

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Факультет Систем управления и робототехники

### Адаптивное и робастное управление

Лабораторная работа № 2(4)

Робастное управление линейным многомерным объектом по состоянию  
Вариант-9

Выполнили: Копылов А.М.  
Мовчан И.Е.

Преподаватель: Парамонов А. В.

Санкт-Петербург 2025

# Содержание

1 Цель работы.	3
2 Постановка задачи:	3
3 Задание 1.1	3
4 Задание 1.2	5
5 Задание 2.1	10
6 Задание 2.2	10
7 Задание 3	15
8 Вывод	23

# 1 Цель работы.

Освоение принципов построения робастной системы управления многомерным объектом на основе метода функций Ляпунова.

## 2 Постановка задачи:

Рассмотрим следующую модель возмущенного объекта:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu + \delta, & x(0) \\ y = Cx \end{cases}$$

$$\delta(t) = [0.6 \sin(10t) + 0.1 \sin(50t), \quad 0.5 \cos(12t) + 0.2 \sin(30t)]^T$$

$\delta$  — вектор возмущающих воздействий, удовлетворяющий неравенству  $\|\delta(t)\| \leq \bar{\delta}$ ;  
 $x$  — вектор состояния;  $y$  — регулируемая переменная. Цель управления заключается в обеспечении целевого неравенства:

$$\|x_M(t) - x(t)\| \leq \Delta, \quad \forall t \geq T$$

$\Delta, T$  — точность работы системы управления и время ее настройки соответственно;  
 $x_M(t) \in R^n$  — эталонный сигнал, генерируемый моделью.

$$\begin{cases} \dot{x}_M = A_M x_M + b_M g, \\ y_M = C_M x_M \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad b_0 = 3, \quad g(t) = 9 \sin 0.2t + 9 \cos 0.1t + 15$$

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -28.4 & -10.66 \end{bmatrix}, \quad b_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 28.4 \end{bmatrix}, \quad C_M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 3 Задание 1.1

Решение 1: Решение основано на следующем законе управления:

$$u = \hat{\theta}^T x + \frac{1}{k} g$$

В статической форме:

$$\hat{\theta} = \gamma x b^T P e$$

где  $\gamma > 0$  – коэффициент нелинейной обратной связи;  $P$  – матрица, определяемая из решения:  $A_M^T P + PA_M = -Q$ ;  $e = x_M(t) - x(t)$  – ошибка управления Анализ замкнутой системы может быть проведен на основе модели ошибки

$$\dot{e} = A_M e - b\tilde{\theta}^T x$$

Где  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  — вектор параметрических ошибок. И функции Ляпунова:  $V = \frac{1}{2}e^T Pe$

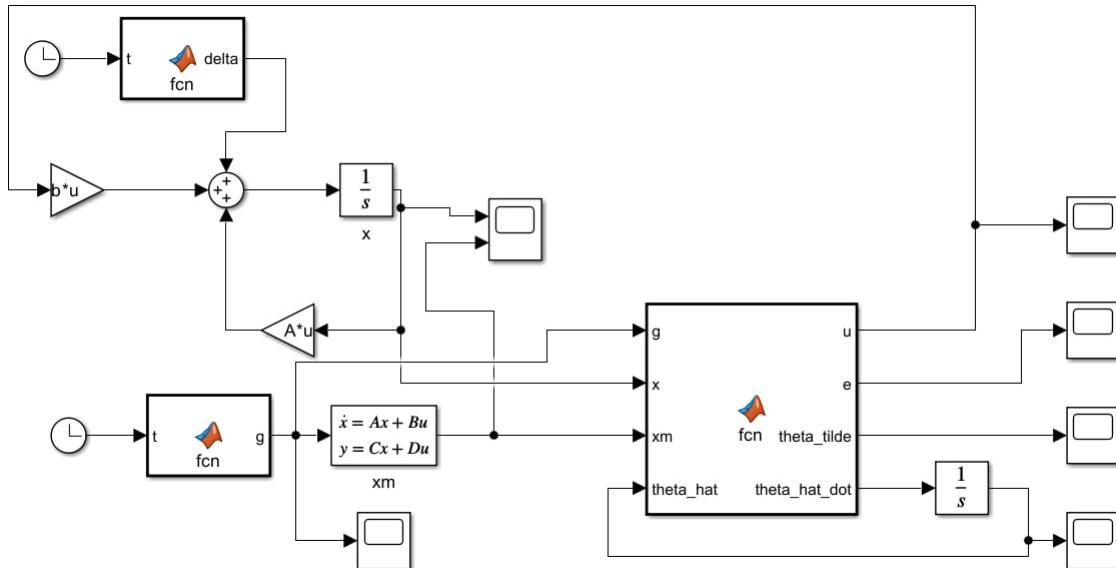


Рис.1 - Структурная схема для решения 1.

Итак, построим графики  $g(t)$  и  $\sigma(t)$ :

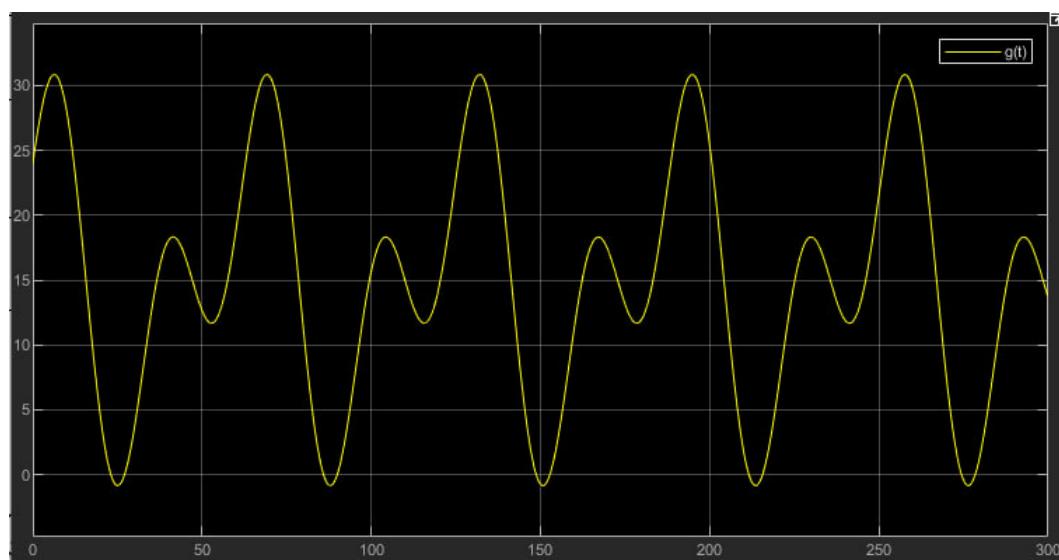


Рис.2 - График сигнала  $g(t)$ .

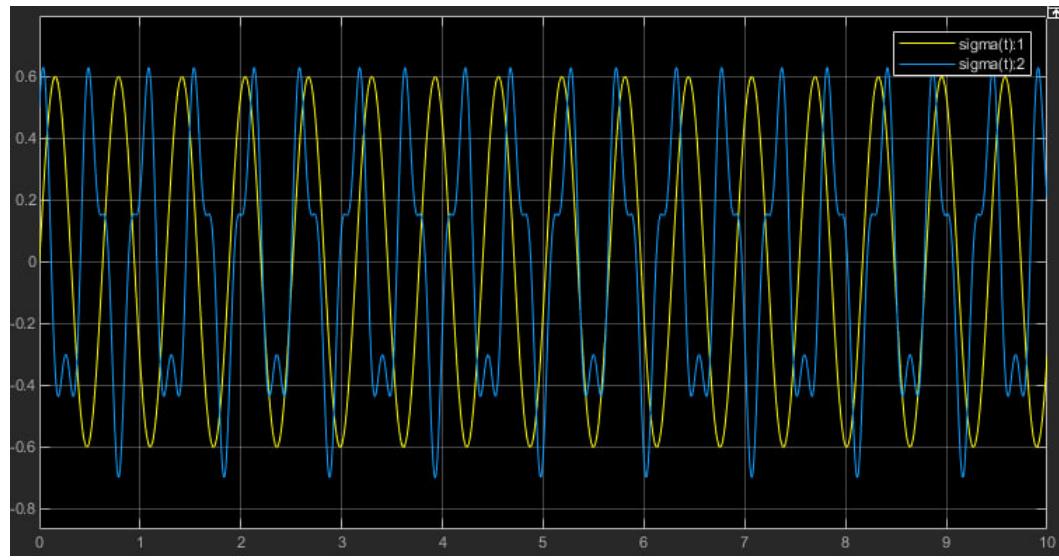


Рис.3 - График сигнала  $\sigma(t)$ .

## 4 Задание 1.2

При наличии возмущения  $\sigma(t)$ :

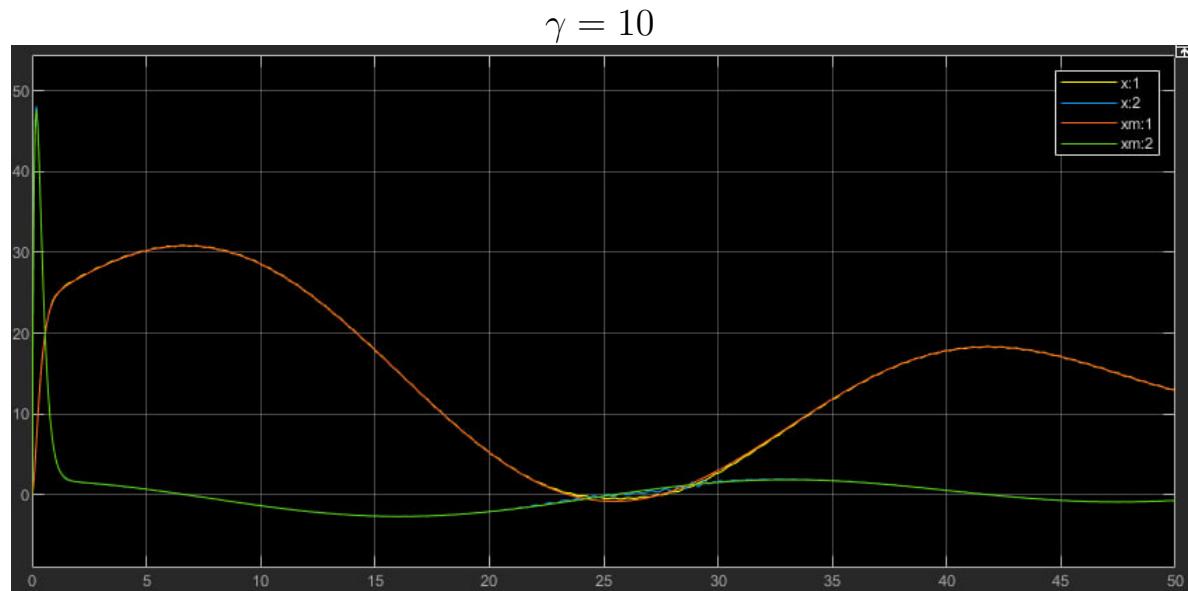


Рис.4 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

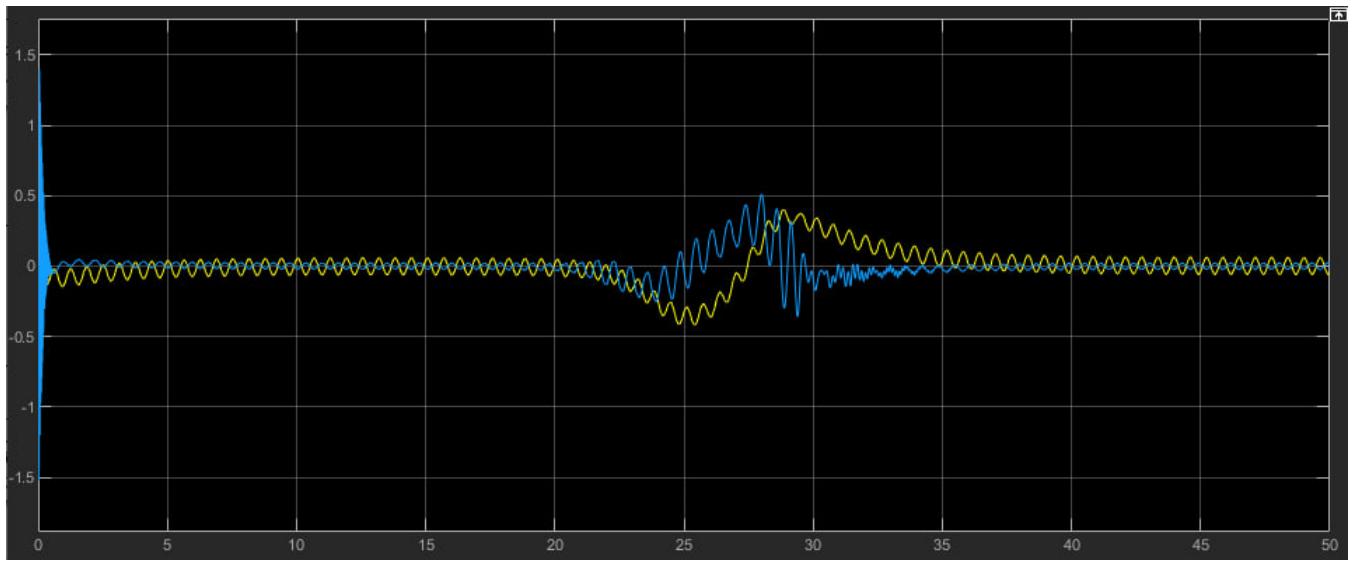


Рис.5 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .  
 $\gamma = 100$

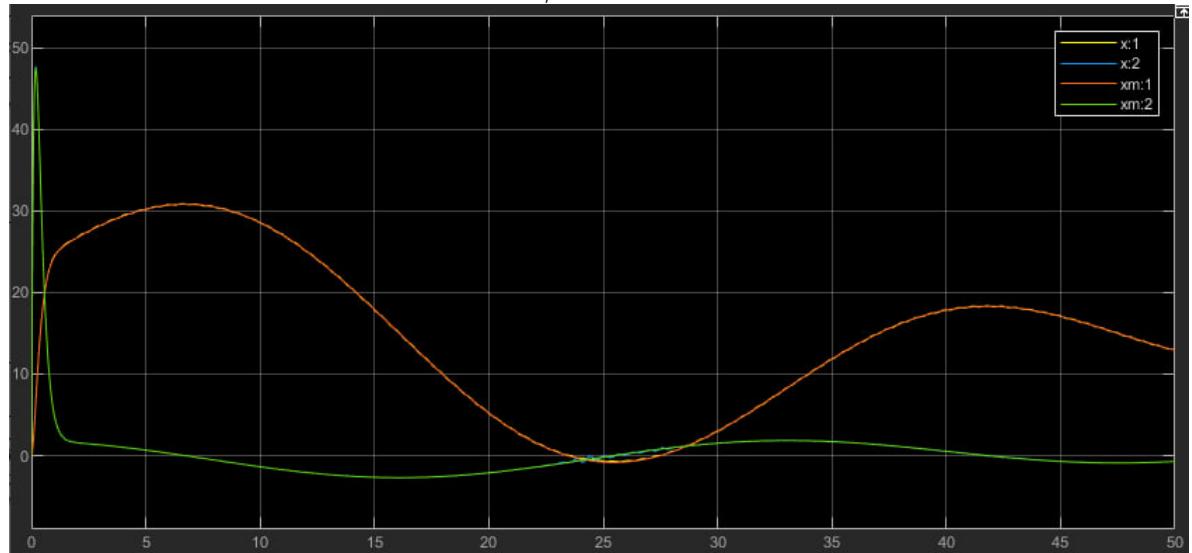


Рис.6 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

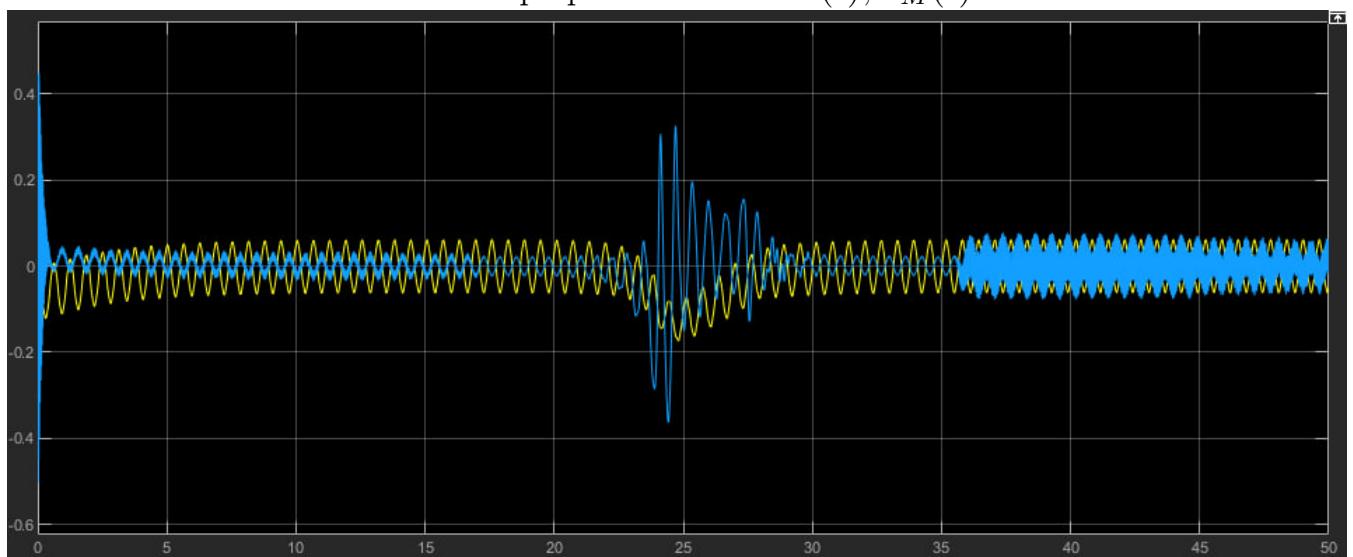


Рис.7 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

$$\gamma = 1000$$

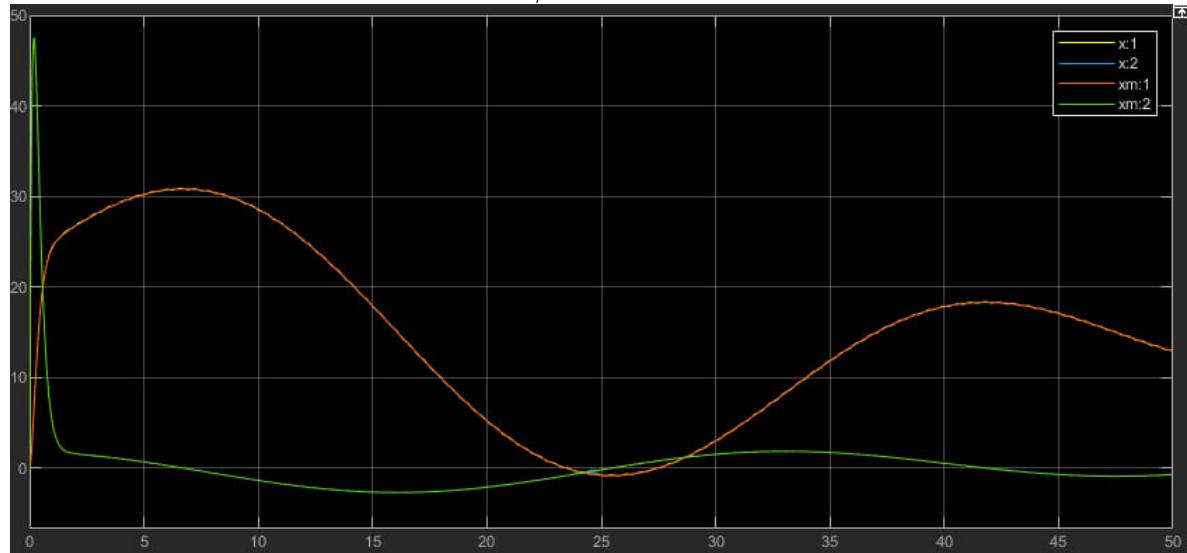


Рис.8 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

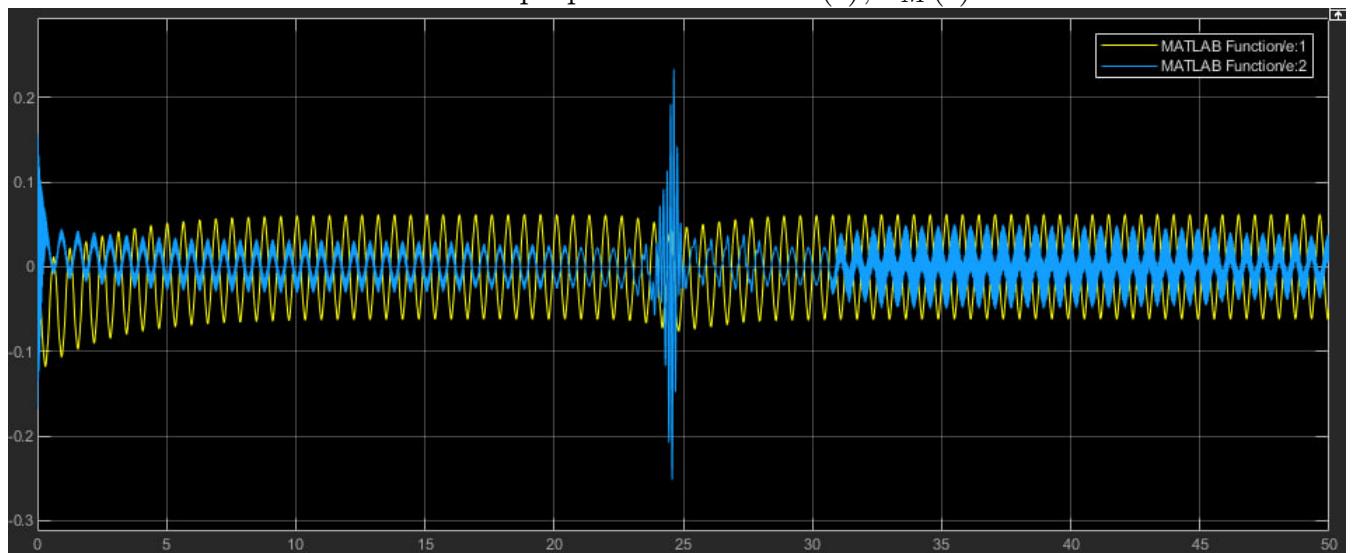


Рис.9 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

При отсутствии возмущения  $\sigma(t)$ :

$$\gamma = 10$$

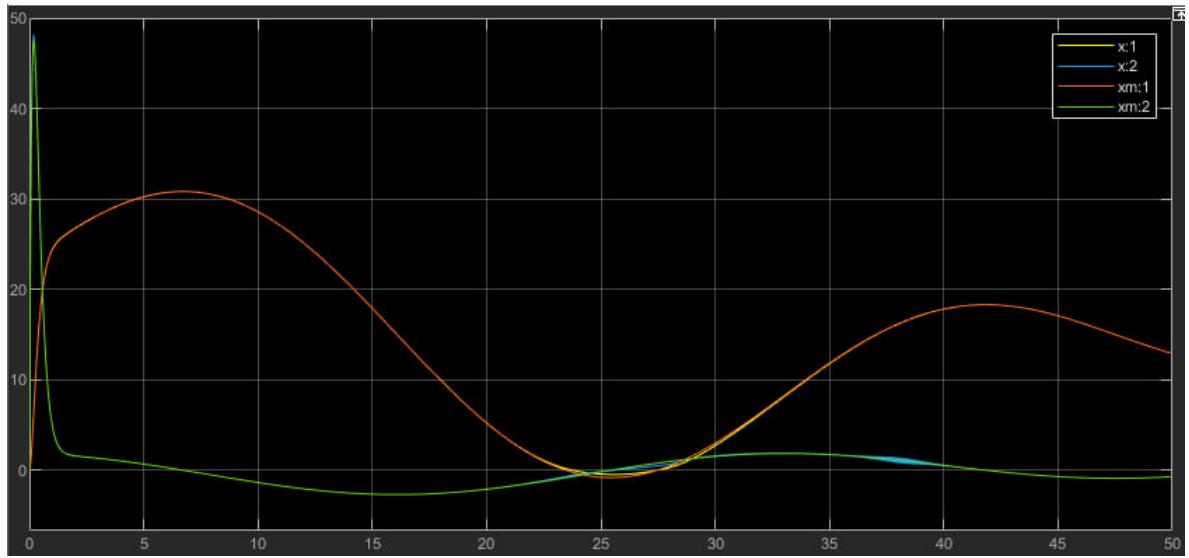


Рис.10 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

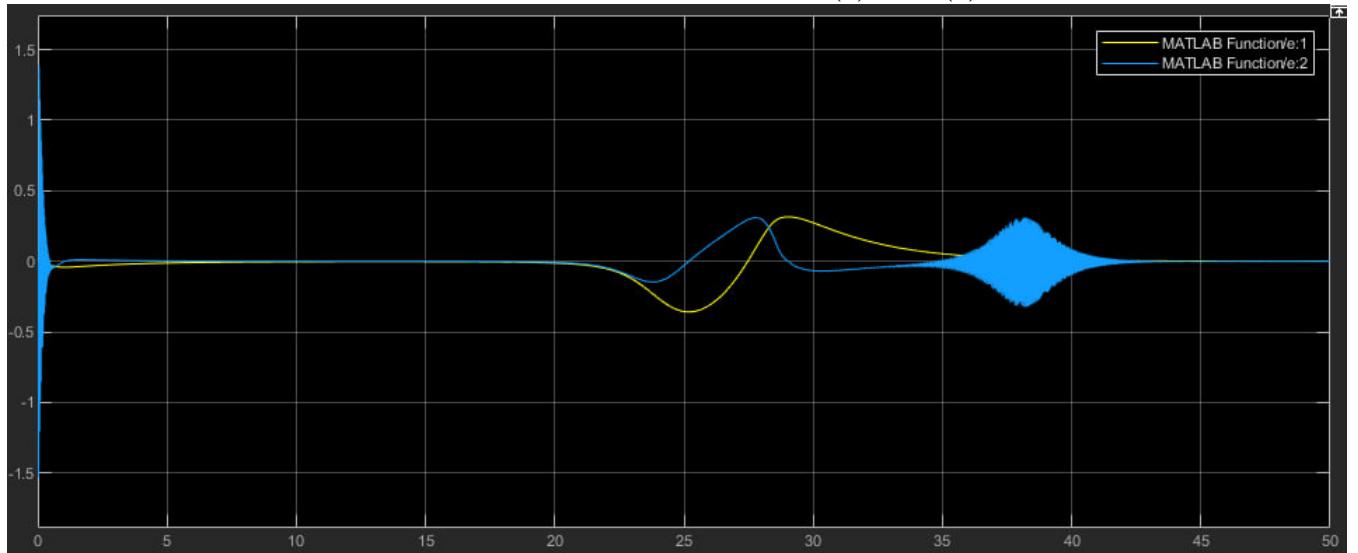


Рис.11 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

$$\gamma = 100$$

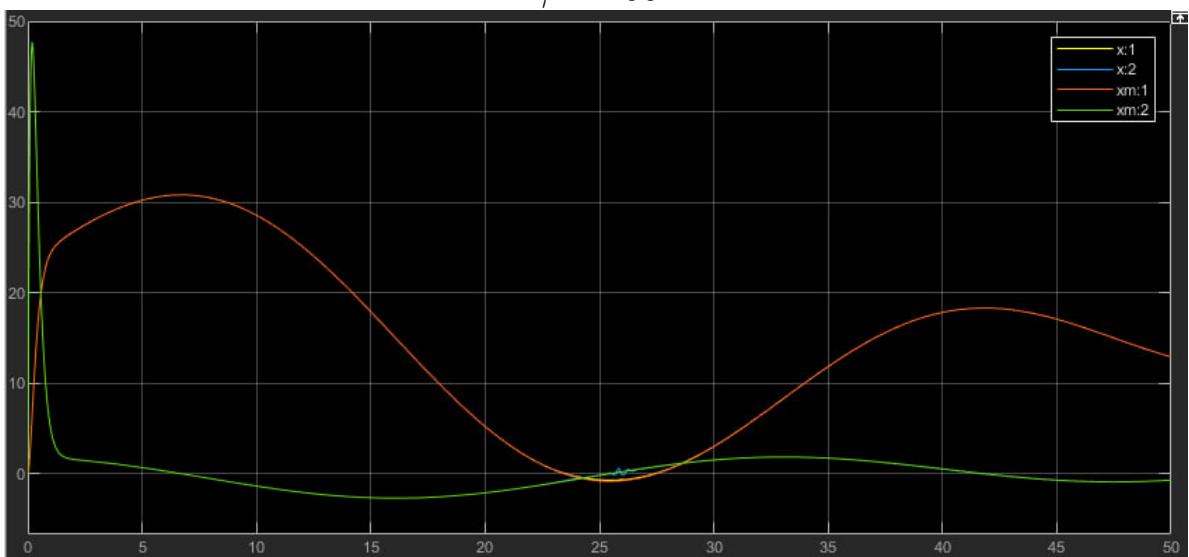


Рис.12 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

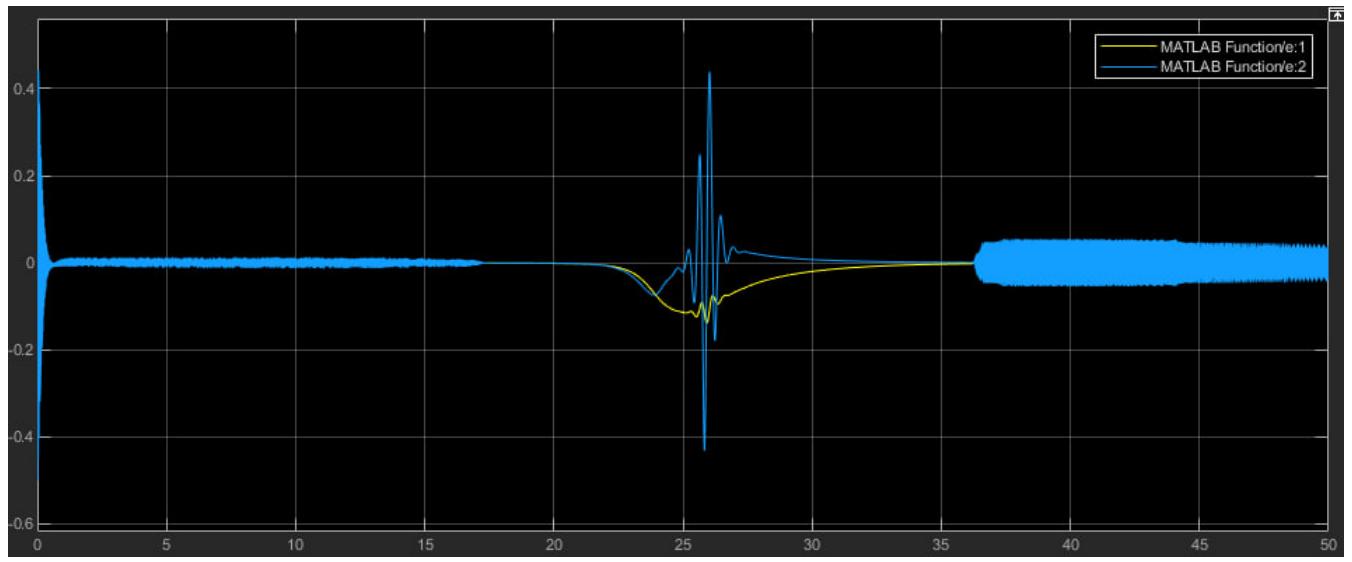


Рис.13 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .  
 $\gamma = 1000$

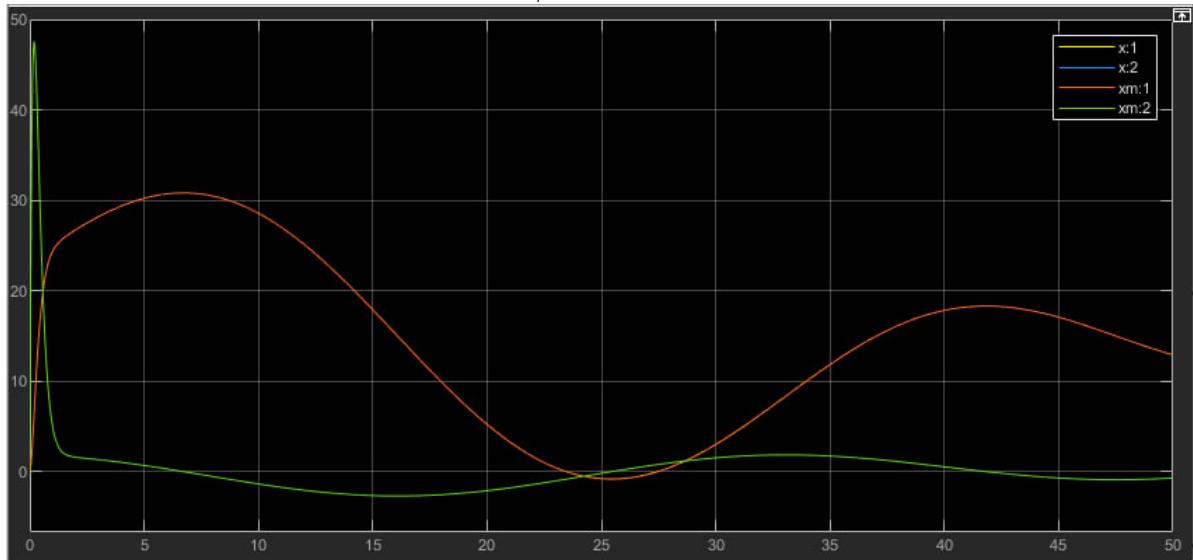


Рис.14 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

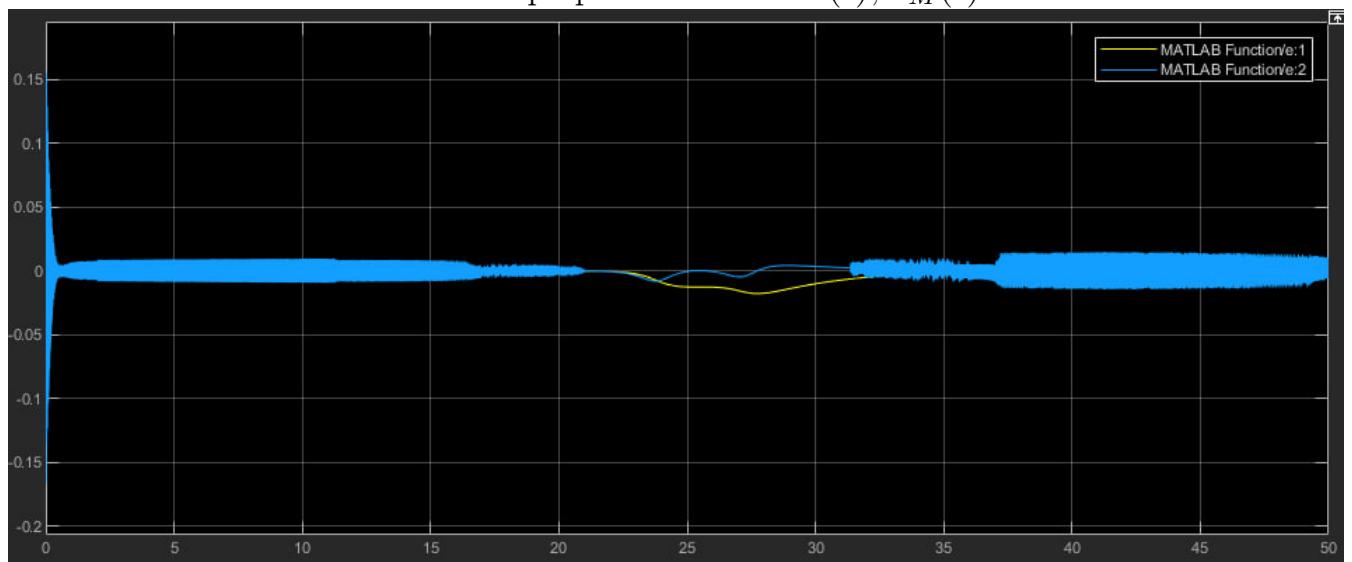


Рис.15 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

При отсутствии внешнего возмущения: можно заметить, что график ошибки стабилизируется в окрестности нуля; переходный процесс происходит быстрее, однако, на графиках эта разница незначительна. При наличии внешнего возмущения: система также устойчива и ограниченность ошибки сохраняется. Однако отклонения от эталонной модели увеличиваются.

Итак, теперь рассмотрим решение 2:

## 5 Задание 2.1

Решение 2 основано на следующем законе управления:

$$u = \hat{\theta}^T x + \frac{1}{k} g$$

Модифицированный алгоритм:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\sigma \hat{\theta} + \gamma x b^T P e$$

где  $\gamma > 0$  — коэффициент адаптации,  $\sigma > 0$  — коэффициент параметрической обратной связи,  $P$  — матрица, определяемая из решения:

$$A_M^T P + P A_M = -Q; \quad e = x_M(t) - x(t)$$

— ошибка управления.

Анализ замкнутой системы может быть проведен на основе модели ошибки:

$$\dot{e} = A_M e - b \tilde{\theta}^T x$$

Где  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  — вектор параметрических ошибок.

И функции Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}$$

Для сравнения графиков набора  $\gamma = (10, 100, 1000)$ , зафиксируем параметр  $\sigma = 1$ .

## 6 Задание 2.2

При наличии возмущения  $\sigma(t)$ :

$$\gamma = 10$$

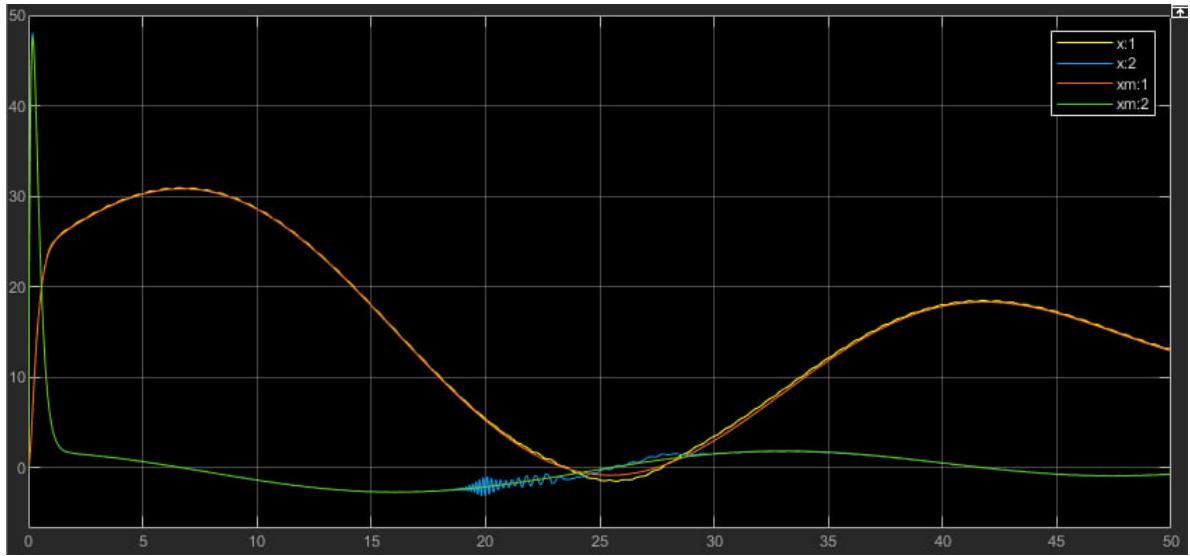


Рис.16 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

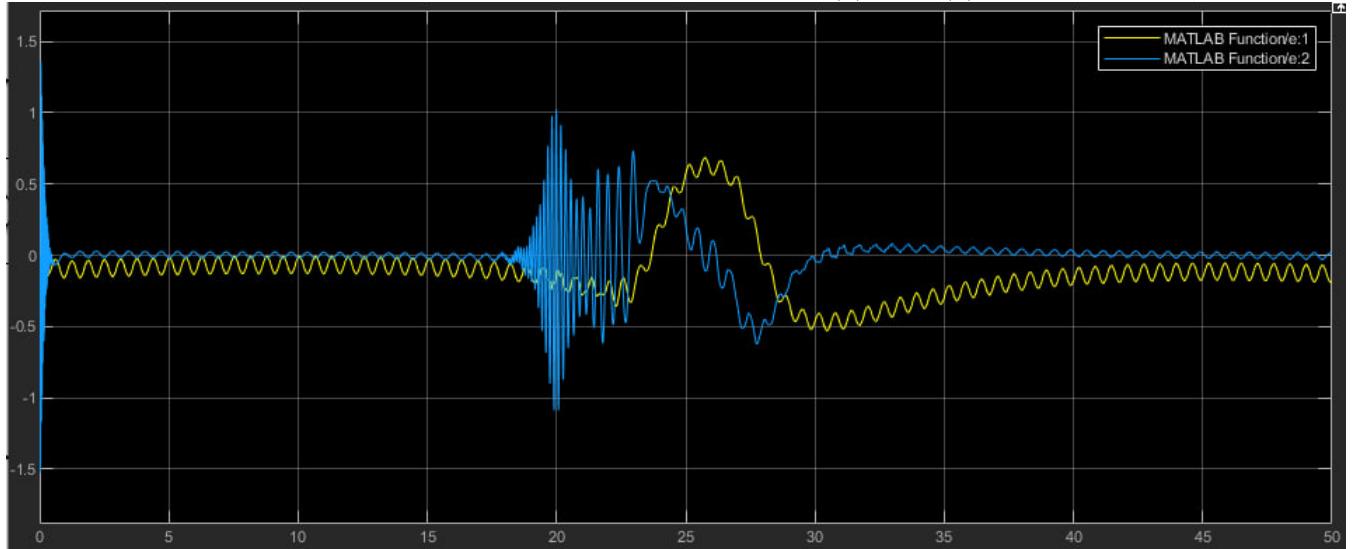


Рис.17 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

$$\gamma = 100$$

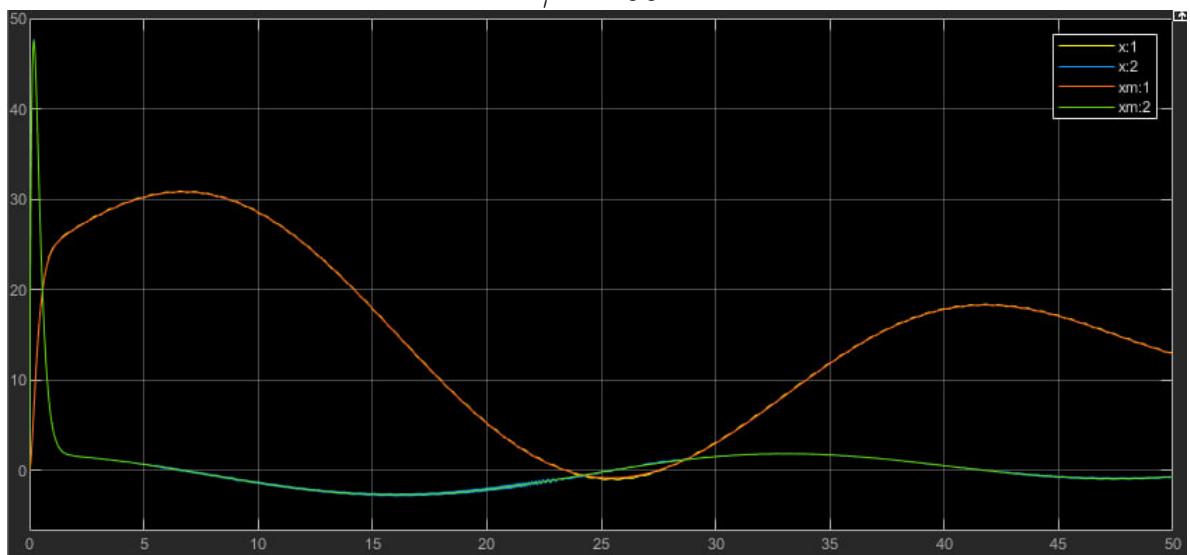


Рис.18 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

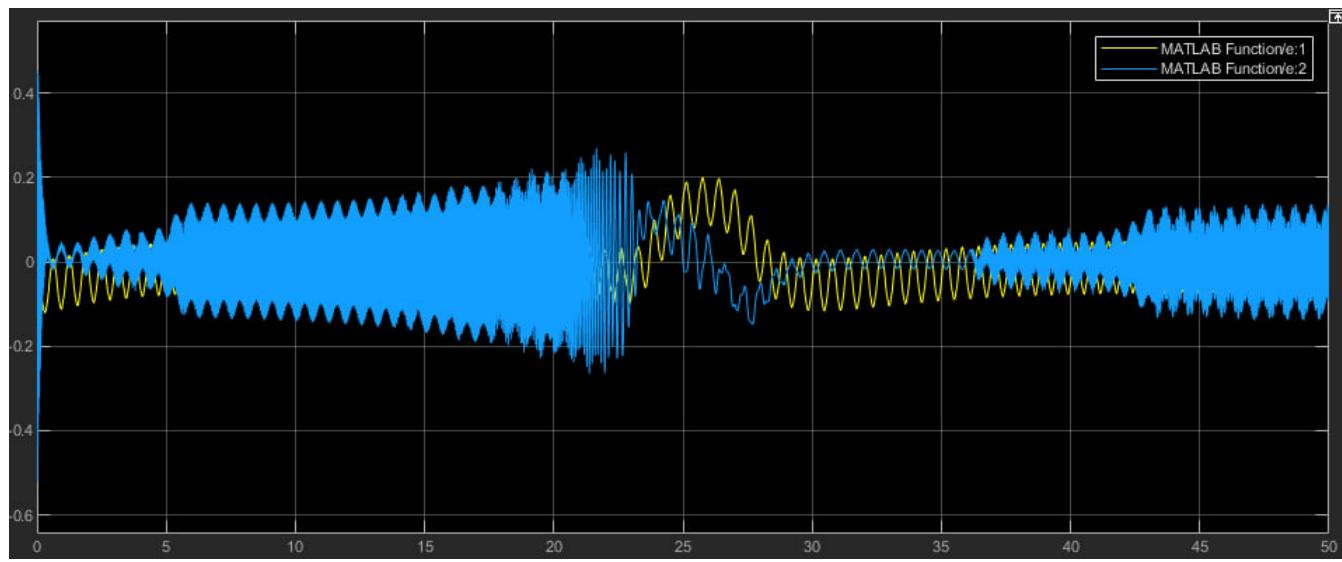


Рис.19 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .  
 $\gamma = 1000$

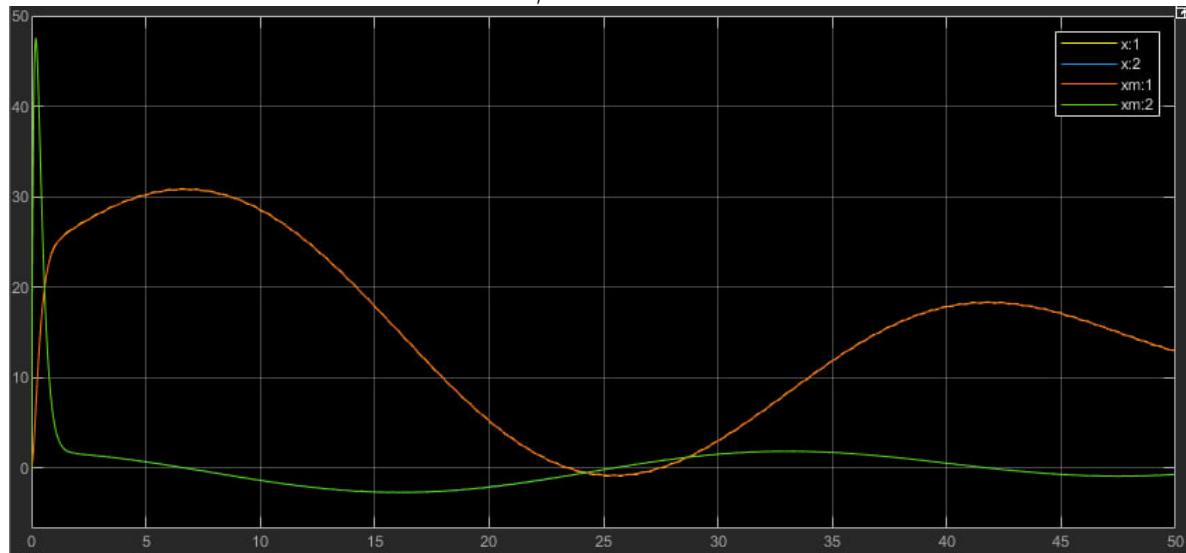


Рис.20 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

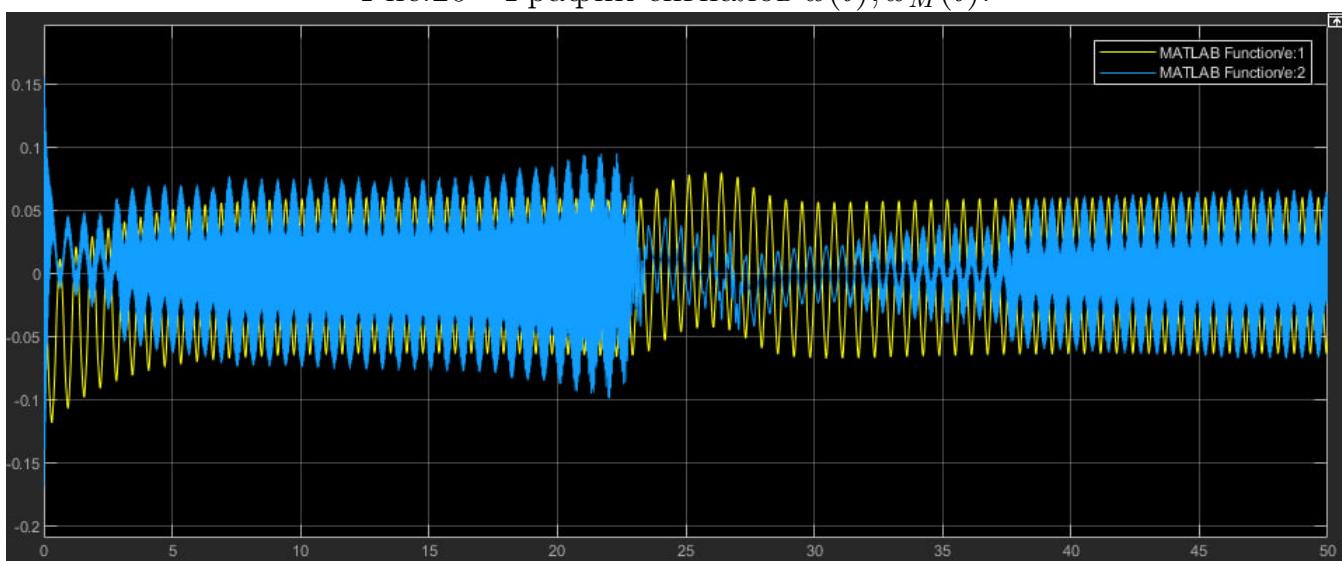


Рис.21 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

При отсутствии возмущения  $\sigma(t)$ :

$$\gamma = 10$$

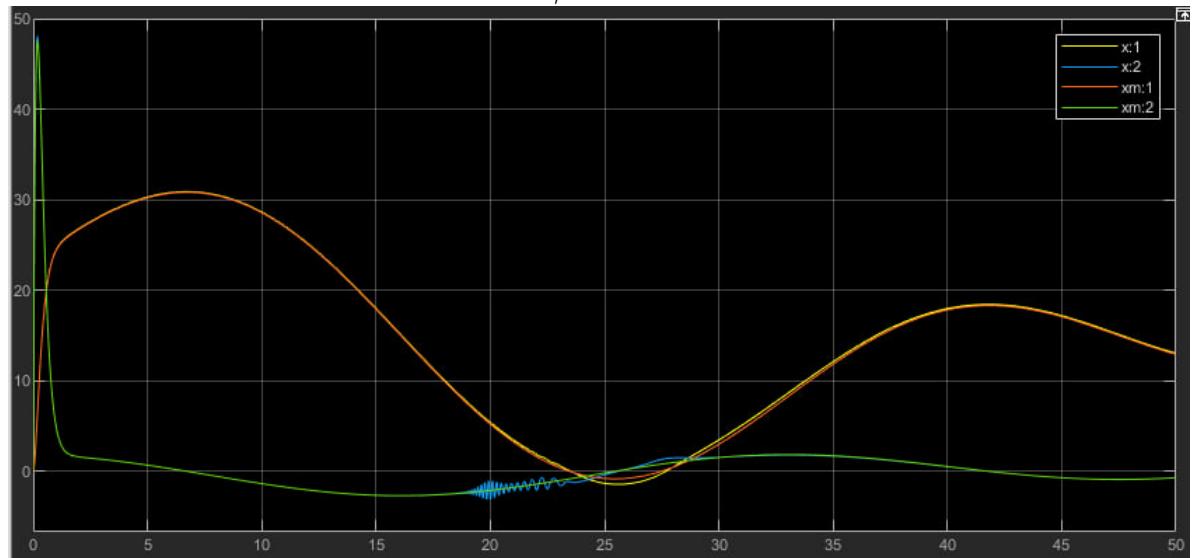


Рис.22 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

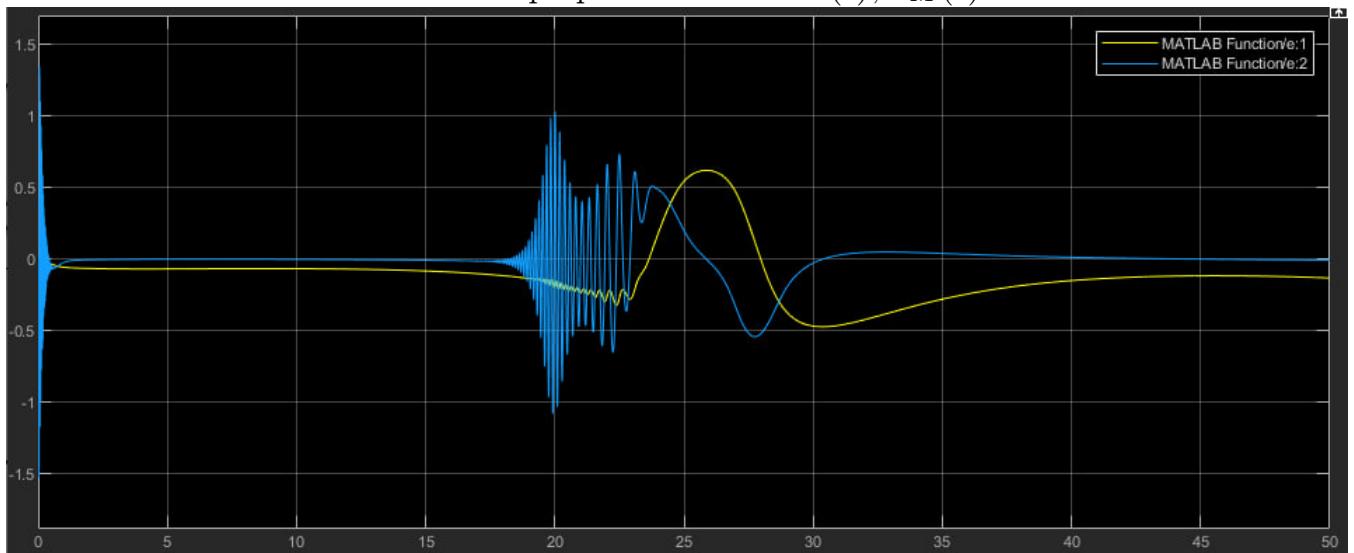


Рис.23 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

$$\gamma = 100$$

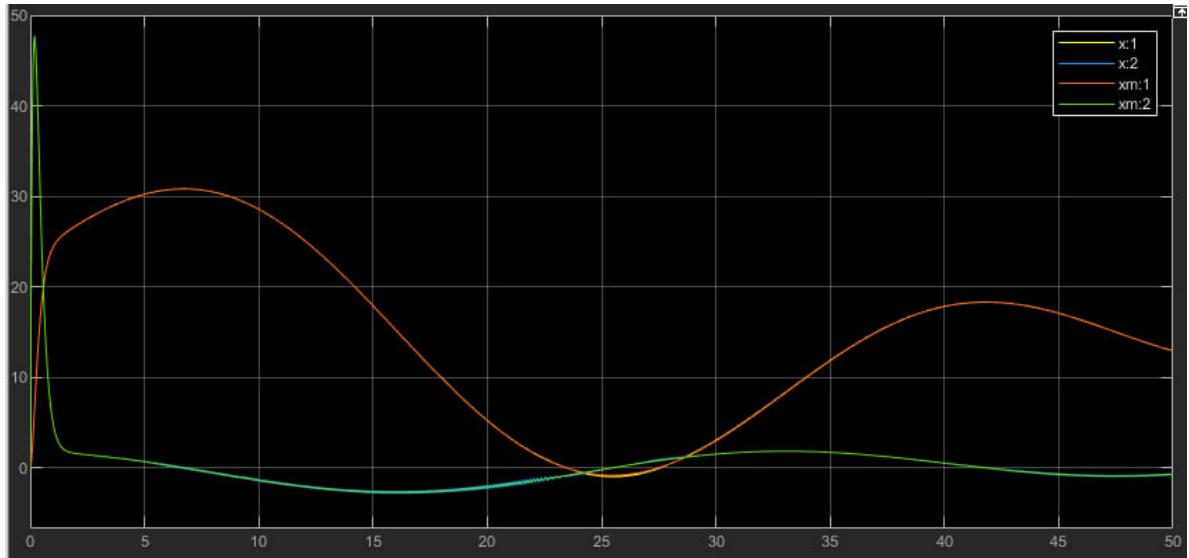


Рис.24 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

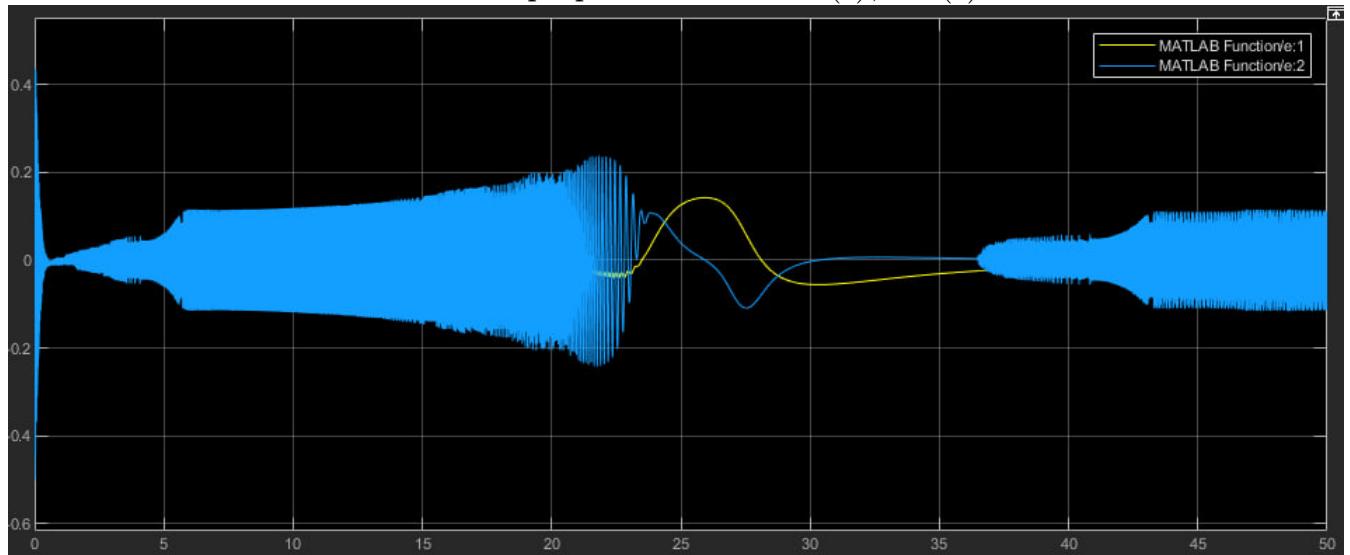


Рис.25 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .  
 $\gamma = 1000$

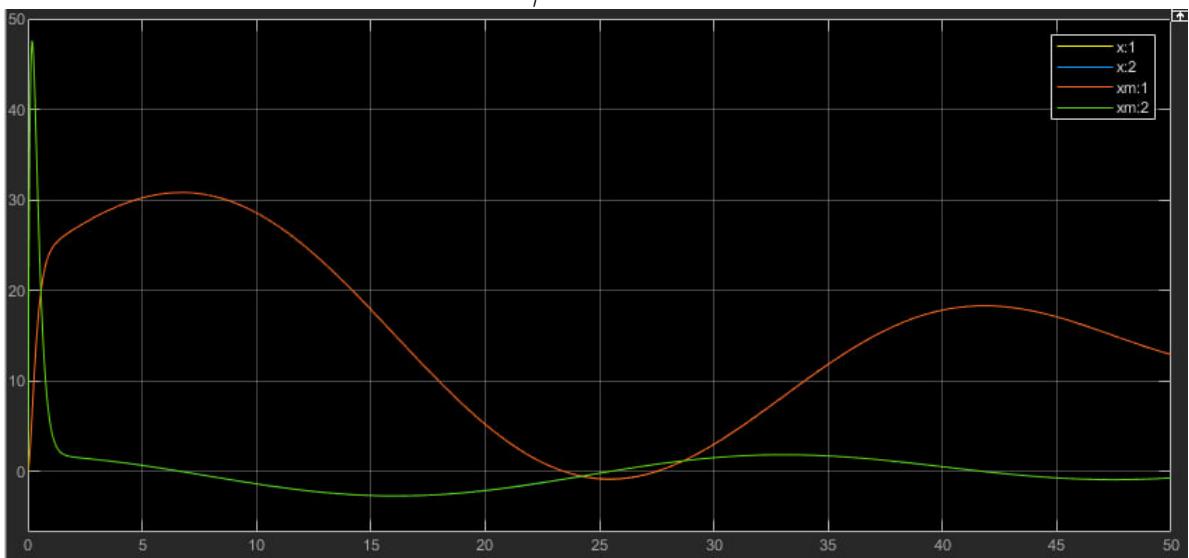


Рис.26 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

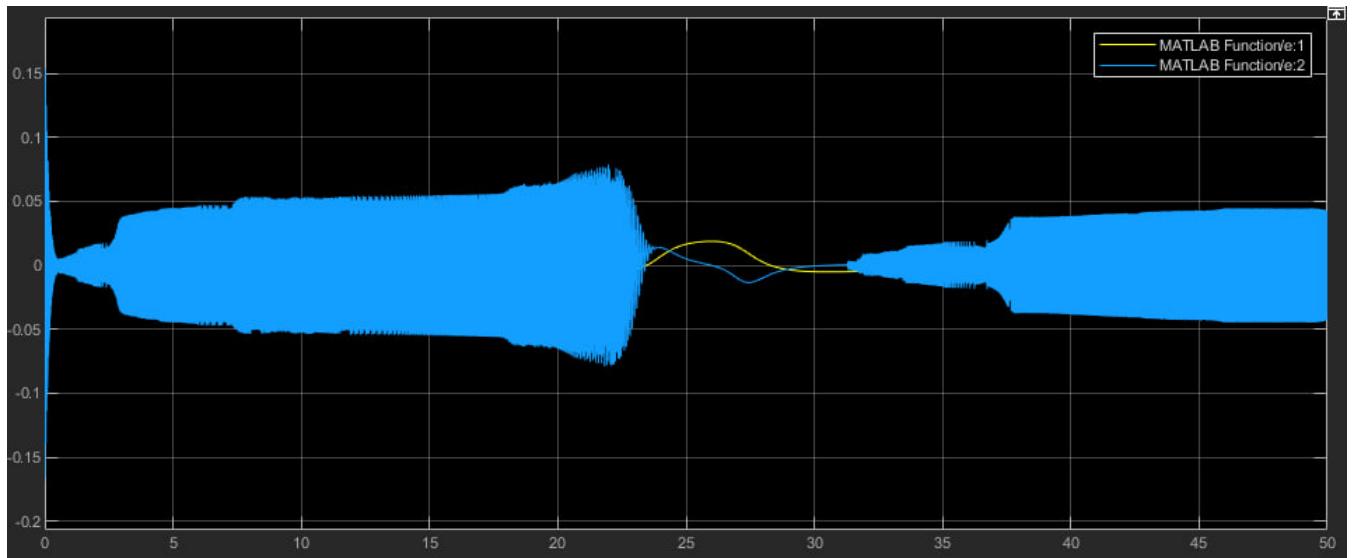


Рис.27 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

## 7 Задание 3

$$1) \sigma = 10, \gamma = 10, \sigma(t) = 0$$

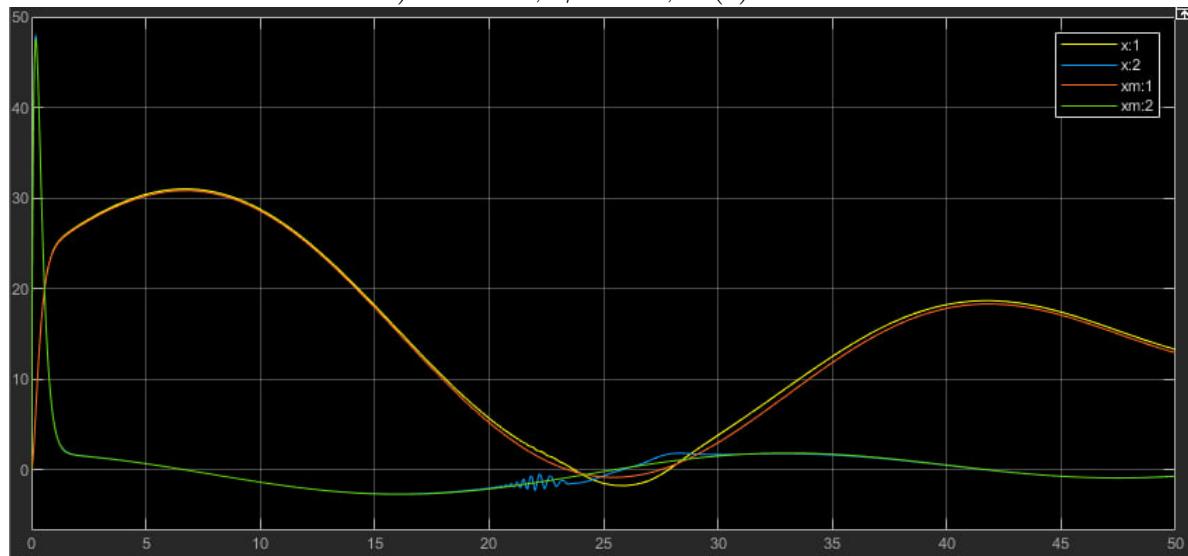


Рис.28 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

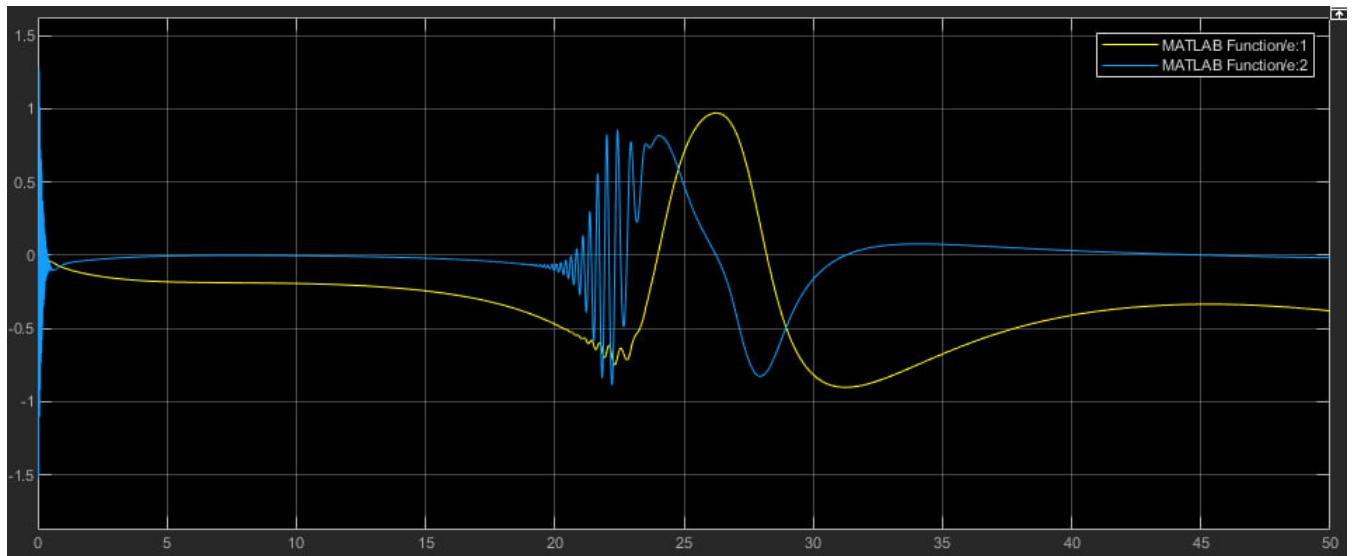


Рис.29 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

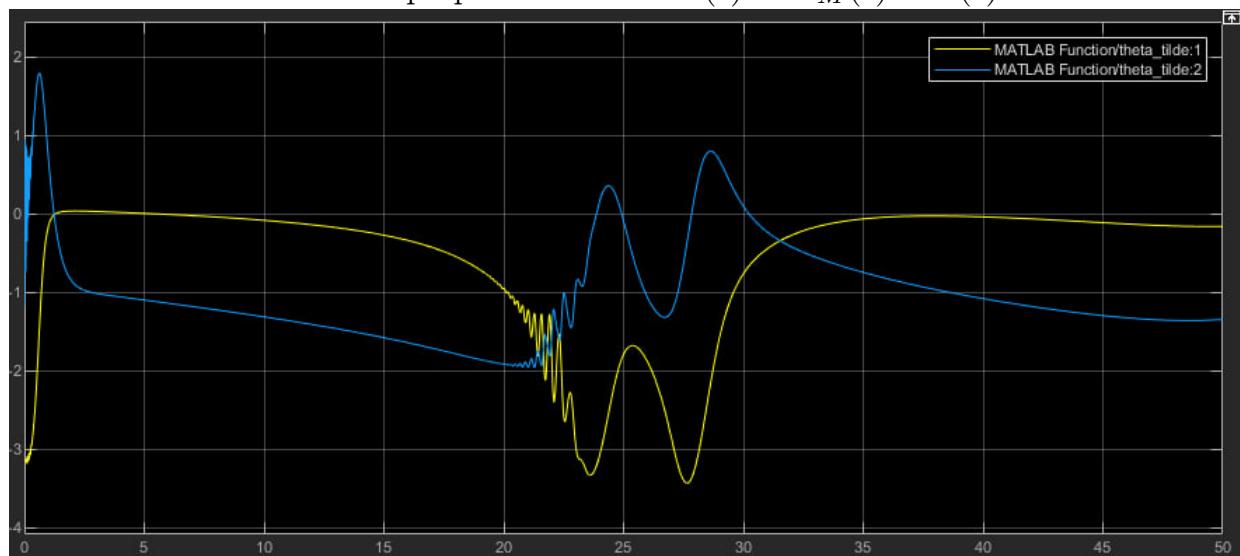


Рис.30 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$  .

2)  $\sigma = 10$ ,  $\gamma = 1000$ ,  $\sigma(t) = 0$

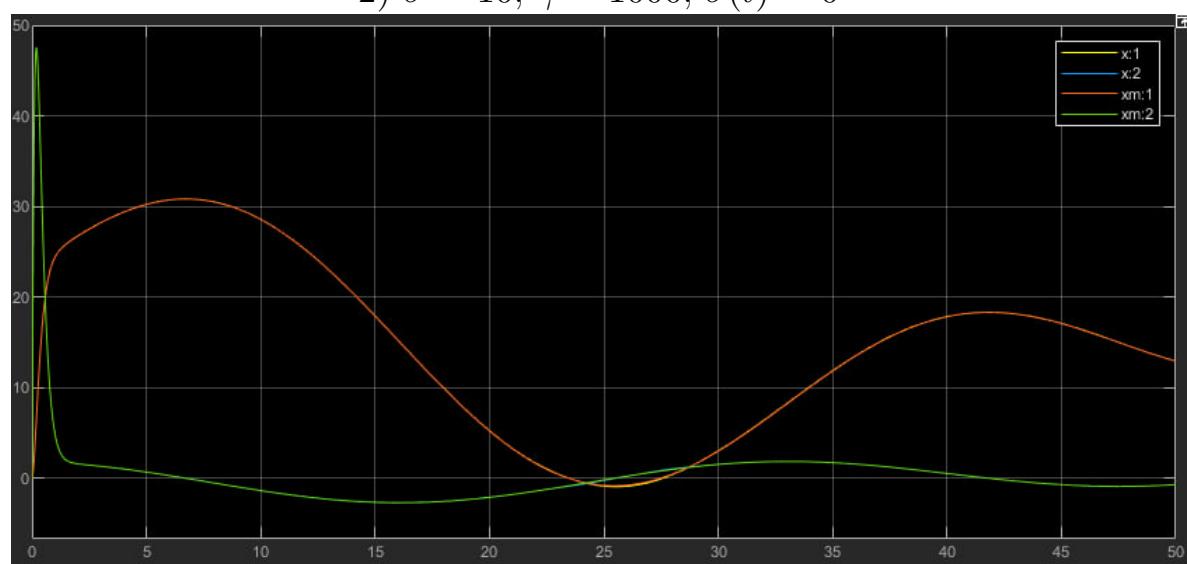


Рис.31 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

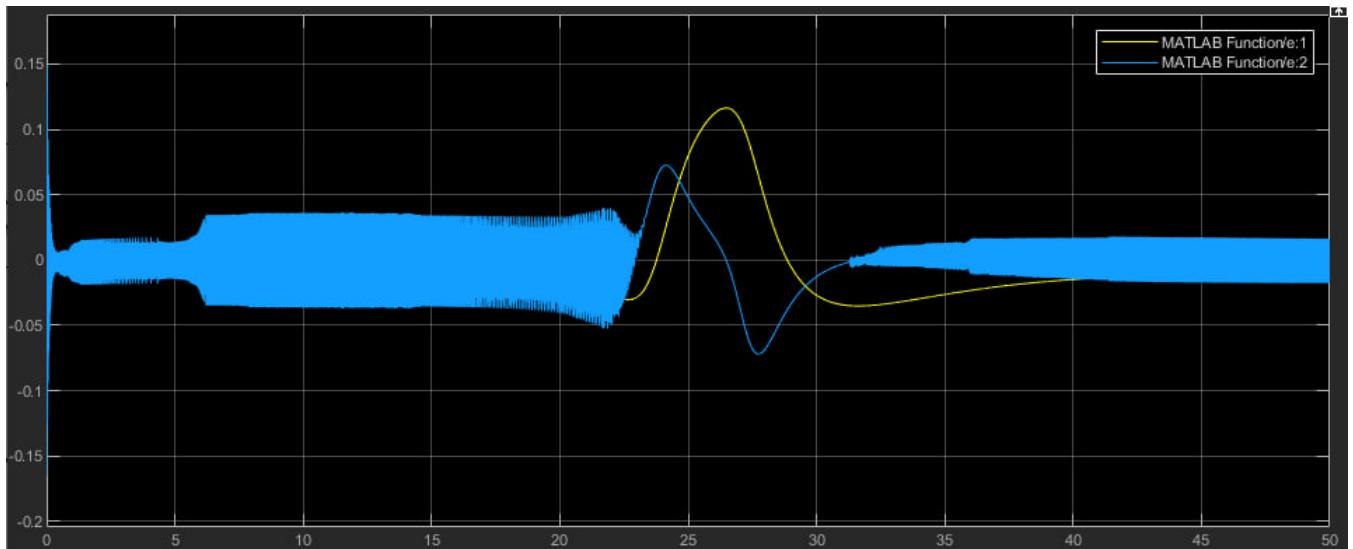


Рис.32 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

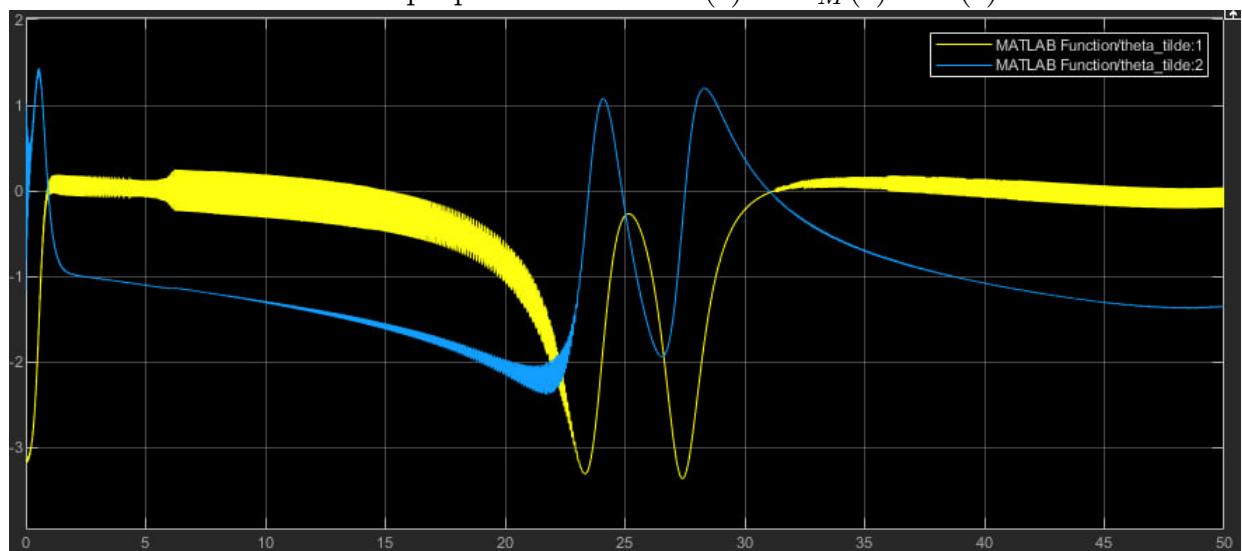


Рис.33 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ .  
3)  $\sigma = 3, \gamma = 10, \sigma(t) = 0$

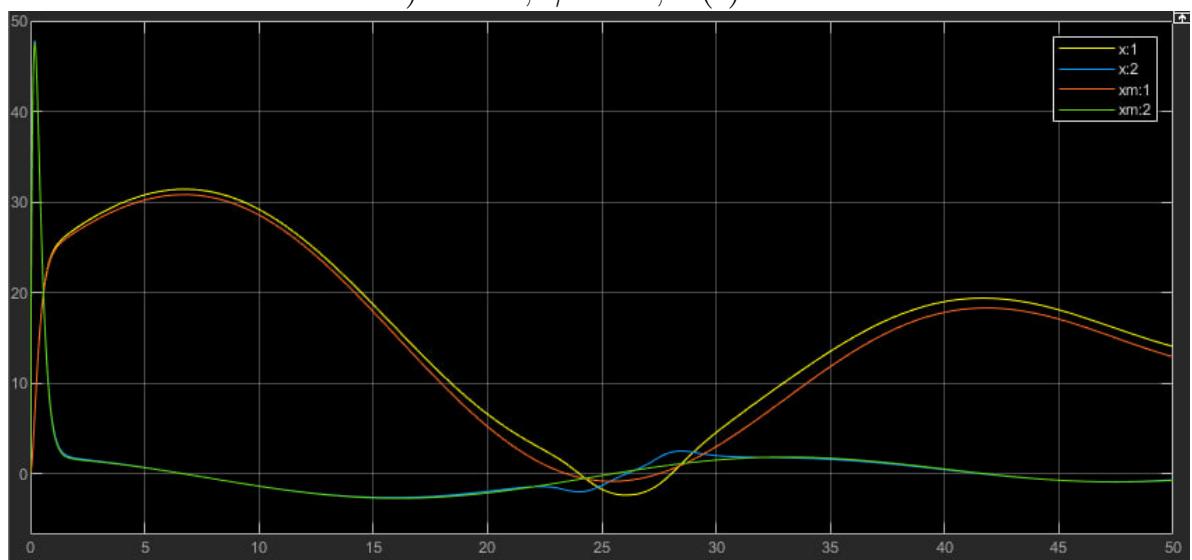


Рис.34 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

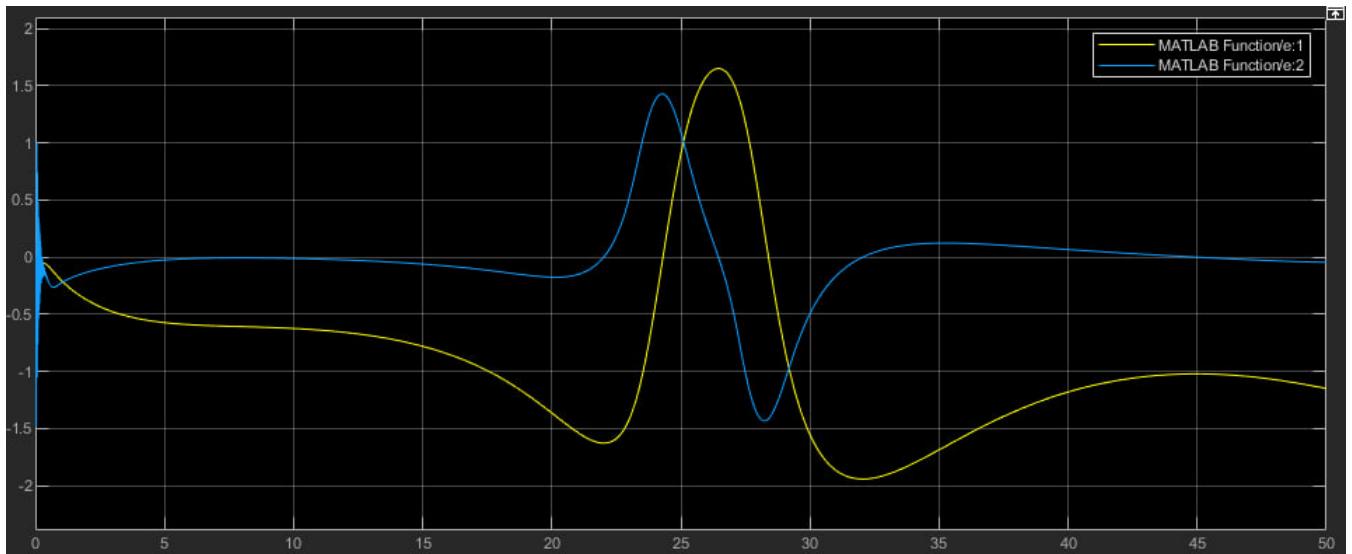


Рис.35 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

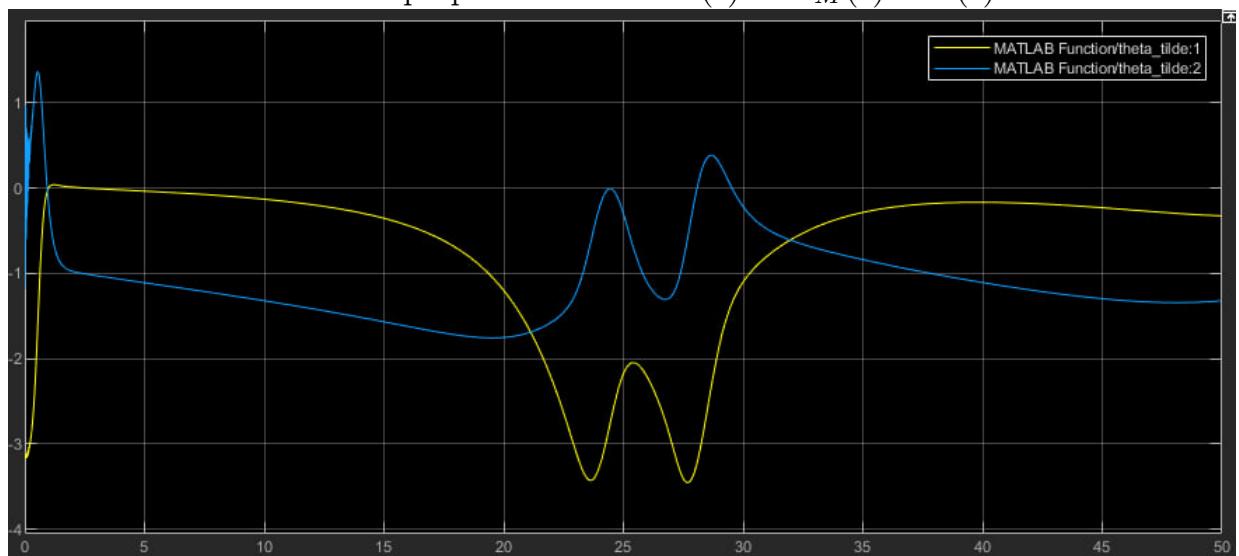


Рис.36 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$  .

4)  $\sigma = 10$ ,  $\gamma = 10$ ,  $\sigma(t) = 0$

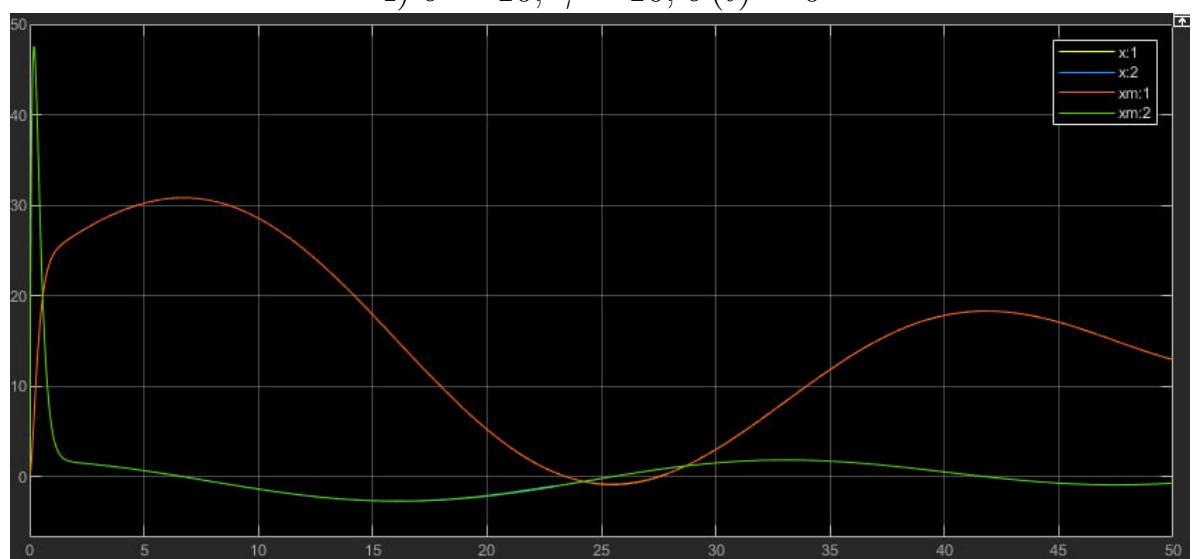


Рис.37 - График сигналов  $x(t)$ ,  $x_M(t)$ .

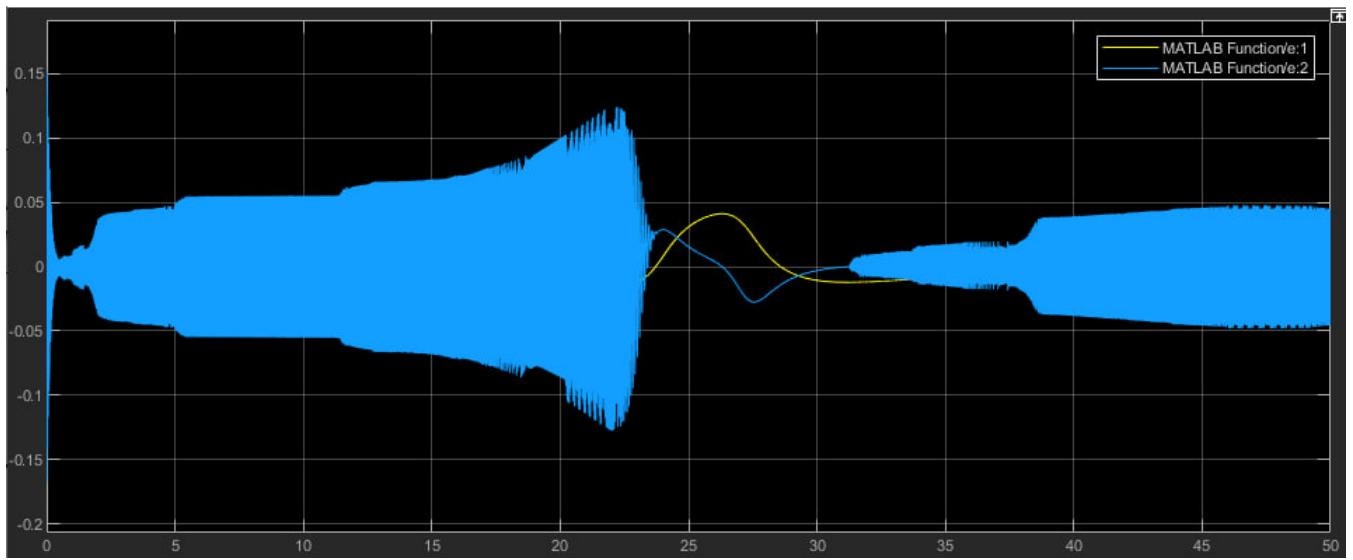


Рис.38 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

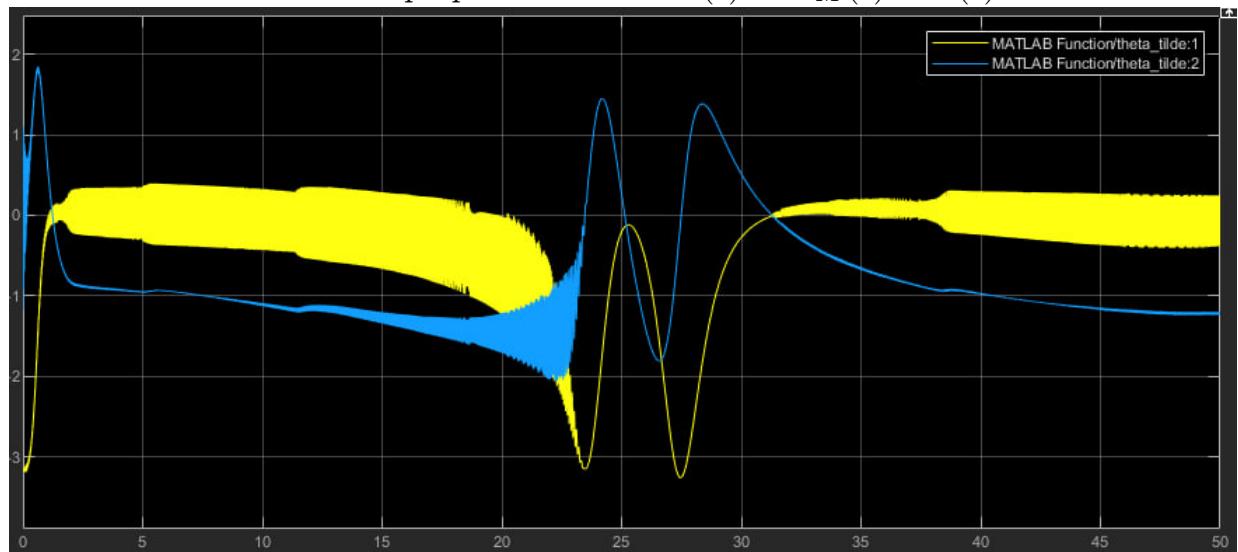


Рис.39 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$  .

5)  $\sigma = 10, \gamma = 10, \sigma(t) \neq 0$

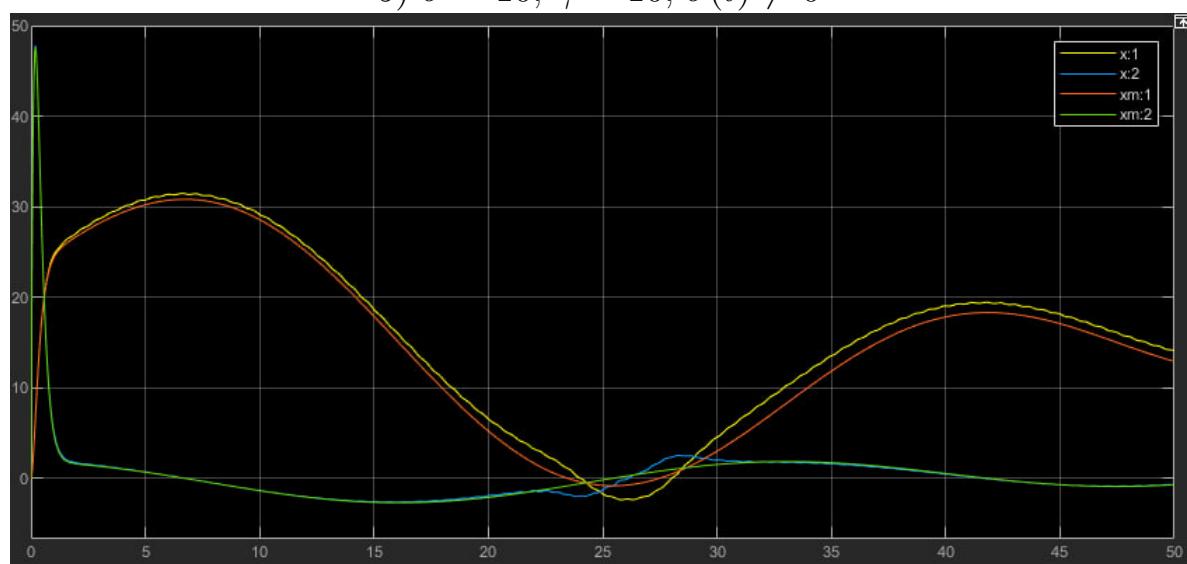


Рис.40 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

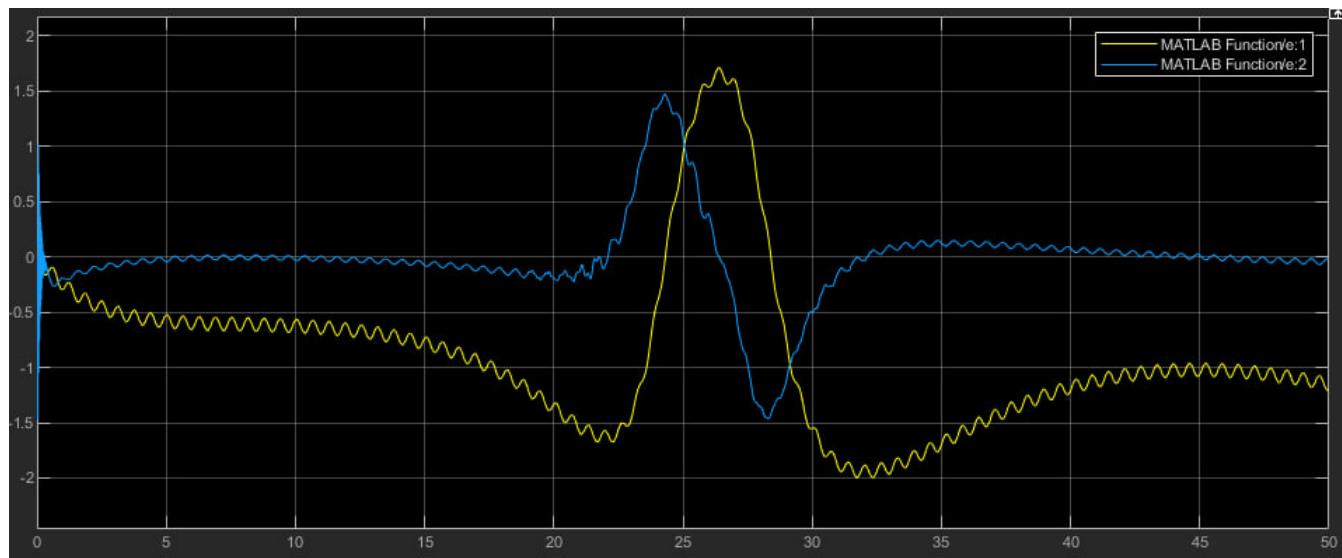


Рис.41 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

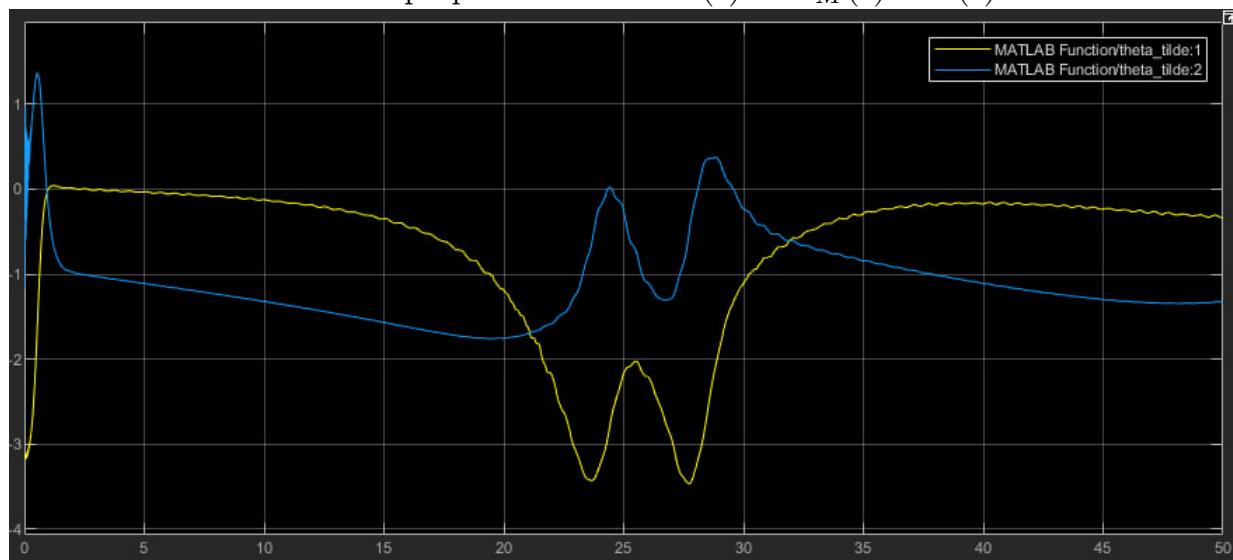


Рис.42 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ .  
6)  $\sigma = 10$ ,  $\gamma = 1000$ ,  $\sigma(t) \neq 0$

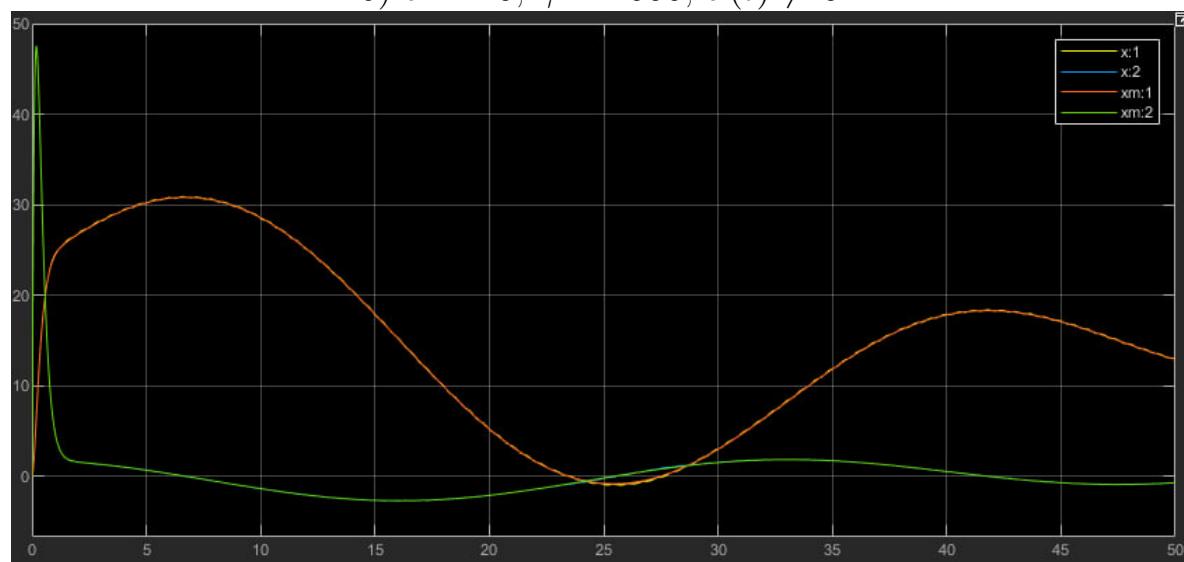


Рис.43 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

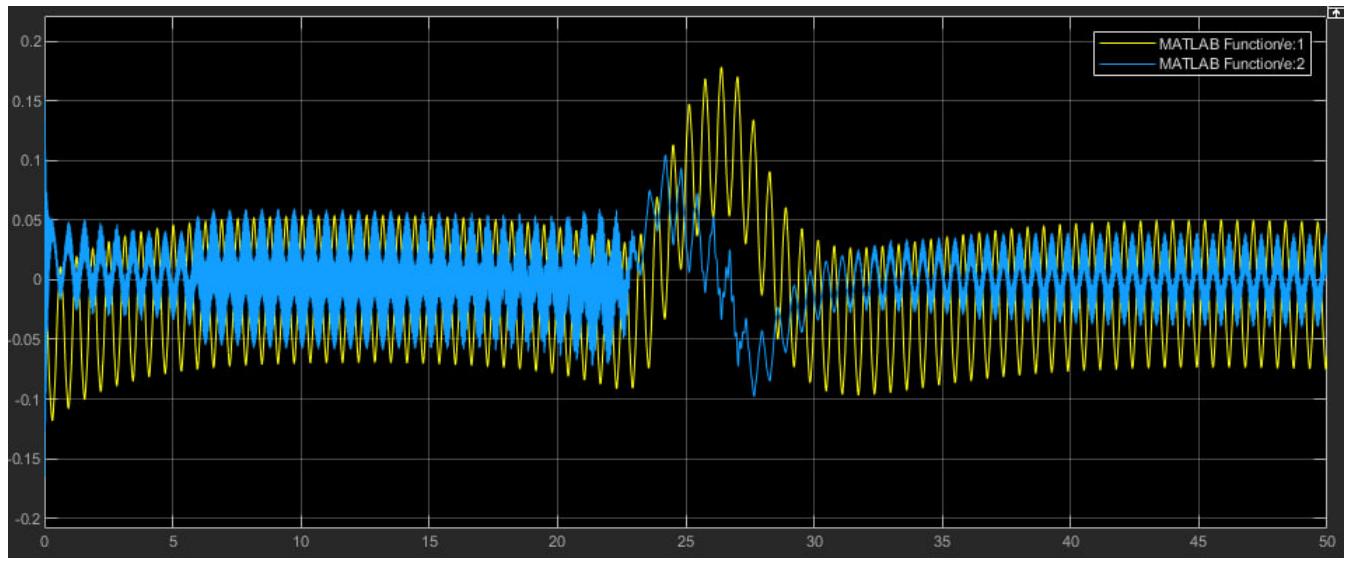


Рис.44 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

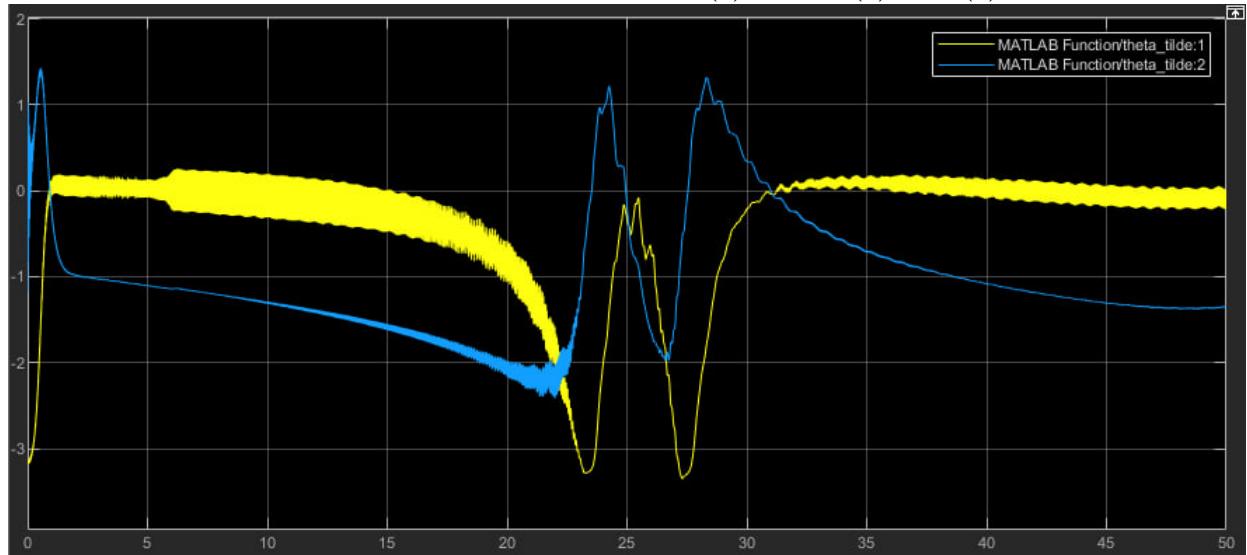


Рис.45 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ .  
7)  $\sigma = 3, \gamma = 10, \sigma(t) \neq 0$

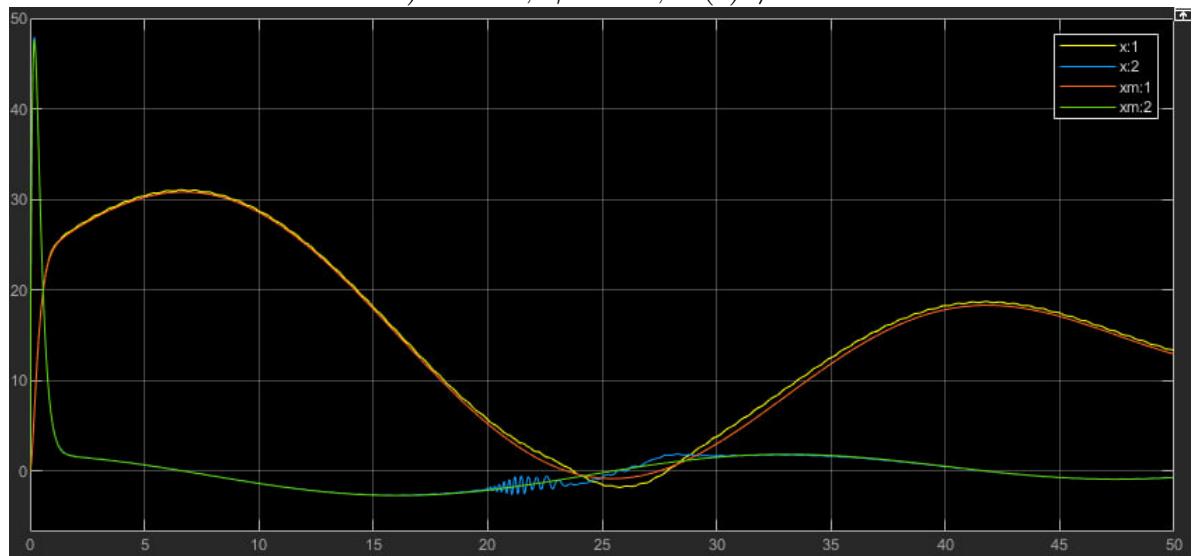


Рис.46 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

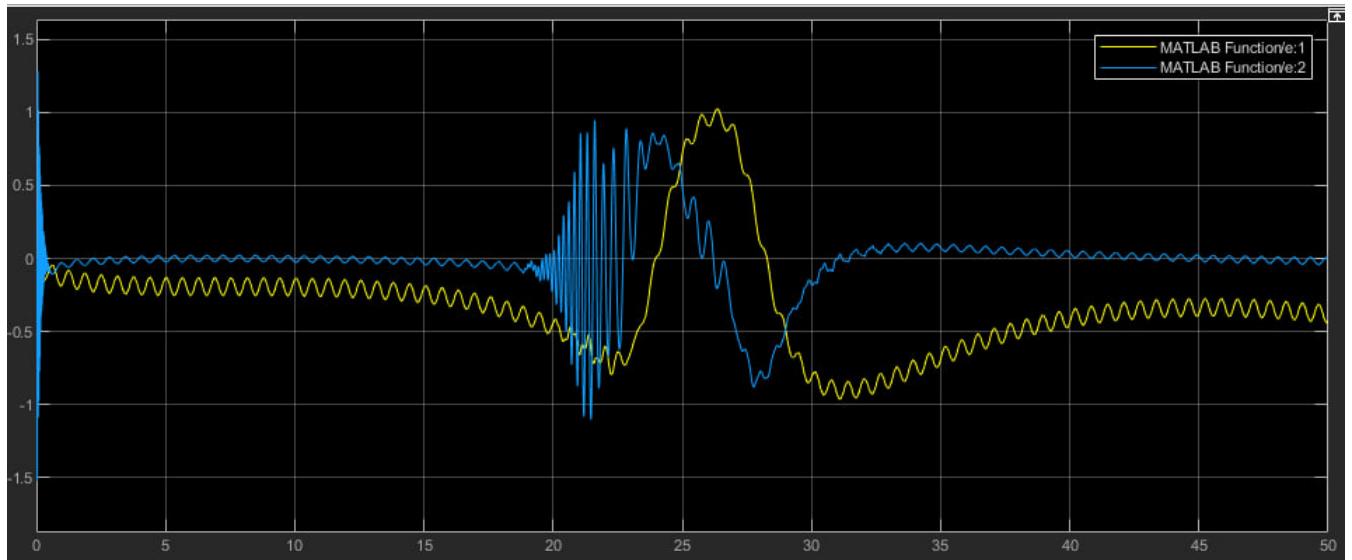


Рис.47 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

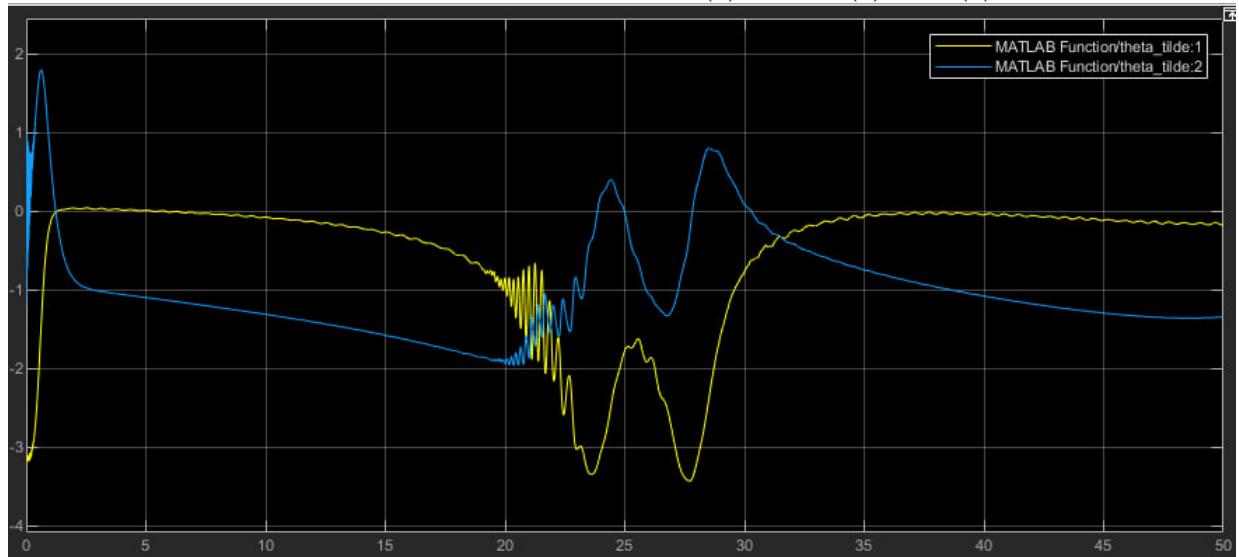


Рис.48 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ .  
 5)  $\sigma = 3$ ,  $\gamma = 1000$ ,  $\sigma(t) \neq 0$

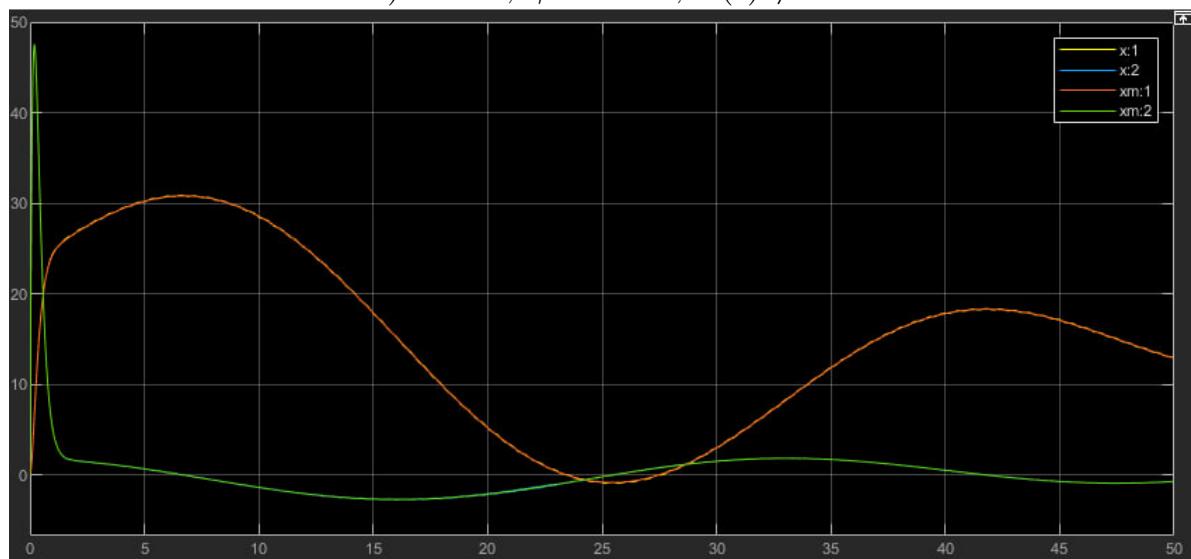


Рис.49 - График сигналов  $x(t), x_M(t)$ .

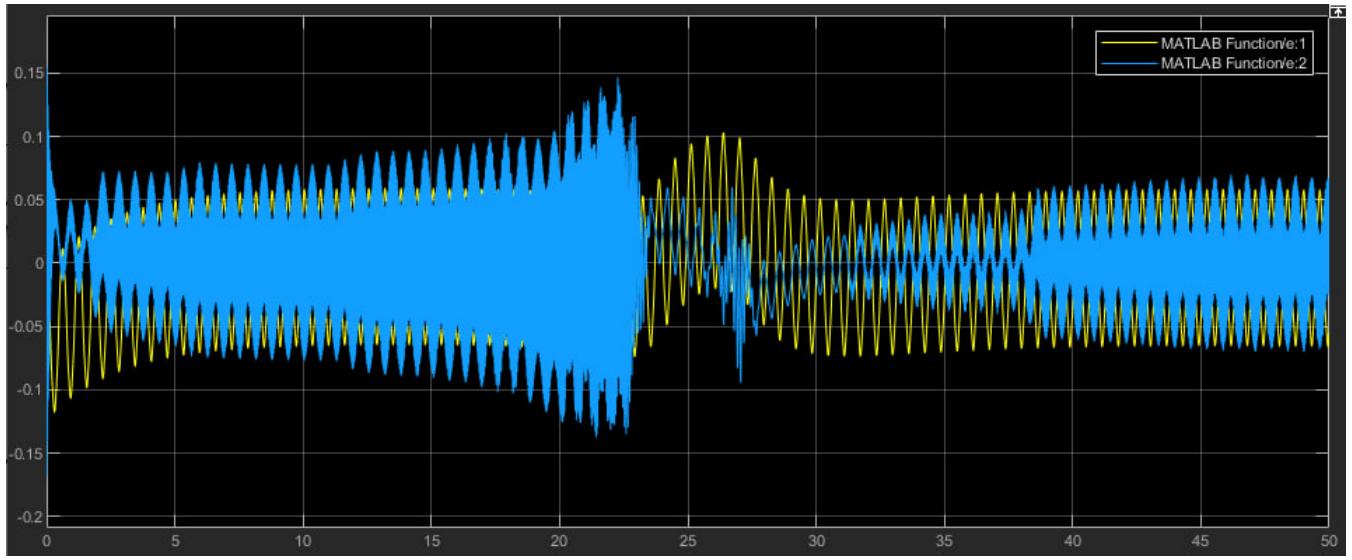


Рис.50 - График сигналов  $e(t) = x_M(t) - x(t)$ .

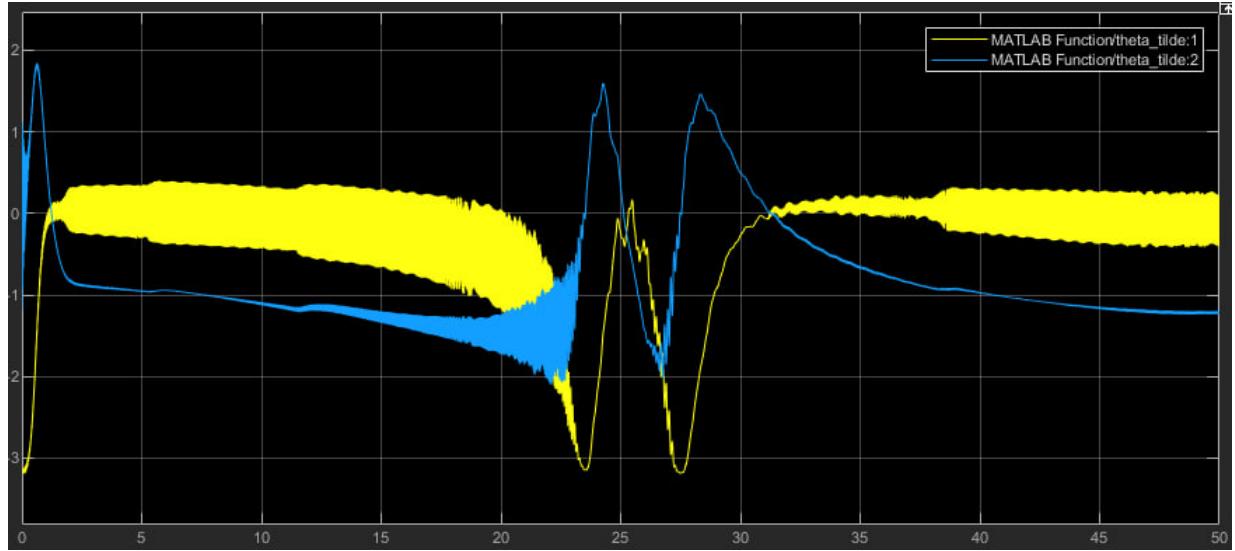


Рис.51 - График сигналов  $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ .

При разных наборах коэффициентов система остается устойчивой. Уменьшая значение параметра  $\sigma$  и увеличивая значение параметра  $\gamma$ , мы можем наблюдать сужение зоны сходимости ошибки. Наилучшим набором параметров на наш взгляд оказался:

$$\sigma = 3, \gamma = 1000$$

## 8 Вывод

В ходе данной лабораторной работы были рассмотрены два подхода к робастному управлению многомерным линейным объектом. Оба подхода обеспечили устойчивость замкнутой системы относительно внешний возмущений  $\sigma(t)$ . Адаптивно-робастный алгоритм демонстрирует более высокий показатель точности так как компенсирует параметрическую ошибку. Окрестность сходимости ошибки в обоих случаях можно минимизировать подбрав коэффициенты  $\sigma, \gamma$ .