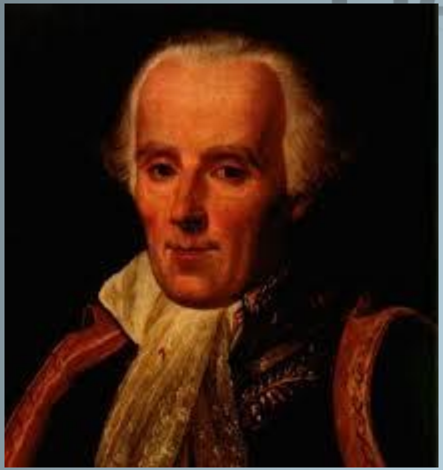
PELUANG DISKRIT

- Teori peluang banyak mengunakan konsep-konsep kombinatorial
- Teori probabilitas di kembangkan pertama kali di Perancis oleh Blaise Pascal dan dikembangkan oleh Laplace
- Dipergunakan meluas ke berbagai bidang ilmu yang lainnya.

Blaise Pascal

- Born June 19, 1623 Clermont-Ferrand, France Died August 19, 1662 (aged 39) Paris, France
- Memenangkan taruhan tentang hasil tos dua dadu yang dilakukan berulang-ulang

Pierre-Simon Laplace



- Born 23 March 1749 Beaumont-en-Auge, Normandy, France
- Died 5 March 1827 (aged 77) Paris, France
- Mempelajari peluang dalam judi

Definisi

- Ruang Sampel adalah himpunan dari semua hasil yg mungkin muncul pd suatu percobaan.
- Ruang sampel dilambangkan dengan S
- Anggota dari himpunan S disebut titik sampel
- Ex: Ruang sampel pada angka yg muncul pd pelemparan 1 dadu
  - S={1,2,3,4,5,6}
  - 1= titik sampel

Definisi

- Misalkan xi adalah titik sampel di dalam ruang sampel S, maka peluang bagi xi atau P(xi) adalah ukuran kemungkinan terjadinya xi diantara titik-titik sampel yang lain

- 0 ≤ P(xi) ≤ 1adalah nilai peluang

- Jumlah peluang semua titik sampel dalam ruang sampel =1

$$\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$$

  – S={1,2,3,4,5,6} maka
  – P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1

Finite probability

- Kejadian adl himpunan bagian dari sampel (S)
- Disimbolkan dg E
- Kejadian sederhana (Simple Event) adalah kejadian yang hanya mengandung satu titik sampel
  - Ex Pada percobaan melempar 1 dadu, kejadian yang muncul angka lebih dari 5 $\rightarrow$ E={6}
  - percobaan yang sama, kejadian yang muncul angka kurang dari 2 $\rightarrow$ E=?

Finite probability

- Kejadian Majemuk (Compound Events) adl kejadian yang mengandung lebih dari satu titik.
  - Ex Pada percobaan melempar 1 dadu, kejadian yang muncul angka lebih dari 3 → E={4,5,6}
  - Pada percobaan melempar 1 dadu, kejadian yang muncul angka Ganjil → E={1,3,5}

Menghitung peluang

- Peluang kejadian E di ruang sampel S adalah

- P(E)=|E|/|S|
  - Ex Berapakah peluang munculnya angka genap pd pelemparan dadu?
  - Solusi, S={1,2,3,4,5,6} , E={2,4,6}
  - P(E)=|E|/|S| →3/6 = 1/2

Latihan (1)

- Jika ada sebuah dadu dilempar, berapakah peluang muncul faktor pembagi angka 4 ?

- Jika kartu remi diambil 1, berapakah peluang munculnya kartu king?

- Jika kartu remi diambil 1, berapakah peluang munculnya kartu As Wajik?

Kombinasi Kejadian

Jika sebuah kentong berisi 4 buah kelereng merah dan 3 buah kelereng putih. Tentukan peluang terambil sekaligus 2 kelereng merah!

C(4,2)/C(7,2)

Peluang Kondisional

- Jika suatu uang logam dilemparkan tiga kali, dan kedelapan keluaran memiliki kemungkinan yang sama. Misalkan kita tahu bahwa kejadian F, yaitu pelemparan pertama menghasilkan muka, terjadi. Berapakah peluang kejadian E, yaitu bagian muka akan muncul sejumlah ganjil?

- Karena hasil pelemparan pertama adalah muka, maka keluaran yang mungkin adalah MMM, MMB, MBM, dan MBB. Kemunculan muka dalam jumlah ganjil terjadi sebanyak dua kali.
- Maka, peluang E, dengan syarat F terjadi, adalah 0.5.
- Ini dinamakan **Peluang Kondisional.**

Peluang Kondisional

- Untuk memperoleh peluang kondisional dari kejadian E diberikan F, digunakan
- (a) F sebagai ruang sampel, dan
- (b) setiap keluaran dari E yang muncul harus juga berada dalam $E \cap F$.

- Definisi.
- Misalkan E dan F kejadian dengan $p(F) > 0$.
  Peluang kondisional dari E diberikan F, dinotasikan oleh $p(E \mid F)$, didefinisikan sebagai
- $p(E \mid F) = p(E \cap F)/p(F)$

Contoh

Suatu string bit dengan panjang 4 dibangun secara acak sehingga setiap 16 string dengan panjang 4 memiliki kemungkinan yang sama.

Berapakah peluang string memuat paling sedikit dua angka 0 yang berurutan, diberikan bahwa bit pertamanya adalah 0 ?

Solusi

Misalkan

E: kejadian bahwa string memuat paling sedikit dua angka 0 yang berurutan.

F: kejadian bahwa bit pertama dari string adalah 0.

$E \cap F = \{0000, 0001, 0010, 0011, 0100\}$

$p(E \cap F) = 5/16$

$p(F) = 8/16 = 1/2$

$p(E \mid F) = (5/16)/(1/2) = 10/16 = 5/8 = 0.625$

Mutual Exclution (Saling lepas)

- Bila A dan B adalah dua kejadian sembarang yang berlaku $A \cap B = 0$, maka dikatakan A & B dua kejadian yang Mutual exlution(Saling Lepas)
- Kejadian Mutual exclution artinya kejadian A dan B tidak mungkin terjadi bersamaan.

Mutual Exclution (Saling lepas)

- Karena saling lepas maka $|A \cap B| = 0$, sehingga
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

$$\boxed{p(\bigcup_i E_i) = \sum_i p(E_i)}$$

- Untuk himpunan yang tidak saling lepas:
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Independendensi (Saling bebas)

- Kejadian dikatakan Independen (Saling Bebas) jika $p(B|A) = P(B)$
- Maka
  - $p(A \cap B) = p(A).p(B)$ → independent
  - $p(A \cap B) = p(A).p(B|A)$ → dependent

Contoh

- Pada pelemparan dua koin bersamaan Berapakah peluang keluarnya koin pertama sisi Depan dan koin ke-2 sisi Belakang

Solusi

- Kejadian tersebut saling bebas
- A = koin 1 Muka
- B = Koin 2 Belakang
- $P(A)=1/2$
- $P(B)=1/2$
- $P(A \cap B)=1/2.1/2=1/4$

Contoh 2

- Dalam 1 kantong terdapat 4 bola merah dan 3 bola biru. Dilakukan pengambilan bola satu –persatu sebanyak 2 kali. Hitung peluang terambil keduanya bola merah jika pada pengambilan pertama bola tidak dikembalikan lagi ke kantong

Solusi

- A : kejadian pengambilan bola pertama
- B : kejadian pengambilan bola kedua

- P(A dan B) = P(A) . P(B)

  = 4/7 . 3/6 → P(A) . P(B|A)

  = 12/42

(***dependent***)

Percobaan Bernouli

Misalkan suatu eksperimen hanya memiliki dua keluaran yang mungkin.

Contoh. pelemparan sebuah koin.

Setiap pelaksanaan suatu eksperimen yang demikian disebut **PERCOBAAN BERNOULLI**.

Secara umum, kedua keluaran yang mungkin tadi disebut kesukses**an** atau kegagal**an**.

Jika p adalah peluang sukses dan q peluang gagal, jelas

$$p + q = 1.$$

Teorema Bernuolli

Peluang k sukses dalam n percobaan Bernoulli yang saling bebas, dengan peluang sukses p dan peluang gagal q = 1 – p, adalah

$$C(n, k)\ p^k\ q^{n-k}.$$

Ini dinotasikan dengan $b(k; n, p)$.

Jika b dipandang sebagai fungsi dari k, maka b dikatakan sebagai distribusi binomial.

Ilustrasi

Misalkan ‘S’: sukses dan ‘F’: gagal, dengan peluang sukses p dan peluang gagal $q = 1 - p$.

Berapakah peluang dari dua sukses dalam lima percobaan Bernoulli yang saling bebas?

Lihat salah satu barisan keluaran yang mungkin:

SSFFF

Berapakah peluang kita akan membangun barisan ini?

Ilustrasi

- Barisan: S S F F F
- Peluang: P P Q Q Q = P^2Q^3
- Barisan lain yg mungkin
- Barisan: F S F S F
- Peluang: Q P Q P Q = P^2Q^3
- Setiap barisan dengan dua sukses dalam dua percobaan terjadi dengan peluang p^2q^3.

Ilustrasi

Sekarang, ada berapa banyak barisan yang mungkin? Dengan kata lain, ada berapa cara untuk memilih dua obyek dari daftar yang berisi lima obyek?

Ada C(5, 2) = 10 cara, sehingga terdapat 10 barisan yang mungkin, setiap barisan terjadi dengan peluang p^2q^3.

Maka, peluang salah satu dari barisan tersebut muncul pada saat melakukan lima percobaan Bernoulli adalah C(5, 2) p^2q^3.

Secara umum, untuk k sukses dalam n percobaan Bernoulli, kita memiliki peluang $C(n,k)\ p^k\ q^{n-k}$.

Contoh

Sebuah dadu dilempar 6 kali berturut-turut. Carilah

(a) p(muncul tepat empat angka 1).

(b) p(tidak ada angka 6 yang muncul).

Jawab

(a) Ini adalah contoh dari suatu barisan dengan enam percobaan Bernoulli yang saling bebas, di mana peluang sukses adalah 1/6 dan peluang gagal 5/6. Karena itu, peluang muncul tepat empat angka 1 pada saat dadu dilemparkan 6 kali adalah

$$C(6,4)\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}008$$

(b) Dalam kasus ini sukses adalah *kemunculan angka selain 6,* yang memiliki peluang 5/6 dan gagal adalah *kemunculan angka 6,* yang peluangnya 1/6.

Maka peluang tidak ada angka 6 yang muncul pada saat dadu dilemparkan 6 kali adalah

$$C(6,6)\left(\frac{5}{6}\right)^6\left(\frac{1}{6}\right)^0 \approx 0{,}335$$

TERIMA KASIH