Задача №1.

Построить продукционные системы, в которых выводятся следующие множества слов в алфавите {0, 1, S}:

a) слов, в которых никакие два соседних символа не являются одинаковыми;

A={0,1,S}, B=∅, V={x}, П = { π1, …, π7}

Аксиомы:

π1​=λ (пустое слово);

π2=0;

π3=1;

π4=S.

Продукции:

π5​: x -> x0, если последний символ x≠0x;

π6: x -> x1, если последний символ x≠1;

π7: x -> xS, если последний символ x≠S.

b) Пар слов (α,β), где β — обращение α;

A={0,1,(,),,}, B=∅, V={x, y}, П = { π1, …, π5}

Аксиомы:

π1=(,) (пара пустых слов).

π2=(,0)

π3=(,1)

Продукции:

π4: (x,y) -> (0x,y0)

π5: (x,y) -> (1x,y1)

c) пар слов, в которых первое слово произвольное, а второе получается из первого удалением всех нулей;

A={0,1,(,),,}, B=∅, V={x,y}, П = { π1, …, π3}

Аксиомы:

π1=(,) (пара пустых слов).

Продукции:

π2:(x,y) -> (0x,y)

π3:(x,y) -> (1x,1y)

d) пар слов (α,β), содержащих поровну единиц;

A={0,1,(,),,}, B=∅, V={x,y}, П = { π1, …, π4}

Аксиомы:

π1=(,)

Продукции:

π2:(x,y)→(0x,0y)

π3:(x,y)→(1x,1y)

π4:(x,y)→(0x,y)

e) пар слов (α,β), содержащих поровну и нулей и единиц.

A={0,1,(,),,}, B=∅, V={x,y}, П = { π1, …, π3}

Аксиомы:

π1=(,)

Продукции:

π2:(x,y)→(0x,0y)

π3:(x,y)→(1x,1y)

Задача №2. Сложение чисел в троичной системе

A={+,=,s,0,1,2}, B=∅, V={x,y,z,t,u,v,w}, П = { π1, …, π14}

Аксиомы:

π1​:0+0=0

π2:0+1=1

π3:0+2=2

π4:1+0=1

π5:1+1=2

π6:1+2=0s (перенос 1)

π7:2+0=2

π8:2+1=0s (перенос 1)

π9:2+2=1s (перенос 1).

Перенос в старший разряд:

π10: s+0=1

π11: s+1=2

π12: s+2=0s

Продукции:

π10​: x+y+s=z, где x,y∈{0,1,2}, s — перенос из младшего разряда.

π11​: x+y=t, где t=v+w, v — текущая сумма, w — перенос из младшего разряда.

π12​: ux+wy+st=uz, где u,w,t — промежуточные разряды для переноса.

π13​: x+0=x.

π14​: 0+y=y.

Задача №3. Постройте систему Поста, описывающую сложение неотрицательных целых чисел в четверичной системе счисления.

A={+,=,s,0,1,2,3}, B=∅, V={x,y,z,v,w,t,u}, П = { π1, …, π21}

**Аксиомы**

π1:0+0=0

π2:0+1=1

π3:0+2=2

π4:0+3=3

π5:1+0=1

π6:1+1=2

π7:1+2=3

π8:1+3=0s (перенос 1).

π9:2+0=2

π10:2+1=3

π11:2+2=0s (перенос 1).

π12:2+3=1s (перенос 1).

π13:3+0=3

π14:3+1=0s (перенос 1).

π15:3+2=1s (перенос 1).

π16:3+3=2s (перенос 1).

Продукции

π17​:x+y+s=z, где x,y∈{0,1,2,3}, s — перенос.

π18​:ux+wy+st=uz, где u,w,t — промежуточные переменные.

π19​:x+y=t, где t=v+w, v — значение текущего разряда, w — перенос.

π20​:x+0=x.

π21:0+y=y.

Задача №4. Постройте систему Поста, описывающую вычитание неотрицательных целых чисел в троичной системе счисления.

A={−,=,b,0,1,2}, B=∅, V={x,y,z,v,w,t,u}, П = { π1, …, π14}

Аксиомы

π1:0−0=0

π2:1−0=1

π3:2−0=2

π4:1−1=0

π5:2−1=1

π6:2−2=0

π7:0−1=2b

π8:0−2=1b

π9:1−2=2b

Продукции

π10​:x−y−b=z, где x,y∈{0,1,2}, b — заимствование.

π11​:x−y=t, где t=v−w, v — текущий разряд, w — заимствование.

π12​: 1b−y=z

π13​:ux−wy−bt=uz, где u,w,t — промежуточные переменные для обработки разрядов.

π14​:x−0=x.