsulás korlát megszegése. Itt pedig egy megfelelő szakasz a pályán található utolsó gyorsító rész.

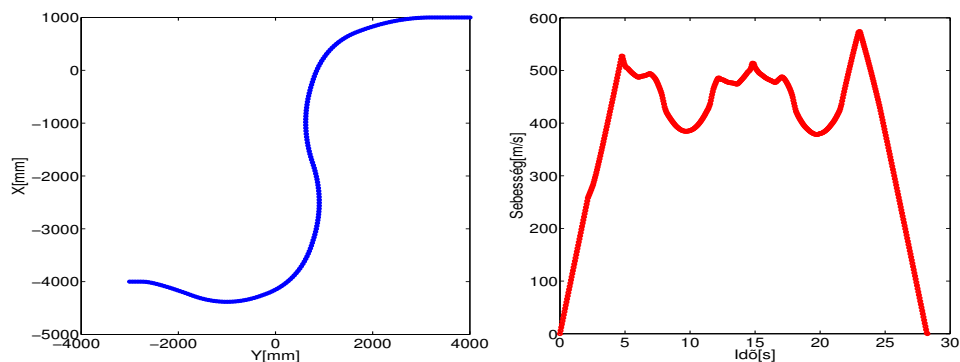


**3.6. ábra.** A módosított mintavételezett sebességprofil ha  $\Delta s_{corr}$  pozitív.

Abban az esetben ha valamiért az előbb leírt triviális szakaszok mégsem jók, másik szakaszt kell választanunk. Első lépésként válasszunk ki egy megfelelő végpontot a keresendő szakaszhoz. Ha  $\Delta s_{corr}$  negatív akkor megfelelő választás a pálya utolsó előtti pontja, ha pozitív, akkor pedig a pálya utolsó olyan pontja, ahol a gyorsulás pozitív. Ezután keressünk ehhez a kiválasztott végponthoz egy kezdőpontot, de most már vegyük figyelembe a robot korlátozásait és természetesen azt, hogy az útkülönbség az előírt  $\Delta s_{corr}$  legyen. Miután megkaptuk a kezdőpontot is, akkor még ellenőriznünk kell, hogy a végpontnál a robot korlátozásait nem sértjük-e meg. Ezt az első lépésben nem tudtuk megtenni, mivel nem ismertük a végpontot, így  $\Delta v_{corr}$  értékét sem. Ha a végpont megsérti a korlátokat, új végpontot kell keresnünk és ahhoz új kezdőpontot. Ezt addig kell folytatnunk, amíg a robot korlátozásait betartjuk.

Miután a módosított sebességprofil elkészült a szakasz elejétől kezdve újra kell számolnunk a mintavételezett pálya koordinátáit. Ez teljesen ugyanúgy történik, ahogyan már egyszer megkaptuk a mintavételezett pályát. Azért volt fontos, hogy a lehető legkevesebb sebességpontot toljuk el, hogy a koordináták újraszámolását is kevesebb pontnál kelljen megtenni.





**3.7. ábra.** A pálya és a mintavételezett sebességprofil autószerű robot esetén

Habár a fenti iteratív eljárás hosszadalmasnak tűnik, vegyük figyelembe, hogy általában kis távolságot kell kompenzálnunk, amihez kis sebességkülönbség tartozik. Ebből adódóan nagy valószínűséggel a triviális szakasz is megfelelő lesz számunkra.

Szintén fontos megjegyezni, hogy mivel a tárgyalt három hatás elsősorban negatív  $\Delta s_{corr}$ -t eredményez, így a gyakorlatban ez az eset fordul elő. A gyakorlatot tekintve még megemlítendő, hogy a  $\Delta s_{corr}$  nagyságrendje igencsak csekély a pálya teljes hosszához képest, nehezen elképzelhető akár csak 1%-ot meghaladó arány a teljes pálya hosszához képest.

## 4. fejezet

# Pályakövető szabályozás

### 4.1. Pályakövetés

### 4.2. Virtuális vonalkövető szabályozás

### 4.3. Vonalkövetés valós roboton

## 5. fejezet

# Algoritmusok megvalósítása

### 5.1. Szimuláció – V-REP

#### 5.1.1. Szerver program

#### 5.1.2. Kliens program

### 5.2. Szimulációs eredmények

## 6. fejezet

# Megvalósítás valós roboton

### 6.1. Felépítés

### 6.2. Nehézségek

### 6.3. További tervek

# Köszönetnyilvánítás

Ez nem kötelező, akár törölhető is. Ha a szerző szükségét érzi, itt lehet köszönetet nyilvánítani azoknak, akik hozzájárultak munkájukkal ahhoz, hogy a hallgató a szakdolgozatban vagy diplomamunkában leírt feladatokat sikeresen elvégezze. A konzulensnek való köszönetnyilvánítás sem kötelező, a konzulensnek hivatalosan is dolga, hogy a hallgatót konzultálja.

# Irodalomjegyzék

- [1] S. M. LaValle, *Planning Algorithms*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2006. Available online at <http://planning.cs.uiuc.edu/>.
- [2] B. Siciliano and O. Khatib, *Handbook of Robotics*. Springer, 2008.
- [3] D. Kiss and G. Tevesz, „A model predictive navigation approach considering mobile robot shape and dynamics,” *Periodica Polytechnica - Electrical Engineering*, vol. 56, pp. 43–50, 2012.
- [4] D. Kiss and G. Tevesz, „A steering method for the kinematic car using C\*CS paths,” in *Proceedings of the 2014 15th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, (Velké Karlovice, Czech Republic), pp. 227–232, May 2013.
- [5] J. A. Reeds and L. A. Shepp, *Optimal paths for a car that goes both forward and backwards*. Pacific Journal of Mathematics, 1990.
- [6] G. Katona, A. Recski, and C. Szabó, *A számítástudomány alapjai*. Typotex, 2. javított kiadás ed., 2001.
- [7] D. Kiss and G. Tevesz, „The RTR path planner for differential drive robots,” in *Proceedings of the 16th International Workshop on Computer Science and Information Technologies CSIT'2014*, (Sheffield, England), September 2014.
- [8] L. E. Kavraki, P. Svetska, J.-C. Latombe, and M. H. Overmars, „Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces,” *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 12, pp. 566–580, 1996.
- [9] S. M. LaValle, „Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning,” tech. rep., Computer Science Dept., Iowa State University, 1998.
- [10] C. Sprunk, *Planning Motion Trajectories for Mobile Robots Using Splines*. Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2008.
- [11] D.-J. Kroon, „2d line curvature and normals.” <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32696-2d-line-curvature-and-normals/content/LineCurvature2D.m>, 2014.

# Függelék