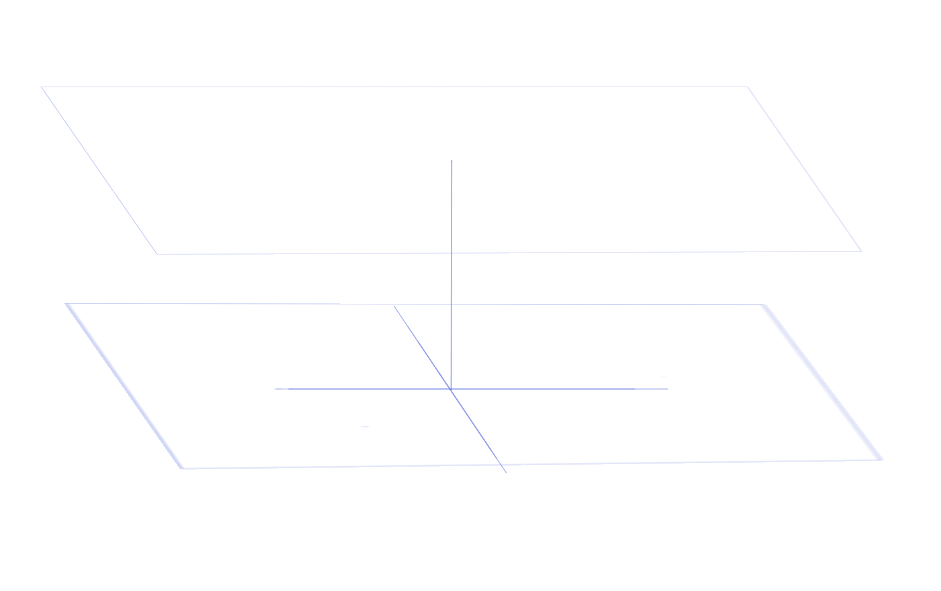
ДВУХСЛОЙНАЯ НЕЯВНАЯ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ СХЕМА

Метод чередующихся направлений

Рассмотрим диффузное уравнение и уравнение конвекции.

Аппроксимируем наше уравнение и получаем (2):

Из уравнения видно, что необходимо использовать следующие точки.



Для линеализированной задачи неявную схему метода чередующихся направлений Писмена и Ракфорда можно представить в следующем виде:

Получается, что у нас есть следующие неизвестные значения:

и

Для того, чтобы убедиться в том, что схема имеет второй порядок точности по времени, нужно выписать отдельно вклады от произвольных по переменным х и у. Пренебрегая зависимость от x или у, можно объединить предыдущее уравнение:

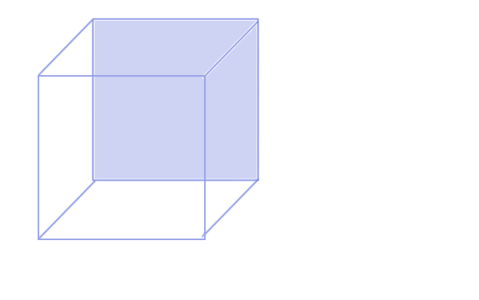
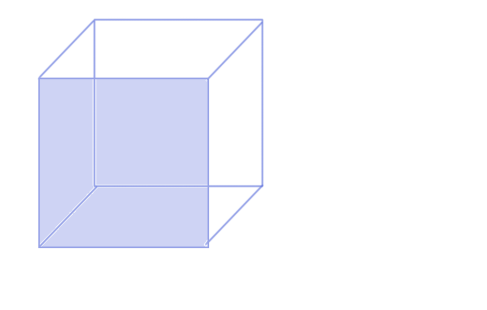
Благодаря уравнениям (4) и (5) можно увидеть что они имеют порядок О(), что означает что схема имеет второй порядок точности по времени.

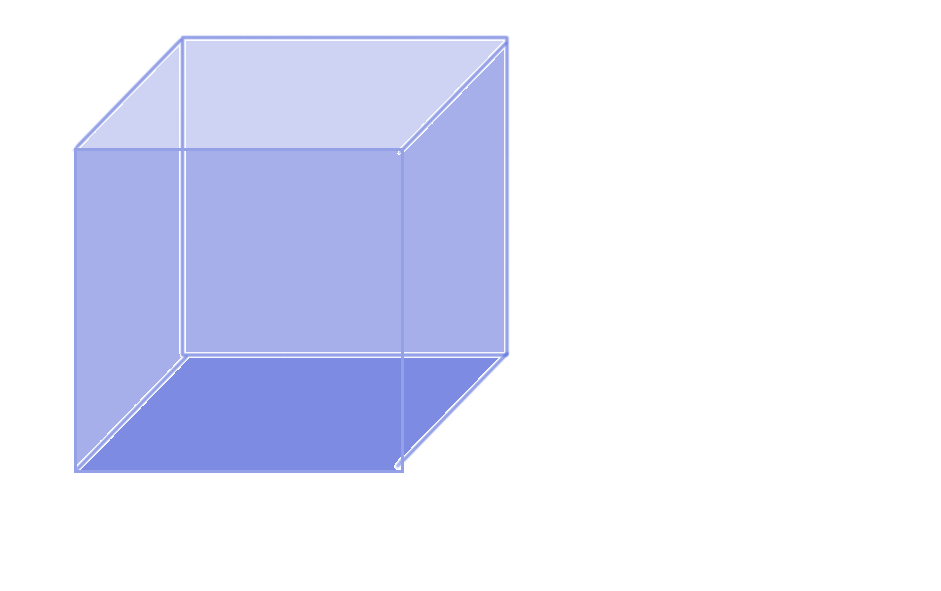
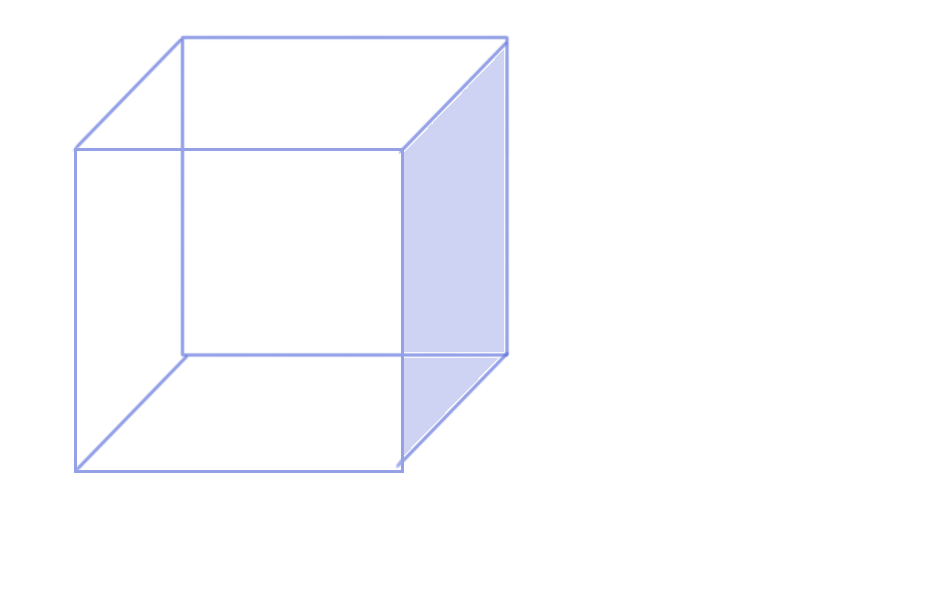
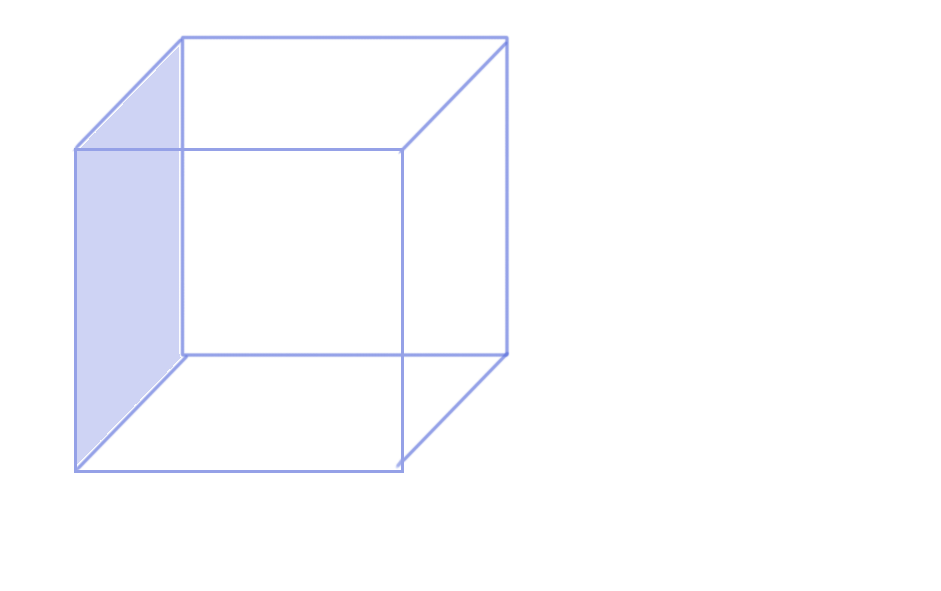
После того, как мы убедились, можно аппроксимировать уравнения 3а и 3б:

(6а) В полученной формуле -6а- видно, что по Х схема аппроксимируется **неявно**. Что касается Y, то мы получаем конкретное значение, поскольку первый слой по времени n=0 является начальным условием для нашей схемы.

(6б) В полученной формуле -6б- уже наоборот, по Y схема аппроксимируется **неявно.** А по Х мы уже нашли значения узлов на предыдущем временном полуслое.

Дальше определяем краевые и граничные условия для нашей схемы.





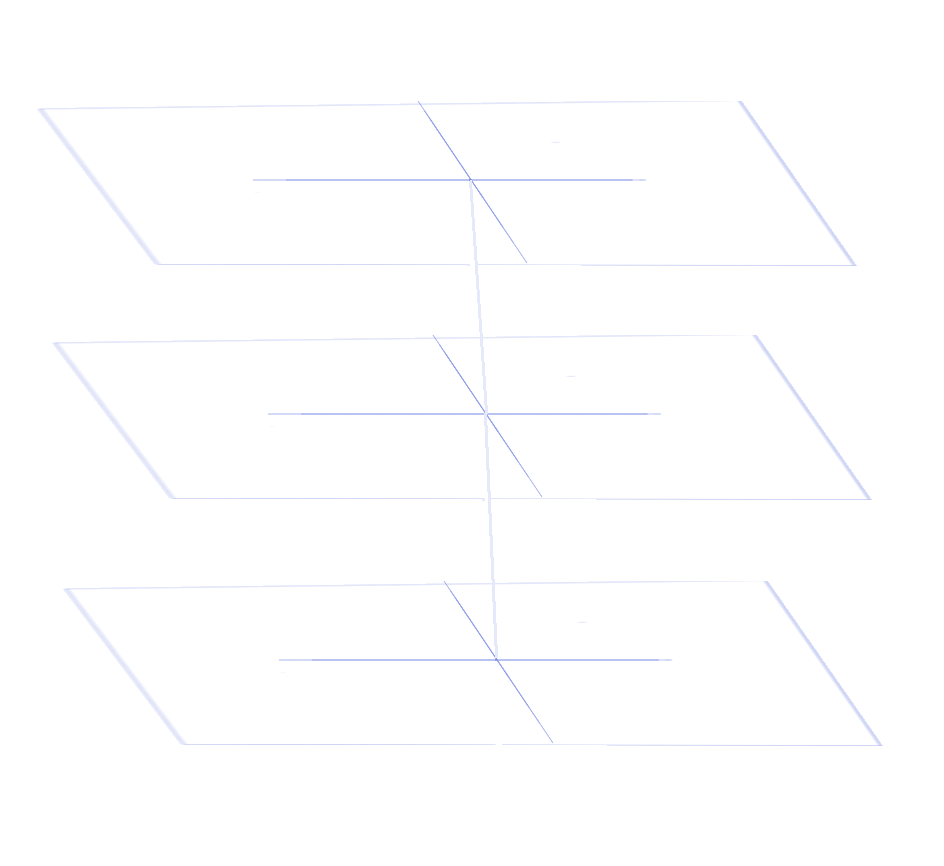
2a 2b 2c 2d 2e

Для большей наглядности, я нарисовала эти схемы, чтобы не запутаться (не обращайте внимания). Краевые условия для схемы выглядят следующим образом.

Также граничное условие выглядит следующим образом:

Теперь, смотря на картинку (2е) стало понятно, что известные узлы сетки напоминают некую открытую коробку, где мы, начиная с самого начала по временному слою медленно будем подниматься выше.

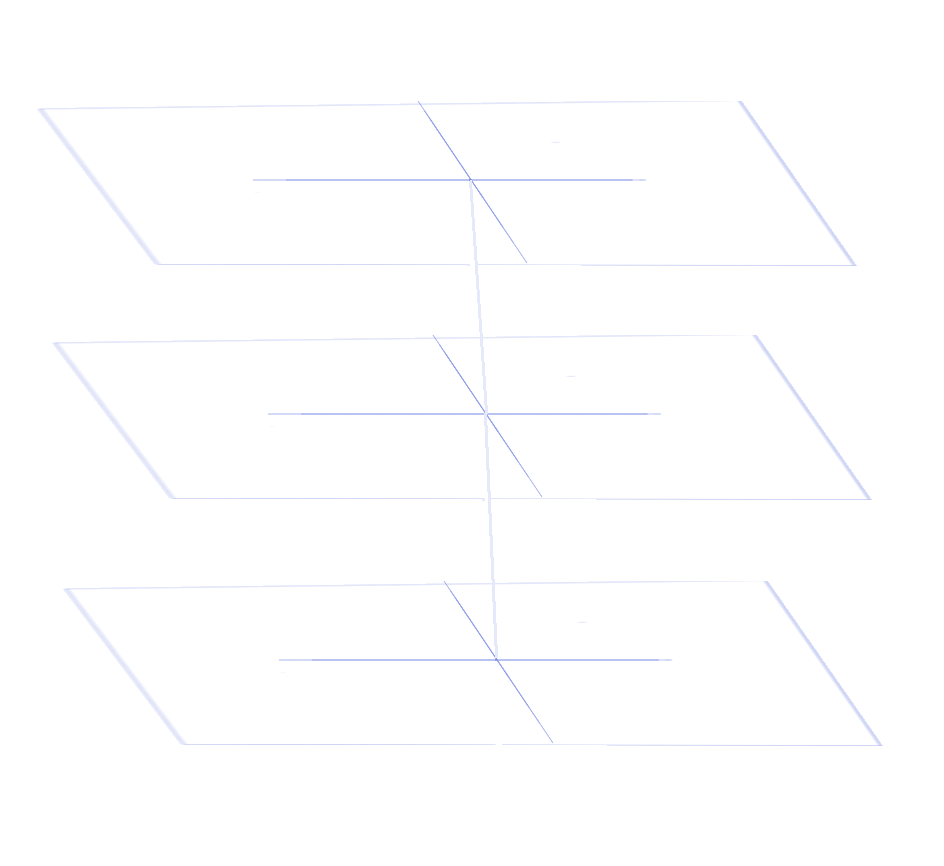
Схема связанных узлов для каждого временного полуслоя выглядят следующим образом.



n+1

n+1/2

n



n+1

n+1/2

n

Теперь, когда мы определили, что нам остается лишь решать неявные схемы на каждой итерации, то можем переписать формулу (6а) и (6б) в виде (7а) и (7б), будем использовать алгоритм реализации неявных разностных схем, который называется методом прогонки:

*(7а)*

*(7b)*

Формулы (7а-б) являются формулами неявной конечно разностной схемы, где выполняется (8a) и (8b) соответственно

которое можно получить из формулы (6a) и (6b). А также вычисления (9а) и (9b):

Как именно я определила формулы (7-9) я выложила ниже, **скан своих рукописных записей**. Так как там много строк, и оцифровать не хватило времени.

Определяю краевые и граничные условия:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Дальше, когда уже заданы краевые и граничные условия, определены прогоночные коэффициенты, можно приступать к коду

ПРИЛОЖЕНИЯ (записи прогонки)

