

Тема 2. Тема “Элементарная алгебра”

1. Задание

Напишите уравнение параболы, проходящей через три точки (х,у):

(1,2), (3,10), (5,1)

уравнение параболы: $ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} a + b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 10 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 3b + 3c = 6 \\ 6a + 0 - 2c = 4 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 3b + 3c = 6 \\ 3a - c = 2 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 3b + 3c = 6 \\ c = 3a - 2 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b + 3a - 2 = 2 \\ c = 3a - 2 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + b = 4 \\ c = 3a - 2 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 4 - 4a \\ c = 3a - 2 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 4 - 4a \\ c = 3a - 2 \\ 25a + 5 * (4 - 4a) + 3a - 2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 4 - 4a \\ c = 3a - 2 \\ 25a - 20a + 3a = 1 - 20 + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 4 - 4a \\ c = 3a - 2 \\ 8a = -17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 4 - 4a \\ c = 3a - 2 \\ a = -\frac{17}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{17}{8} \\ b = 4 - 4 * -\frac{17}{8} \\ c = 3 * -\frac{17}{8} - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{17}{8} \\ b = \frac{8}{2} + \frac{(-17*-4)}{2*4*1} \\ c = -\frac{17*3}{8} - \frac{16}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{17}{8} \\ b = \frac{8+17}{2} \\ c = \frac{(-51-16)}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{17}{8} \\ b = \frac{25}{2} \\ c = -\frac{67}{8} \end{cases}$$

Уравнение искомой параболы: $-\frac{17}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - \frac{67}{8}$ или $-2.125x^2 + 12.5x - 8.375$

2. Задание

Известно, что свежий огурец на 99% состоит из воды. Месяц назад взвесили мешок со свежими огурцами. Получилось, что огурцов ровно 100 кг. Мешок убрали, а через месяц снова взвесили. Огурцы за это время усохли, и теперь вода составляет уже только 98% их веса. Сколько теперь (в кг) весят огурцы?

Вес огурцов 100кг или 100% $100\% - 99\% = 1\%$ или 1кг - сухой массы. В второе взвешивание этот 1 кг составляет уже 2%. x - новая масса огурцов, равная 100%, $x = 100/2 = 50$ Ответ: 50 кг.

3. Задание

Определение логарифма. Решить уравнения:

1. $2^x = 256, x = \log_2 256, x = 8$

2. $2^x = 300, x = \log_2 300 = \log_2(4 \cdot 25 \cdot 3) = 2 + \log_2 5^2 + \log_2 3 = 2 + 2\log_2 5 + \log_2 3, \dots x = 8.228818690495881$

3. $\log_8 2^{8x-4} = 4, (8x-4)\log_8 2 = 4, (8x-4)\log_{2^3} 2 = 4, (8x-4)\frac{1}{3} = 4, \frac{8x-4}{3} = \frac{12}{3}, 8x-4 = 12, x = 2$

ОДЗ: $2^{8x-4} > 0$, при любом x

4. $3^{\log_3(5x-5)} = 5, \log_3(5x-5) = \log_3 5, \frac{1}{2}\log_3(5x-5) = \log_3 5, \log_3(5x-5) = 2\log_3 5, \log_3(5x-5) = \log_3 5^2, 5x-5 = 25, x = 30/5 = 6$

ОДЗ: $x > 1$

5. $x^{\log_3 x + 1} = 9, \log_3 x^{\log_3 x + 1} = \log_3 3^2, (\log_3 x + 1)\log_3 x = 2$

ОДЗ: $x > 0$

$\log_3 x = a, a^2 + a - 2 = 0, D = 9, a_1 = 1, a_2 = -2$

$a_1 = 1, \log_3 x = 1, x = 3$

$a_2 = -2, \log_3 x = -2, 3^{-2} = x, x = \frac{1}{9}$ Ответ: $x_1 = \frac{1}{9}, x_2 = 3$

4. Задание

Свойства логарифмов. Вычислить:

6. $\log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$

7. $\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 5^{-2} = -2$

8. $\log_{25} 5 = \frac{1}{2} \log_5 5 = \frac{1}{2}$

9. $\log_3 \sqrt[3]{27} = \log_3 27^{\frac{1}{3}} = \log_3 3^{\frac{3}{3}} = 1.5$

10. $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = 2$

11. $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$

12. $e^{\ln 5} = 5$ Основное логарифмическое тождество

13. $\frac{\log_3 225}{\log_3 15} = \log_{15} 225 = 2$

14. $\log_4 32 + \log_{0.1} 10 = \log_4 32 - 1 = \log_4 32 - \log_4 4 = \log_4 \frac{32}{4} = \log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{3}{2}$

15. $9^{\log_3 \sqrt{5}} = (3^2)^{\log_3 \sqrt{5}} = 3^{2\log_3 \sqrt{5}} = 5$