МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ
по дисциплине
«Моделирование динамических систем»

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Вариант №3

Студенты: *Воротников А.А, Гридусов Д.Д, Мовчан И.Е*

Предподаватель: *Семенов Д.М*

Санкт-Петербург 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 ЗАДАНИЕ

Дана система с произвольной постоянной задержкой h:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h), x \in \mathbf{R}^2$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

– Промоделировать данную систему в при разных задержках h. Убедиться, что для некоторых задержек h система будет устойчивой, тогда как для других – неустойчивой.
– Используя дескрипторный метод, найти максимальную задержку, при которой данная система будет устойчивой
– Построить регулятор $u(t) = Kx(t)$ такой, чтобы замкнутая система

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h) + Iu(t) = (A+K)x(t) + A_1 x(t-h)$$

– была устойчивой при любых задержках h. Для проверки устойчивости замкнутой системы использовать метод функционалов Ляпунова-Красовского

2 РЕШЕНИЕ

2.1 Графики

Промоделируем систему при разных задержках h: $h = 0.1$ и $h = 0.5$:

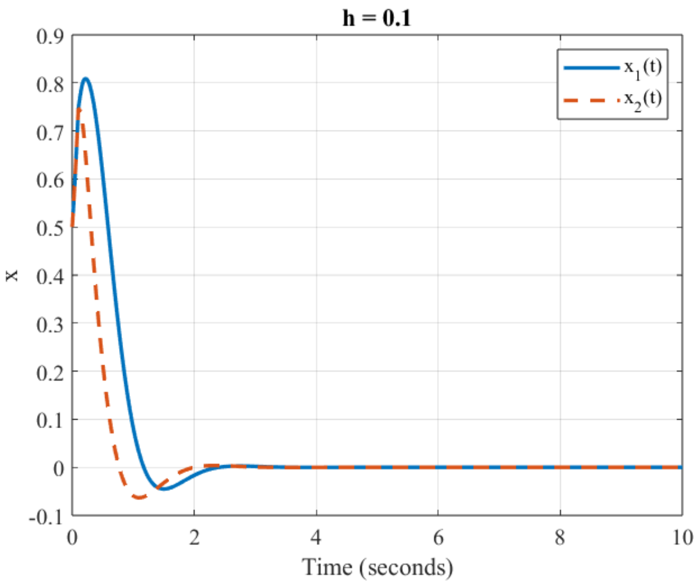

Рисунок 1 — Система при задержке $h = 0.1$

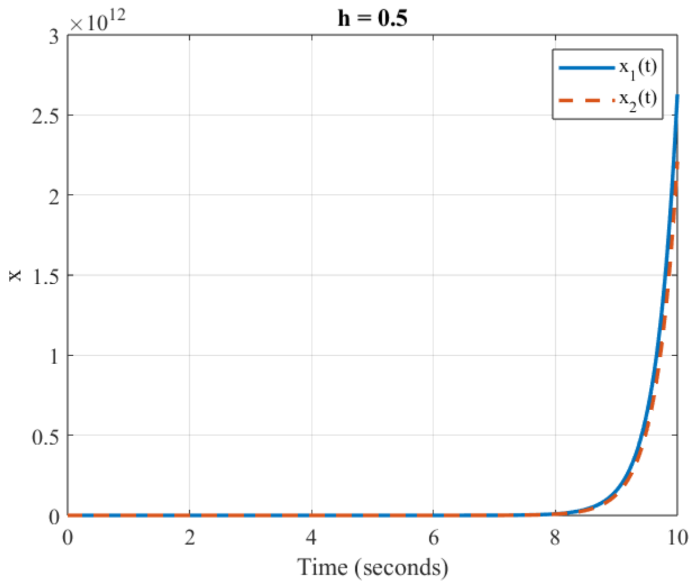

Рисунок 2 — Система при задержке $h = 0.5$

Действительно для некоторых задержек h система будет устойчивой, а для других - неустойчивой.

2.2 Дескрипторный метод

Используя дескрипторный метод найдем максимальную задержку, при которой система будет устойчивой. Решим систему линейных матричных неравенств:

$$\begin{bmatrix} \Phi & P - P_2^T(A + A_1)^T P_3 & -hP_2^T A_1 \\ * & -P_3 - P_3^T + hR & -hP_3^T A_1 \\ * & * & -hR \end{bmatrix} < 0$$

$$\Phi = P_2^T(A + A_1) + (A + A_1)^T P_2, P > 0, R > 0$$

Полученная максимальная задержка $h = 0.1804$, при которой система является устойчивой.

2.3 Регулятор

Используя метод Ляпунова-Красовского, найдем такое K для регулятора $u(t) = Kx(t)$, чтобы замкнутая система была устойчива. Для этого решим матриченое неравенство:

$$\begin{bmatrix} \hat{A}^T P + P\hat{A} + Q & PA_1 \\ A_1^T P & -Q \end{bmatrix} < 0, P = P^T > 0, Q = Q^T > 0, \hat{A} = A + K$$

Получившийся коэффицент:

$$K = \begin{bmatrix} -31.0456 & -9.7836 \\ -10.7836 & -18.9105 \end{bmatrix}$$

2.4 Вывод

В данной лабораторной работе мы убедились, что величина задержки влияет на устойчивость системы, использовали дескрипторный метод для нахождения максимальной задержки, при которой система будет устойчивой,построили регулятор $u(t) = Kx(t)$ такой, чтобы замкнутая система была устойчивой при любых задержках.