Probabilities

Generelles aus Zusammenfassung

- Wir haben genau das gleiche gemacht wie bei den Entscheidungsprozessen, nur im Propabilistischen.
- Die propabilistischen Formulierungen, die dabei rauskamen, waren (defakt?) Entscheidungen
- Markow Entscheidungsprozesse (MDPs)
- Eine bestimmte Entscheidung läuft beim Deterministischen einen bestimmten Pfad den Baum herunter. Den Baum haben wir in der Modellierung ersetzt durch den **Markow Entscheidungsprozess**, durch diesen propabilistischen Prozess.
- Das heißt bezüglich der Algorythmik, dass eine Baumsuche durch dynamisches Progammieren ersetzt wurde.

Motivation

Die Umwelt ist oft nicht deterministisch sondern *stochastisch*, auch kann oft nicht die gesamte Umwelt wahrgenommen werden, wenn es zum Beispiel einen nicht-deterministischen Gegner/Agenten neben der AI gibt. Der Satz von Bayes ist fundamental für die Wahrscheinlichektisrechnung, auch bei AI.

"Inference" = Given some pieces of information (prior, observed variabes) what is the implication (the implied information, the posterior) on a non-observed variable?

Generelle Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Domain Ω = z.b. $\{1,2,3,4,5,6\}$
- Probability $P(A \in \Omega) = [0,1]$
- Axiome
  - P nicht negativ
  - Additivität: $P(A) \cup P(B) = P(A) + P(B)$ wenn $A \cap B = \{\}$
  - Normalisation: $P(\Omega) = 1$

Implikationen

- $0 <= P(A) <= 1$
- $P(\{ \}) = 0$
- $A \subset B \implies P(A) < P(B)$
- $P(\Omega /A) = 1 - P(A)$

Zufallsvariablen: X mit $dom(X) = \Omega$

- $\forAll x \in \Omega: 0 <= P(X=x) <= 1$
- $\sum {x \in \Omega} P(X = x) = 1$

Zufallsverteilungen

- $P(X)$ ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung aller $X \in \Omega$
- In Implementationen werden Zufallsverteilungen oft als arrays dargestellt
- Notation für Summen über ZVs: $\sum {x \in dom(X) P(X = x) = \sum {X} P(X)$

Joint Distributions - Vereinigungen mehrerer ZVs

Typ	Definition
Joint:	`P(X,Y)`
Marginal:	`P(X) = \sum{Y} P(X,Y)`
Conditional:	`P(X|Y) = P(X,Y) / P(Y)`

Der Satz von Bayes

"Knowing the conditional probability of B given A, what is the conditional probability of A given B?"

`P(X|Y) = {P(Y|X) * P(X)} / {P(Y)}`

`posterior = likelyhood * prior / normalization`

Mehrere ZVs

Analog folgt für n Variablen:

Typ	Definition
Joint:	`P(X_{1:n})`
Marginal:	`P(X_1) = \sum {X_2:n} P(X_1:n)`
Conditional:	`P(X_1|X_2:n) = P(X_1:n) / P(X_2:n)`

Prüfungsrelevant ist

- Standardpolynomsatz (?)
- Was ist eine Marginalwahrscheinlichkeit?
- Was ist eine Konditionalwahrscheinlichkeit?
- Beides auch mit 3 Variablen
- Bayessche Regeln verstehen
- "Verbundwahrscheinlichkeit"