Научно-исследовательский университет ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Отчет по лабораторной работе №3
Исследование системы автоматического управления с дискретным ПИД-регулятором
Вариант 11

Выполнили студенты Мовчан Игорь Евгеньевич
Боглачев Артём Сергеевич
Преподаватель Краснов Александр Юрьевич

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1 Цель работы

Изучение алгоритма цифрового управления, полученного путем аппроксимации непрерывного ПИД-регулятора.

2 Составление модели

Для начала определим объектом управления электрическую печь с нагревательным элементом, представляющую собой апериодическое звено второго порядка и имеющую передаточную функцию

$$W_o(s) = \frac{k_o}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Тогда приведённая непрерывная часть описывается следующей передаточной функцией

$$W_r(z) = \frac{z-1}{z}\,\mathcal{Z}\left\{\frac{W_o(s)}{s}\right\} = \frac{(z-1)(r_0 z + r_1)}{z(z-d_1)(z-d_2)}$$

Здесь $0 < d_i = e^{-T/T_i} < 1$ — полюса, лежащие внутри единичного круга, что соответствует устойчивому исходному объекту.

Для обеспечения астатизма первого порядка и компенсации динамики объекта синтезирован регулятор с передаточной функцией

$$W_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0(z-d_1)(z-d_2)}{z(z-1)} = q_0\,\frac{z^2 - (d_1+d_2)z + d_1 d_2}{z(z-1)}$$

Цель регулятора — компенсировать полюса объекта и обеспечить нулевую статическую ошибку слежения $e[k] = g[k] - y[k] \to 0$ при постоянных задающем воздействии $g[k]$ и возможном возмущении.

Поскольку управляющий сигнал формируется дискретно, а объект непрерывный, в состав системы введён формирующий элемент - экстраполятор нулевого порядка. Его передаточная функция:

$$W_{fe}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}.$$

В качестве параметров объекта управления выбраны значения:

$$T_1 = 0.45, \quad T_2 = 1.35$$

А период дискретизации принят равным

$$T = \frac{T_1}{2} = 0.225$$

Финальная модель САУ температуры показана на рисунке 1.

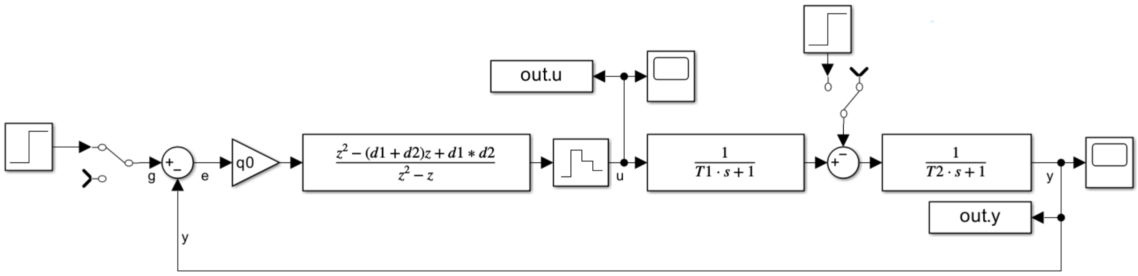

Рис. 1: Модель дискретной системы

3 Поиск параметров и моделирование

Итак, рассчитаем все передаточные функции. Для этого сперва найдем полюса непрерывной приведенной части:

$$d_1 = e^{-T/T_1} \approx 0.6065, \quad d_2 = e^{-T/T_2} \approx 0.8465$$

Откуда можно найти используемые передаточные функции регулятора и объекта управления с $k_0 = 1$

$$W_c(z) = q_0 \frac{z^2 - 1.453z + 0.5134}{z(z-1)}, \quad W_r(z) = \frac{1}{(0.45s+1)(1.35s+1)}$$

На качество переходных процессов теперь влияет только значение коэффициента передачи регулятора q_0. Методом проб и ошибок было получено $q_0 = 18$, при котором система устойчива и имеет слабоколебательные переходные процессы на выходах объектов.

Что ж, промоделируем получаемые выходные процессы дискретного регулятора и системы при *ступенчатом изменении задающего воздействия* $g[k]$, а также *ступенчатом и случайно меняющемся возмущающем воздействии.* Случайный сигнал будем подавать в виде Гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Все соответствующие графики приведены на рисунках 2–7. На них видно, что построенный регулятор успешно справляется с отслеживанием постоянных задающих сигналов как при отсутствии внешних возмущений, так и при их наличии. Однако при воздействии случайного возмущения регулятор не обеспечивает полного подавления, при этом сохраняется этом корректное среднее.

Это поведение объясняется структурой регулятора: он обеспечивает астатизм первого порядка, приводя разомкнутую систему к виду интегратора. Такая структура гарантирует нулевую статическую ошибку лишь для постоянных заданий и возмущений, но не компенсирует высокочастотные (случайные) воздействия.

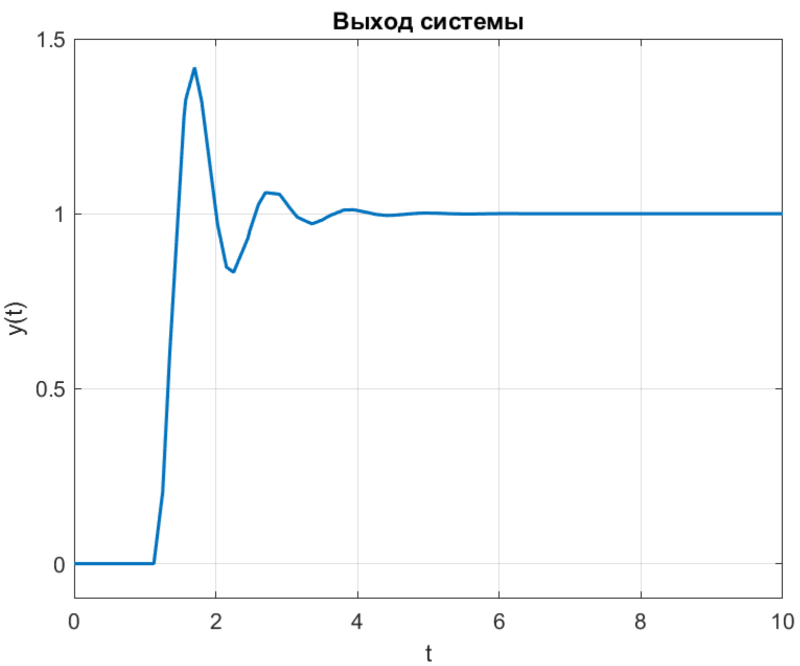

Рис. 2: $y(t)$ при ***ступенчатом*** *изменении* ***задающего*** *воздействия*

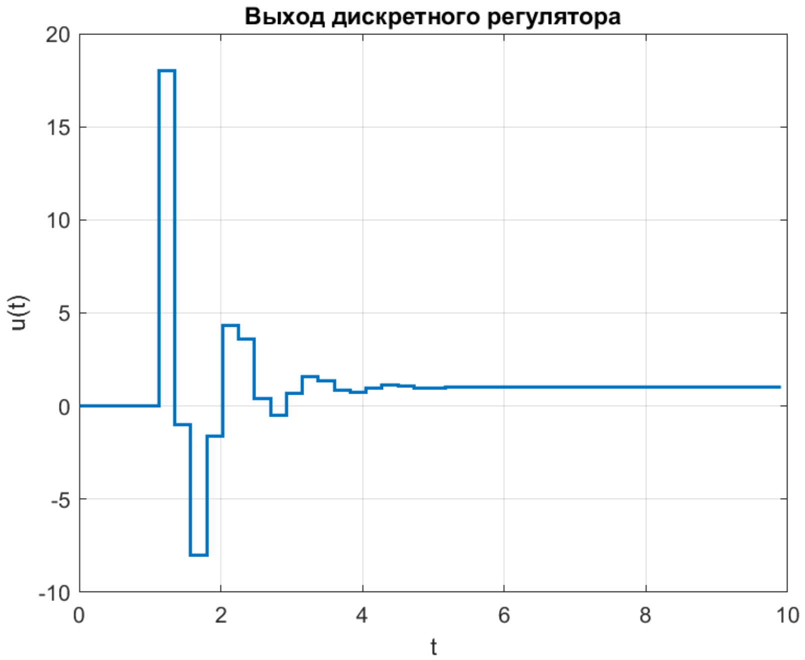

*Рис. 3: $u[k]$ при **ступенчатом** изменении **задающего** воздействия*

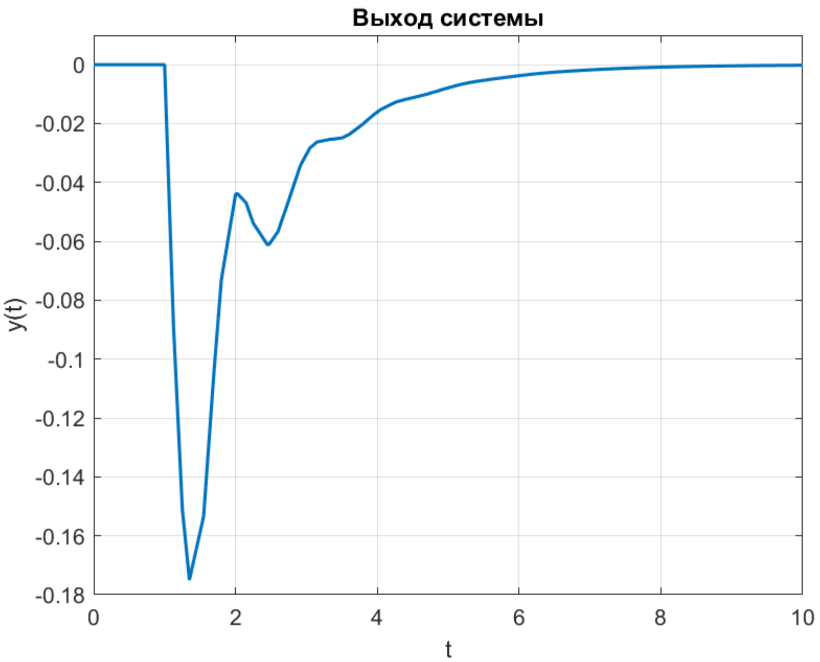

*Рис. 4: $y(t)$ при **ступенчатом** изменении **внешнего** воздействия*

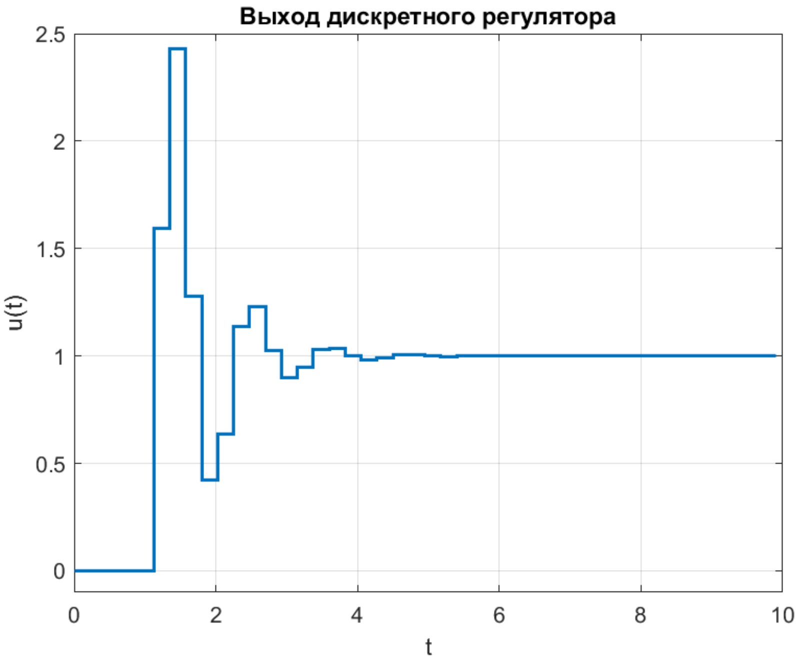

Рис. 5: $u[k]$ при ***ступенчатом*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия*

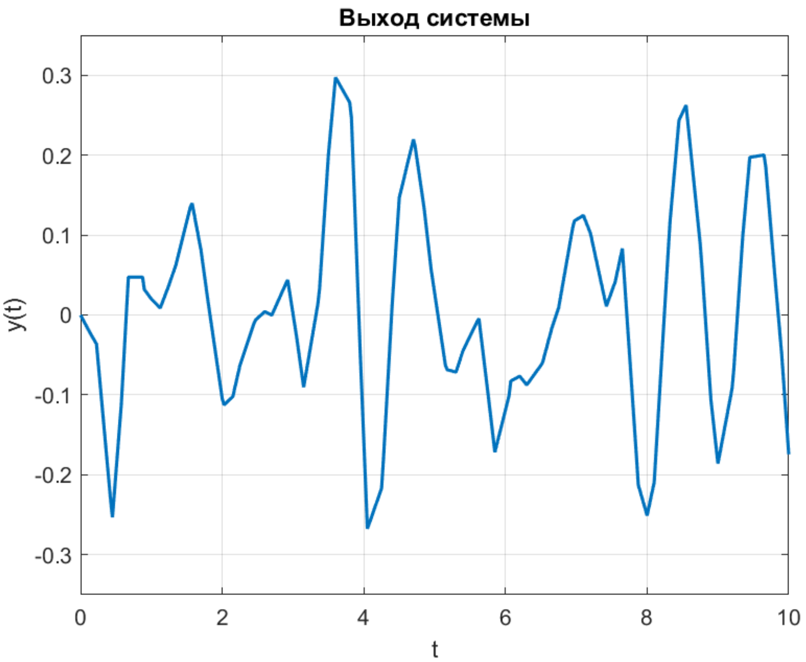

Рис. 6: $y(t)$ при ***случайном*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия*

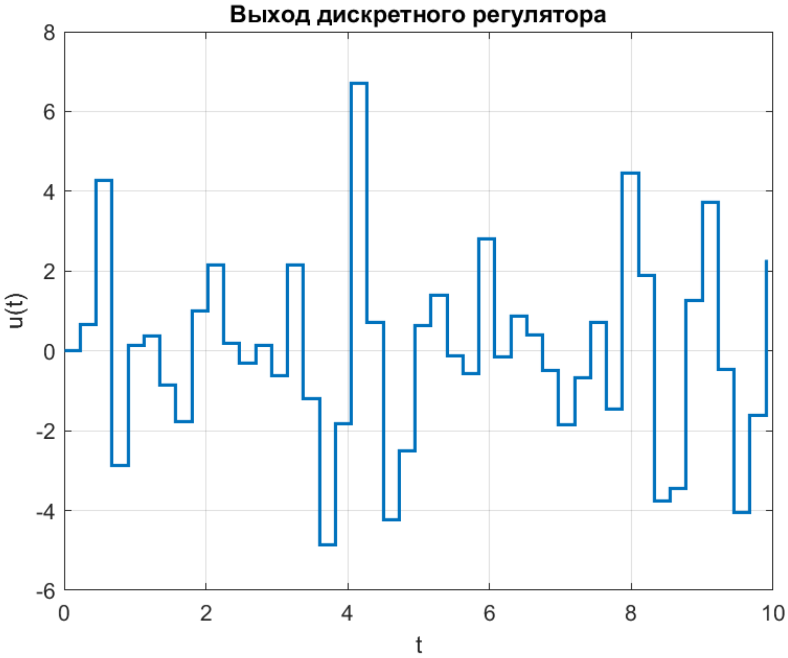

*Рис. 7: $u[k]$ при **случайном** изменении **внешнего** воздействия*

4 Влияние периода дискретизации

Попробуем теперь уменьшить значение периода дискретизации в модели фиксатора нулевого порядка до

$$T = \frac{T_1}{4}$$

Соответственно, изменятся и параметры системы, так что рассчитаем некоторые из них заново. Для начала найдем полюса d_i:

$$d_1 = 0.7788, \quad d_2 = 0.92$$

А после передаточную функцию регулятора:

$$W_c(z) = q_0\frac{(z-d_1)(z-d_2)}{z(z-1)} = q_0\frac{z^2 - 1.6988z + 0.7165}{z(z-1)}$$

Применим полученное к системе, параметр $q_0 = 18$ при этом оставим тем же - все необходимые графики приведены на рисунках 8-13.

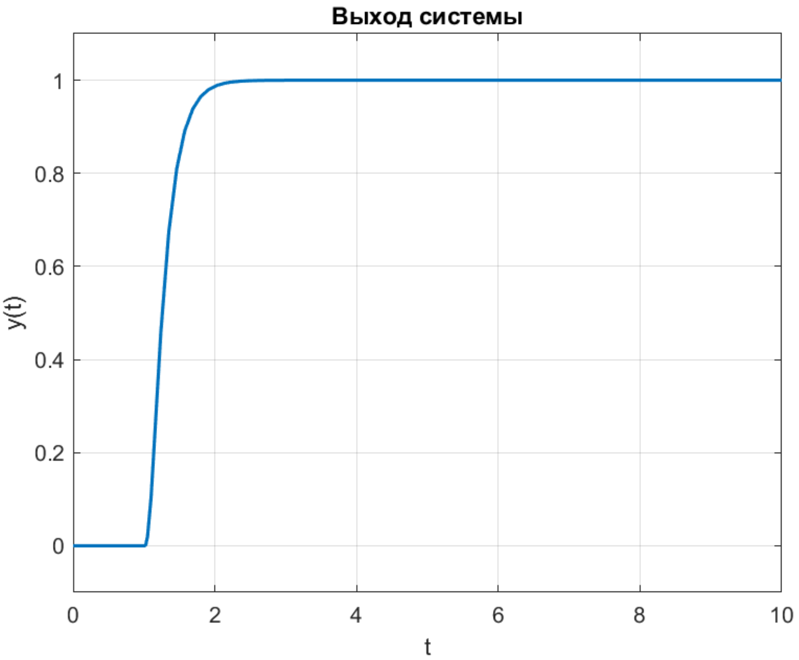

Рис. 8: y при ***ступенчатом*** *изменении* ***задающего*** *воздействия и малом T*

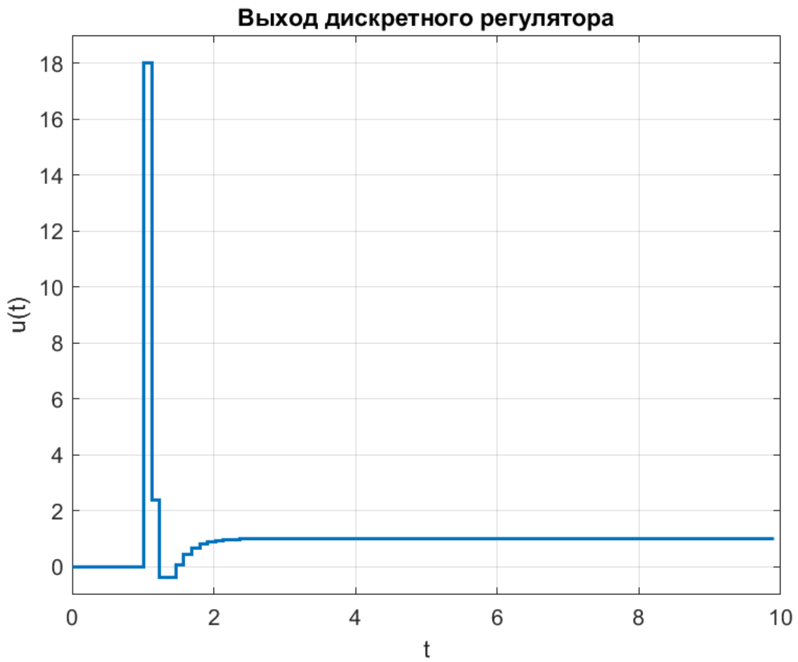

Рис. 9: u при ***ступенчатом*** *изменении* ***задающего*** *воздействия и малом T*

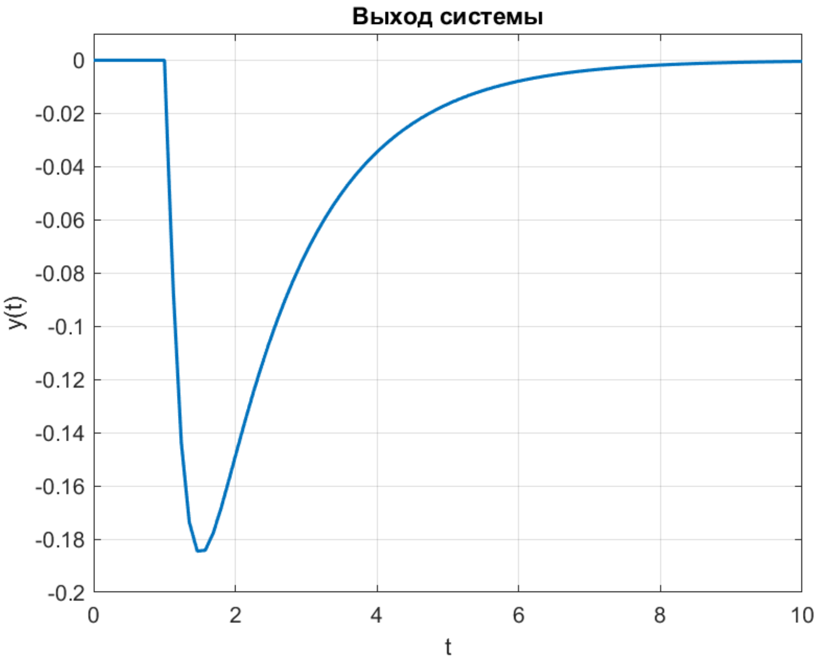

Рис. 10: y при ***ступенчатом*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и малом T*

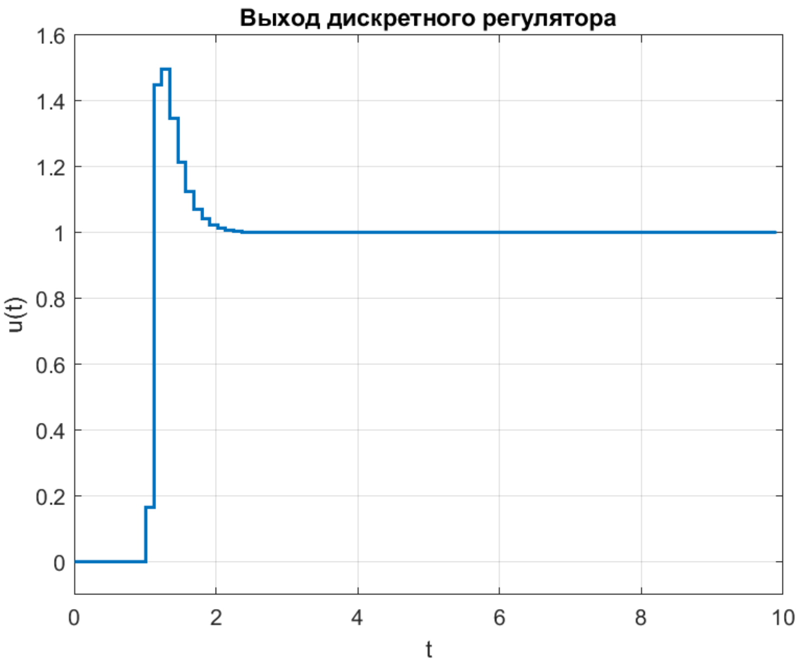

Рис. 11: u при ***ступенчатом*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и малом T*

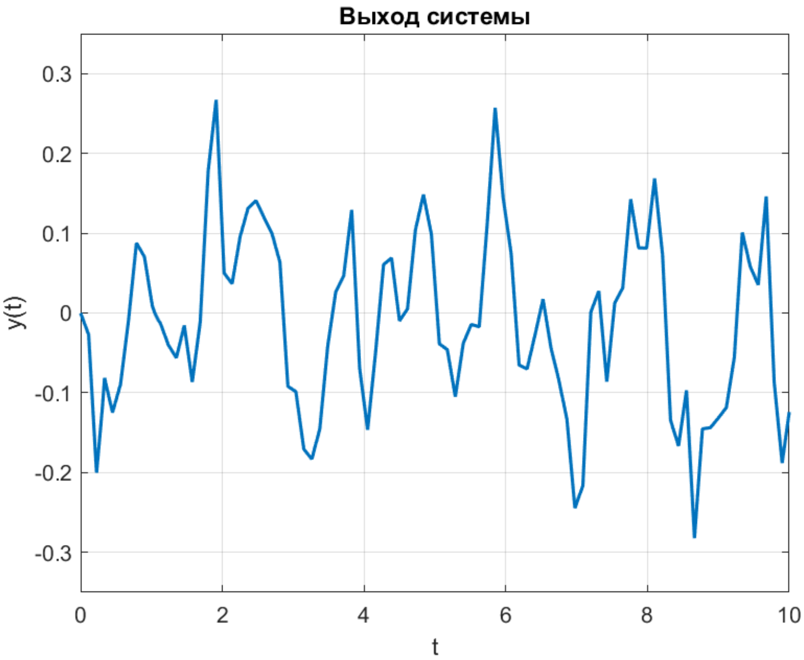

Рис. 12: y при ***случайном*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и малом T*

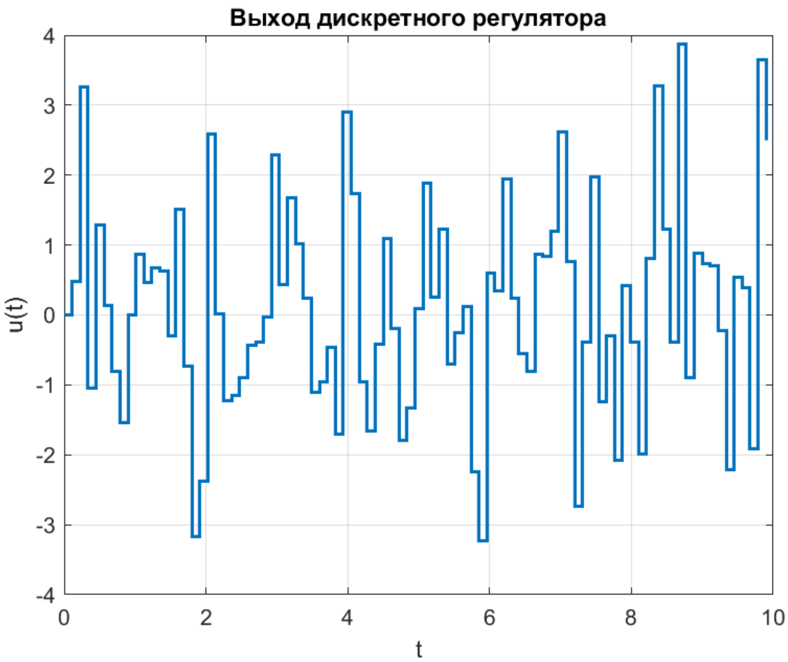

Рис. 13: u при ***случайном*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и малом T*

Можем наблюдать заметные улучшения по качеству отслеживания задающих сигналов - уходят колебания, система сходится стабильнее! Однако подавить случайное внешнее воздействие уменьшение T, конечно, не способно.

Всё вышесказанное связано с тем, что малость периода дискретизации T модели напрямую влияет на то, как точно дискретная модель аппроксимирует непрерывную и как часто регулятор видит ошибку и корректирует под неё управление. Соответственно, уменьшение T повышает качество всех процессов, и они становятся менее «резкими».

5 Неточная компенсация полюсов

А что если, например, параметр T_2 был неправильно оценен? Проверим, как на это будет реагировать построенный регулятор при

$$T = \frac{T_1}{2}, \quad q_0 = 18$$

А также неизменных передаточных функциях регулятора и системы из 3 пункта работы и измененом на 20% параметре T_2:

$$T_2' = 0.8 \cdot T_2 = 1.08, \quad T_2'' = 1.2 \cdot T_2 = 1.62$$

Моделировать случай системы при наличии случайного внешнего воздействия уже не будем, так как опыт показал, что там помогут только фильтры. Для всего остального проведем вычисления и посмотрим на результаты - графики представлены на рисунках 14-17 для $T_2 = T_2'$ и 18-21 для $T_2 = T_2''$.

Видим, что регулятор успешно справляется с задачей слежения даже при неправильно заданном T_2, но делает это несколько хуже, если сравнивать с результатами из 3 пункта, так как переходные процессы стали медленнее и колебательнее.

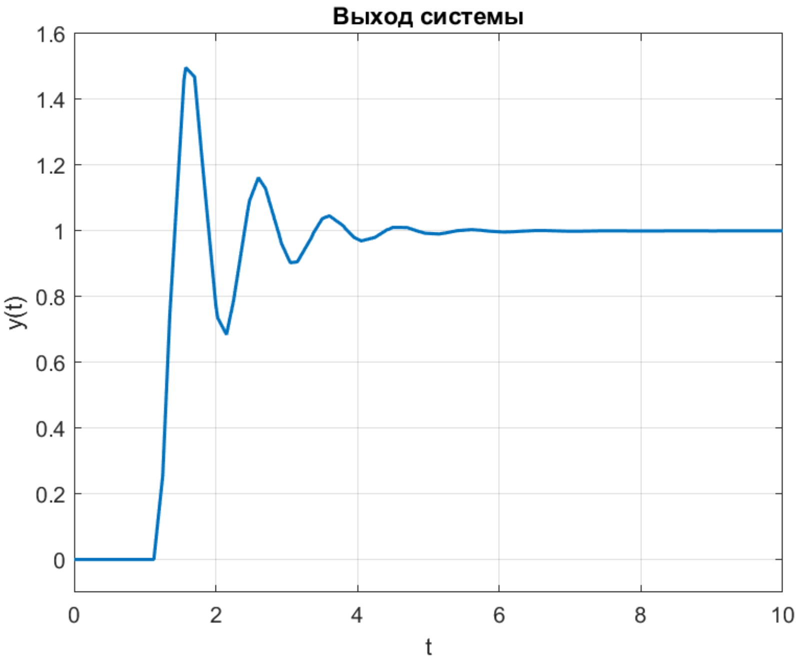

Рис. 14: y при ***ступенчатом*** *изменении* ***задающего*** *воздействия и* $T_2 = T_2'$

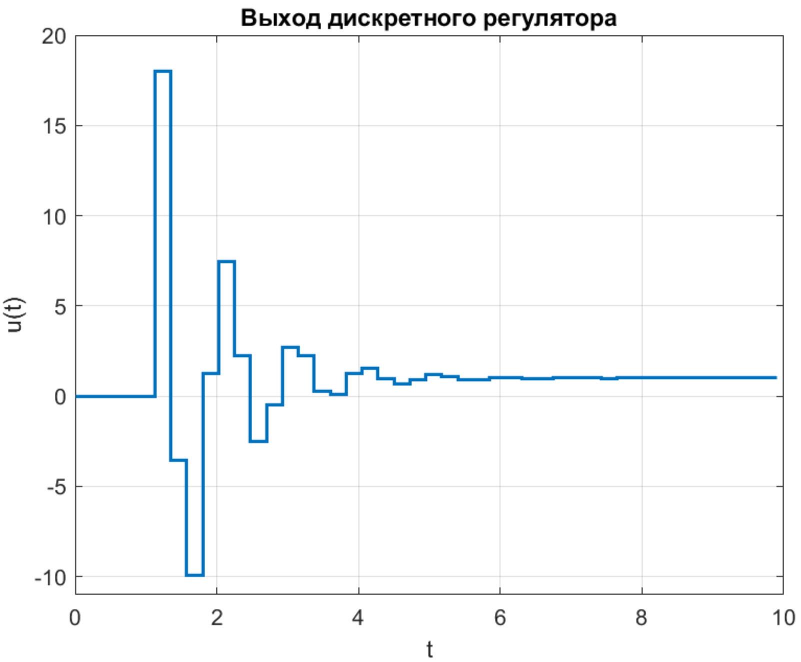

Рис. 15: u при ***ступенчатом*** *изменении* ***задающего*** *воздействия и* $T_2 = T_2'$

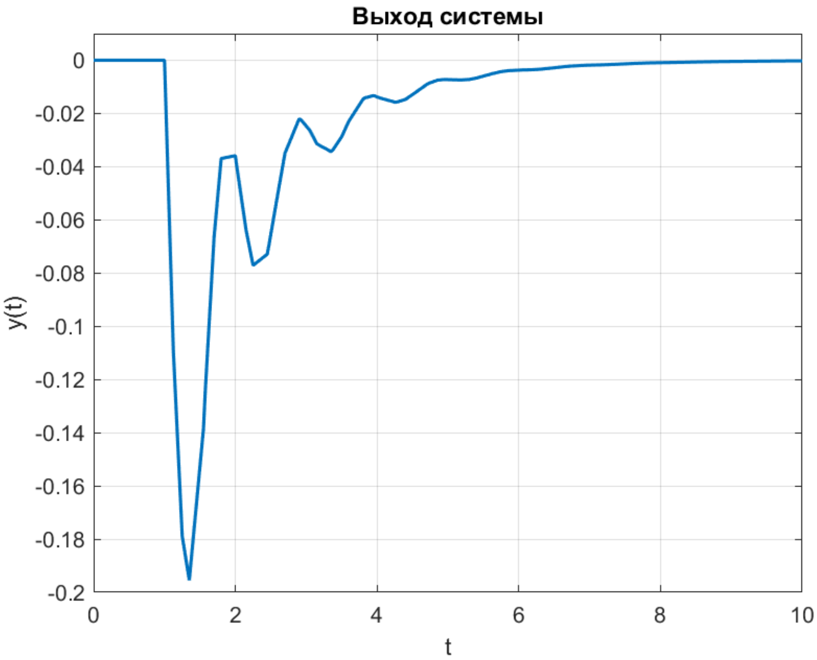

Рис. 16: y при ***ступенчатом*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и* $T_2 = T_2'$

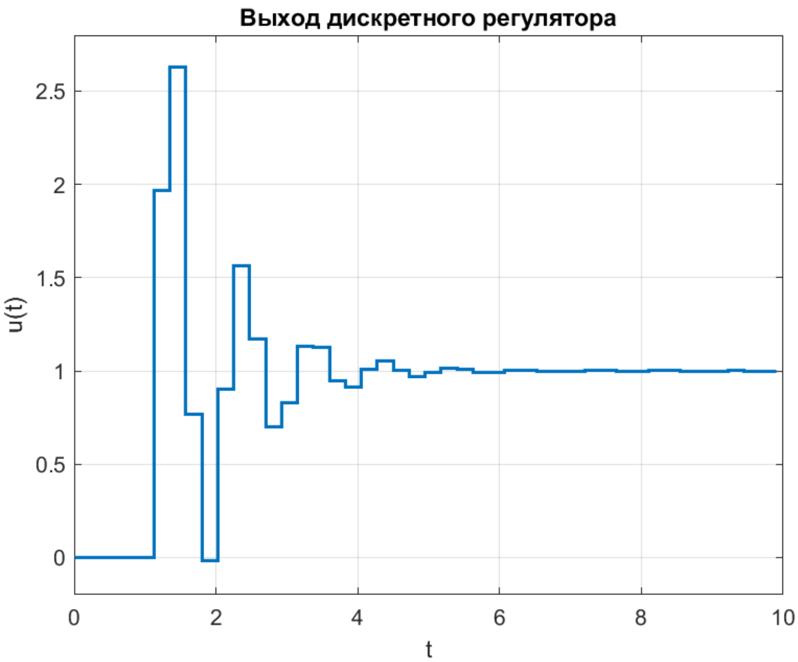

Рис. 17: u при ***ступенчатом*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и* $T_2 = T_2'$

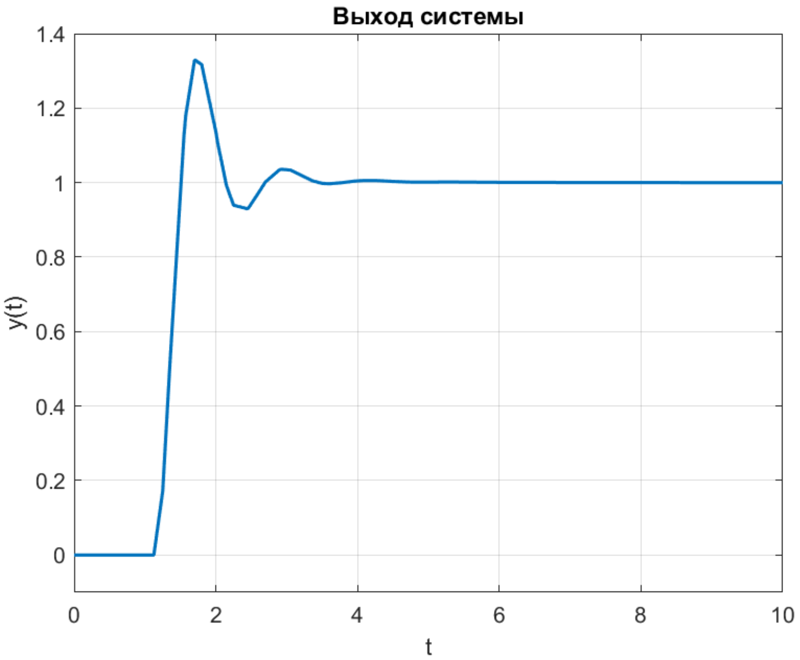

Рис. 18: y при ***ступенчатом*** *изменении* ***задающего*** *воздействия и* $T_2 = T_2''$

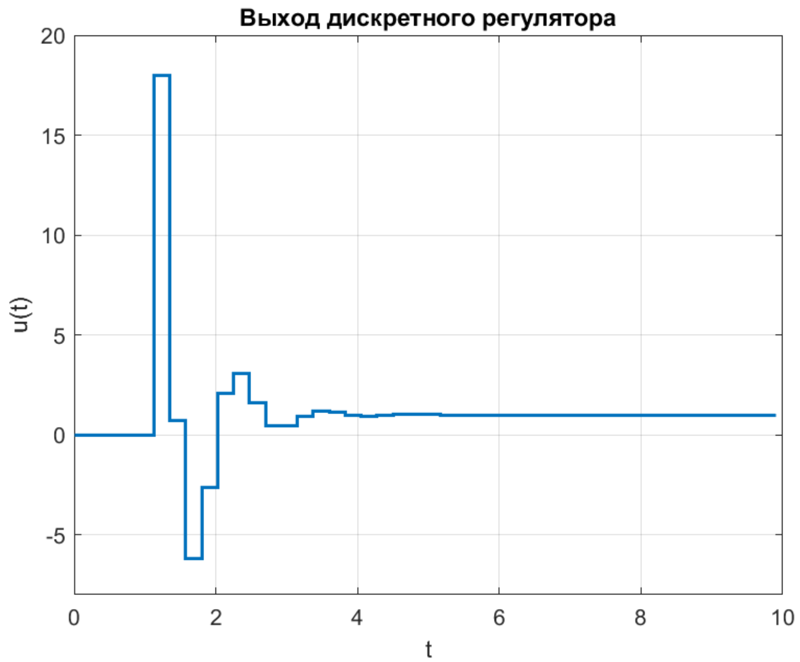

Рис. 19: u при ***ступенчатом*** *изменении* ***задающего*** *воздействия и* $T_2 = T_2''$

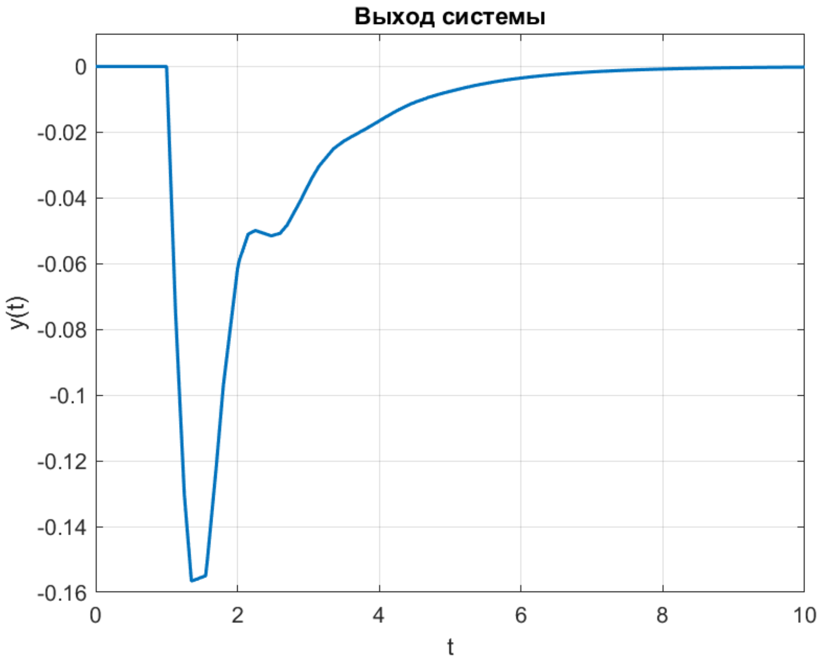

Рис. 20: y при ***ступенчатом*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и* $T_2 = T_2''$

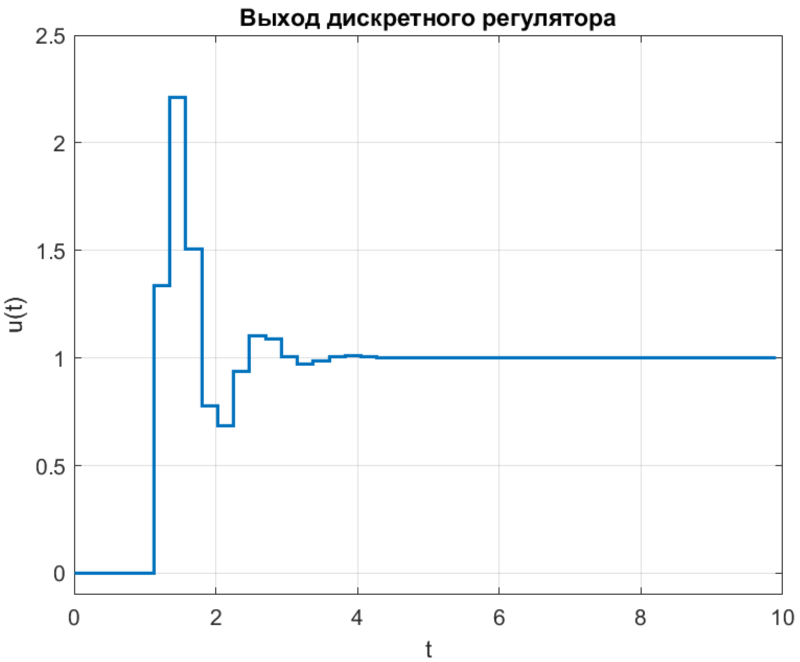

Рис. 21: u при ***ступенчатом*** *изменении* ***внешнего*** *воздействия и* $T_2 = T_2''$

6 Выводы

В ходе лабораторной работы был синтезирован и исследован цифровой регулятор, полученный аппроксимацией непрерывного ПИД-регулятора, для управления температурой апериодического объекта второго порядка. Показано, что при корректной компенсации полюсов обеспечивается устойчивость системы и нулевая статическая ошибка при постоянных задающих и ступенчатых возмущающих воздействиях. Получено, что уменьшение периода дискретизации улучшает качество переходных процессов, снижая колебательность и повышая качество слежения. Также выявлено, что небольшая неточность в оценке параметров объекта ухудшает динамические характеристики, но в целом не приводит к потере устойчивости и работоспособности системы.