**Введение**

Целью данной работы является исследование взаимодействия нормальных волн магнитоактивной плазмы, а также определение оптимальных соотношений параметров среды и излучения для обеспечения максимальной эффективности поглощения.

1. **Качественный анализ**

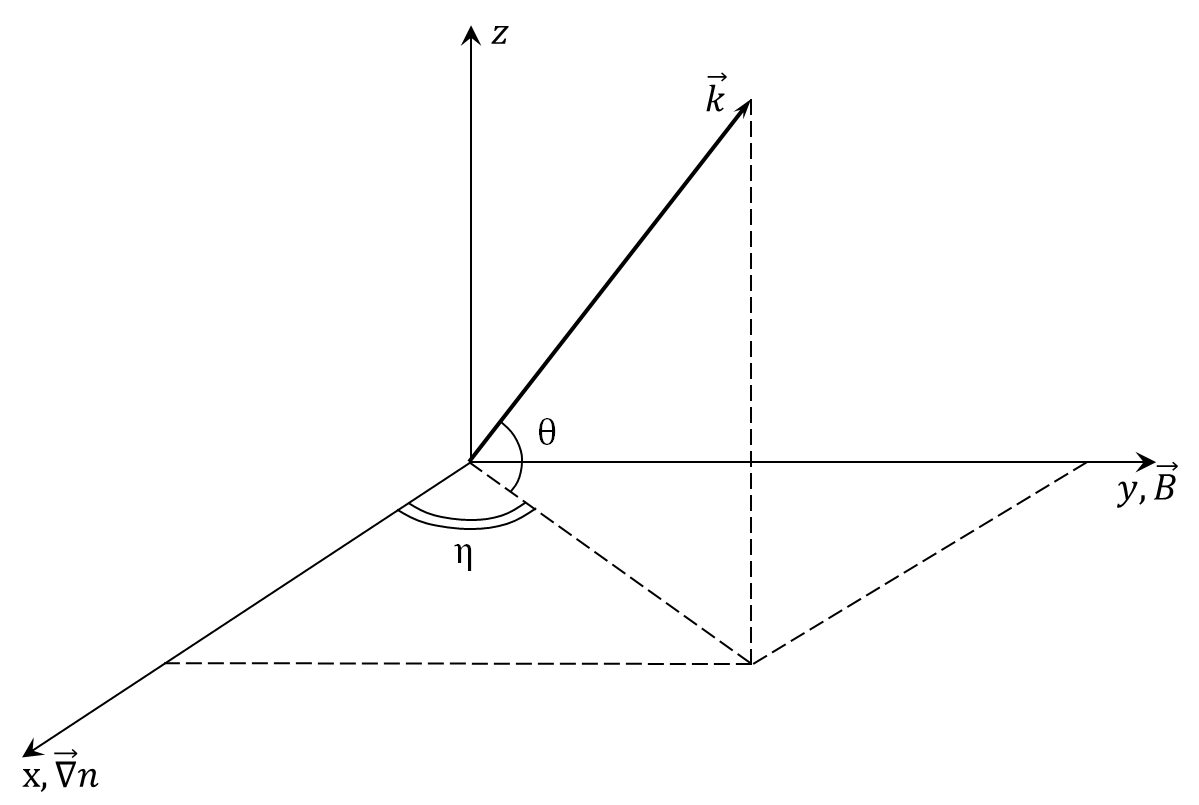
Рассмотрим падение высокочастотной электромагнитной волны из вакуума на слой неоднородной магнитоактивной плазмы. Частоту излучения будем полагать достаточно большой для того, чтобы можно было пренебречь ионным вкладом. Также будем предполагать величину электронной циклотронной частоты меньшей по сравнению с частотой излучения (). Для простоты будем считать внешнее магнитное поле постоянным и однородным, концентрацию плазмы функцией одной переменной, а градиент концентрации ортогональным направлению магнитного поля. Это упрощение оправдано в том случае, если вдоль магнитного поля концентрация выравнивается намного быстрее, чем поперек, а кривизной линий магнитного поля можно пренебречь по сравнению с масштабом поперечной неоднородности. Направление волнового вектора падающей из вакуума волны будем характеризовать двумя углами в соответствии с рис.1

Рис.1

В рамках сделанных предположений тензор диэлектрической проницаемости плазмы принимает следующий вид:

где все величины зависят только от координаты . В процессе распространения волны в такой среде сохраняется поперечная по отношению к направлению градиента плотности компонента волнового  
вектора. Дисперсионное соотношение на продольную компоненту имеет вид биквадратного уравнения:

,

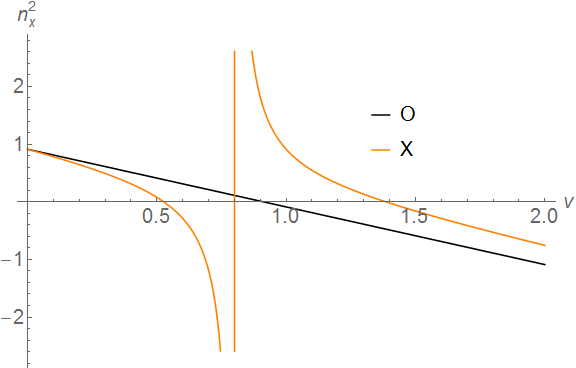
где – показатель преломления вдоль -го направления.

Взаимодействие нормальных волн происходит в точке пересечения дисперсионных кривых, т.е. при нулевом значении детерминанта. Стоит отметить интересный факт отсутствия зависимости детерминанта от . Таким образом, условие представляет из себя квадратное уравнение на , решения которого определяются исключительно свойствами плазмы. Приведем здесь эти решения:

Из того, что является сохраняющейся компонентой волнового вектора, а в вакууме её значение действительно, можно заключить, что является неотрицательной величиной. Из приведенных выше формул следует, что утверждение о неотрицательности равносильно утверждению . Это означает, что взаимодействие нормальных мод, введенных в плоскослоистую среду из вакуума возможно только в тех областях пространства, где концентрация плазмы превышает критическое значение. В соответствии с этим, условие взаимодействия нормальных волн можно упростить и свести к следующему виду:

При и только один из корней меньше единицы, а значит для любой заранее заданной конфигурации плазмы существует единственная поверхность распространения волн, обеспечивающая эффективное взаимодействие.

**1.1 Поперечное распространение ()**

В случае поперечного распространения волны коэффициенты и биквадратного уравнения значительно упрощаются. Выпишем их:

На рис.2 приведена характерная зависимость продольного показателя преломления от плотности плазмы при поперечном распространении. Ветка обыкновенной волны не отличается от случая изотропной плазмы – такая волна распространяется, не замечая магнитного поля. В точке продольный показатель преломления становится равным нулю, волновой вектор в геометрооптическом приближении вдоль оси и происходит отражение волны.

Рис.2

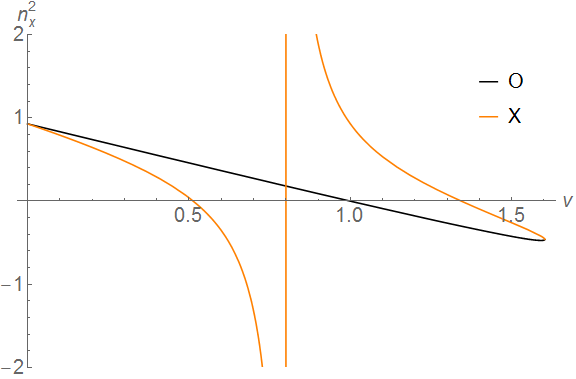
Для ветки, отвечающей необыкновенной волне, видно существенное отличие от изотропного случая. Особенность показателя преломления, возникающую в точке , принято называть верхним гибридным резонансом. Фазовая скорость волны в области гибридного резонанса стремится к нулю, а сама волна становится квазиэлектростатической и продольной. Действительно, , а значит . Но , а , откуда и следует продольность волны. Такая волна будет эффективно взаимодействовать с продольной плазменной волной, что даёт основания ожидать в этом случае поглощение, аналогичное поглощению TM волны в изотропном случае. С этой точки зрения величину поглощения можно оценить как , где – характерный масштаб неоднородности среды. Вывод этой формулы можно найти в […], а более подробное обсуждение представлено в разделе 3. Также стоит упомянуть о том, что ширина области непрозрачности растет с увеличением , а значит следует ожидать поглощения только в случае малых величин магнитного поля.

Случай поперечного распространения характеризуется отсутствием взаимодействия нормальных мод среды. Это видно из дисперсионой картины, а также из выведенной в конце предыдущего подраздела формулы при .

**1.2 Распространение в плоскости XY ()**

Характерная дисперсионная зависимость для случая распространения в плоскости, образованной направлениями магнитного поля и градиента плотности, приведена на рис. 3. С физической точки зрения интересен процесс поглощения обыкновенной волны, запущенной из вакуума. Доходя до точки отражения, туннелируя сквозь область непрозрачности, и, наконец, трансформируясь в необыкновенную, такая волна способна достичь области верхнего гибридного резонанса, причем со стороны, противоположной стороне излучателя. Необыкновенная волна, запущенная из вакуума, поглощается обычным образом. Учитывая также взаимодействие двух веток необыкновенной волны в области резонанса, можно оценить область параметров, при которых поглощение максимально. Действительно, с точки зрения обыкновенной волны достаточно минимизировать ширину области туннелирования, однако в этом случае часть излучения отразится в виде необыкновенной волны. Этого можно избежать, если в излучение добавить обе поляризации одновременно, а соотношения между ними найти из условия равенства прямого и обратного туннелирования необыкновенных волн.

Рис.3

Найдем параметры, обеспечивающие минимальную ширину области туннелирования. Коэффициенты дисперсионного уравнения для этого случая:

Условие дает три корня, один из которых () не зависит от направления распространения волны. Два других определяются из биквадратного уравнения на и имеют простое выражение:

Помещая больший из этих двух корней в точку и учитывая равенство нулю угла , находим значение оптимального угла излучения:

При распространении под оптимальным углом обыкновенная волна полностью трансформируется в необыкновенную. Если эффект туннелирования между ветками необыкновенной волны мал, то поглощение обыкновенной волны должно быть близко к единице. Пренебречь эффектом туннелирования можно в случае достаточной протяженности области непрозрачности, отделяющей необыкновенную волну, запущенную из вакуума, от области резонанса. Считая это утверждение эквивалентным утверждению о малости поглощения необыкновенной волны, а также полагая механизм поглощения аналогичным таковому для поперечного распространения, можно модифицировать формулу, записанную в конце предыдущего подраздела и получить следующее условие применимости:

**1.3 Распространение в произвольном направлении**

Решение дисперсионного уравнения для произвольного направления распространения имеет следующую форму:

Вид дисперсионных кривых останется аналогичным таковому для случая , деформируясь и сдвигаясь вниз. Качественно новых эффектов в этом случае не возникает.

**2. Численное моделирование**

**2.1 Обзор метода**

Для вычисления коэффициентов поглощения и трансформации будем использовать импедансную технику. Подробно данная техника интегрирования уравнений Максвелла рассмотрена в работах[…]. Идея метода заключается в представлении поперечной поляризации поля через сумму волн, распространяющихся в разные стороны, а затем введении оператора отражения и сведении граничной задачи к эволюционной.

В силу однородности пространства по координатам Y и Z уравнения Максвелла представимы в форме

,

где – вектор поперечной поляризации волны, – волновой оператор, зависящий от координаты X, параметров плазмы и направления распространения волны,.

Разложение вектора поперечной поляризации по волнам, бегущим в разные стороны, может быть записано так:

где – 2-х компонентный вектор, определяющий вклад каждой из выбранных нами мод в суммарное поле волны. Оператор перехода к к выбранным модам состоит из векторов-столбцов, каждый из которых представляет собой одну из мод, записанную в координатах Y и Z. В общем случае оператор перехода может зависеть от координаты X. Тогда уравнения Максвелла перепишутся в форме:

Для изучения распространения в плазме обыкновенной или необыкновенной волны нам в любом случае понадобится представление поля через плазменные моды. Однако поляризации собственных мод меняются вдоль градиента плотности, что приводит к ненулевой производной оператора перехода и, как следствие, громоздкости выражений. Поэтому непосредственно для интегрирования мы будем использовать разложение по вакуумным модам, а затем пересчитывать одно представление в другое, используя формулы связи:

где индексы v и p относятся соответственно к вакууму и к плазме.

Уравнение на оператор отражения получается подстановкой выражения в уравнения Максвелла и исключением вектора поляризации. Окончательный вид этого уравнения представлен ниже:

где – матрицы 2х2, получающиеся из матрицы разбиением на четыре одинаковые по размеру части.

Величина элемента матрицы представляет собой коэффициент отражения -ой моды в -ую. С физической точки зрения оператор отражения в точке Х показывает, как волна отразится от полупространства . Поэтому начальным условием к приведенному уравнению служит условие нулевого отражения от любой точки за слоем плазмы.

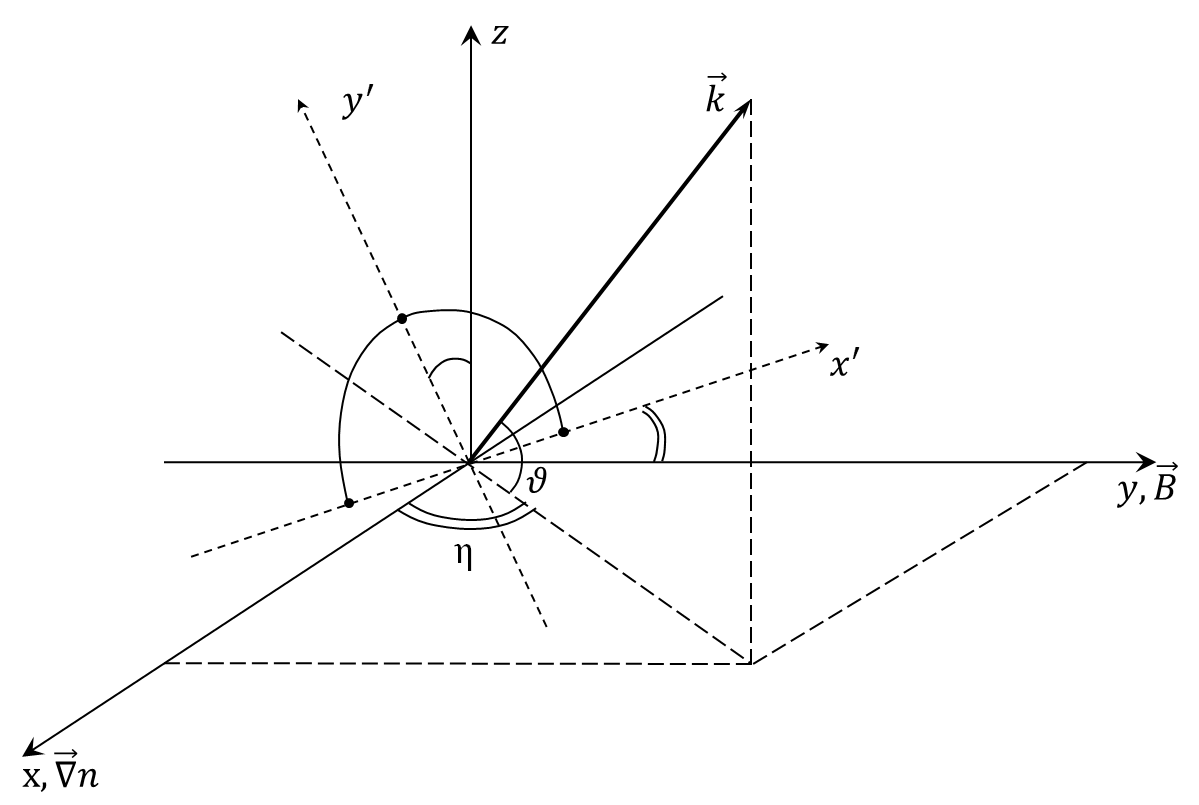
Проинтегрировав уравнение на оператор отражения справа налево, можно применить его к конкретной поляризации падающей волны и, таким образом, найти отраженну. Величину поглощения в слое можно вычислить как нормированную разность потоков энергии в падающей и отраженной волнах. Эффектом прохождения за слой можно пренебрегаем, считая его несущественным ввиду сильного превышения максимальной концентрации плазмы над критическим значением, высокой частоты излучения и, таким образом, большой протяженности области туннелирования.

Для определения коэффициентов трансформации собственных мод необходимо от оператора отражения по вакуумным модам перейти к коэффициентам отражения по собственным модам среды. Сделать это можно по формуле:

где матрицы получаются из матриц перехода способом, аналогичным описанному выше.

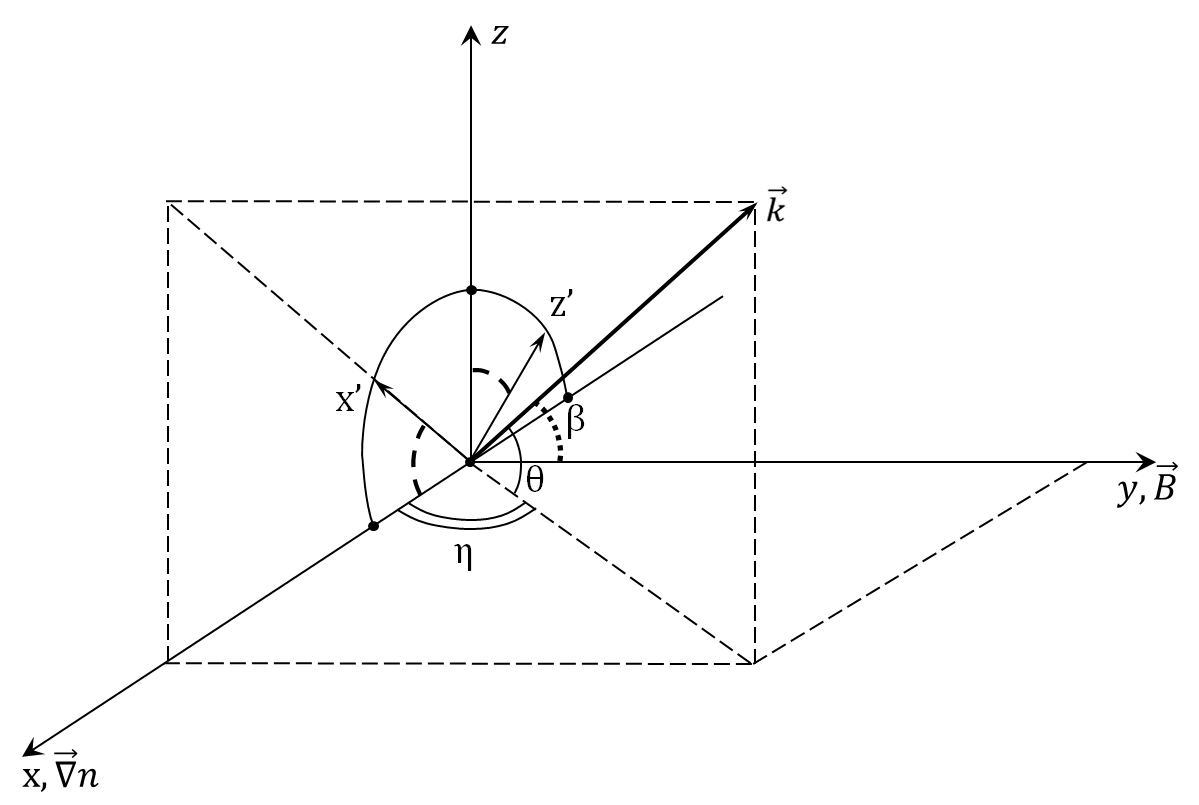
**2.2 Вычисление конкретного вида операторов**

Для определения оператора перехода к вакуумным модам введем вспомогательную систему координат так, как показано на рис.4. Очевидно, вектор поляризации плоской волны в вакууме лежит в штрихованой плоскости. Назовем первой вакуумной модой плоскую волну с поляризацией электрического поля вдоль оси , а второй – вдоль . Тогда для записи поперечной поляризации падающей на слой плоской волны нам необходимо найти оператор перехода от штрихованых координат к поперечным. Выразим его через углы и :

Тогда первая и вторая вакуумные моды падающей волны в поперечных координатах запишутся так:

С формальной точки зрения в отраженной волне угол должен отсчитываться от отрицательной части оси Х. Поэтому моды отраженной волны получаются из мод падающей соответствующей заменой в выражениях. Таким образом, получаем оператор перехода для вакуума в следующем виде:

В качестве собственных мод среды выберем обыкновенную и необыкновенную волны так, что

С точки зрения математики оператор перехода по отношению к плазменным модам представляет собой матрицу, составленную из собственных векторов волнового оператора. В общем случае является громоздкой и трудной для восприятия матрицей. Однако нам она понадобится только для того, чтобы правильно задать граничные условия, а для этого достаточно знать значение на границе плазменного слоя. Для получения этого значения введем еще одну вспомогательную систему координат, представленную на рис. 5. Т.к. ось совпадает с проекцией волнового вектора на плоскость , в штрихованной системе координат волновой вектор не имеет компоненты по оси и волновое уравнение для однородной среды и монохроматического излучения выглядит так :

,

где - угол между постоянным магнитным полем и волновым вектором. Из этого выражения легко получаются поляризации собственных мод среды:

где – значение показателя преломления для обыкновенной или необыкновенной волны. Чтобы найти предельные поляризации среды, устремим в этих выражениях концентрацию плазмы к нулю. Проделав это, получим:

где - производная квадрата показателя преломления в нуле концентрации. Конкретные значения компонент поля выбираются из соображений нормировки потока энергии.

Чтобы теперь получить предельные поляризации в родной системе координат, нужно штрихованную повернуть вокруг оси . Завершающим этапом этой процедуры будет домножение на обратную матрицу вакуумных мод, в результате чего получим:

Блочная структура этого оператора не случайна и отвечает факту сохранения направления распространения при смене базиса. В случае поперечного распространения () становится диагональной и не зависит ни от величины магнитного поля, ни от угла к градиенту концентрации, а обыкновенной и необыкновенной плазменным волнам в этом случае соответствуют просто TE и TM волны.

Получив коэффициент отражения по вакуумным модам, можно сразу же вычислить коэффициент поглощения. Считая поляризации падающей и отраженной волн в вакууме известными и записанными через введенные ранее вакуумные моды, получим выражение для коэффициента поглощения:

Напоследок приведем здесь вид волнового оператора с учетом выбранной нами геометрии:

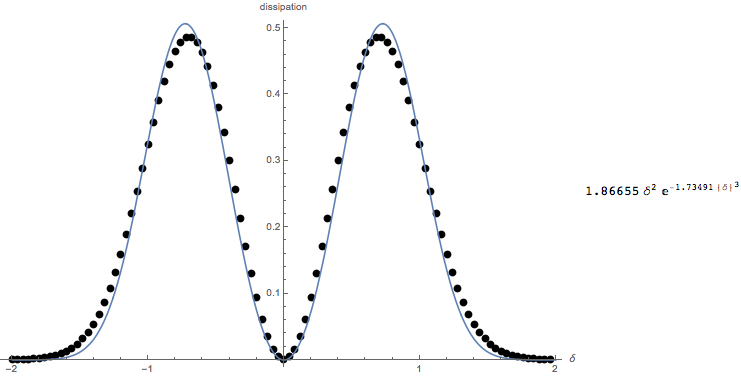
Рис.4

В качестве профиля плотности рассматривался параболический профиль, плавно переходящий на границах в ноль.

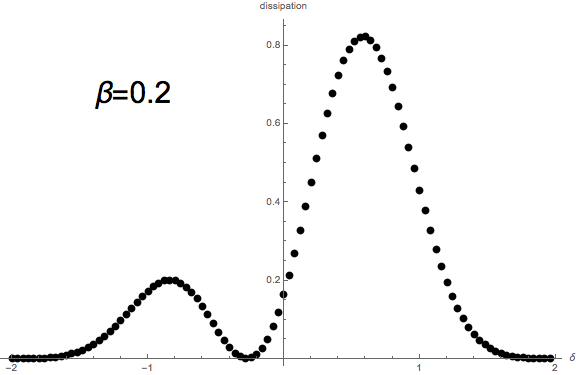
**2.3 Результаты моделирования**

В случае поперечного распространения волны удобно ввести следующие безразмерные параметры:

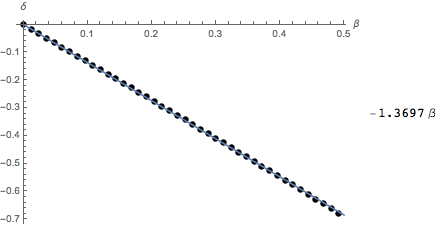
где , а - обратная производная концентрации по координате, взятая в точке верхнего гибридного резонанса. Условие высокочастотной плазмы обеспечивается соотношением . Подобный набор безразмерных параметров естественно возникает в результате линеаризации уравнений вблизи точки поглощения в предположении .

Для начала рассмотрим случай падения необыкновенной волны на слой изотропной плазмы. Результат численного моделирования представлен на рисунке [какой-то номер]. Аппроксимация зависимости была произведена с использованием формулы, записанной в разделе 1.1 Как видно из представленного графика, эта формула верна с точностью до нормировочного множителя и множителя в показателе экспоненты. Максимальная величина поглощения равна примерно 0.5 и в широких пределах не зависит ни от профиля плотности, ни от частоты излучения. Однако положение максимумов проявляет сильную зависимость от конфигурации плазмы и способно изменяться в разы, оставаясь, однако, всегда симметричным относительно начала координат.

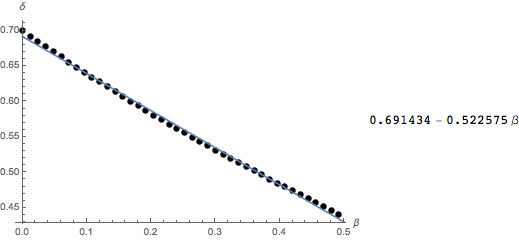
В случае наличия слабого магнитного поля, вопреки сказанному в разделе 1.1, зависимость коэффициента поглощения от угла больше не является четной функцией. Характерный вид этой зависимости представлен ниже. Помимо очевидной асимметрии, стоит отметить наличие ненулевого поглощения для TEM-волны. По мере увеличения магнитного поля пик поглощения на отрицательной части оси полностью пропадает, в то время как глобальный максимум растет и достигает единицы при и . Зависимость положений нуля и максимума на плоскости параметров имеет линейный вид и представлена ниже.



Характерная зависимость коэффициента поглощения в случае малого магнитного поля



Расположение нуля поглощения на плоскости параметров



Расположение максимума поглощения на плоскости параметров

При слишком сильном магнитном поле () поглощение прекращается. В пересчете на реальные значения параметров при это означает величину , что полностью подтверждает предположение о малости этого параметра и оправдывает операцию линеаризации.

Согласно сказанному в подразделе 1.2, в случае распространения в плоскости нас ожидают две принципиально различных картины поглощения в зависимости от соотношения параметров. При , когда туннелированием необыкновенной волны можно пренебречь, нас ожидает полное поглощение обыкновенной волны при вполне конкретных углах. При ситуация значительно сложнее. В области малых значений магнитного поля ожидается падение поглощения для обыкновенной волны и рост для необыкновенной. Это приводит к необходимости вместе с углом подбирать также поляризацию волны.

Начнем с первого случая.