

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

Отчет по лабораторной работе №6
**Синтез адаптивного наблюдателя состояния
линейного объекта**
Вариант 9

Выполнили студенты

Мовчан Игорь Евгеньевич
Копылов Андрей Михайлович

Преподаватель

Парамонов Алексей Владимирович

Санкт-Петербург
2025

Содержание

| | | |
|---|------------------------|---|
| 1 | Цель работы | 2 |
| 2 | Постановка задачи | 2 |
| 3 | Одногармонический вход | 3 |
| 4 | Четыре гармоники | 6 |
| 5 | Общие выводы | 8 |

1 Цель работы

Освоение процедуры построения адаптивного наблюдателя для линейного объекта управления.

2 Постановка задачи

Пусть дан асимптотически устойчивый объект при начальном состоянии $x(0)$ и недоступном к прямому измерению векторе x :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = Cx \end{cases}$$

Здесь u , y - входной и выходной сигналы объекта, уже доступные к прямым измерениям - на них и будем основываться.

Также задаются матрица системы A , вектор управления b и наблюдения C :

$$A = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_m \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

Коэффициенты a_i и b_j являются неизвестными.

Итак, рассматривается задача построения оценки вектора состояния \hat{x} такой, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0$$

Синтезируемый адаптивный наблюдатель должен одновременно оценивать неизвестные параметры объекта управления θ и генерировать оценку вектора состояния \hat{x} .

Отметим, что в задаче мы ограничены допущением, называемым *условием согласования*:

$$A_0 = A - \bar{\theta}C, \quad \bar{\theta}^T = [k_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad k_0 - a_0]$$

3 Одногармонический вход

Выберем сигнал $u(t)$, подаваемый на вход системы в виде

$$u(t) = 10 \sin(t)$$

Зададим также коэффициенты для матрицы A и вектора b управления модели согласно выбранному варианту:

$$a_1 = 4, \quad a_0 = 2, \quad b_1 = 2, \quad b_0 = 3$$

Для решения поставленной задачи построения адаптивного наблюдателя сформируем настраиваемую модель объекта, получаемую применением *гурвицевой* передаточной функции $H(s)$ к левой и правой частям объекта в форме вход-выход, а также последующей заменой θ на оценку $\hat{\theta}$

$$\hat{y} = \hat{\theta}^T \omega, \quad H(s) = \frac{1}{K(s)} = \frac{1}{s^n + k_{n-1}s^{n-1} + \dots + k_0} \quad (1)$$

Здесь \hat{y} и $\hat{\theta}$ являются оценками соответствующих переменных, а параметры θ и ω задаются как:

$$\theta^T = [k_0 - a_0, k_1 - a_1, \dots, k_{n-1} - a_{n-1}, b_0, b_1, \dots, b_m]$$

$$\omega^T = \left[\frac{1}{K(s)}[y], \frac{s}{K(s)}[y], \dots, \frac{s^{n-1}}{K(s)}[y], \frac{1}{K(s)}[u], \dots, \frac{s^m}{K(s)}[u] \right]$$

Введем в рассмотрение ошибку идентификации с \hat{y} - оценка переменной y :

$$\epsilon = y - \hat{y} = \theta^T \omega - \hat{\theta}^T \omega = \tilde{\theta}^T \omega$$

Тогда можно построить следующий алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \omega \epsilon, \quad \gamma > 0 \quad (2)$$

Который при выбранной оценке $\hat{\theta}$ для функции Ляпунова

$$V = \frac{\tilde{\theta}^T \tilde{\theta}}{2\gamma}$$

Будет давать отрицательность её производной:

$$\dot{V} = -\frac{\theta^T \dot{\hat{\theta}}}{\gamma} = -\tilde{\theta}^T \omega \epsilon = -\epsilon^2 < 0$$

Оценка самого вектора состояния x строится с использованием выведенной оценки θ и применением оператора матричной передаточной функции $\Phi(s)$ к правой и левой частям системы в форме вход-состояние-выход:

$$\Phi(s) = (Is - A_0)^{-1}, \quad A_0 = \begin{bmatrix} -k_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -k_{n-2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

После проведения алгебраических преобразований и замены вектора θ на его оценку $\hat{\theta}$ можно получить:

$$\hat{x} = \sum_{i=0}^{n-1} \hat{\theta}_{i+1} (sI - A_0)^{-1} e_{n-i} [y] + \sum_{j=0}^m \hat{\theta}_{j+1+n} (sI - A_0)^{-1} e_{n-j} [u] \quad (3)$$

Важно отметить, что $e_i^T = [0, \dots, 0, \underset{i}{1}, 0, \dots, 0]$.

Итак, примем коэффициенты применяемых передаточных функций из данных в варианте:

$$k_1 = 1, \quad k_0 = 0.25$$

И проверим построенный алгоритм, основанный на выражениях 1-3, при выбранном входном сигнале $u(t)$ и $\gamma = 1$. Модель представлена на рисунке 1, а графики нормы разности $\|x(t) - \hat{x}(t)\|$ и параметрической ошибки $\tilde{\theta}$ на рисунках 2 и 3 соответственно.

Теория говорит, что оценка $\hat{\theta}$ должна сойтись к θ (\hat{x} к x), если входной сигнал достаточно гармонически насыщен - при 2 порядке системы для экспоненциальной сходимости ошибки $\tilde{\theta}$ и оценки 4 параметров одной гармоники во входном сигнале не хватает, поэтому в результатах можем видеть ограниченную ошибку $\tilde{\theta}$.

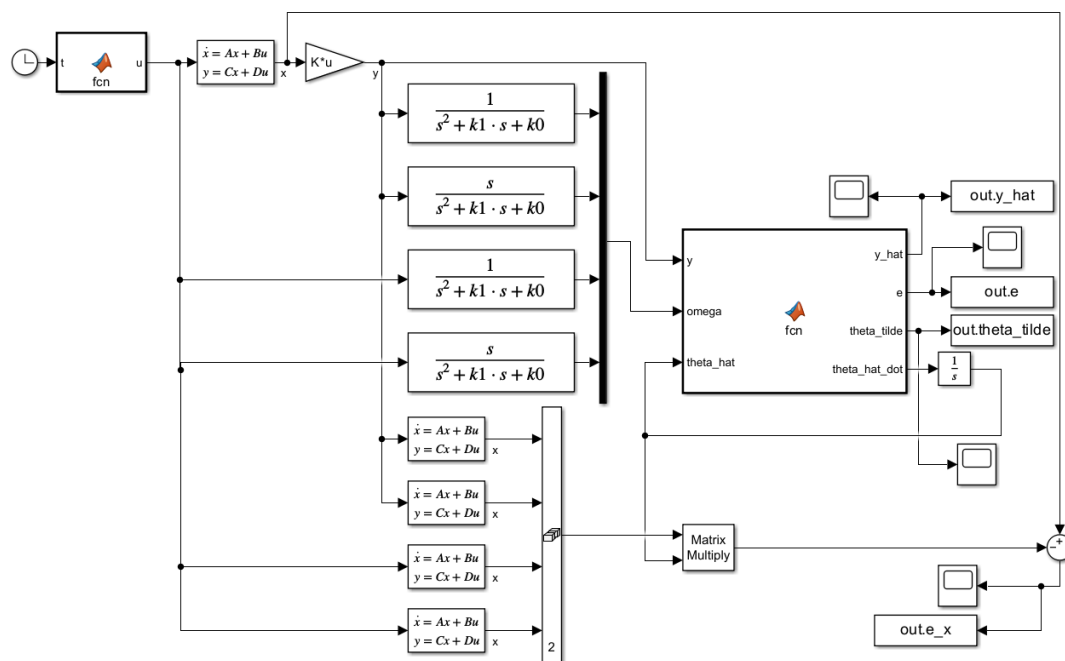
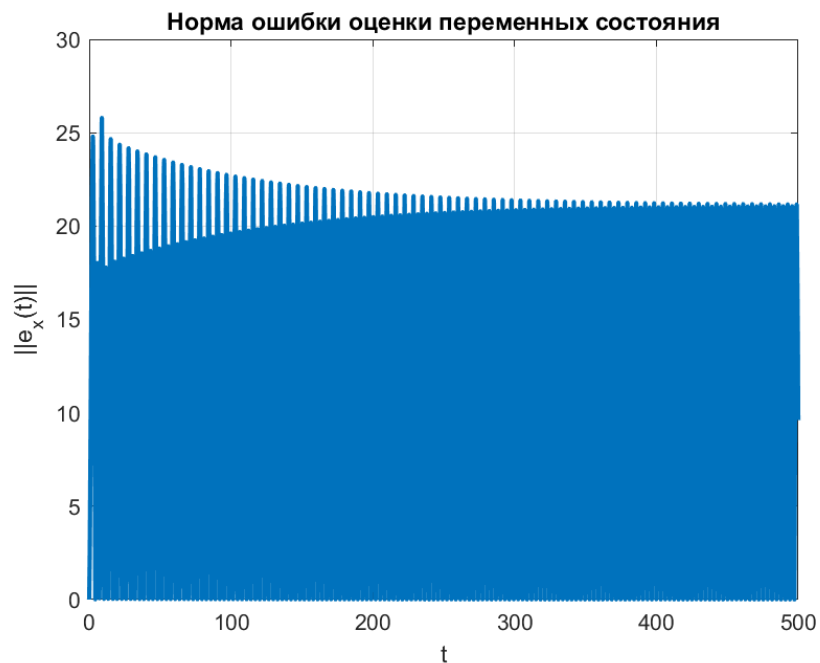


Рис. 1: Модель наблюдателя

Рис. 2: График нормы ошибки оценки вектора состояния $\|x(t) - \hat{x}(t)\|$

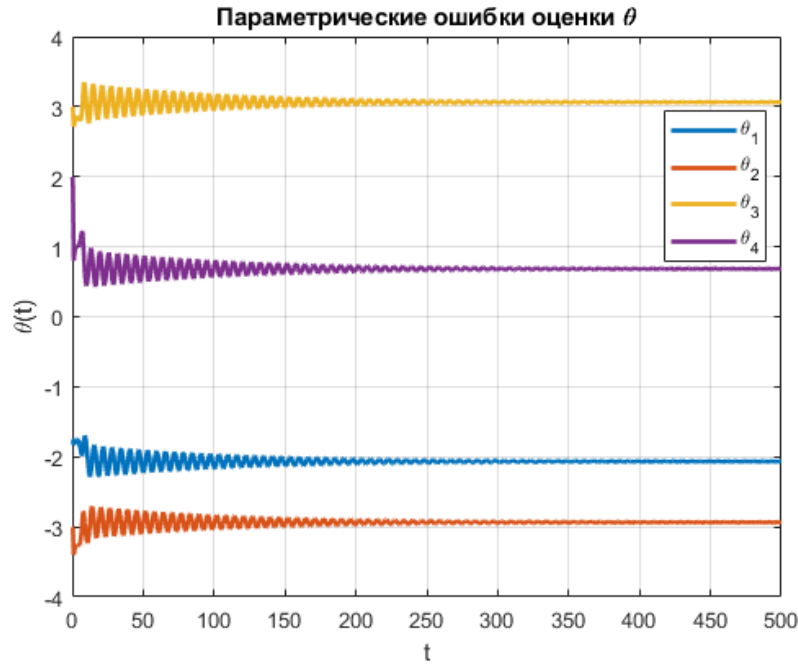


Рис. 3: График ошибки оценки параметра $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$

4 Четыре гармоники

Повторим эксперимент при входном сигнале, состоящем уже из четырех гармоник *разной частоты*

$$u(t) = 10 \sin(t) + 5 \cos(2t) + 4 \cos(4t) + 3 \cos(8t)$$

Результаты моделирования при $\gamma = 1$ и обогащенном входной сигнале представлен на рисунках 4 и 5.

Можем видеть, что все ошибки сходятся к нулю, а значит, задача построения оценки выполнена успешно!

Стоит отметить, что в общем случае построенным алгоритмом наблюдения гарантируется лишь схождение $\epsilon = y - \hat{y}$ к нулю, а значит, для построения адаптивных наблюдателей для систем высоких порядков необходимо брать целое множество *разнообразных* на частоты гармоник для входа $u(t)$, тогда как для систем малых порядков будет достаточно и нескольких гармонических сигналов.

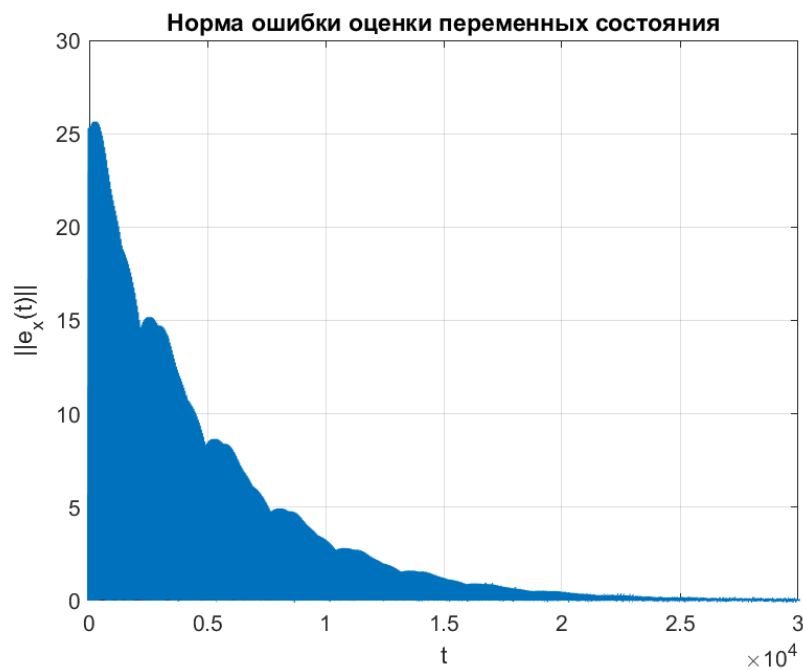


Рис. 4: График ошибки оценки состояния $\|x(t) - \hat{x}(t)\|$ при добавлении гармоник

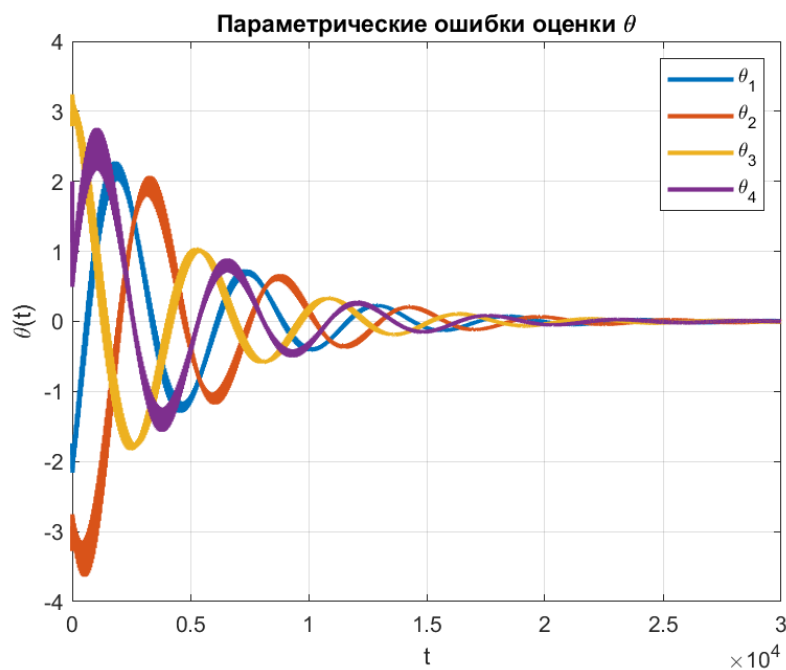


Рис. 5: График ошибки оценки параметра $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ при добавлении гармоник

5 Общие выводы

В ходе лабораторной работы был реализован адаптивный наблюдатель для линейного объекта с неизвестными параметрами. На входе с одной гармоникой продемонстрирована недостаточность возбуждения системы: параметры не сходятся, а ошибка оценки остаётся ограниченной. Тогда как при использовании входного сигнала, содержащего уже 4 гармоник различных частот, уже обеспечена необходимая информативность регрессора. В результате достигнута сходимость параметров и хорошая оценка вектора состояния.