

НАУЧНО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

Отчет по лабораторной работе №1
Механика электропривода

Выполнили студенты
Преподаватель

Мовчан Игорь Евгеньевич
Демкин Алексей Игоревич
Ле Ван Хынг
Будков Ярослав Антонович
Маматов Александр Геннадьевич

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1	Исходные данные	2
2	Выполнение силового расчета	3
3	Аналитическое моделирование	5
3.1	Трехмассовая система	6
3.2	Двухмассовая система	7
4	Имитационное моделирование	9
5	Выводы	19

1 Исходные данные

Согласно **варианту 7**, имеем следующие исходные данные:

- Диаметры шкивов ременной передачи: $d_1 = 150$ мм и $d_2 = 200$ мм;
- Число заходов и шаг гайки винтовой передачи: $z = 1$ и $s = 0.01$ м;
- КПД ременной передачи: $\eta_b = 0.95$;
- КПД зубчатой пары: $\eta_g = 0.9$;
- КПД винтовой пары: $\eta_s = 0.6$;
- КПД цепной передачи: $\eta_{ch} = 0.97$;
- Передаточное число цепной передачи: $j_c = 1$;
- Жесткость соединительных муфт: $k_c = 15 \cdot 10^6$ Н · м/рад;
- Жесткость ременной передачи: $k_b = 3 \cdot 10^6$ Н · м/рад;
- Жесткость цепной передачи: $k_{ch} = 12 \cdot 10^6$ Н · м/рад;
- Коэффициент демпфирования: $b = 0.1$ Н · м · с;
- Момент сухого трения: $M_f = 1.1$ Н · м;
- Масса: $m = 4700$ кг;
- Линейная скорость: $v = 0.013$ м/с;
- $z_1 = 12, z_2 = 21, z_3 = 16, z_4 = 42, z_5 = 16, z_6 = 50$;
- $J_2 = 0.1700$ кг · м²;
- $J_3 = 0.3929$ кг · м²;
- $J_4 = 0.0982$ кг · м²;

- $J_5 = 0.3008 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
- $J_6 = 0.1310 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
- $J_7 = 0.6016 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
- $J_8 = 0.1473 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
- $J_9 = 0.5054 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

2 Выполнение силового расчета

Рассмотрим винтовой домкрат:

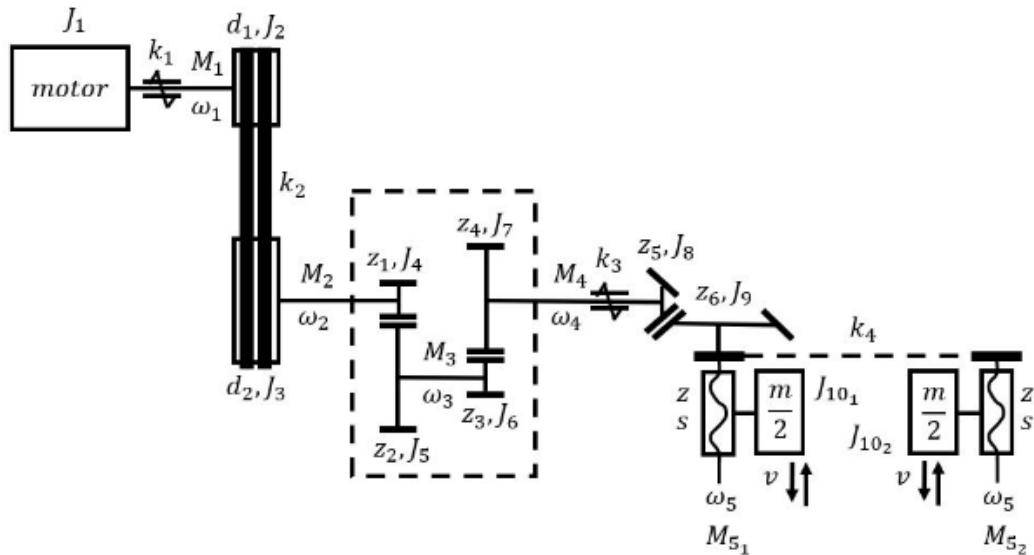


Рис. 1: Кинематическая схема винтового домкрата с электроприводом

Найдем скорости вращения ω_m , момента M_m на валу и мощности двигателя P_m , необходимого для привода домкрата, предназначенного для подъема груза массой m со скоростью v .

Для начала вычислим угловую скорость нагрузки:

$$\omega_5 = 2\pi \cdot \frac{v}{s} = 2\pi \cdot \frac{0.013}{0.01} \approx 8.168 \text{ рад/с.}$$

После найдем передаточное число от нагрузки к двигателю:

$$j = j_b \cdot j_c \cdot j_2 \cdot j_4 \cdot j_6,$$

$$j_b = \frac{d_2}{d_1} = \frac{200}{150} \approx 1.33,$$

$$j_2 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{21}{12} = 1.75,$$

$$j_4 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{42}{16} = 2.625,$$

$$j_6 = \frac{z_6}{z_5} = \frac{50}{16} = 3.125.$$

Откуда

$$j = 1.33 \cdot 1.75 \cdot 2.625 \cdot 3.125 \approx 19.14.$$

Угловая скорость вращения на валу двигателя тогда равна:

$$\omega_m = \omega_5 \cdot j = 8.168 \cdot 17.08 \approx 156.34 \text{ рад/с.}$$

$$n_m = \omega_m \cdot \frac{60}{2\pi} \approx 1492.97 \text{ об/мин.}$$

Теперь найдем момент на валу двигателя:

$$F = \frac{m}{2} \cdot g = \frac{4700}{2} \cdot 9.81 \approx 23053.5 \text{ Н,}$$

$$r = \frac{s}{2\pi} = \frac{0.01}{2\pi} \approx 0.00159 \text{ м,}$$

$$M_m = \frac{F \cdot r}{j \cdot \eta_{total1}} + \frac{F \cdot r}{j \cdot \eta_{total2}},$$

$$\eta_{total2} = \eta_{total1} \cdot \eta_{ch} = \eta_s \cdot \eta_g^3 \cdot \eta_b \cdot \eta_{ch}.$$

Откуда

$$M_m \approx 9.3 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Мощность двигателя:

$$P_m = M_m \cdot \omega_m \approx 1464.75 \text{ Вт.}$$

Выберем ближайшую по мощности модель **5A80MB4** с номинальной мощностью $P_n = 1.5 \text{ кВт}$, $n_n = 1440 \text{ об/мин}$, $M_n = 10 \text{ Нм}$, $J_1 = 0.0036 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $K_n = 2.2$.

Номинальная скорость вращения двигателя не соответствует рассчитанной ранее, поэтому скорректируем ременную передачу изменением диаметра d_1 :

$$\omega_0 = \frac{2\pi \cdot 1500}{60} \approx 157.08 \text{ рад/с},$$

$$j = \frac{\omega_0}{2\omega_2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4M_2\omega_2}{\eta h\omega_0^2}} \right),$$

где $h = \frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n}$, M_2 - момент второго шкива, ω_2 - угловая скорость второго шкива, η - КПД передачи, ω_0 - угловая скорость холостого хода двигателя.

Получаем исправленное значение диаметра d_1 :

$$\tilde{d}_1 = \frac{d_2}{j} \approx 155.6 \text{ мм.}$$

3 Аналитическое моделирование

Для каждого вала i найдем приведенный момент инерции и коэффициент жесткости:

$$\begin{aligned} J'_i &= \frac{J_i}{j_{1i}^2}, & k'_i &= \frac{k_i}{j_{1i}^2}, \\ j_{12} &= 1, \\ j_{13} &= j_{14} = j_b \approx 1.282, \\ j_{15} &= j_{16} = j_b \cdot j_2 \approx 2.2436, \\ j_{17} &= j_{18} = j_b \cdot j_2 \cdot j_4 \approx 5.8894, \\ j_{19} &= j_b \cdot j_2 \cdot j_4 \cdot j_6 \approx 18.4. \end{aligned}$$

Далее произведем аналитическое моделирование системы, для чего используем модели масса-пружина-демпфер (отдельно рассмотрим трехмассовую систему и двухмассовую системы).

3.1 Трехмассовая система

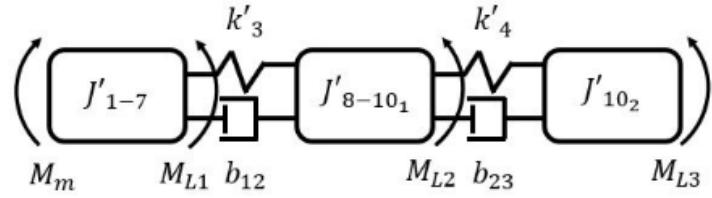


Рис. 2: Трехмассовая система

Найдем приведенный момент инерции каждой из масс:

$$\tilde{J}_1 = \sum J'_{1-7} \approx 0.5733 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\tilde{J}_2 = \sum J'_{8-10_1} \approx 5.721 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\tilde{J}_3 = \sum J'_{10_2} = J'_{10_2} = J'_{10} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{v}{\omega_m} \right)^2 \approx 1.746 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Приведем также жесткости:

$$k'_3 = \frac{k_c}{j_{17}^2} \approx 4.2982 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{рад},$$

$$k'_4 = \frac{k_{ch}}{j_{19}^2} \approx 3.521 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{рад},$$

Вычислим резонсные частоты для трехмассовой системы:

$$\begin{cases} \tilde{J}_1 \frac{dw_1}{dt} = M_m - M_{s12} - M_{d12} - M_{L1}, \\ \frac{dM_{s12}}{dt} = k'_3(w_1 - w_2), \\ \tilde{J}_2 \frac{dw_2}{dt} = M_{s12} + M_{d12} - M_{s23} + M_{d23} - M_{L2}, \\ \frac{dM_{s23}}{dt} = k'_4(w_2 - w_3), \\ \tilde{J}_3 \frac{dw_3}{dt} = M_{s23} + M_{d23} - M_{L3}. \end{cases}$$

В матричной форме система примет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases},$$

где $x = [\omega_1, M_{s12}, \omega_2, M_{s23}, \omega_3]^T$ - вектор состояния,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 \\ k'_3 & 0 & -k'_3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_2} & 0 & -\frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & k'_4 & 0 & -k'_4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_3} & 0 \end{bmatrix}.$$

Найдя собственные числа матрицы A , получаем:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0 \\ \lambda_{2,3} &= \pm 8697.27j \\ \lambda_{4,5} &= \pm 44977.79j \end{aligned}$$

Откуда значения резонансных частот:

$$\begin{aligned} v_1 &= 0 \\ v_2 &= 8697.27 \\ v_3 &= 44977.79 \end{aligned}$$

3.2 Двухмассовая система

Найдем приведенный момент инерции каждой из масс:

$$\tilde{J}_1 = \sum J'_{1-7} \approx 0.5733 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\tilde{J}_2 = \sum J'_{8-10_2} \approx 5.739 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Жесткость:

$$k'_{34} = (k'_3 + k'_4)^{-1} \approx 32539.68 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{рад.}$$

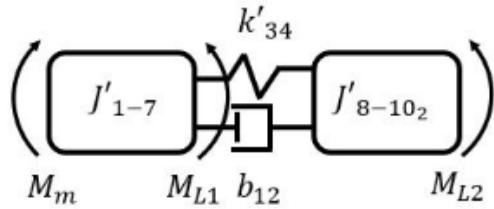


Рис. 3: Двухмассовая система

Система описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \tilde{J}_1 \frac{dw_1}{dt} = M_m - M_{s12} - M_{d12} - M_{L1}, \\ \frac{dM_{s12}}{dt} = k'_{34}(w_1 - w_2), \\ \tilde{J}_2 \frac{dw_2}{dt} = M_{s12} + M_{d12} - M_{L2}. \end{cases}$$

В матричной форме система всё так же имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

где $x = [\omega_1, M_{s12}, \omega_2]^T$ - вектор состояния,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\tilde{J}_1} & 0 \\ k'_{34} & 0 & -k'_{34} \\ 0 & \frac{1}{\tilde{J}_2} & 0 \end{bmatrix}.$$

Найдя собственные числа матрицы A , получаем:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0 \\ \lambda_{2,3} &= \pm 2393.0483j \end{aligned}$$

Откуда значения резонансных частот:

$$\begin{aligned} v_1 &= 0 \\ v_2 &= 2393.0483 \end{aligned}$$

4 Имитационное моделирование

Для генерации крутящего момента АД используем линеаризованную модель, которая позволяет анализировать электромеханические процессы при скольжении меньше критического $s < s_k$.

Для этого опишем передаточную функцию $W(s)$ АД от угловой частоты питающей сети ω_{1n} к крутящему моменту M на рабочем участке с помощью апериодического звена первого порядка:

$$W(s) = \frac{M}{\omega_{1n}} = \frac{2M_k T'_2}{1 + T'_2 s} = \frac{h_u}{1 + T_2 s},$$

где $T'_2 = 1/(s_k \omega_{1n})$ - постоянная переходного времени ротора, $M_k = K_n \cdot M_n = 22$ - момент опрокидывания АД. Для определения s_k можно воспользоваться упрощенной формулой Клосса:

$$s_k = s_n (K_m + \sqrt{K_m^2 - 1}),$$

где $s_n = \frac{\omega_0 - \omega_n}{\omega_0} = 0.04$ - номинальное скольжение, $K_m = K_n = 2.2$ - кратность отношения максимального момента к номинальному, $\omega_{1n} = 2\pi \cdot 50 = 314.159$ рад/с.

Откуда

$$s_k = 0.04 \cdot 2.2 + \sqrt{2.2^2 - 1} \approx 0.1664,$$

$$T'_2 = \frac{1}{s_k \omega_{1n}} = \frac{1}{0.1664 \cdot 314.159} \approx 0.01913 \text{ с},$$

$$W(s) \approx \frac{2 \cdot 22 \cdot 0.01913}{1 + 0.01913s} \approx \frac{0.842}{1 + 0.01913s}.$$

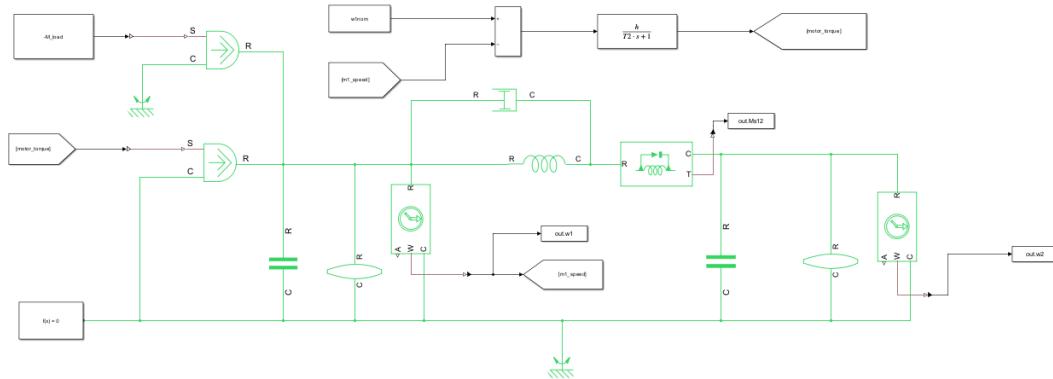
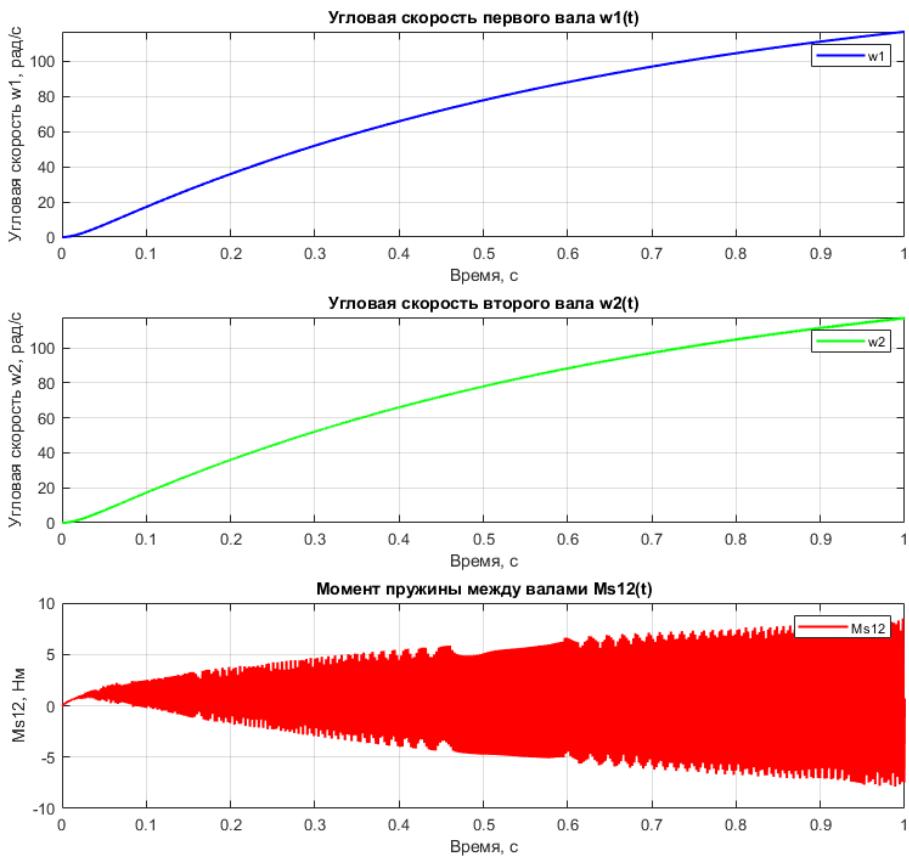
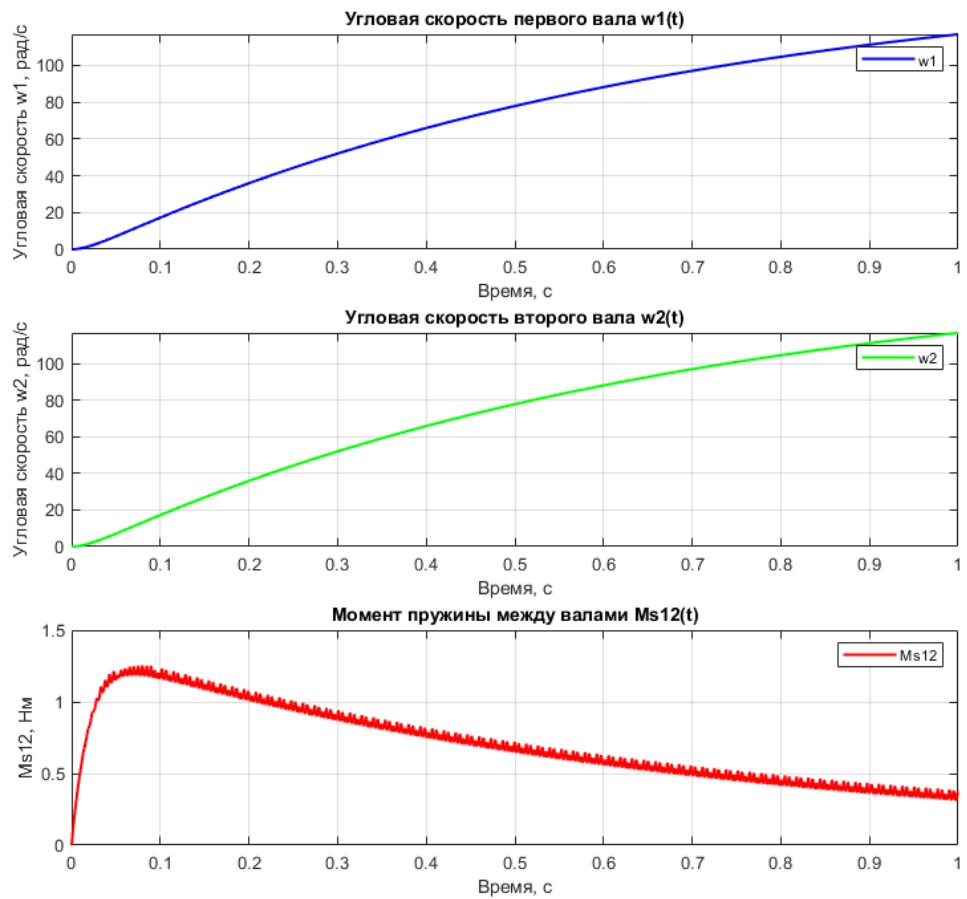


Рис. 4: Двухмассовая система

Рис. 5: Графики системы при $M_{d12} = 0$

Рис. 6: Графики системы при $M_{d12} = 10$

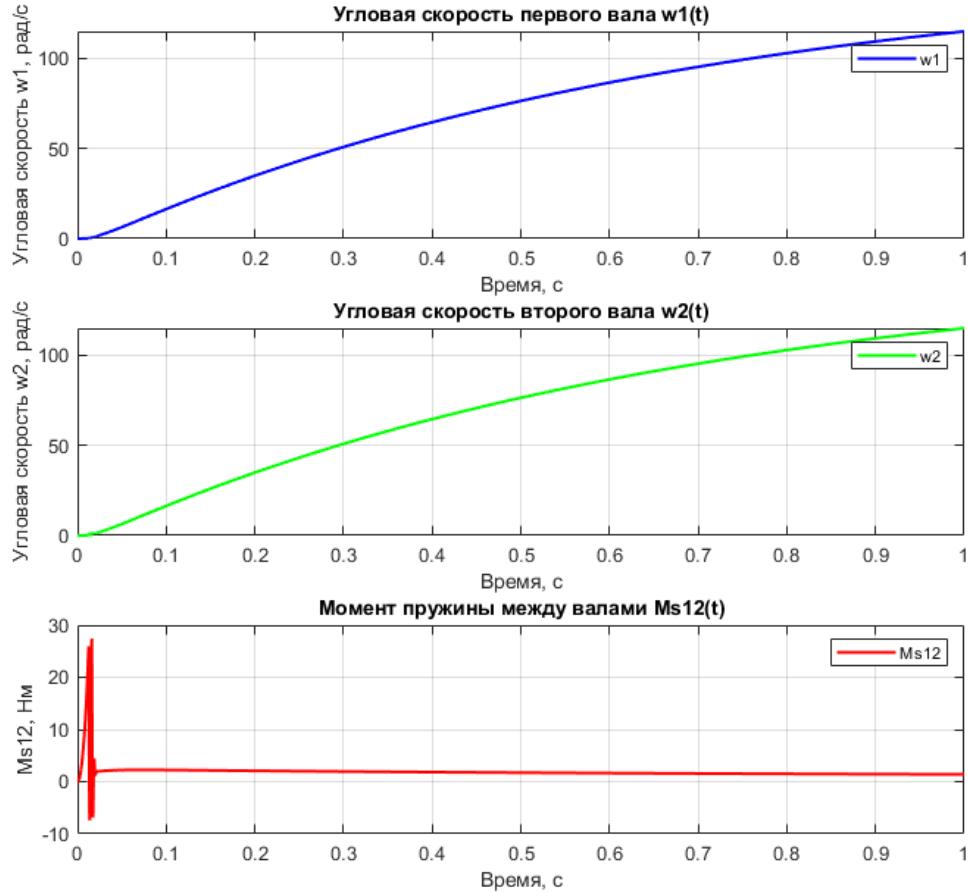
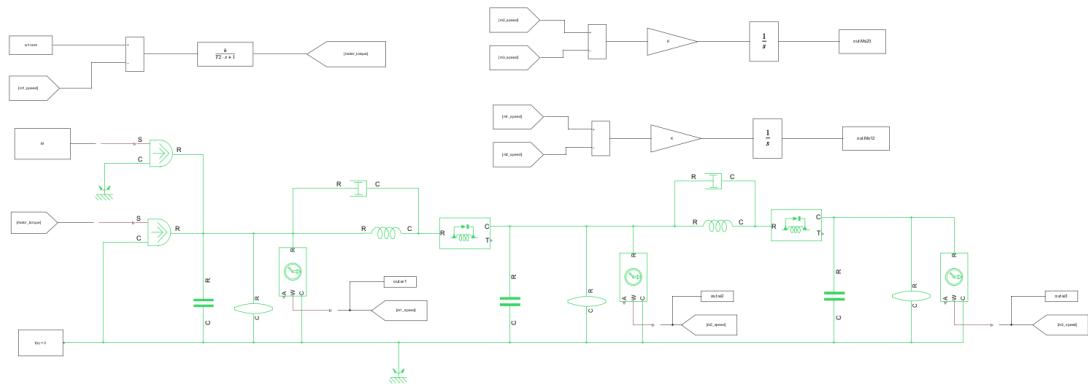
Рис. 7: Графики системы при $M_{d12} = 10$ с сухим трением M_f 

Рис. 8: Трехмассовая система

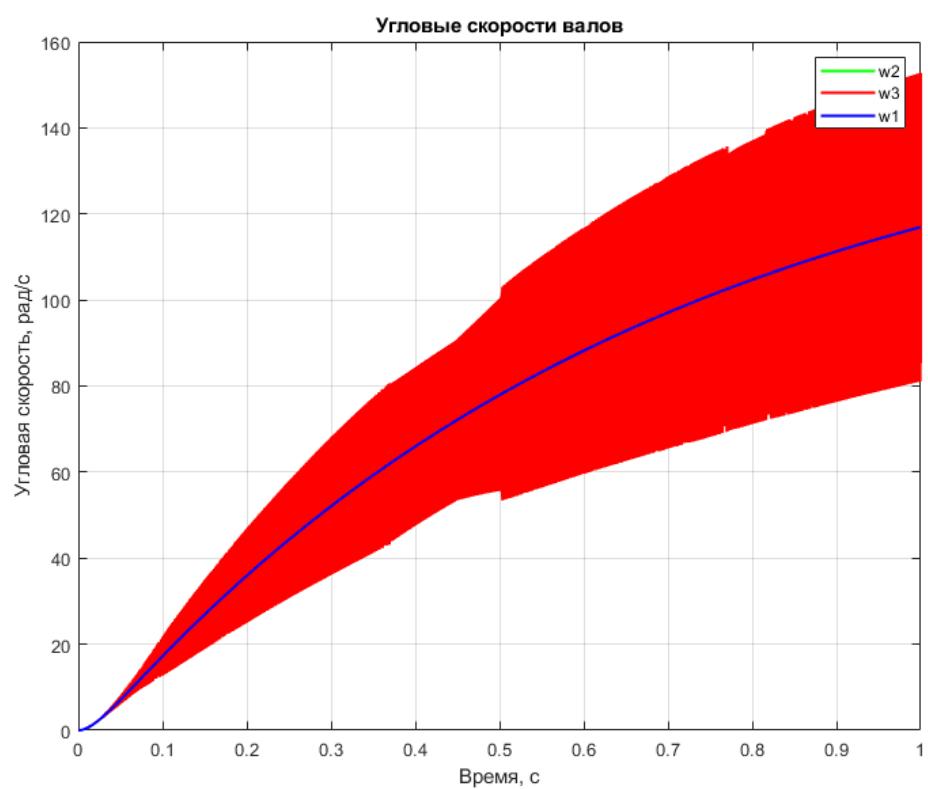


Рис. 9: Графики скоростей систем при $M_{d12} = M_{d23} = 0$

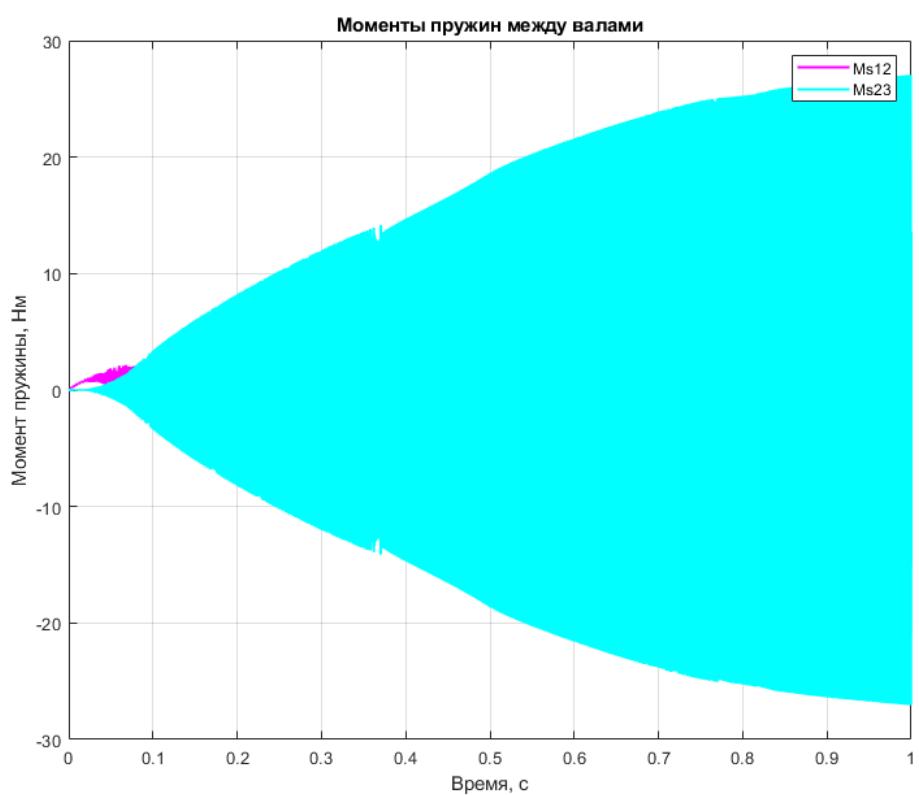


Рис. 10: Графики моментов системы при $M_{d12} = M_{d23} = 0$

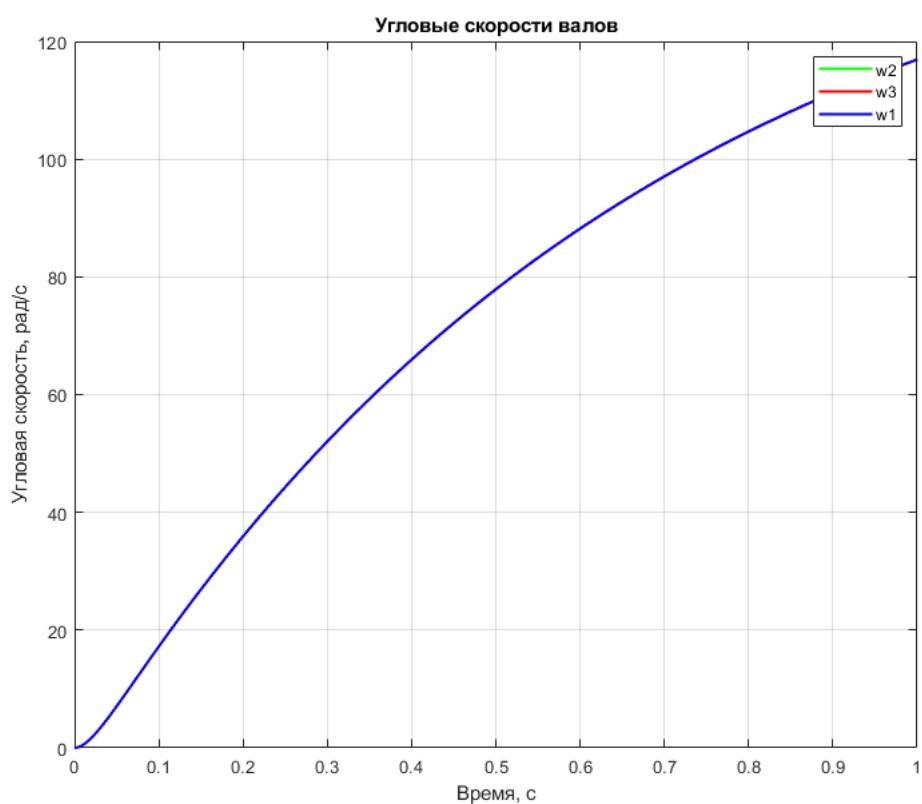


Рис. 11: Графики скоростей системы при $M_{d12} = M_{d23} = 10$

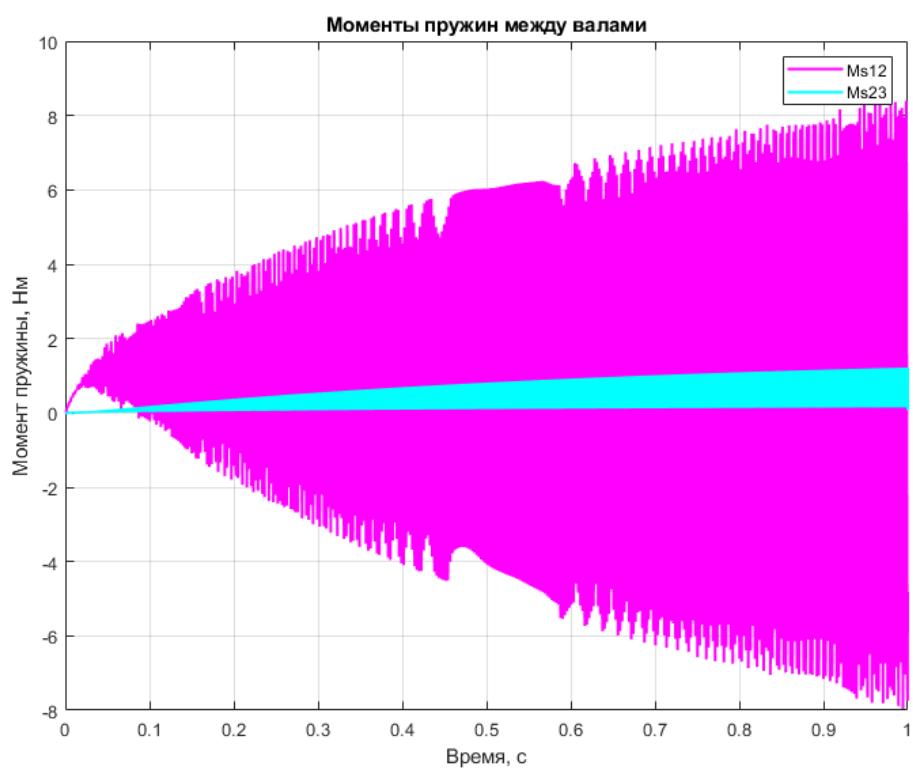


Рис. 12: Графики моментов системы при $M_{d12} = M_{d23} = 10$

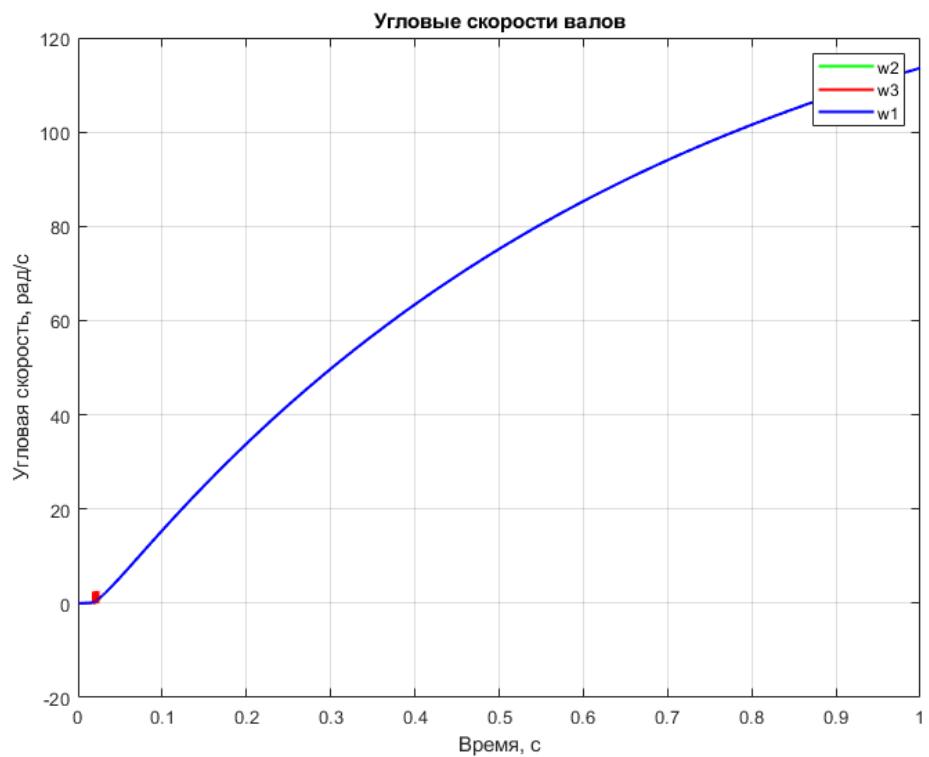


Рис. 13: Графики скоростей системы при $M_{d12} = M_{d23} = 10$ с трением M_f

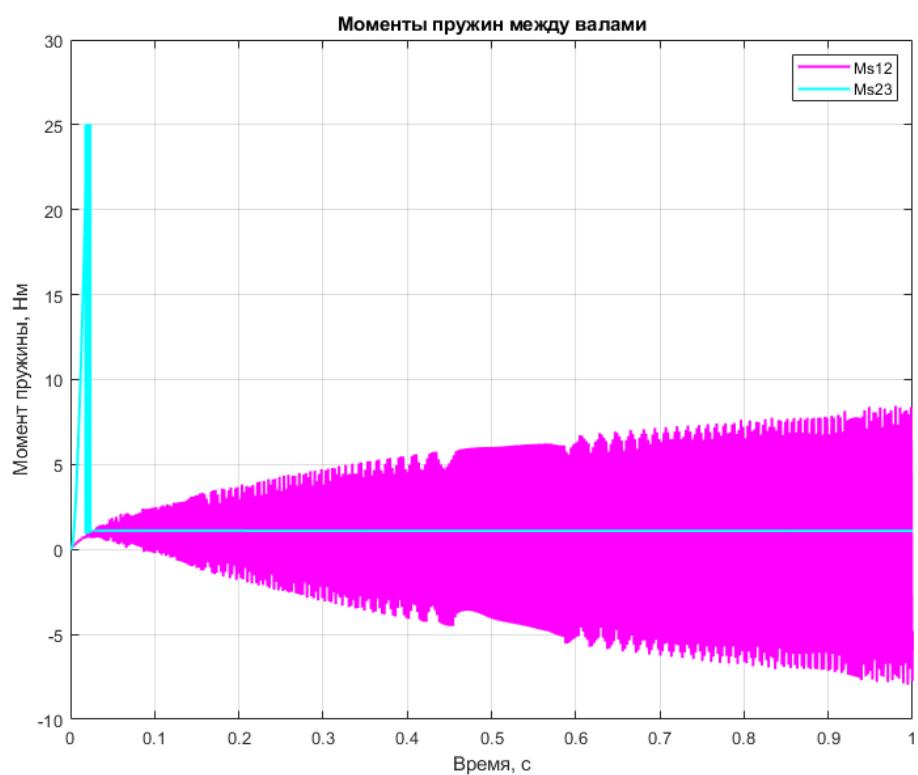


Рис. 14: Графики моментов системы при $M_{d12} = M_{d23} = 10$ с трением M_f

5 Выводы

В работе выполнены силовой расчёт привода, построена методика аналитической оценки параметров многомассовых моделей и приведено моделирование в среде Simscape.