

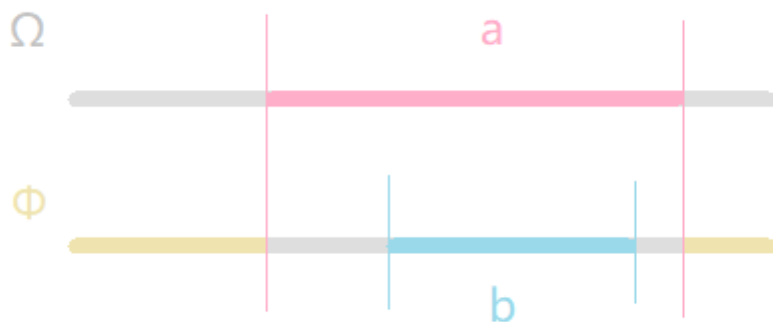
风暴中的不谐和音

Tags : 模拟 / 根号分治 / 容斥 / 高维前缀和FWT

$op = 1$ 时, $x \oplus a = b$ 有唯一解 $x = a \oplus b$, 直接给 x 加上 c 即可, 时间复杂度 $O(1)$ 。

$op = 2$ 时, $x \wedge a = b$, 若有解, 则 $a \wedge b = b$ 即, b 是 a 的子集。

考虑枚举 x 可能的解, 设全集为 Ω , $\Phi = \Omega/b$, $\phi \subset \Phi$ 。则可能的解为 $b \wedge \phi$



这样需要枚举 Φ 的子集, 复杂度为 $O(2^{|\Phi|}q) = O(nq)$ 。

然后考虑一种容斥,

将 $\Phi \vee b$ 的所有子集加上 c , 然后发现 b 的子集并上 Φ 也被加上了 c 这部分是多加上的, 然后得依次容斥下去, 具体地:

若 B_1 是 b 的子集的集合, 满足 $\forall S \in B_1, |b| - |S| = 1$, 则 $\Phi \vee S$ 的子集应该加上 $c \times (-1)^1$ 。

若 B_2 是 b 的子集的集合, 满足 $\forall S \in B_2, |b| - |S| = 2$, 则 $\Phi \vee S$ 的子集应该加上 $c \times (-1)^2$ 。

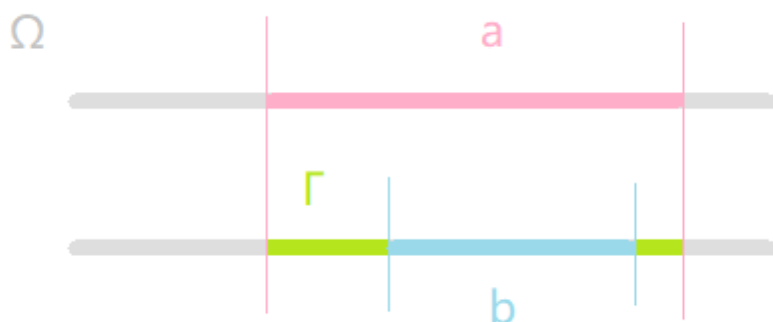
...

若 $B_{|b|}$ 是 b 的子集的集合, 满足 $\forall S \in B_{|b|}, |b| - |S| = |b|$, 则 $\Phi \vee S$ 的子集应该加上 $c \times (-1)^{|b|}$ 。

子集加可以用高维后缀和/FWT优化。

这样需要枚举 b 的子集, 时间复杂度 $O(2^{|b|}q + n \log n) = O(nq + n \log n)$ 。

然后考虑第二种容斥, 设 $a/b = \Gamma$ 。



将 b 的超集 (即 Ω/b) 加上 c , 然后发现 Γ 的子集并上 b 被多加了, 然后得容斥下去, 具体的:

若 γ_1 是 Γ 的子集的集合, 满足 $\forall S \in \gamma_1, |S| = 1$, 则 $b \vee S$ 的超集应该加上 $c \times (-1)^1$ 。

若 γ_2 是 Γ 的子集的集合, 满足 $\forall S \in \gamma_2, |S| = 2$, 则 $b \vee S$ 的子集应该加上 $c \times (-1)^2$ 。

...

若 $\gamma_{|\Gamma|}$ 是 Γ 的子集的集合, 满足 $\forall S \in \gamma_{|\Gamma|}, |S| = |\Gamma|$, 则 $b \vee S$ 的子集应该加上 $c \times (-1)^{|\Gamma|}$ 。

超集加可以用高维前缀和/FWT优化。

这样需要枚举 Γ 的子集, 时间复杂度 $O(2^{|\Gamma|}q + n \log n) = O(nq + n \log n)$ 。

在每次询问时, 取三种方法的最小时间, 由于 $|\Phi| + |b| + |\Gamma| = \lceil \log_2 n \rceil$ 。

总时间复杂度为 $O(2^{\min\{|\Phi|, |b|, |\Gamma|\}} + n \log n) = O(q\sqrt[3]{n} + n \log n)$ 。

$op = 3$ 时类似。