Научно исследовательский университет ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Отчет по лабораторной работе №6
Анализ влияния нулей и полюсов передаточной функции на динамические свойства

Выполнил студент группы R3380 Мовчан И.Е.
Преподаватели Лопарев А.В., Золотаревич В.П.

Санкт-Петербург
2024

1 Цель работы

Изучить связь характера переходной характеристики, ди намических свойств системы с размещением на комплексной плоскости нулей и полюсов.

2 От постоянных к системе (Баттерворт)

Пусть заданы значения постоянных $n = 6$, $t_П = 8$, $k = 5$ (исходя из варианта 11). Хотим построить систему с этими характеристиками с нулями передаточной функции, распределенными по системе Баттерворта.

Напишем некоторую автоматизацию для вычисления корней и полинома:

```
n = 6;
k = 5;
tp = 8;
alphas = [1, ];
for j = 1:n
    p = [1, -exp(1i*(pi/2 + (2*j-1)/(2*n)*pi))];
    alphas = conv(alphas, p);
end
alphas = real(alphas)
```

Получаем коэфиициенты полинома:

$$alphas = [1.0000,\ 3.8637,\ 7.4641,\ 9.1416,\ 7.4641,\ 3.8637,\ 1.0000]$$

Вычислим время нормированного переходного процесс (рисунок 1).

Далее найдём всё необходимое, используя:

```
a = zeros(n);
tpn = 14.1;
omega = tpn/tp;
for j = 1:n
    a(j) = alphas(j)*omega^(n-j+1);
end
a = cat(1, [1, ], wrev(a(:, 1)))
b = a(end)*k
```

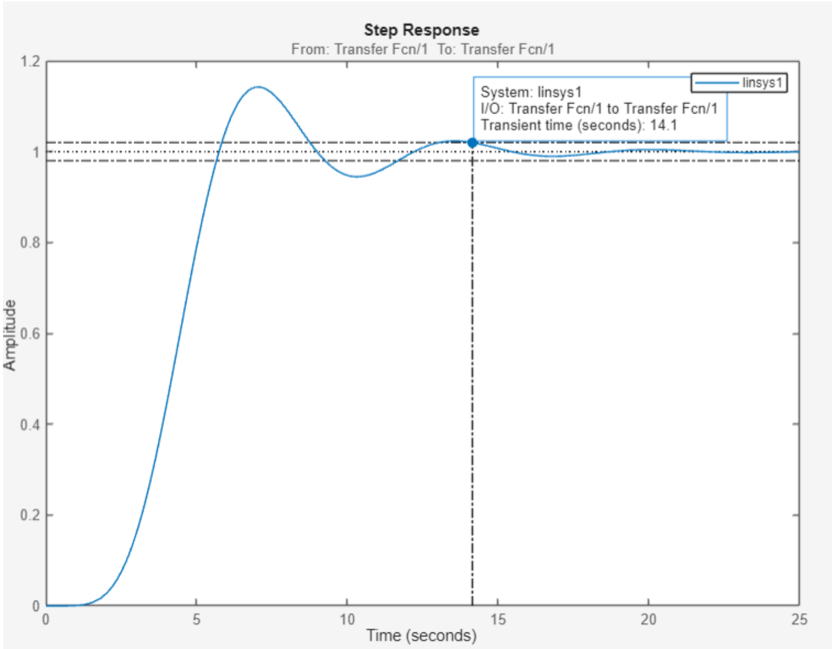

Рис. 1: Переходный процесс при полиноме Баттерворта

```
r = roots(a);
rp = real(r)
ip = imag(r)
nu = abs(rp(1));
t = 1/nu*log(1/0.05)
```

Откуда получаем:

$$a = [1.0000,\ 6.8098\ ,23.1865\ ,50.0507\ ,72.0268\ ,65.7127\ ,29.9761]$$

$$b = 149.8804$$

$$rp = [-0.4562,\ -0.4562\ ,-1.2463\ ,-1.2463\ ,-1.7024\ ,-1.7024]$$

$$ip = [1.7024,\ -1.7024\ ,1.2463\ ,-1.2463\ ,0.4562\ ,-0.4562]$$

$$t = 6.5672$$

a - коэффициенты при y, b - при входном воздействии, rp, ip - действительные и мнимые части корней соответственно, t - время переходного процесса, вычисленного по данной формуле.

Схема моделирования и переходные процессы:

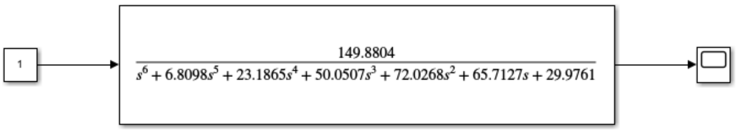

Рис. 2: Схема моделирования при полиноме Баттерворта

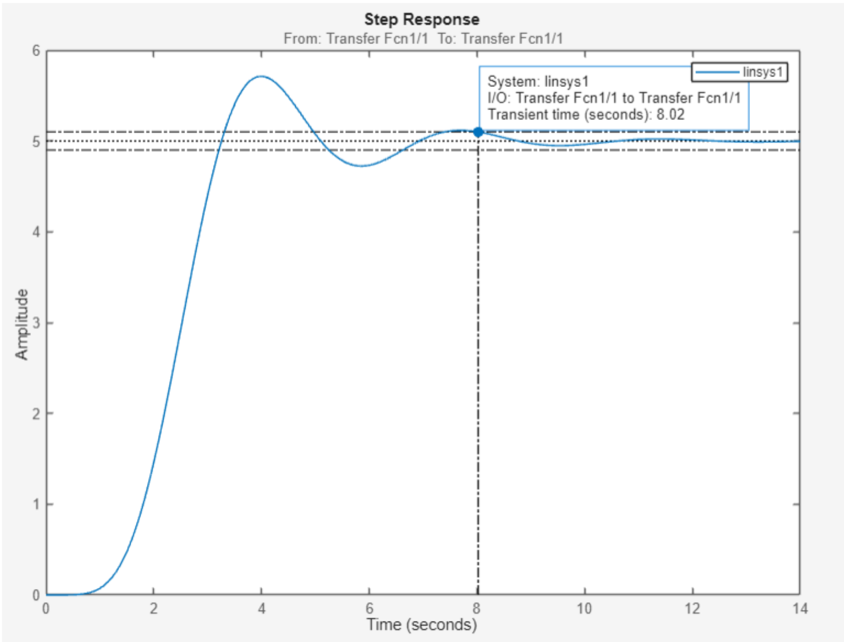

Рис. 3: Переходный процесс при полиноме Баттерворта

3 От постоянных к системе (бином)

Аналогично можем вычислить соответствующие величины при биномиальном распределении корней:

```
n = 6;
k = 5;
tp = 8;
alphas = [1, ];
for j = 1:n
    p = [1, 1];
    alphas = conv(alphas, p);
end
alphas
a = zeros(n);
tpn = 12;
```

```
omega = tpn/tp;
for j = 1:n
      a(j) = alphas(j)*omega^(n-j+1);
end
a = cat(1, [1, ], wrev(a(:, 1)))
b = a(end)*k
r = roots(a);
rp = real(r);
ip = imag(r);
nu = abs(rp(3));
t = 1/nu*log(1/0.05);
```

Откуда:

$$alphas = [1,\ 6,\ 15,\ 20,\ 15,\ 6,\ 1]$$

$$a = [1.0000,\ 9.0000,\ 33.7500,\ 67.5000,\ 75.9375,\ 45.5625,\ 11.3906]$$

$$b = 56.9531$$

$$r = \begin{bmatrix} -1.5052 + 0.0030i \\ -1.5052 - 0.0030i \\ -1.5000 + 0.0060i \\ -1.5000 - 0.0060i \\ -1.4948 + 0.0030i \\ -1.4948 - 0.0030i \end{bmatrix}$$

$$t = 1.9972$$

Схемы моделирования и переходные процессы представлены на рис. 4, 5, 6, 7

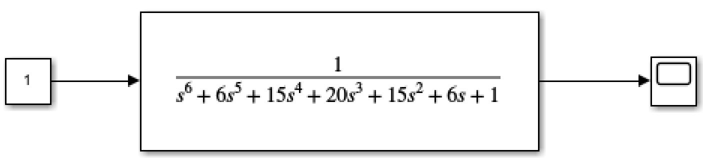

Рис. 4: Схема моделирования (нормированное) при биномиальном распределении

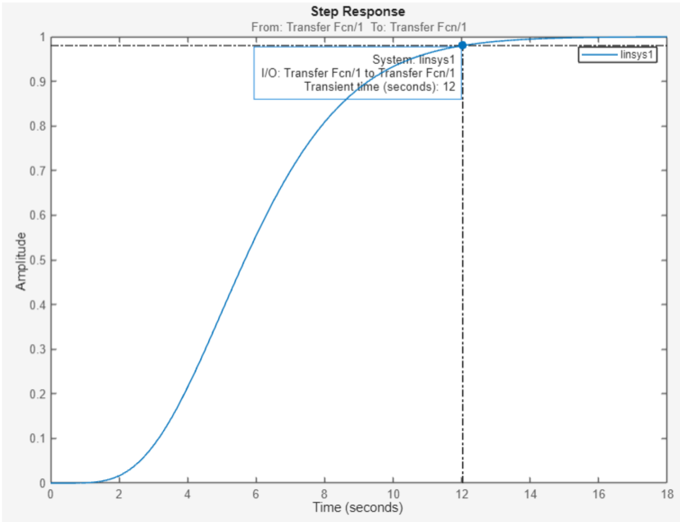

Рис. 5: Переходный процесс (нормированное) при биномиальном распределении

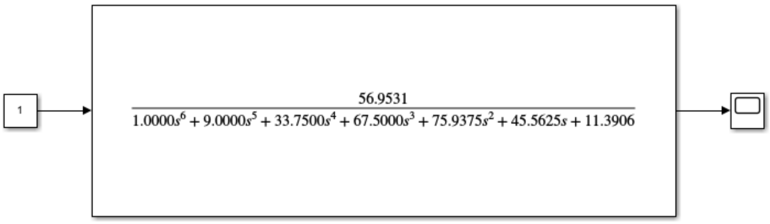

Рис. 6: Схема моделирования при биномиальном распределении

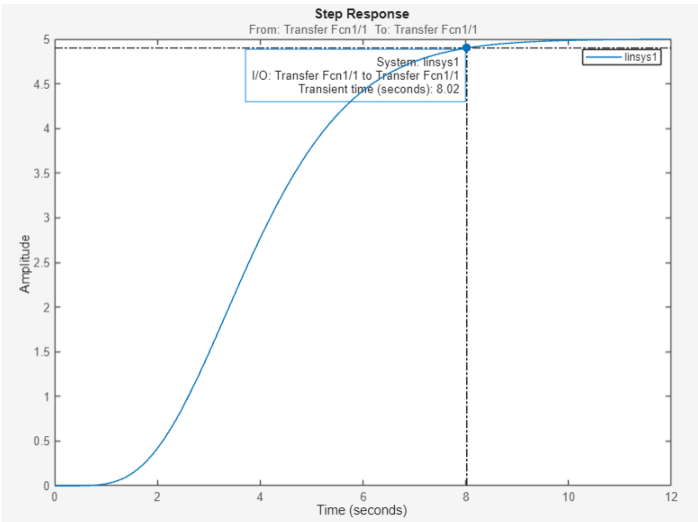

Рис. 7: Переходный процесс при биномиальном распределении

4 Переходные процессы различных систем

Добавим теперь к входному сигналу линейное воздействие (согласно варианту 11):

$$W(s) = \frac{2.75s + 56.9531}{s^6 + 9s^5 + 33.75s^4 + 67.5s^3 + 75.9375s^2 + 45.5625s + 11.3906}$$

Откуда

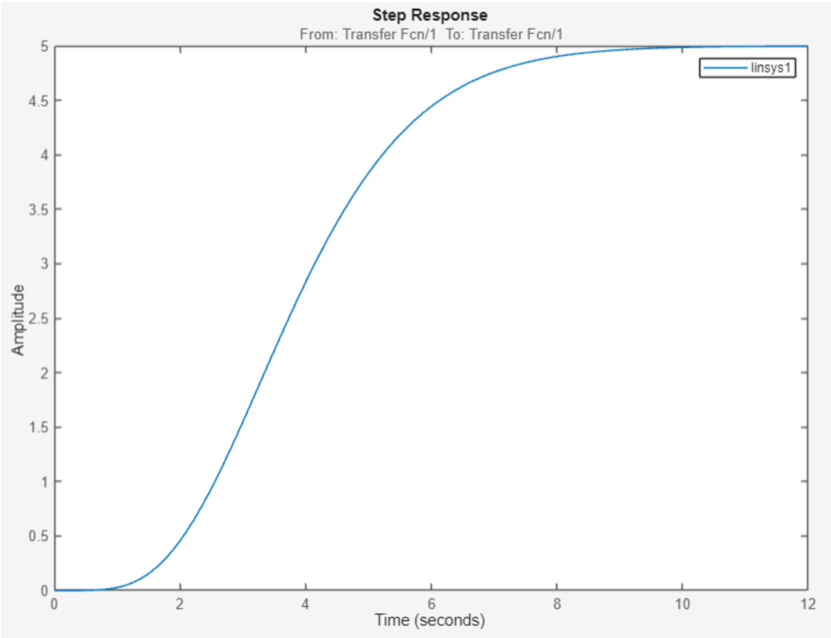

Рис. 8: Переходный процесс при линейной входном воздействии

Используем также следующую передаточную функцию:

$$W(s) = \frac{2.5s^6 + 0.3s^5 + 0.2s^4 + 0.3s^3 + 0.1s^2 + 0.3s + 56.9531}{s^6 + 9s^5 + 33.75s^4 + 67.5s^3 + 75.9375s^2 + 45.5625s + 11.3906}$$

Переходный процесс данной системы:

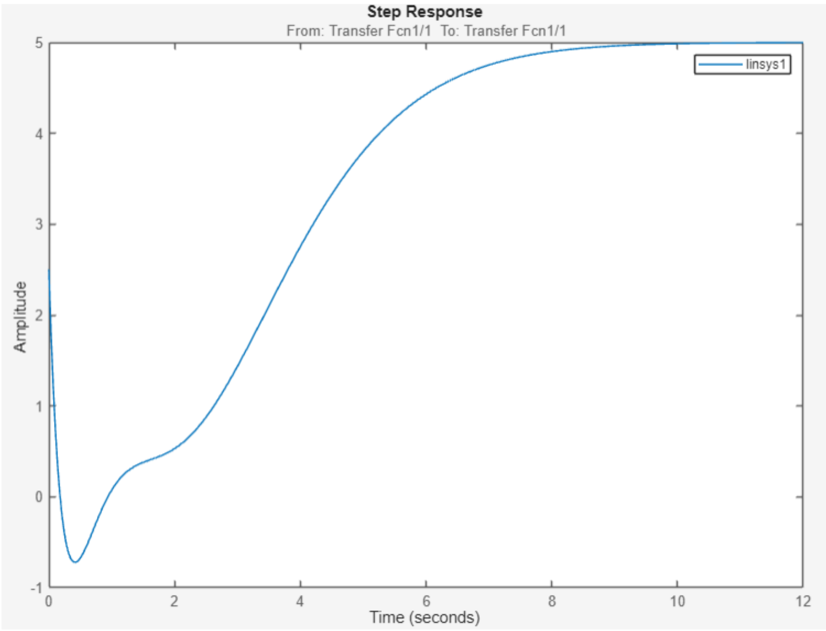

Рис. 9: Переходный процесс при полиномиальном входном воздействии

5 Заданное входное воздействие

Пусть заданое входное воздействие $g(t) = 4\cos(4t)$, а передаточная функция системы имеет вид

$$W(s) = \frac{0.5s^2 + 8}{s^6 + 9s^5 + 33.75s^4 + 67.5s^3 + 75.9375s^2 + 45.5625s + 11.3904}.$$

Смоделируем систему:

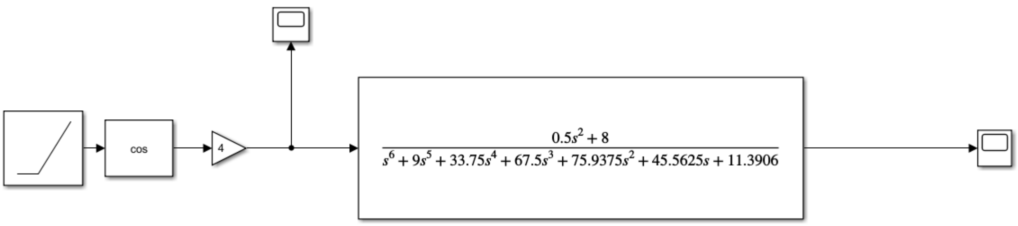

Рис. 10: Схема моделирования системы при заданном входном воздействии

Графики:

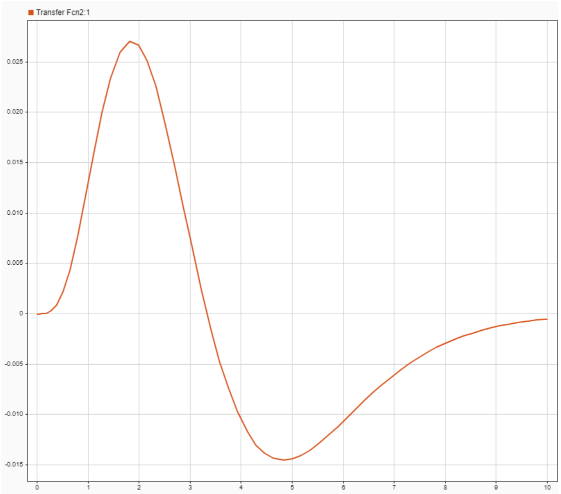

Рис. 11: График y(t) системы при заданном входном воздействии

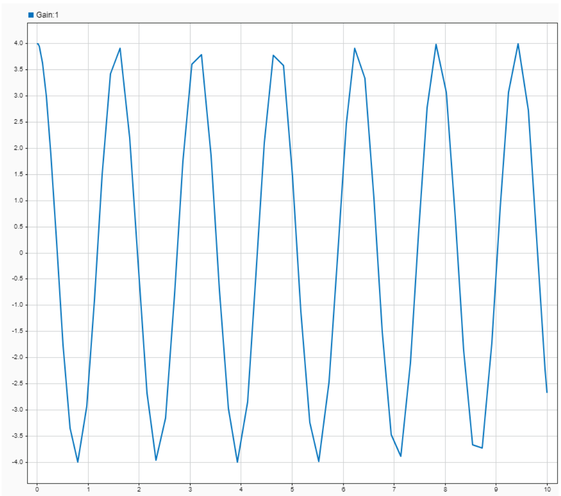

Рис. 12: График входного воздействия

6 Выводы

В результате выполнения лабораторной работы была изучена связь характера переходной характеристики, динамических свойств системы с размещением на комплексной плоскости нулей и полюсов (при распределении по Баттерворту и биному).