

# 图与排列

Author : QingHuan

## 题解

首先有概率论经典结论： $E(A + B) = E(A) + E(B)$

考虑本题，我们求出每个  $i$  对最终答案的贡献，最后叠加起来即可

对于因为在本题中，贡献为1 (要么成连通块中最大的从而发生1贡献，要么不对连通块个数发生贡献)

故而  $E(A + B + C) = P(A) * 1 + P(B) * 1 + P(C) * 1$ ,  $P(x)$  为  $x$  成为连通块中最大值的概率

那么，问题就变成了如何计算每个  $i$  对答案贡献的概率

这里引入一个事实：对于随机的排列  $p$ ，对于任意  $star \leq i \leq fini$ ,  $p[i]$  是  $p[star...fini]$  中最大值的概率是  $\frac{1}{fini - star + 1}$  并且若存在多个区间满足  $star1 \leq i \leq fini1$  and  $star2 \leq i \leq fini2$ , 那么  $p[i]$  在  $[star1, fini1]$  中最大的概率与  $p[i]$  在  $[star2, fini2]$  中最大的概率没有关系。这个事实就是解决本题的关键

对于每一个  $i$  from 1 to  $n$ ，可以选择的区间有  $i * (n - i + 1)$  个，我们暴力枚举这些区间，算出  $p[i]$  在这些区间内部为最大值的概率，叠加起来就好

图与排列 std：

```
for (ll i = 1; i <= n; i++)
    for (ll a = 1; a <= i; a++)
        for (ll b = i; b <= n; b++)
            ret += inv(b - a + 1) * inv(i * (n - i + 1)) % mod,
            ret %= mod;
```

## 番外

本题承接新生赛 I-欢欢的概率期望 算是给新生送了一波温暖

本题原本是另外一个简单题，最后因为种种原因换成了本题

验题的时候，这个题似乎表现的比较.....难于估计难度，我觉得比较简单，但是验题选手反应比较难？然后std的核心代码就4行.....我也不知道该怎么评价了....

总而言之，这题很"清秀"，算是我本次命题最满意的一道

## UPD

(没有做出来的新生可以回去做做新生赛-欢欢的概率期望，两道题没有什么本质区别

我被选手们震撼了.....只有两三个人用std的做法过了本题

(特别是et3\_tsy的做法，感觉非常复杂，看的我大受震撼.....特别去询问了一下他的做法.....emm可能大家对于这个若干包含点i的区间所形成的概率没有关系这一点没有认识清楚⑧.....想复杂了.....使用了一些比较复杂的组合计数来解决.....)

(友情推荐一下 es3\_tsy的E题视频，讲的比较详细，也比较清楚.....应该之后会在他的B站账号"电音抖腿不能改"发布)

很多选手采用了比较复杂的组合计数 + 记忆化

也有 $O(n^4)$ 打表，硬找规律打表

都行⑧，std的做法可以压到 $O(n^2)$ 甚至更低的复杂度，我还是放宽到了 $O(n^3)$ , just enjoy it ! :)

本次网络赛代码最短的一道题（大雾

## 剧透

现场赛会有一个我与主席负责的题，可以媲美本次的E，成为一个非常清秀的题目 :)