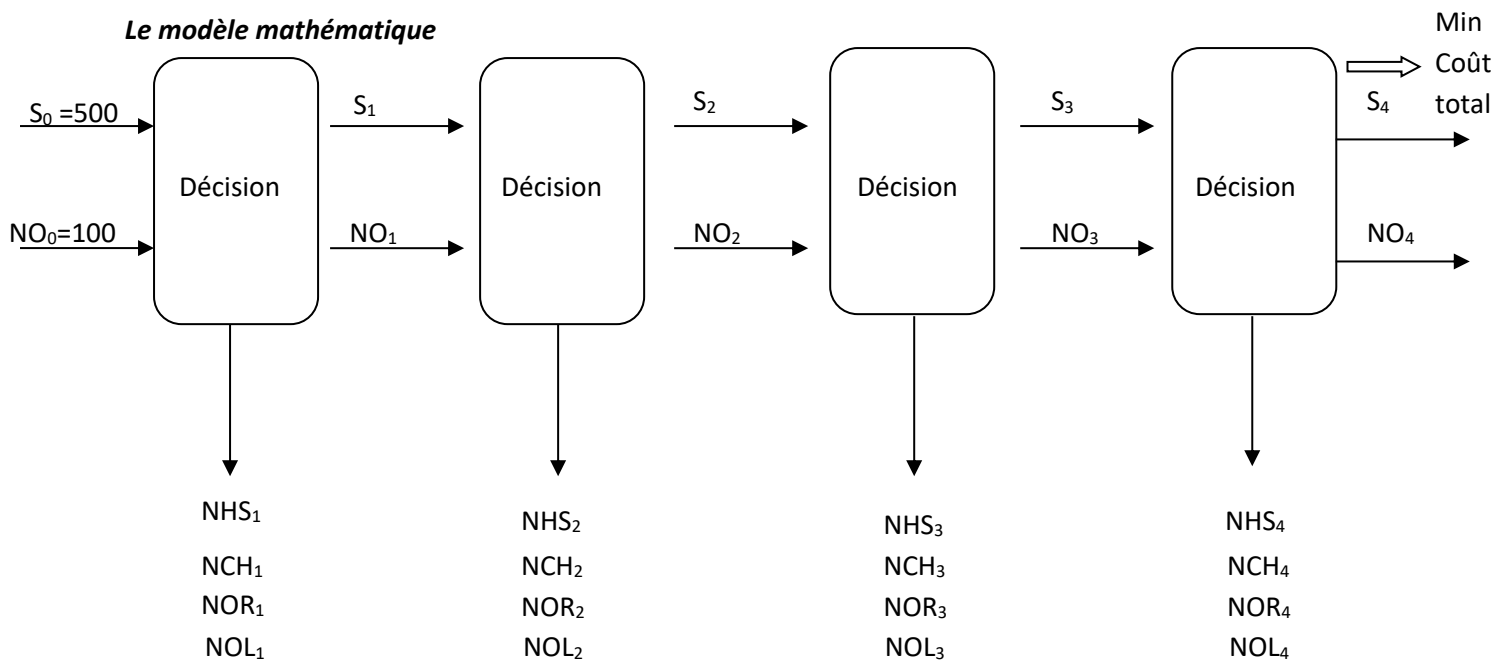


## PL 4 : PROBLEME DE CONTROLE OPTIMAL

### Le modèle mathématique



### Les variables de décision :

- \*  $NHS_i$  : Le nombre d'heures supplémentaires du mois  $i$  : ( $i=1, 2, 3, 4$ )
- \*  $NCH_i$  : Le nombre de paires de chaussures fabriquées à la fin de chaque mois  $i$ .
- \*  $NOR_i$  : Le nombre d'ouvriers recrutés au début de chaque mois  $i$ .
- \*  $NOL_i$  : Le nombre d'ouvriers licenciés au début de chaque mois  $i$ .

### Les variables auxiliaires :

- \*  $S_i$  : Le stock initial au début de chaque mois  $i$ .
- \*  $NO_i$  : Le nombre d'ouvriers disponibles

### La fonction objectif :

$$\begin{aligned} \text{Min } C_1 &= S_0 * 3 + NO_1 * 1500 + NHS_1 * 13 + NOR_1 * 1600 + NOL_1 * 2000 + NCH_1 * 15 \\ \text{Min } C_2 &= S_1 * 3 + NO_2 * 1500 + NHS_2 * 13 + NOR_2 * 1600 + NOL_2 * 2000 + NCH_2 * 15 \\ \text{Min } C_3 &= S_2 * 3 + NO_3 * 1500 + NHS_3 * 13 + NOR_3 * 1600 + NOL_3 * 2000 + NCH_3 * 15 \\ \text{Min } C_4 &= S_3 * 3 + NO_4 * 1500 + NHS_4 * 13 + NOR_4 * 1600 + NOL_4 * 2000 + NCH_4 * 15 \end{aligned}$$

$$\text{Min CT} = 3 (S_0 + S_1 + S_2 + S_3) + 1500 (NO_1 + NO_2 + NO_3 + NO_4) + 13 (NHS_1 + NHS_2 + NHS_3 + NHS_4) + 1600 (NOR_1 + NOR_2 + NOR_3 + NOR_4) + 2000 (NOL_1 + NOL_2 + NOL_3 + NOL_4) + 15 (NCH_1 + NCH_2 + NCH_3 + NCH_4)$$

### Les contraintes:

- \* Les heures supplémentaires
  - $NHS_i \leq 20 * NO_i$
- \* La production & la demande
  - $S_0 + NCH_1 \geq 3000$
  - $S_1 + NCH_2 \geq 5000$
  - $S_2 + NCH_3 \geq 2000$
  - $S_3 + NCH_4 \geq 1000$
- \* La production & les heures de travail
  - $NCH_1 \leq 1/4 (NHS_1 + NO_1 * 160)$
  - $NCH_2 \leq 1/4 (NHS_2 + NO_2 * 160)$

- $NCH_3 \leq 1/4 (NHS_3 + NO_3 * 160)$
  - $NCH_4 \leq 1/4 (NHS_4 + NO_4 * 160)$
- \* Effectif
- $NO_0 = 100$
  - $NO_1 = NO_0 + NOR_1 - NOL_1$
  - $NO_2 = NO_1 + NOR_2 - NOL_2$
  - $NO_3 = NO_2 + NOR_3 - NOL_3$
  - $NO_4 = NO_3 + NOR_4 - NOL_4$
- \* Stock
- $S_0 = 500$
  - $S_1 = S_0 + NCH_1 - 3000$
  - $S_2 = S_1 + NCH_2 - 5000$
  - $S_3 = S_2 + NCH_3 - 2000$
  - $S_4 = S_3 + NCH_4 - 1000$
- \* Signe
- $S_i \geq 0, NO_i \geq 0, NOR_i \geq 0, NOL_i \geq 0, NHS_i \geq 0,$

Les paramètres :

- \*  $C_i$  : Le cout de production d'une paire de chaussure pendant le mois i.
- \*  $CS_i$  : Le cout de stockage d'une paire de chaussure pendant le mois i.
- \*  $D_i$  : La demande du mois i
- \*  $Sal$  : Le salaire d'un ouvrier
- \*  $Hsup$  : Coût d'une heure supplémentaire par ouvrier
- \*  $R$  et  $L$  : frais de recrutement, et frais de licenciement d'un ouvrier au début du mois
- \*  $h$  : Nombre d'heure nécessaire pour fabriquer une paire de chaussure
- \*  $H$  : volume horaire mensuel de travail par ouvrier
- \*  $Hmax$  : Nombre d'heures sup max par ouvrier

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n (NCH_i * C_i) + (Sal * NO_i) + (R * NOR_i) + (L * NOL_i) + (Hsup * NHS_i) + \sum_{i=0}^{n-1} (S_i * CS_i)$$

$$S_i = S_{i-1} + CH_i - D_i$$

$$NO_i = NO_{i-1} + NOR_i - NOL_i$$

$$\frac{(H * NO_i) + NHS_i}{h} \geq NCH_i \geq D_i - S_{i-1}$$

$$NHS_i \leq NO_i * Hmax$$

$$S_0 = 500$$

$$NO_0 = 100$$