

## Vaje 1.12.2022: Sistemi nelinearnih enačb

1. Za dani sistem enačb naredite korak Newtonove metode z začetnim približkom  $x^{(0)} = [1, 1, 1]^T$ :

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= 1, \\2x^2 + y^2 - 4z &= 0, \\3x^2 - 4y + z^2 &= 0.\end{aligned}$$

*Rešitev:* glej poglavje 4.4, naloga 4 v Splošna zbirka vaj.

2. Za dani sistem enačb naredite korak Newtonove metode z začetnim približkom  $x^{(0)} = [1, 1]^T$ :

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 2, \\x^2 - 2xy + y &= 2.\end{aligned}$$

*Rešitev:* glej poglavje 4.4, naloga 1b) v Splošna zbirka vaj.

3. Na primeru iz prejšnje naloge se prepričajte, da lahko približek  $x^{(1)}$  dobimo na sledeč *geometrijski* način:

- poiščemo tangentni ravnini na ploskvi

$$f_1(x, y) = x^2 + y^2 - 2 \quad \text{in} \quad f_2(x, y) = x^2 - 2xy + y - 2$$

v točkah

$$(x_0, y_0, x_0^2 + y_0^2 - 2) \quad \text{in} \quad (x_0, y_0, x_0^2 - 2x_0y_0 + y_0 - 2),$$

- poiščemo presečišče tangentnih ravnin z ravnino  $z = 0$  (dobimo dve premici v ravini  $z = 0$ ),
- presečišče dobljenih dveh premic je iskani  $x^{(1)}$ .

4. Za sistem enačb

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 2, \\x^2 - 2xy + y &= 2.\end{aligned}$$

z začetnim približkom  $x^{(0)} = [1, 1]^T$  naredite:

- dva koraka Newtonove metode,
- dva koraka Broydenove metode z začetnim približkom  $B_0 = JF(x^{(0)})$ ,
- dva koraka Broydenove metode z začetnim približkom  $B_0 = I$ .

## Matlab: Newtonova metoda

Dan je sistem enačb

$$\begin{aligned}x^5 + y^5 - 5xy &= 1, \\ x^2 + ye^{y^2} &= 1.\end{aligned}$$

V *Matlabu* implementirajte Newtonovo metodo in rešite zgornji sistem z začetnim približkom  $\mathbf{x}^{(0)} = [0.5, -0.5]^T$ , številom korakov  $N = 100$  in toleranco  $10^{-5}$ . Metodo izvajamo, dokler ne presežemo števila korakov  $N$ , oz. dokler je druga norma razlike dveh zaporednih približkov večja od tolerance. Pri implementaciji si lahko pomagata s priloženo Matlab predlogo.

S pomočjo ugrajenega ukaza `fsolve` izračunajte še točno rešitev zgornjega sistema.