

Numerične metode 2022/23: 2. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom `ime-priimek-vpisna-dn2.zip` in jih oddajte preko učilnice najkasneje dan pred kvizom.

1. Sistemi nelinearnih enačb.

Poskrbite, da imate implementirane metode za reševanje sistemov nelinearnih enačb, ki smo jih delali na vajah. To so: navadna iteracija, Newtonova metoda in Broydenova metoda.

2. Metoda najhitrejšega spusta.

Metoda najhitrejšega spusta je metoda za iskanje minimuma ploskve F . Naslednji približek $\mathbf{x}^{(r+1)}$ izračunamo po formuli

$$\mathbf{x}^{(r+1)} = \mathbf{x}^{(r)} - \lambda \cdot \nabla F(\mathbf{x}^{(r)}),$$

kjer je $\nabla F(\mathbf{x}^{(r)})$ gradient funkcije F v točki $\mathbf{x}^{(r)}$, λ pa premik v smeri gradienta. Premik λ lahko določimo na več različnih načinov, v tej nalogi pa naj bo premik λ kar konstanten.

V *Matlabu* implementirajte metodo najhitrejšega spusta. Pomagate si lahko s priloženo predlogo. Metodo preizkusite za iskanje minimuma ploskve

$$F(x, y) = (x - y)^4 + 2x^2 + y^2 - x + 2y$$

pri začetnem približku $\mathbf{x}^{(0)} = [1, 1]^T$, koraku $\lambda = 0.09$, toleranci $tol = 10^{-10}$ in številu korakov $N = 100$.

3. Metoda najmanjših kvadratov.

(a) Podane so točke:

| | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| x_i | 1.1 | 1.05 | 1.02 | 0.95 | 0.87 | 0.77 |
| y_i | 0.53 | 0.43 | 0.39 | 0.32 | 0.27 | 0.22 |

| | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| i | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| x_i | 0.67 | 0.56 | 0.44 | 0.30 | 0.16 | 0.01 |
| y_i | 0.18 | 0.15 | 0.13 | 0.12 | 0.13 | 0.15 |

Po metodi najmanjših kvadratov poiščite polinom stopnje 7, ki se najbolje prilega danim podatkom. Dobljeni predoločen sistem $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ rešite s pomočjo ukaza `\`. Koliko je $\|\mathbf{x}\|_2$, $\|\mathbf{x}\|_1$ in $\|\mathbf{x}\|_\infty$?

(b) Poiščite koeficiente A, B in C elipsoida

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1,$$

ki se po metodi najmanjših kvadratov najbolje prilega točkam (x_i, y_i, z_i) , ki so podane v datoteki `tocke.txt`. Dobljeni sistem rešite s pomočjo ukaza `\`.

(c) Poskrbite, da imate implementiran algoritem za Givensove rotacije.