

# Welcome back my friends to the show that never ends

*Проверка линейных гипотез. Критерий отношения правдоподобий*

1. Из 1000 посетителей кафе 258 пили чай и 597 — кофе (посетители приличные, чай с кофе не смешивают). С помощью параметрического критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о том, что кофе в среднем выбирают в 2 раза чаще чая, на уровне значимости 0.05. Что говорит критерий отношения правдоподобий?
2. В модели линейной регрессии  $X_i = \theta_0 + \mathbf{z}_i\boldsymbol{\theta} + \varepsilon$ , где  $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . Постройте асимптотический критерий для проверки адекватности модели  $H_0: \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$  вида  $\{R^2 < c_\alpha\}$ , где  $R^2$  — коэффициент детерминации.
3. Пусть  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  — выборка из распределения  $U[0; \theta]$ . Чему равна статистика критерия отношения правдоподобий для проверки гипотезы  $H_0: \theta = 1$  против общей альтернативы? Каково её предельное распределение, а каково должно быть по теореме Уилкса?
4. Пусть имеется  $k$  независимых выборок  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_k$ , причём  $i$ -ая из них

$$\mathbf{X}_i = (X_{i1}, \dots, X_{in_i})$$

состоит из  $n_i$  наблюдений, которые распределены как  $\mathcal{N}(\mu_i, \sigma^2)$  (дисперсии считаются равными, хоть и неизвестными). Сведя задачу к линейной регрессии, постройте точный критерий для проверки гипотезы  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$  против общей альтернативы.