Белорусский государственный университет
Факультет прикладной математики и информатики

Студента 2 курса 3 группы

Аквуха Джеймса

Минск 2016

Hw 4

$||x||_1 = \max\limits_{1 \le i \le n} |x_i|$

$||x||_2 = \max\limits_{1 \le i \le n} \alpha_i |x_i|, \alpha_i \ge 0, i = \overline{1, n}$

$\max\limits_{1 \le i \le n} \alpha_i ||x||_1 \ge ||x||_2$

$\max\limits_{1 \le i \le n} \alpha_i |x_i| \le \alpha_k |x_j|$, где $\alpha_k = \max\limits_{1 \le i \le n} \alpha_i,\ x_j = \max x_i$

Пусть $|x_k| = \max\limits_{1 \le i \le n} |x_i| = ||x_2||,\ ||x||_2 \le \frac{1}{\alpha_k} ||x||_2$, т.к. $||x_2||$ элемент множества, откуда берется максимум для $||x||_2 \Leftrightarrow$ есть эквиваленстность.

Hw 5

5)

$x_n(t) = arctg(nt) + t^2, C[0.5; 1]$

$x_0(t) = \lim\limits_{n \to \infty} x_n(t) = t^2 + \pi/2 \in C[0.5; 1]$

$||x_n(t) - x_0(t)|| = ||arctg(nt) - \pi/2|| = \max |arctg(nt) - \pi/2| \le |arctg(n) - \pi/2| \to 0$

Значит, последовательность сходится.

6)

$x_n(t) = \frac{\sin(n^2 t)}{n^2}, C[-2; 2]$

$x_0(t) = \lim\limits_{n \to \infty} x_n(t) = 0 \in C[-2; 2]$

$||x_n(t) - x_0(t)|| = \max \left| \frac{\sin(n^2 t)}{n^2} \right| \le \frac{1}{n^2} \to 0$

Значит, последовательность сходится.

7)

$x_n(t) = \frac{t^n + 2t^{2n}}{1 + t^n}, C[-1/2; 2/3]$

$x_0(t) = \lim\limits_{n \to \infty} x_n(t) = 0 \in C[-1/2; 2/3]$

$||x_n(t) - x_0(t)|| = \max \left| \frac{t^n + 2t^{2n}}{1 + t^n} \right| \le \frac{|t|^n + 2|t|^{2n}}{1 - |t|^n} \to 0$

Значит, последовательность сходится.

8)

$x_n(t) = (x_{n_i}(t) = \sin^n(5\pi/8), i = 1,\bar{}n;\ x_{n_i}(t) = 0, i = n+1, \dots)$

$x_0(t) = \lim\limits_{n\to\infty} x_n(t) = 0$, $\sum_{i=1}^{n} \sin^{(} 5\pi/8) < \infty$

Значит, последовательность сходится.

9)

$x_n(t) = (x_{n_i}(t) = \sin(\pi(n^2+1)^{1/2}), i = \overline{1,n}; x_{n_i}(t) = 0, i = n+1, \dots)$

Не существует поточечной сходимости, значит, последовательность не сходится.