MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO - MEC
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ - UFPI
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PRPPG
COORDENADORIA GERAL DE PESQUISA - CGP
PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA - PIBIC - UFPI
CAMPUS UNIVERSITÁRIO MINISTRO PETRÔNIO PORTELA - BLOCO 06 - BAIRRO ININGA CEP: 64049-550 - TERESINA-PI - BRASIL - FONE: (86) 3215-5564 - FONE/FAX: (86) 3215-5560

Fase de Gouy e trajetórias não clássicas na interferência com ondas de matéria no experimento de fenda tripla

Orientando: Carlos Henrique da Silva Vieira - Física - DF - UFPI.

Orientador: Prof. Dr. Jonathan da Rocha Martins - DF - UFPI.

Teresina - PI.

Fevereiro de 2016

Resumo

Aqui propomos um modelo simples para estudar o efeito da fase de Gouy em um experimento de fenda tripla onde nos consideramos uma trajetória não clássica. Utilizamos a diferença entre as fase de Gouy de caminhos clássicos e não clássicos para estimar o parâmetro de Sorkin κ que mede a contribuição da função de onda não clássica, associada com uma trajetória não clássica no padrão de interferência em um experimento.

1 Introdução

A fase de Gouy foi estudado teoricamente por L. G. Gouy em 1890 [1,2]. As origens físicas desse desvio de fase são discutidas em [3,10]. A mudança de fase de Gouy está presente em qualquer tipo de onda que seja submetida a um confinamento espacial transverso, por focalização ou por difração em pequenas aberturas. Quando a onda é focalizada [5], o deslocamento de fase de Gouy associada com a propagação de $-\infty$ para ∞ é igual a $\pi/2$ para ondas cilíndricas (foco linear), e π para ondas esféricas (foco pontual).

Já no caso da difração por uma fenda mostrou-se que a mudança de fase de Gouy é de $\pi/4$, e que esse desvio depende do comprimento da fenda assim como dos tempos de propagação antes e depois da fenda [11]. A mudança de fase de Gouy foi observada em ondas de água [12], acústica [13], superfície plasmon-polarito [14], phonon-polariton [15] pulsos, e recentemente em ondas de matéria [16-18].

Aplicações da fase de Gouy em ondas eletromagnéticas abre a possibilidade no desenvolvimento de sistemas físicos interessantes. Por exemplo, a fase de Gouy deve ser levada em conta na determinação da frequência de ressonância em cavidades laser [19], também na geração de harmônicos de alta ordem (HHG) [20], bem como na descrição da variação espacial da fase do invólucro de pulsos ultracurtos no foco do laser [21].

Além disso, a fase de Gouy desempenha um papel importante na evolução de feixes vortex de luz [22] bem como em feixes de elétrons que adquirem uma uma fase de Gouy adicional dependente do valor absoluto do momento angular orbital [17]. As antenas para detecção de ondas de gravidade são baseadas em interferometria usando laser onde a fase de Gouy é essencial [23].

No contexto de ondas de matéria não relativística a fase de Gouy foi primeiramente explorada em [24-25], seguido por realizações experimentais com condensados de Bose-Einsten [16], feixes vórtex de elétrons [17]. Recentemente, foi mostrado que a Bateman-Hillion uma solução da equação de Klein-Gordon apresenta a fase de Gouy o que permite acrescenta efeitos relativísticos [26]. A fase de Gouy em ondas de matéria tem aplicações interessantes, por exemplo, ela funciona como um importante conversor de modo em informação quântica [25], no desenvolvimento de óptica eletrônica [18], no estudo do fenômeno Zitterbewegung [26].

Agora nós investigaremos qual a importância da fase de Gouy no estudo de trajetórias não clássicas, isto é, em caminhos exóticos, menos prováveis, no padrão de interferência no experimento de fenda tripla.

O tratamento teórico de caminhos não clássicos na fenda dupla é discutido em [27]. Onde foi estimado um termo de interferência para testar o limite do princípio da superposição no experimento de fenda dupla. O estudo foi feito utilizando a abordagem da integral de caminho de Feynman [28] com a inclusão de um caminho de "looping" ao longo das fendas, isto é, uma trajetória não clássica. A abertura experimental para investigar esses pequenos desvios foi discutida por Sorkin [29] em um trabalho onde fenômenos de ordem superior incorporam a prescrição habitual de interferência quando três ou mais fendas caminhos interferem.

Contudo, só recentemente foi proposto um experimento para quantificar a interferência com trajetórias não clássicas [30-33]. A analise teórica que suporta tais experimentos é baseado nas integrais de caminho de Feynmann na presença de uma fenda com diferentes pesos paras trajetórias clássicas e não clássicas, chamados de propagador. Em [30] foi introduzido o parâmetro de Sorkin k que mede a diferença entre a probabilidade proposta por Born na mecânica quântica.

Em [33] é proposto um experimento na fenda tripla que utiliza ondas de matéria ou fótons de baixa frequência esse que foi analiticamente descrito permitindo estimar um limite máximo para o parâmetro de Sorkin $|\kappa_{max}| \approx 0.003\lambda/(d^{1/2}w)$, onde λ é o comprimento de onda, d é a distancia centro a centro entre as fendas e w é o comprimento de cada fenda, confirmando que κ é muito sensível com a configuração experimental.

Aqui propomos incorporar no parâmetro κ o efeito da fase de Gouy para ondas de matéria e indicar tais considerações por meio do padrão de interferência. Iremos mostrar que o parâmetro de Sorkin no experimento de fenda tripla depende da diferença de fase de Gouy entre as trajetórias clássica e não-clássica. Alem do mais, foi possível determinar uma expressão analítica para a fase de gouy de um caminho não clássico utilizada para estima $\kappa \approx 10^{-8}$.

2 Metodologia

Realizamos a propagação de um estado gaussiano de largura inicial σ_0 produzido pela fonte coerente S através dos propagadores de Schrödinge, isto é, das funções de Green K_t, K_τ e $K(1-2;2-1)$ que levam em conta respectivamente os tempos de propagação antes e depois da fenda, assim como o tempo de 'looping' entre as fendas no experimento de fenda tripla. Resolvendo as integrais de propagação (1), (2) e (6) foi possível obter as funções de onda associadas as trajetórias clássica ($\psi_{1,2,3}$) e a não-clássica (ψ_{nc}) Figura(1). Com base em tais funções de onda, foi possível obter uma expressão analítica para fase de Gouy não clássica de ondas de matéria no experimento de fenda tripla.

3 Trajetória não clássica no experimento de fenda tripla

Nessa secção nos obteremos resultados analíticos para as funções de onda clássicas e não-clássicas no experimento de fenda tripla atentos para a fase de Gouy afim de analisar seus efeitos no padrão de interferência. Trataremos com um modelo unidimensional onde os efeitos quânticos são manifestados no eixo x como mostrado na figura 1.

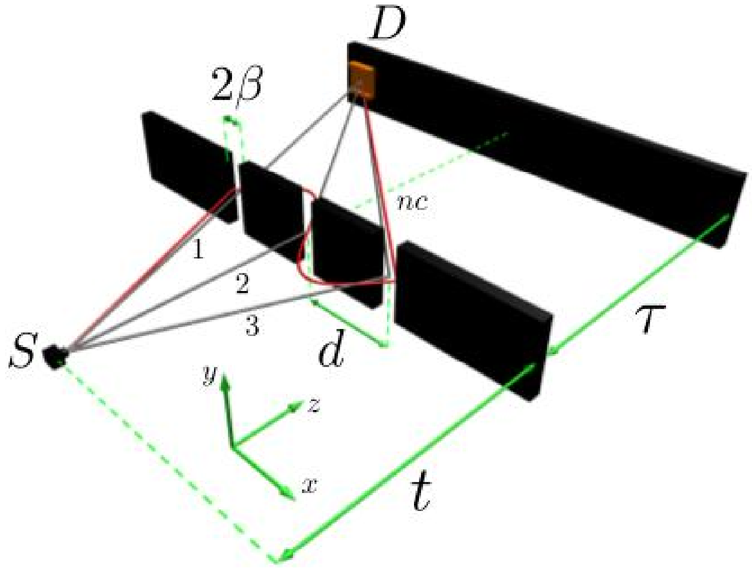

Figure 1: Experimento de fenda tripla. Pacote de onda gaussiano de comprimento transversal σ_0 produzido por uma fonte S propaga-se um tempo t até a fenda tripla e um tempo τ da fenda tripla ao detector D. As fendas são funções gaussiano com meia largura β.

As funções de onda associada com trajetórias clássicas (linhas cinzas) são 1, 3 e 2,assim temos

$$\psi_{1,3}(x,t,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} K_\tau(x,t+\tau;x_j,t)F(x_j \pm d)K_t(x_j,t;x_0,0)\psi_0(x_0), \tag{1}$$

já para o caminho clássico 2

$$\psi_2(x,t,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} K_\tau(x,t+\tau;x_j,t)F(x_j)K_t(x_j,t;x_0,0)\psi_0(x_0), \tag{2}$$

onde

$$k_t(x_j, t; x_0, 0) = \sqrt{\frac{m}{2\pi i\hbar(t_j - t_0)}} \exp\left[\frac{im(x_j - x_i)^2}{2\hbar(t_j - t_0)}\right], \tag{3}$$

$$F(x_j) = \exp\left[-\frac{(x_j)^2}{2\beta^2}\right], \tag{4}$$

e

$$\psi_0(x_0) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\sigma_0}} \exp\left(-\frac{x_0^2}{2\sigma_0^2}\right). \tag{5}$$

Os núcleos $K_t(x_j, t; x_0, 0)$ e $K_\tau(x, t{+}\tau; x_j, t)$ são os propagadores de Schrödinger para partícula livre, a função $F(x_j)$ descreve a fenda que foi tratada como gaussiana de largura β que estão separadas por uma distância d, σ_0 é a largura efetiva do pacote de onda emitido da fonte S, m é a massa da partícula, t e τ são respectivamente os tempo de propagação antes e depois da fenda tripla. A função de onda associada com a trajetória não clássica (linha vermelha) e dada por

$$\begin{aligned}\psi_{nc}(x, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} K_\tau(x, \tau + \hat{t}; x_3, \hat{t}) F(x3 + d) F(x2) \times \\ \times K(1-2; 2-3) F(x1 - d) K_t(x1, t + \alpha; x_0, 0)\psi_0(x_0),\end{aligned} \tag{6}$$

onde $\hat{t} = t + 2(\epsilon + \alpha)$ e

$$K(1-2; 2-3) = \sqrt{\frac{m}{4\pi i\hbar(\epsilon + \delta)}} \exp\left[\frac{im[(x_2 - x_1)^2 + (x_3 - x_2)^2]}{4\hbar(\epsilon + \delta)}\right], \tag{7}$$

Este é o propagador que propaga o estado da fenda 1 para a 2 em seguida para fenda 3. O parâmetro δ é um tempo de fenda auxiliar, ϵ é o tempo gasto para passar de uma fenda a outra esse que é determinado pela incerteza na componente x do operador momento linear, isto é, $\epsilon = \frac{d}{\Delta v_x}$,$(\Delta v_x = \Delta p_x/m)$ onde $\Delta p_x = \sqrt{\langle \Delta \hat{p}_x^2 \rangle - \langle \Delta \hat{p}_x \rangle^2}$. Essa estimativa é compatível com a construção da trajetória não clássica. Um argumento similar foi utilizado em [35], onde a dinâmica não clássica é baseado no principio da incerteza são considerados em um interferômetro. Trajetórias que circulam ao redor das fendas evidentemente contribuem menos para o padrão de interferência. Apos algumas manipulações algébricas encontramos as funções de onda

$$\psi_1(x, t, \tau) = A \exp\Big(C1x^2 - C2x + C3\Big) \exp\Big(i\alpha_c x^2 - i\gamma_c x - i\theta_c + i\mu_c\Big), \tag{8}$$

$$\psi_2(x,t,\tau) = A\exp\left(-C_1x^2\right)\exp\left(i\alpha_c x^2 + i\mu_c\right), \tag{9}$$

$$\psi_3(x,t,\tau) = A\exp\left(C1x^2 + C2x + C3\right)\exp\left(i\alpha_c x^2 + i\gamma_c x - i\theta_c + i\mu_c\right), \tag{10}$$

e

$$\psi_{nc}(x,t,\tau) = A_{nc}\exp\left(C_{1nc}x^2 + C_{2nc}x + C_{3nc}\right)\exp\left(i\alpha_{nc}x^2 + i\gamma_{nc}x - i\theta_{nc} + i\mu_{nc}\right). \tag{11}$$

onde é possível determinar a fase de Gouy de ondas de matéria associada com a trajetória não clássica

$$\mu_{nc} = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{z_I}{z_R}\right). \tag{12}$$

Todos os coeficientes que aparecem nas equações de (8)-(12) serão explicitados no apêndice. Como discutido em [11] as fases $\theta_{nc}(t,\tau)$ e $\mu_{nc}(t,\tau)$ são fases que não dependem da posição transversa x. Diferente de $\mu_{nc}(t,\tau)$ a fase $\theta_{nc}(t,\tau)$ é uma fase que depende do deslocamento d em relação a origem.

4 Parâmetro de Sorkin e Fase de Gouy para ondas de Elétron

Nessa seção nos analisamos o efeito da fase de Gouy na quantidade k para ondas de elétrons no experimento de fenda tripla (Fig.1). Primeiro nos observamos a intensidade normalizada I_n e o parâmetro k como função da posição transversa x na tela de detecção assim como dos tempos de propagação t, τ antes e depois da fenda.

Segundo, nos observamos o parâmetro de Sorkin como função de x e τ para um dado valor de t fixo.

Por terceiro, nos analisamos o comportamento de k com o tempo antes da fenda fixo, na posição $x = 0$, e como função de τ.

Em $x = 0$ o efeito da fase de Gouy é mais evidente no padrão de interferência como pode-se ver nas equações (10-11), de fato uma vez que temos a expressão analítica para todos os termos da função de onda não clássica nosso estudo pode ser generalizado para vermos as demais dependências.

Na construção dos gráficos, da intensidade normalizada e do parâmetro de Sorkin, utilizamos ondas de elétrons com os seguintes parâmetros: $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, $d = 650$ nm, $\beta = 64$ nm , $\sigma_0 = 62$ nm, $t = 18$ ns, $\tau = 15$ ns. Utilizando esses valores foi possível determinar $\epsilon = 0.492$ ns.

A figura representa a intensidade normalizada I_n como função de x, no limite de Fraunhofer Além de ser semelhante as referência [31] e [32], tal curva mostra o padrão de interferência com máximos e mínimos evidenciando a natureza ondulatória da matéria.

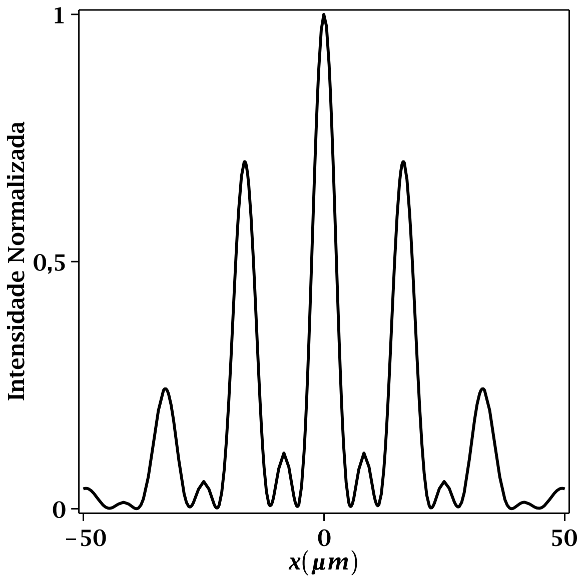

Figure 2: Intensidade Normalizada como função de x

Na figura 3, temos o gráfico do parâmetro k como uma função de x,onde pode-se perceber o efeito direto da fase de Gouy (linha solida e linha pontilhada) na curva do parâmetro de Sorkin. Bem como, nosso modelo teórico corroborar os resultados obtidos em [32], onde k é estimado como sendo da ordem de 10^{-8} dando credibilidade para nossa analise simplificada.

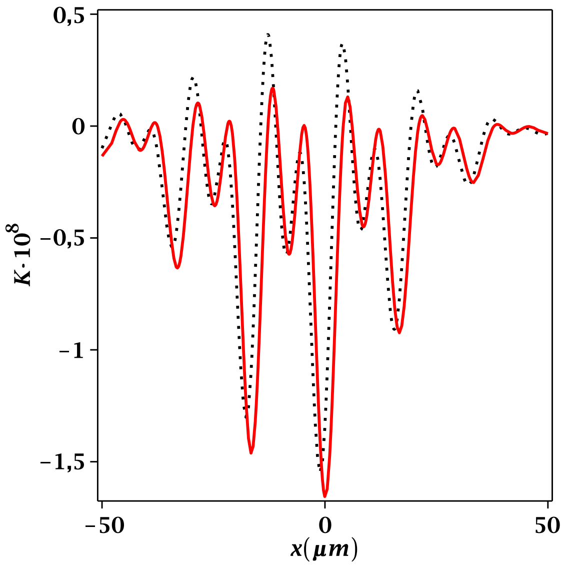

Figure 3: Parâmetro de Sorkin como função de x. Linha solida contem a fase de Gouy e pontilhada sem a fase

5 Apêndice 1: Coeficientes das funções de onda clássica

Os coeficientes abaixo são correspondentes as equações (8)-(8)

$$A = \frac{m}{2\hbar\sqrt{\sqrt{\pi}t\tau\sigma 0}}\left[\left(\frac{m^2}{4\hbar^2 t\tau} - \frac{1}{4\beta^2\sigma 0^2}\right)^2 + \frac{m^2}{16\hbar^2}\left(\frac{1}{\beta^2 t} + \frac{1}{\sigma 0^2 t} + \frac{1}{\sigma 0^2\tau}\right)^2\right]^{-1/4}, \quad (13)$$

$$\mu_c = -\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{t+\tau(1+\frac{\sigma_0^2}{\beta^2})}{\tau_0(1-\frac{t\tau\sigma_0^2}{\tau_0^2\beta^2})}\right], \quad (14)$$

$$\theta_c = -\frac{d^2}{2}\left[\frac{2m\hbar\left(\tau^2\hbar^2 t + t^2\hbar^2\tau + m^2\sigma 0^4\tau\right)}{\Pi}\right], \quad (15)$$

$$\gamma_c = \frac{1}{2}\left[\frac{m\hbar\left(-2t^2 d\hbar^2\tau - 2m^2\sigma 0^2 d\tau\beta^2 - 2m^2\sigma 0^4\tau d\right)}{\Pi}\right], \quad (16)$$

$$\alpha_c = \frac{1}{2}\left[\frac{m\hbar\left(t^2\hbar^2\tau + m^2\tau\beta^4 + 2m^2\sigma 0^2\beta^2\tau + m^2\sigma 0^4\tau + m^2\sigma^4\tau\right)}{\Pi}\right], \quad (17)$$

$$C1 = -\frac{1}{2}\left[\frac{m^2\left(\beta^4 m^2\sigma 0^2 + \sigma 0^4 m^2\beta^2 + \hbar^2 t^2\beta^2\right)}{\Pi}\right], \tag{18}$$

$$C2 = -\frac{1}{2}\left[\frac{m^2\left(-2\sigma 0^4 d m^2\beta^2 - 2\hbar^2 t d\beta^2\tau - 2\hbar^2 t^2 d\beta^2\right)}{\Pi}\right], \tag{19}$$

$$C3 = -\frac{1}{2}\left[\frac{m^2\left(\sigma_0^4 m^2\beta^2 + \hbar\tau^2\beta^2 + \hbar^2\tau^2\sigma_0^2 + 2\hbar^2\tau\beta^2 t + \hbar^2 t^2\beta^2\right)}{\Pi}\right], \tag{20}$$

$$\Pi = \hbar^4\tau^2 t^2 + m^2\hbar^2\left[(t+\tau)^2\beta^4 + 2\tau^2\beta^2\sigma_0^2 + \tau^2\sigma_0^4\right] + m^4\hbar^4\sigma_0^4. \tag{21}$$

6 Apêndice 2: Coeficientes da função de onda não clássica

$$A_{nc} = \sqrt{\frac{m^3\sqrt{\pi}}{16\hbar^3 t\tau\varepsilon\sigma_0\sqrt{z_R^2 + z_I^2}}} \tag{22}$$

$$\mu_{nc} = -\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{z_I}{z_R}\right), \tag{23}$$

$$\theta_{nc} = \frac{m\hbar}{2}\left(\frac{\eta}{\xi}\right)d^2, \tag{24}$$

$$\gamma_{nc} = \frac{m\hbar}{2}\left(\frac{\Delta}{\xi}\right), \tag{25}$$

$$\alpha_{nc} = \frac{m\hbar}{2}\left(\frac{\Lambda}{\xi}\right), \tag{26}$$

$$C1_{nc} = -\frac{m^2}{2}\left(\frac{\varphi}{\xi}\right), \tag{27}$$

$$C2_{nc} = -\frac{m^2}{2}\left(\frac{\omega}{\xi}\right), \tag{28}$$

$$C3_{nc} = -\frac{m^2 d^2}{2}\left(\frac{\Omega}{\xi}\right), \tag{29}$$

$$z_I = -\beta^6 m^4 \sigma_0^2 + 3\hbar^2 m^2 \beta^2 \left[\frac{4}{3}\varepsilon^2 + (2t+2\tau)\varepsilon + \tau t\right]$$
$$+8\hbar^2 \varepsilon \sigma_0^2 m^2 \beta^2 \left(\frac{\varepsilon+\tau}{2}\right) - 4\hbar^4 \varepsilon^2 \tau t \qquad (30)$$

$$z_R = m\hbar\beta^2 \left[m^2\beta^6 (\tau + 4\varepsilon + t) + 3m^2\sigma_0^2\beta^4(\tau + 2\varepsilon) - 8\hbar^2\varepsilon\left(\frac{\tau}{2} + \frac{t}{2} + \tau t\right)\right] \qquad (31)$$

$$\eta = 8\beta^4\hbar^2 m^4\sigma_0^4\varepsilon^3 + 4\beta^8\hbar^2 m^4 t^2\varepsilon + 16\beta^8\hbar^2 m^4 t\varepsilon^2 + 4\beta^8 m^6\sigma_0^4\varepsilon + 16\hbar^6\tau^2 t^2\varepsilon^3$$
$$16\hbar^6\tau^2 t\varepsilon^4 + 16\hbar^6\tau t^2\varepsilon^4 + 4\hbar^2\tau^2\beta^8\varepsilon + 16\hbar^2\tau m^4\beta^8\varepsilon^2 + 8\hbar^4\tau^2 m^2\beta^4\varepsilon^3$$
$$+16\hbar^4\tau m^2\beta^4\varepsilon^4 + 8\beta^4\hbar^4 m^2 t^2\varepsilon^3 + 16\hbar^4 t m^2\beta^4\varepsilon^4 + 16\hbar^4\tau^2 m^2\sigma_0^4\varepsilon^3$$
$$+16\hbar^4\hbar^4\tau m^2\sigma_0^4\varepsilon^4 + 8\beta^8\hbar^2\tau m^4 t\varepsilon + 24\beta^6\hbar^2\tau^2 m^4\sigma_0^2\varepsilon + 48\beta^6\hbar^2\tau m^4\sigma_0^2\varepsilon^2$$
$$+36\beta^4\hbar^4\tau^2 m^2 t^2\varepsilon + 44\beta^4\hbar^4\tau^2 m^2 t\varepsilon^2 + 44\beta^4\hbar^4\tau m^2 t^2\varepsilon^2 + 32\beta^4\hbar^4\tau m^2 t\varepsilon^3$$
$$+36\beta^4\hbar^2\tau^2 m^4\sigma_0^4\varepsilon + 44\beta^4\hbar^2\tau m^4\sigma_0^4 + 16\beta^2\hbar^4\tau^2 m^2\sigma_0^2\varepsilon^3 + 32\beta^2\hbar^4\tau m^2\sigma_0^2\varepsilon^3\varepsilon^2 \qquad (32)$$

$$\Delta = 12\beta^8\hbar^2\tau d m^4 t\epsilon + 104\beta^6\hbar^2\tau d m^4\sigma_0^2\epsilon^2 + 72\beta^4\hbar^4\tau d m^2 t^2\epsilon^2$$
$$+32\beta^4\hbar^4\tau d m^2 t\epsilon^3 + 72\beta^4\hbar^2\tau d m^4\sigma_0^4 t\epsilon^2 + 64\beta^2\hbar^4\tau d m^2\sigma_0^2\epsilon^2$$
$$-12\beta^8 d m^6\sigma_0^4\epsilon + 32\hbar^6\tau d t^2\epsilon^4 - 8\beta^{10} d m^6\sigma_0^2\epsilon + 40\beta^8\hbar^2\tau d m^4\epsilon^2$$
$$-12\beta^8\hbar^2 d m^4 t^2\epsilon - 8\beta^8\hbar^2 d m^4 t\epsilon^2 + 32\beta^4\hbar^4\tau d m^2\epsilon^4 + 32\hbar^4\tau d m^2\sigma_0^4\epsilon^4 \qquad (33)$$

$$\Lambda = \beta^{12}\tau m^6 + \beta^{12} m^6 t + 4\beta^{12} m^6\varepsilon + 6\beta^{10}\tau m^6\sigma_0^2 + 12\beta^{10} m^6\sigma_0^2\varepsilon$$
$$+8\beta^8\hbar^2 m^4\varepsilon^3 + 9\beta^8\tau m^6\sigma_0^4 + 10\beta^8\tau m^6\sigma_0^4\varepsilon + 16\hbar^6\tau t^2\varepsilon$$
$$+9\beta^8\hbar^2\tau m^4 t^2 + 28\beta^8\hbar^2\tau m^4\varepsilon^2 + 10\beta^8\hbar^2\tau m^4 t^2\varepsilon$$
$$+8\beta^8\hbar^2\tau m^4 t\varepsilon^2 + 16\beta^6\hbar^2 m^4\sigma_0^2\varepsilon^3 + 16\beta^4\hbar^4\tau m^2\varepsilon^4 + 8\beta^4\hbar^4 m^2 t^2\varepsilon^3$$
$$+8\beta^4\hbar^2 m^4\sigma_0^4\varepsilon^3 + +16\hbar^4\tau m^2\sigma_0^4\varepsilon^4 + 20\beta^8\hbar^2\tau m^4 t\varepsilon + 64\beta^6\hbar^2\tau m^4\sigma_0^2\varepsilon^2$$
$$+40\beta^4\hbar^4\tau m^2 t^2\varepsilon^2 + 16\beta^4\hbar^4\tau m^2 t\varepsilon^3 + 40\beta^4\hbar^2\tau m^4\sigma_0^4\varepsilon^2 + 32\beta^2\hbar^4\tau m^2\sigma_0^2\varepsilon^4 \qquad (34)$$

$$\varphi = \beta^{12} m^6\sigma_0^2 + 3\beta^{10} m^6\sigma_0^4 + 3\beta^{10}\hbar^2 m^4 t^2 + 12\beta^{10}\hbar^2 m^4 t\varepsilon$$
$$+20\beta^{10}\hbar^2 m^4 t\varepsilon^2 + 48\beta^8\hbar^2 m^4\sigma_0^2\varepsilon^2 + 32\beta^6\hbar^2 m^4\sigma_0^4\varepsilon^2$$
$$+32\beta^6\hbar^4 m^2 t^2\varepsilon^2 + 16\beta^6\hbar^4 m^2 t\varepsilon^3 + 16\beta^6\hbar^4 m^2\varepsilon^4$$
$$+32\beta^4\hbar^4 m^4\sigma_0^2\varepsilon^4 + 16\beta^2\hbar^4 m^4\sigma_0^4\varepsilon^4 + 16\beta^2\hbar^6 t^2\varepsilon^4 \qquad (35)$$

$$
\begin{aligned}
\omega = 36\beta^8\hbar^2\tau d m^4\sigma_0^2\varepsilon + 36\beta^6\hbar^4\tau d m^2 t^2\varepsilon + 24\beta^6\hbar^4\tau d m^2 t\varepsilon^2 \\
+36\beta^6\hbar^2\tau d m^4\sigma_0^4\varepsilon^3 + 32\beta^4\hbar^4\tau d m^2\sigma_0^2\varepsilon^3 + 16\beta^2\hbar^4\tau d m^2\sigma_0^4\varepsilon^3 \\
+8\beta^{10}\hbar^2\tau d m^4\varepsilon + 8\beta^{10}\hbar^2 d m^4 t\varepsilon + 88\beta^8\hbar^2 d m^4\sigma_0^2\varepsilon^2 \\
+16\beta^6\hbar^4\tau d m^2\varepsilon^3 + 16\beta^6\hbar^4\tau d m^2\varepsilon^3 + 64\beta^6\hbar^4 d m^2 t^2\varepsilon^2 \\
+32\beta^6\hbar^4 d m^2 t\varepsilon^3 + 64\beta^6\hbar^2 d m^4\sigma_0^4\varepsilon^2 + 64\beta^4\hbar^4 d m^2\sigma_0^2\varepsilon^4 \\
+16\beta^2\hbar^6\tau d t^2\varepsilon^3 + 32\beta^2\hbar^4 d m^2\sigma_0^4\varepsilon^4 + 32\beta^{10}\hbar^2 d t^2 m^4\varepsilon^2 \\
+32\beta^6\hbar^4 d m^2\varepsilon^4 + 32\beta^2\hbar^6 d t^2\varepsilon^3
\end{aligned} \tag{36}
$$

$$
\begin{aligned}
\Omega = 2\beta^{10}m^6\sigma_0^4 + 2\beta^{10}\hbar^2 m^4 t^2 + 32\beta^{10}\hbar^2 m^2\varepsilon^4 + 32\beta^6\hbar^4 m^2\varepsilon^4 \\
+16\beta^2\hbar^6 t^2 m^6\varepsilon^4 + 48\beta^8\hbar^2\tau m^4\sigma_0^2\varepsilon + 40\beta^6\hbar^4\tau^2 m^2 t\varepsilon \\
+40\beta^6\hbar^4\tau m^2 t^2\varepsilon + 40\beta^6\hbar^4\tau m^2 t\varepsilon^2 + 40\beta^6\hbar^2\tau m^4\sigma_0^4\varepsilon \\
+44\beta^4\hbar^4\tau^2 m^2\sigma_0^2\varepsilon^2 + 48\beta^4\hbar^4\tau m^2\sigma_0^2\varepsilon^3 + 8\beta^2\hbar^4\tau^2 m^2\sigma_0^4\varepsilon^2 \\
+16\beta^2\hbar^4\tau m^2\sigma_0^4\varepsilon^3 + 4\beta^{10}\hbar^2\tau m^4 t + 16\beta^{10}\hbar^2\tau m^4\varepsilon \\
+12\beta^8\hbar^2\tau^2 m^4\sigma_0^2 + 18\beta^6\hbar^4\tau^2 m^2 t^2 + 36\beta^6\hbar^4\tau^2 m^2\varepsilon^2 \\
+32\beta^6\hbar^4\tau m^2\varepsilon^3 + 18\beta^6\hbar^2\tau^2 m^4\sigma_0^4 + 8\beta^2\hbar^6\tau^2 t^2\varepsilon^2 \\
+16\beta^2\hbar^6\tau^2 t\varepsilon^3 + 16\beta^2\hbar^6\tau t\varepsilon^3 + 64\beta^8\hbar^2\tau m^4\sigma_0^2\varepsilon^2 \\
+16\beta^{10}\hbar^2\tau^2 m^4 t\varepsilon + 36\beta^6\hbar^4 m^2 t^2\varepsilon^2 + 36\beta^6\hbar^2 m^4\sigma_0^4\varepsilon^2 \\
+48\beta^4\hbar^4 m^2\sigma_0^2\varepsilon^4 + 16\beta^2\hbar^4 m^2\sigma_0^4\varepsilon^4 \\
+2\beta^{10}\hbar^2 t^2 m^4 + 16\beta^2\hbar^6\tau^2\varepsilon^4 + 2\beta^{10}\hbar^2 t^2 m^4 + 16\hbar^6\tau^2\sigma_0^2\varepsilon^4
\end{aligned} \tag{37}
$$

$$
\begin{aligned}
\xi = \beta^{12}\hbar^2\tau^2 m^6 + \beta^{12}\hbar^2 m^6 t^2 + 16\beta^{12}\hbar^2 m^6\varepsilon^2 + 16\beta^{12}\hbar^4 m^4\varepsilon^4 \\
16\beta^{12}\hbar^8\tau^2 t^2\varepsilon^4 + 2\beta^{12}\hbar^2\tau m^6 t + 8\beta^{12}\hbar^2\tau m^6\varepsilon + 8\beta^{12}\hbar^2 m^6 t\varepsilon \\
6\beta^{10}\hbar^2\tau^2 m^6\sigma_0^2 + 40\beta^{10}\hbar^2 m^6\sigma_0^2\varepsilon^2 + 9\beta^8\hbar^4\tau^2 m^4 t \\
+28\beta^8\hbar^4\tau^2 m^4\varepsilon^2 + 16\beta^8\hbar^4\tau m^4\varepsilon^3 + 28\beta^8\hbar^4 m^4 t^2\varepsilon^3 \\
+16\beta^8\hbar^4 m^4 t\varepsilon^3 + 9\beta^8\hbar^2\tau^2 m^6\sigma_0^4 + 28\beta^8\hbar^2 m^6\sigma_0^4\varepsilon^2 \\
+32\beta^6\hbar^4 m^4\sigma_0^2\varepsilon^4 + 16\beta^4\hbar^6\tau^2 m^2 t\varepsilon^4 + 16\beta^4\hbar^6 m^2 t^2\varepsilon^4 \\
+16\beta^4\hbar^4 m^4\sigma_0^4\varepsilon^4 + 16\hbar^6\tau^2 m^2\sigma_0^4\varepsilon^4 + \beta^{12}m^8\sigma_0^4 \\
+24\beta^{10}\hbar^2\tau m^6\sigma_0^2\varepsilon + 20\beta^8\hbar^4\tau^2 m^4 t\varepsilon + 20\beta^8\hbar^4\tau m^4 t^2\varepsilon \\
+16\beta^8\hbar^4\tau m^4 t\varepsilon^2 + 20\beta^8\hbar^2\tau m^6\sigma_0^4\varepsilon + 64\beta^6\hbar^4\tau^2 m^4\sigma_0^2\varepsilon^2 \\
+32\beta^6\hbar^4\tau m^4\sigma_0^2\varepsilon^3 + 40\beta^4\hbar^6\tau^2 m^2 t^2\varepsilon^2 + 16\beta^4\hbar^6\tau^2 m^2 t\varepsilon^3 \\
16\beta^4\hbar^6\tau m^2 t^2\varepsilon^3 + 40\beta^4\hbar^4\tau^2 m^4\sigma_0^4\varepsilon^2 + 16\beta^4\hbar^4\tau m^4\sigma_0^4\varepsilon^3 \\
+32\beta^2\hbar^6\tau^2 m^2\sigma_0^2\varepsilon^4
\end{aligned} \tag{38}
$$

7 Conclusões e Perspectivas

Este trabalho de iniciação científica foi de suma importância para o entendimento de alguns fundamentos que tornam a Mecânica Quântica intrigante. Realizando a propagação de um estado Gaussiano de ondas de matéria, por meio de uma trajetória não clássica no experimento de fenda tripla foi possível obter a função de onda que descreve a trajetória não clássica (ψ_{nc}) bem como, uma expressão analítica para fase de Gouy de ondas de matéria nesse experimento.

A posteriori na outra metade desse trabalho realizaremos a estimativa do parâmetro de Sorkin que informa sobre a contribuição dos caminhos não clássicos no padrão interferência.

References

[1] L. G. Gouy, C. R. Acad. Sci. Paris 110, 1251 (1890).

[2] L. G. Gouy, Ann. Chim. Phys. Ser. 6 24, 145 (1891).

[3] T. D. Visser and E. Wolf, Opt. Comm. 283, 3371 (2010).

[4] R. Simon and N. Mukunda, Phys. Rev. Lett. 70, 880 (1993).

[5] S. Feng and H. G. Winful, Opt. Lett. 26, 485 (2001).

[6] J. Yang and H. G. Winful, Opt. Lett. 31, 104 (2006).

[7] R. W. Boyd, J. Opt. Soc. Am. 70, 877 (1980).

[8] P. Hariharan and P. A. Robinson, J. Mod. Opt. 43, 219 (1996).

[9] S. Feng, H. G. Winful, and R. W. Hellwarth, Opt. Lett. 23, 385 (1998).

[10] X. Pang, T. D. Visser, and E. Wolf, Opt. Comm. 284, 5517 (2011); X. Pang, G. Gbur, and T. D. Visser, Opt. Lett. 36, 2492 (2011); X. Pang, D. G. Fischer, and T. D. Visser, J. Opt. Soc. Am. A 29, 989 (2012); X. Pang and T. D. Visser, Opt. Exp. 21, 8331 (2013); X. Pang, D. G. Fischer, and T. D. Visser, Opt. Lett. 39, 88 (2014).

[11] C. J. S. Ferreira, L. S. Marinho, T. B. Brasil, L. A. Cabral, J. G. G. de Oliveira Jr, M. D. R. Sampaio, and I. G. da Paz, Ann. of Phys. 362, 473 (2015).

[12] D. Chauvat, O. Emile, M. Brunel, and A. Le Floch, Am. J. Phys. 71, 1196 (2003).

[13] N. C. R. Holme, B. C. Daly, M. T. Myaing, and T. B. Norris, Appl. Phys. Lett. 83, 392 (2003).

[14] W. Zhu, A. Agrawal, and A. Nahata, Opt. Exp. 15, 9995 (2007).

[15] T. Feurer, N. S. Stoyanov, D. W. Ward, and K. A. Nelson, Phys. Rev. Lett. 88, 257 (2002).

[16] A. Hansen, J. T. Schultz, and N. P. Bigelow, Confer- ence on Coherence and Quantum Optics Rochester (New York, United States, 2013); J. T. Schultz, A. Hansen, and N. P. Bigelow, Opt. Lett. 39, 4271 (2014).

[17] G. Guzzinati, P. Schattschneider, K. Y. Bliokh, F. Nori, and J. Verbeeck, Phys. Rev. Lett. 110, 093601 (2013).

[18] T. C. Petersen, D. M. Paganin, M. Weyland, T. P. Sim- ula, S. A. Eastwood, and M. J. Morgan, Phys. Rev. A 88, 043803 (2013).

[19] A. E. Siegman, Lasers, University Science Books, Sausal- ito CA, 1986.

[20] Ph. Balcou and A. L. Huillier, Phys. Rev. A 47, 1447 (1993); M. Lewenstein, P. Salieres, and A. L. Huillier, Phys. Rev. A 52, 4747 (1995); F. Lindner, W. Stremme, M. G. Schatzel, F. Grasbon, G. G. Paulus, H. Walther, R. Hartmann, and L. Struder, Phys. Rev. A 68, 013814 (2003).

[21] F. Lindner, G. Paulus, H. Walther, A. Baltuska, E. Goulielmakis, M. Lezius, and F. Krausz, Phys. Rev. Lett. 92, 113001 (2004).

[22] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, and J.P. Woerdman, Phys. Rev. A 45, 8185 (1992); L. Allen, M. Padgett, and M. Babiker, Prog. Opt. 39, 291 (1999).

[23] S. Sato and S. Kawamura, Journal of Physics: Conference Series 122, 012025 (2008).

[24] I. G. da Paz, M. C. Nemes , S. Padua, C. H. Monken, and J.G. Peixoto de Faria, Phys. Lett. A 374, 1660 (2010).

[25] I. G. da Paz, P. L. Saldanha, M. C. Nemes, and J. J. Peixoto de Faria, New J. of Phys. 13, 125005 (2011).

[26] R. Ducharme and I. G. da Paz, Phys. Rev. A 92, 023853 (2015).

[27] H. Yabuki, Int. J. Theor. Ph. 25, 159 (1986).

[28] R. P. Feynman and A. R. Hibbs, Quantum Mechanics and Path Integrals (McGraw-Hill, New York, 3rd. ed. 1965).

[29] R. D. Sorkin, Mod. Phys. Lett. A 09, 3119 (1994).

[30] U. Sinha, C. Couteau, T. Jennewein, R. Laflamme, and G. Weihs, Science 329, 418 (2010).

[31] H. D. Raedt, K. Michielsen, and K. Hess, Phys. Rev. A 85, 012101 (2012).

[32] R. Sawant, J. samuel, A. Sinha, S. Sinha, and U. Sinha, Phys. Rev. Lett. 113, 120406 (2014).

[33] A. Sinha, A. H. Vijay, and U. Sinha, Scientific Reports 5, 10304 (2015).

[34] J. S. M. Neto, L. A. Cabral, and I. G. da Paz, Eur. J. Phys. 36, 035002 (2015).

[35] O. C. O. Dahlsten, A. J. P. Garner, and V. Vedral, Nat. Commun. 5, 4592 (2014).

[36] O. C. O. Dahlsten, A. J. P. Garner, and V. Vedral, Nat. Commun. 5, 4592 (2014).