

## 2559\_2\_ Recursive\_V2\_Recurrences

จงเขียนฟังก์ชันตามนิยามที่กำหนดให้ ดังต่อไปนี้

Tower of Hanoi	<b>def h(n) :</b>	$h(n) = 2h(n-1) + 1$ if $n \geq 1$ , $h(0) = 0$
Greater Common Divisor	<b>def gcd(x,y) :</b>	$gcd(x,y) = gcd(y, x \bmod y)$ if $y > 0$ , $gcd(x,0) = x$
Josephus Problem	<b>def J(n,k) :</b>	$J(n,k) = (J(n-1,k) + k) \bmod n$ if $n > 1$ , $J(1,k) = 0$
Catalan Number	<b>def C(n) :</b>	$C(n+1) = \sum_{k=0}^n C(k)C(n-k)$ if $n \geq 0$ , $C(0) = 1$
Fibonacci Number	<b>def f(n) :</b>	$f_{2n-1} = f_n^2 + f_{n-1}^2$ if $n \geq 2$ $f_{2n} = (2f_{n-1} + f_n)f_n$ if $n \geq 1$ $f_0 = 0$ , $f_1 = 1$
Hofstadter Female and Male sequences	<b>def F(n) :</b>  <b>def M(n) :</b>	$F(n) = n - M(F(n-1))$ if $n > 0$ $M(n) = n - F(M(n-1))$ if $n > 0$ $F(0) = 1$ , $M(0) = 0$
Ackermann Number	<b>def A(m,n) :</b>	$A(m,n) = \begin{cases} A(m-1,1) & \text{if } m > 0 \text{ and } n = 0 \\ A(m-1, A(m,n-1)) & \text{if } m > 0 \text{ and } n > 0 \\ n+1 & \text{if } m = 0 \end{cases}$

เขียนฟังก์ชัน ในโครงของโปรแกรมข้างล่างนี้

```
def h(n):      # Tower of Hanoi

def gcd(x,y):  # Greatest Common Divisor

def J(n,k):    # Josephus Problem

def C(n):      # Catalan Number

def f(n):      # Fibonacci Number

def F(n):      # Female sequence

def M(n):      # Male sequence

def A(m,n):    # Ackermann Number


exec(input().strip()) # do not remove this line
```

### ข้อมูลนำเข้า

คำสั่งในการทดสอบฟังก์ชันที่เขียน

### ข้อมูลส่งออก

ผลที่ได้จากคำสั่งที่ป้อนเป็นข้อมูลนำเข้า

## ตัวอย่าง

input	output (ทางจอภาพ)
<code>print(h(15))</code>	32767
<code>print(gcd(60,81))</code>	3
<code>print(J(30,5))</code>	2
<code>print(C(15))</code>	9694845
<code>print(f(80))</code>	23416728348467685
<code>print(F(40))</code>	25
<code>print(M(50))</code>	31
<code>print(A(3,2))</code>	29