

## 咕的分奴组员的构造性证明

Author : QingHuan

假设有 $n$ 个人， $m$ 分且  $m$ 远远大于 $n$

$$n = 1 \times$$

$$n = 2 \times 2$$

$$n = 3 \times 2 \ 3$$

$$n = 4 \times 2 \ 3 \ 2$$

$$n = 5 \times 2 \ 3 \ 2 \ 3$$

$$n = 6 \times 2 \ 3 \ 2 \ 3 \ 2$$

可归纳证明，当 $m$ 远远大于 $n$ 时，存在唯一的安排方案

1. 显然2个人时的安排方案唯一
2. 考虑3个人时，3号对于 $x \ 2 \ 3$ 的分配方案，3号必然同意，否则3号只能得2分
3. 考虑4个人时，3号必然同意 $x \ 2 \ 3 \ 2$ 的分配，否则票死1号，3号必然只能得到2分
4. 归纳可知，当 $m$ 远大于 $n$ 时，分配方案唯一

再证明，当 $n$ 人 $m$ 分，不能满足上述分配方案的时候(分数不足)，1号必然被票死

因为这个时候超过半数的人只能拿2分，根据规则，得分相同的时候倾向于票死1号，因为票死1号后超过半数的人还是得2分，故当 $n$ 人 $m$ 分，不能满足上述方案的时候，必然票死1号

不断迭代即可复杂度 $O(n)$ ,注意处理分配给1号2分，但是咕可以得到3分的情况

证毕