



# Feedback Vertex Set.

BM Bui-Xuan

**Graphe géométrique :** Un graphe géométrique dans un plan 2D est défini par un ensemble de points dans le plan appelés sommets, et un seuil sur la distance entre les points : il existe une arête entre deux sommets si et seulement si la distance Euclidienne entre les deux sommets est inférieure à ce seuil.

**Problème dit *Feedback Vertex Set* dans un graphe :** Etant donné un graphe  $G = (V, E)$ , le problème Feedback Vertex Set consiste à calculer un plus petit sous-ensemble de sommets  $F \subseteq V$  tel que le sous-graphe  $G[V \setminus F]$  induit par  $V \setminus F$  dans  $G$  est sans cycles, autrement dit,  $G[V \setminus F]$  est une forêt.

**Problème Feedback Vertex Set avec restriction budgétaire :** Soient  $G = (V, E)$  un graphe et  $B$  un réel appelé budget. Le problème Feedback Vertex Set de budget  $B$  consiste à calculer un sous-ensemble de sommets  $F \subseteq V$  de taille au plus  $B$  tel que le nombre de composants connexes avec cycle de  $G[V \setminus F]$  est minimum.

## 1 Glouton

Proposer une méthode d'heuristique glouton au problème Feedback Vertex Set. Implémenter cette méthode dans le fichier canevas. On peut par exemple estimer que dans un graphe géométrique, les cycles contiennent souvent des sommets hyper connectés.

## 2 Local searching naïf

Les heuristiques dites de *local searching* sont de ce type :

- Commencer avec une solution non-optimale, mais valide. Par exemple un résultat glouton, voire même un résultat aléatoire (!) pourvu qu'il s'agisse d'une solution valide au problème en question.
- Tant que l'on peut améliorer la solution en appliquant certaine RÈGLE, l'appliquer.

Ce type d'heuristique dépend beaucoup de la RÈGLE à appliquer. Pour des problèmes de sous-ensemble de sommets comme Feedback Vertex Set, il existe une règle naïve : si en remplaçant deux sommets de la solution courante par un sommet extérieur, on obtient toujours une solution valide, alors on effectue le remplacement. On peut généraliser la règle naïve : si en remplaçant  $k$  sommets de la solution courante par  $k - 1$  sommets extérieurs, on obtient toujours une solution valide, alors on effectue le remplacement.

Implémenter cette heuristique naïve dans le fichier canevas.

## 3 Question optionnelle : Approximation Bafna-Berman-Fujito

Une 2-approximation au Feedback Vertex Set est un calcul garantissant une solution (valide) qui est entre la solution optimale et son double. Implémenter la 2-approximation décrite dans [Bafna, Berman and Fujito. *SIAM Journal of Discrete Mathematics*, 1999]. Est-ce que cette implémentation donne des meilleurs résultats comparés au *local searching* naïf ?

## 4 Considération budgétaire

S'inspirer des implémentations précédentes et proposer une heuristique au problème Feedback Vertex Set avec un budget  $B = 52$ .