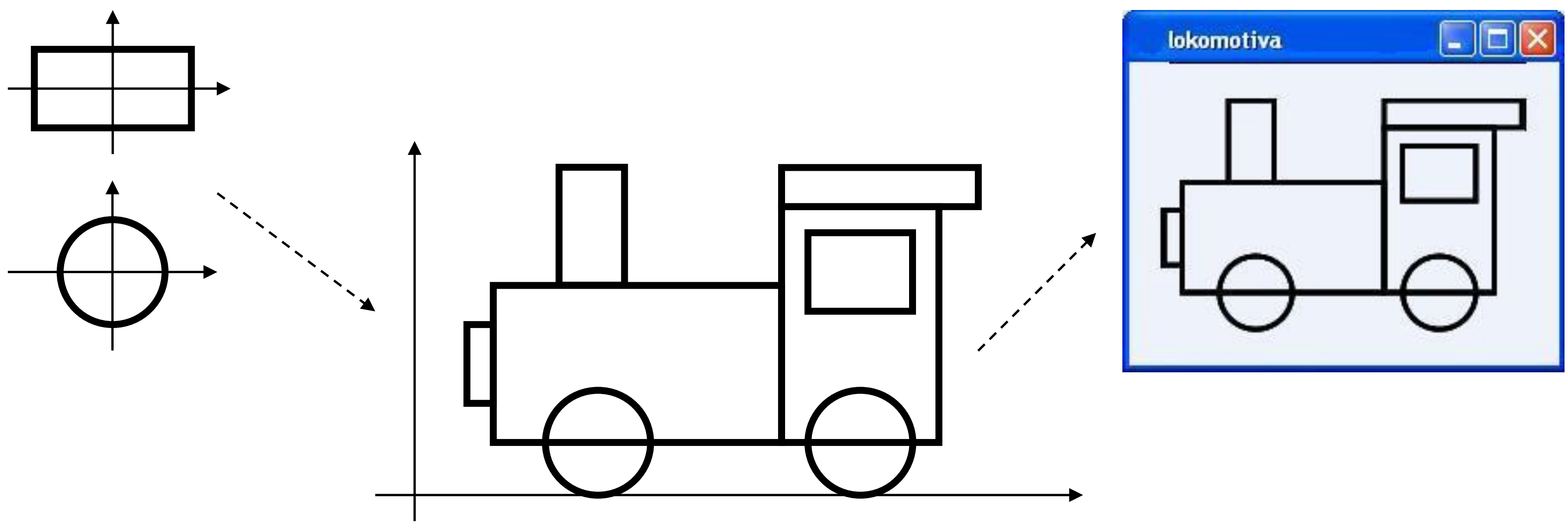
Koordinatni sustav kamere

Koordinatni sustavi i transformacije u 2D grafici

Lokalne koordinate

Zaslonske koordinate



Globalne koordinate

Koordinatni sustavi i transformacije u 3D grafici

Lokalne koordinate

Transformacija modela

Globalne koordinate

Transformacija pogleda

Koordinatni sustav kamere

Ortogonalna ili perspektivna projekcija

Projicirane koordinate

Preslikavanje na zaslon

Zaslonske koordinate

Koordinatni sustavi i transformacije u 3D grafici

Lokalne koordinate

Transformacija modela

Globalne koordinate

Transformacija pogleda

Koordinatni sustav kamere

Ortogonalno ili perspektivno projiciranje

Projicirane koordinate

Preslikavanje na zaslon

Zaslonske koordinate

Ponavljanje: Vektorski produkt

Ako vektori **a** i **b** nisu kolinearni oni određuju ravninu u prostoru. Rezultat vektorskog produkta **a** × **b** je vektor okomit na tu ravninu, tj. okomit i na **a** i na **b**, orijentacija mu je u skladu s pravilom desne ruke, a duljina tog vektora je

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right| \sin\angle(\vec{a},\vec{b})$$

(Očigledno, ako su vektori kolinearni, kut između njih je nula pa je rezultat nul-vektor.)

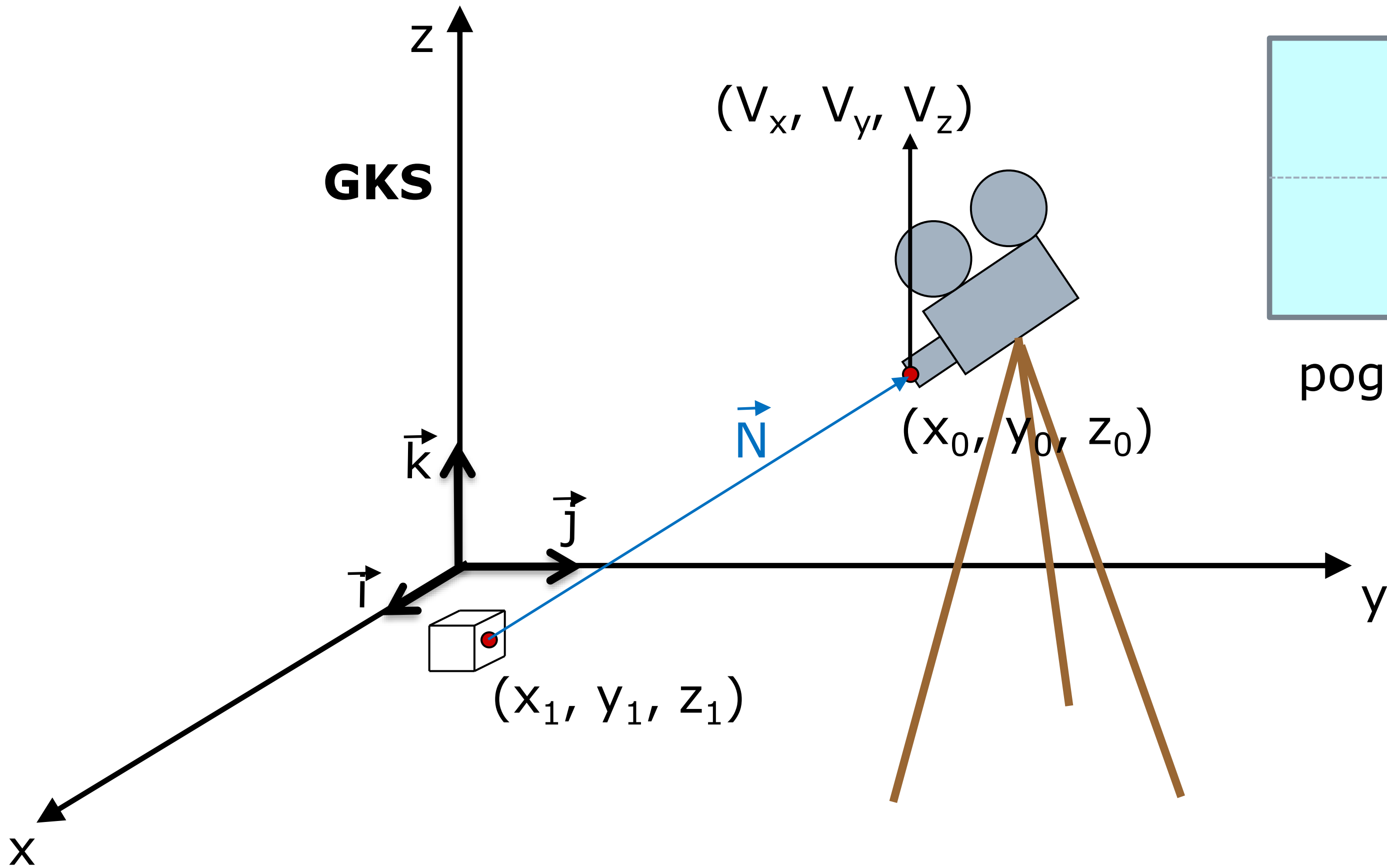
U kartezijevim koordinatama

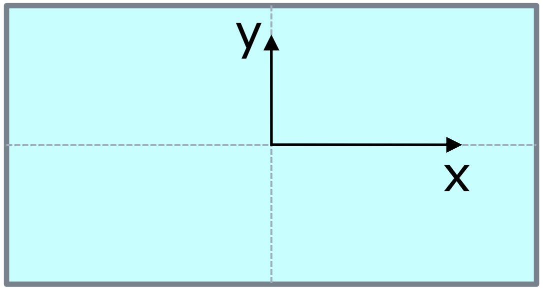
$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i}\,(a_y b_z - a_z b_y) - \vec{j}\,(a_x b_z - a_z b_x) + \vec{k}\,(a_x b_y - a_y b_x)$$

Koordinatni sustav kamere (1)
(viewing coordinates, eye coordinates)

- transformacija u koordinatni sustav kamere pojednostavljuje projekciju 3D scene u 2D
- uobičajeno je da je u koordinatnom sustavu kamere *y*-os prema gore, *x*-os prema desno, a kamera gleda u smjeru negativne *z*-osi (tako se ortogonalna projekcija iz koordinatnog sustava kamere svodi na "ispuštanje" z-koordinate)
- slika ovisi o položaju (virtualne) kamere, točki u koju je kamera usmjerena, te smjeru koji je odabran da bude "prema gore" (takozvani *view-up vector*)

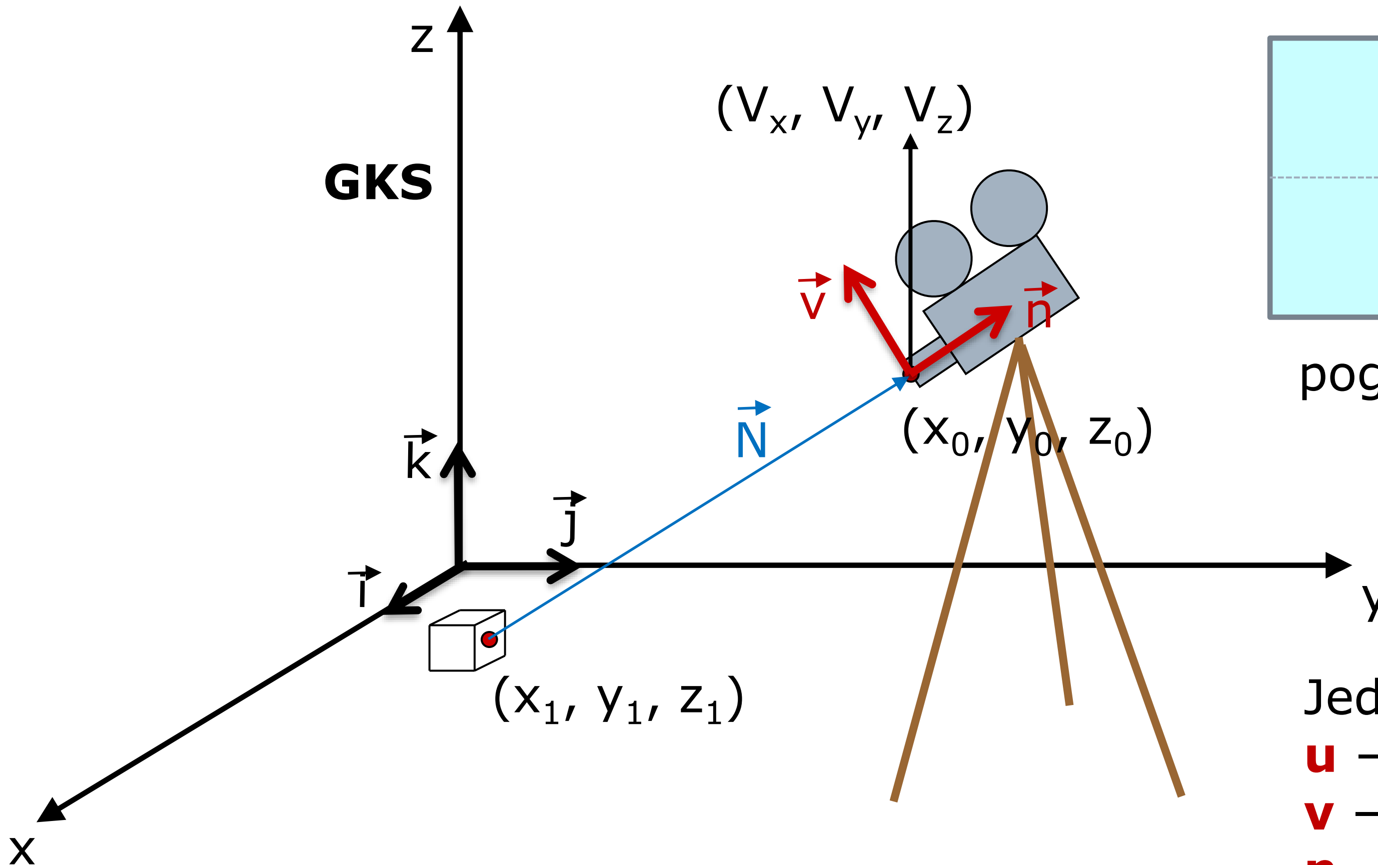
Koordinatni sustav kamere (2)

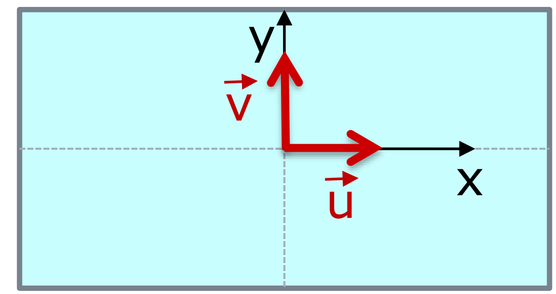




pogled kroz kameru

Koordinatni sustav kamere (3)





pogled kroz kameru

Jedinični vektori (KSK):

u – u smjeru osi x

v – u smjeru osi y

n – u smjeru osi z

Koordinatni sustav kamere (4)

Vektor **n** određuje smjer osi z u koordinatnom sustavu kamere:

$$\vec{N} = (x_0 - x_1, y_0 - y_1, z_0 - z_1) \qquad \vec{n} = \frac{\vec{N}}{\left|\vec{N}\right|} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{n}\right| = 1$$

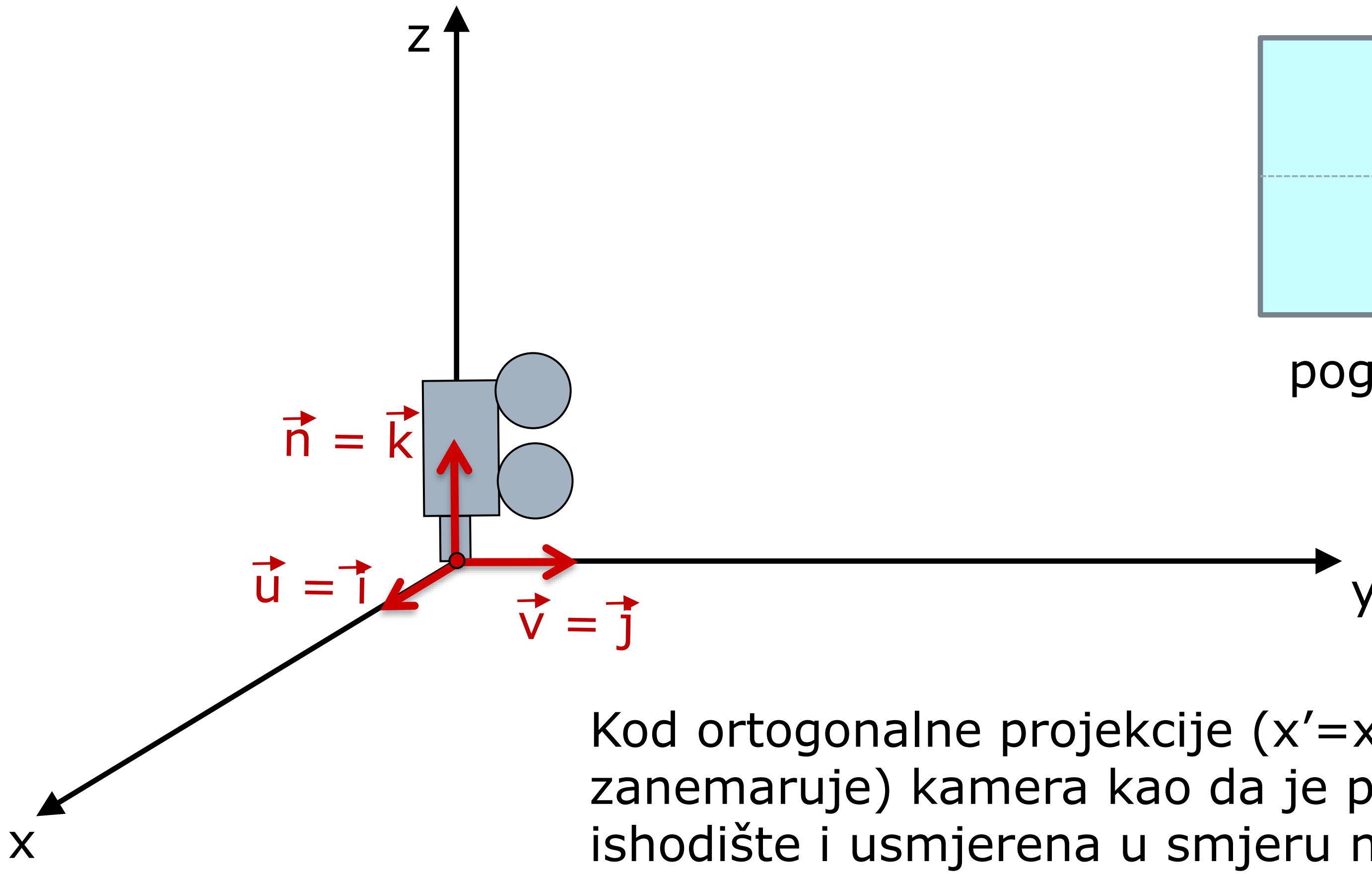
Vektori **n** i **V** (ukoliko nisu kolinearni!) određuju ravninu – os *x* koordinatnog sustava kamere okomita je na tu ravninu, pa jedinični vektor **u** u smjeru osi *x* konstruiramo vektorskim produktom:

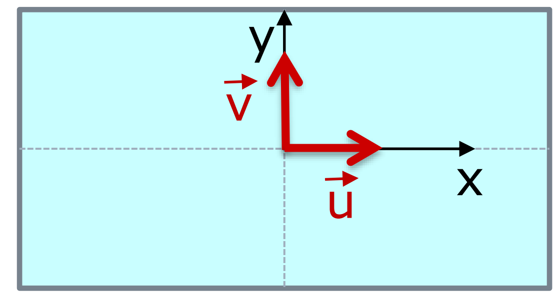
$$\vec{U} = \vec{V} \times \vec{n} \qquad \vec{u} = \frac{\vec{U}}{\left|\vec{U}\right|} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{u}\right| = 1$$

Konačno, **n** i **u** jednoznačno određuju treći jedinični vektor **v** koji je u smjeru *y* osi koordinatnog sustava kamere:

$$\vec{v} = \vec{n} \times \vec{u} \quad \left(\left|\vec{n} \times \vec{u}\right| = \left|\vec{n}\right|\left|\vec{u}\right| \sin 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{v}\right| = 1 \right)$$

Transformacija u KSK (1)

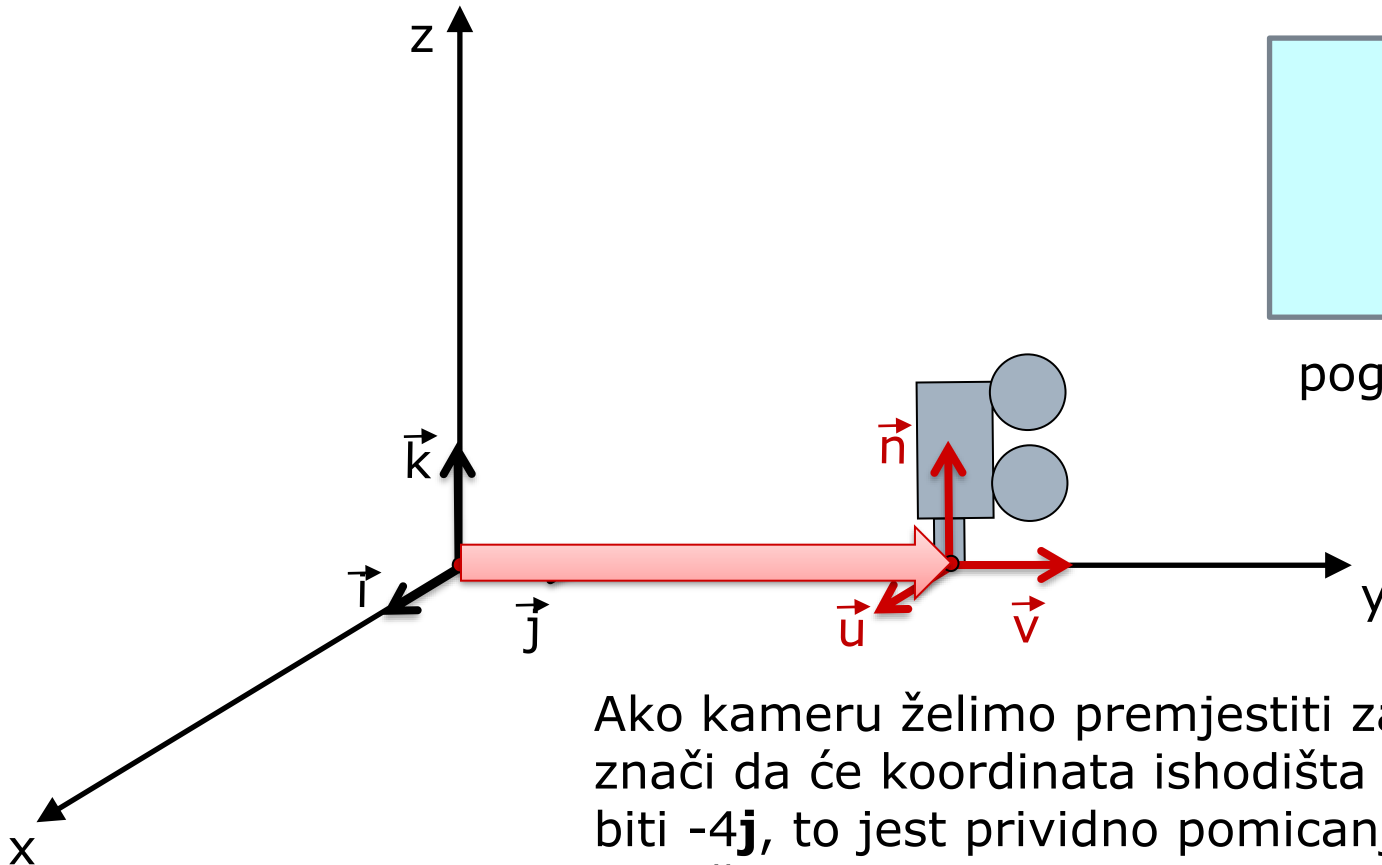


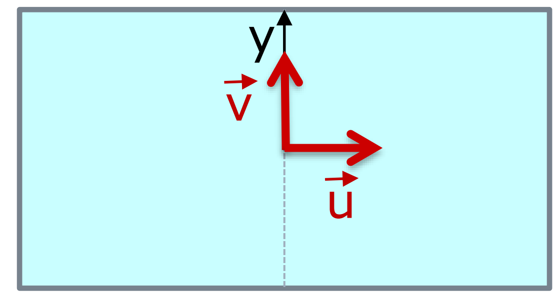


pogled kroz kameru

Kod ortogonalne projekcije (x'=x, y=y', z se zanemaruje) kamera kao da je postavljena u ishodište i usmjerena u smjeru negativne osi z.

Transformacija u KSK (2)

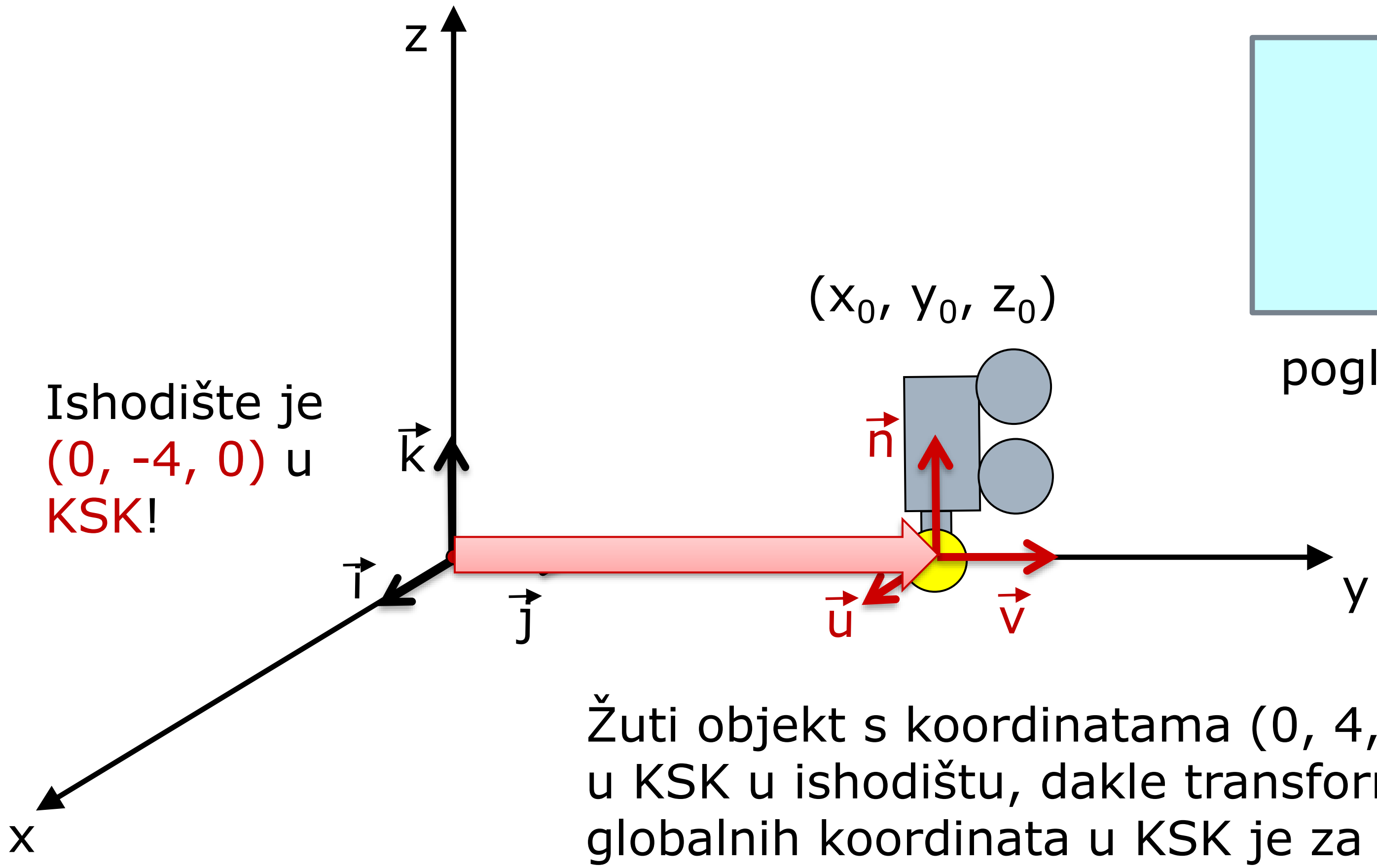




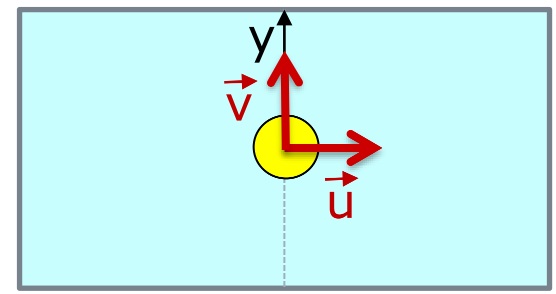
pogled kroz kameru

Ako kameru želimo premjestiti za 4**j** u desno, to znači da će koordinata ishodišta od GKS u KSK biti -4**j**, to jest prividno pomicanje kamere za 4**j** postiže se tako da se svi objekti scene pomaknu za -4**j**!

Transformacija u KSK (3)



Ishodište je (0, -4, 0) u KSK!

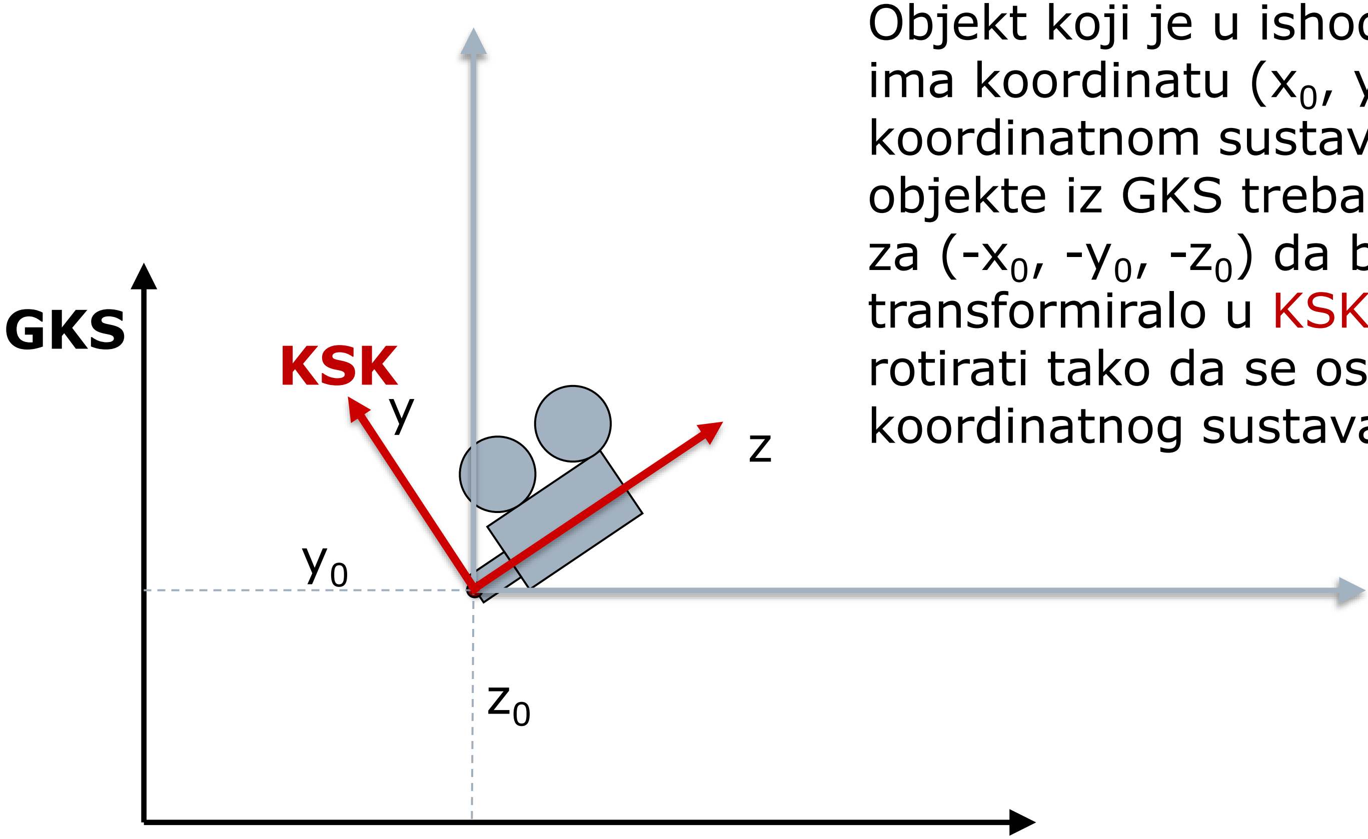


pogled kroz kameru

Žuti objekt s koordinatama (0, 4, 0) vidi se u KSK u ishodištu, dakle transformacija iz globalnih koordinata u KSK je za -4**j** (tj. $-y_0$)

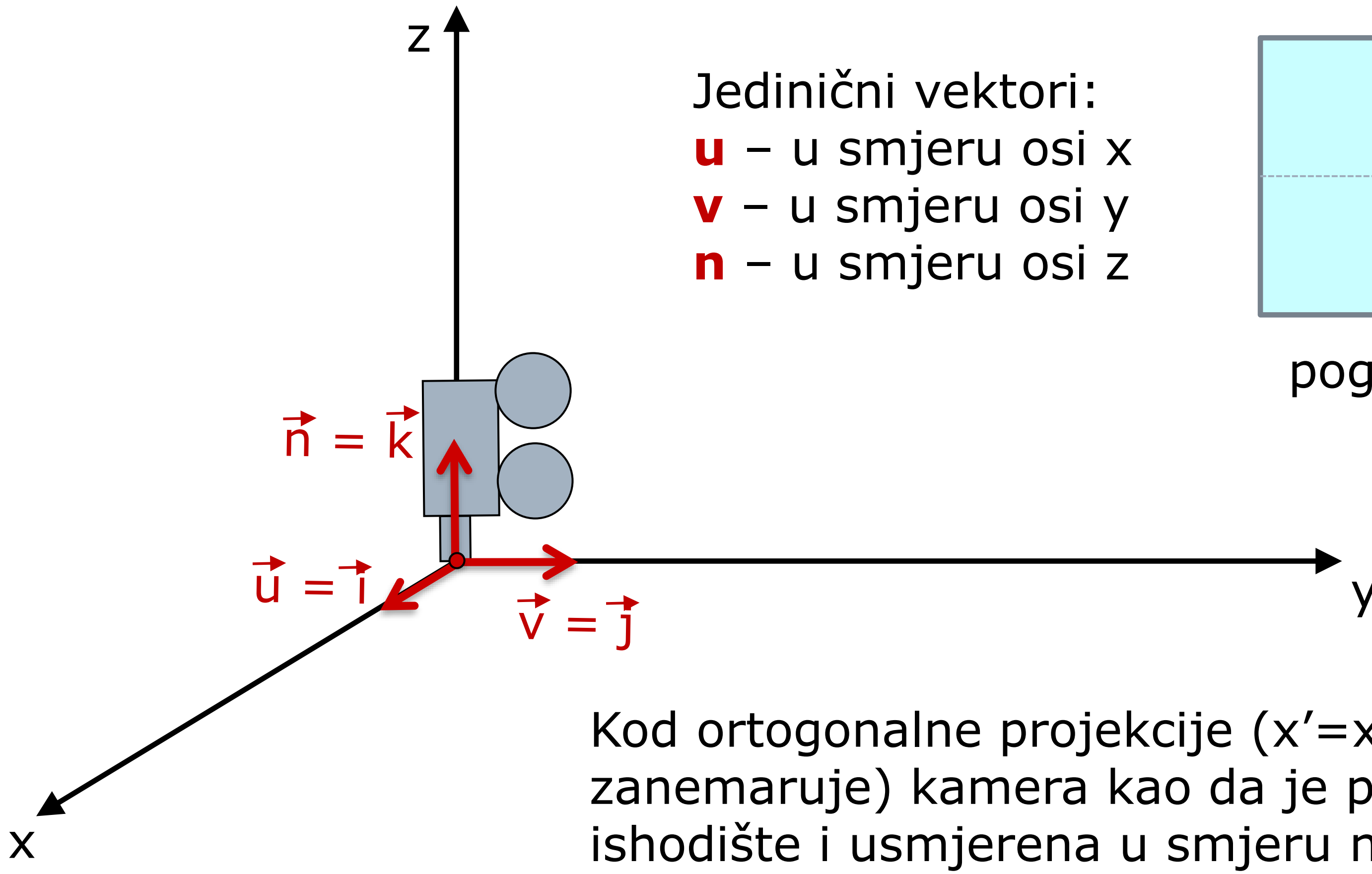
$$(0,4,0) \rightarrow (0,0,0)$$

Transformacija u KSK (4)

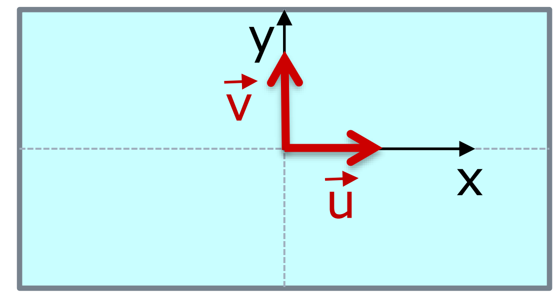


Objekt koji je u ishodištu (0, 0, 0) KSK ima koordinatu (x_0, y_0, z_0) u globalnom koordinatnom sustavu (GKS) - dakle sve objekte iz GKS treba najprije translatirati za ($-x_0$, $-y_0$, $-z_0$) da bi ih se transformiralo u KSK - a potom još i rotirati tako da se osi GKS poklope na osi koordinatnog sustava kamere KSK!.

Transformacija u KSK (5)



Jedinični vektori:
u – u smjeru osi x
v – u smjeru osi y
n – u smjeru osi z

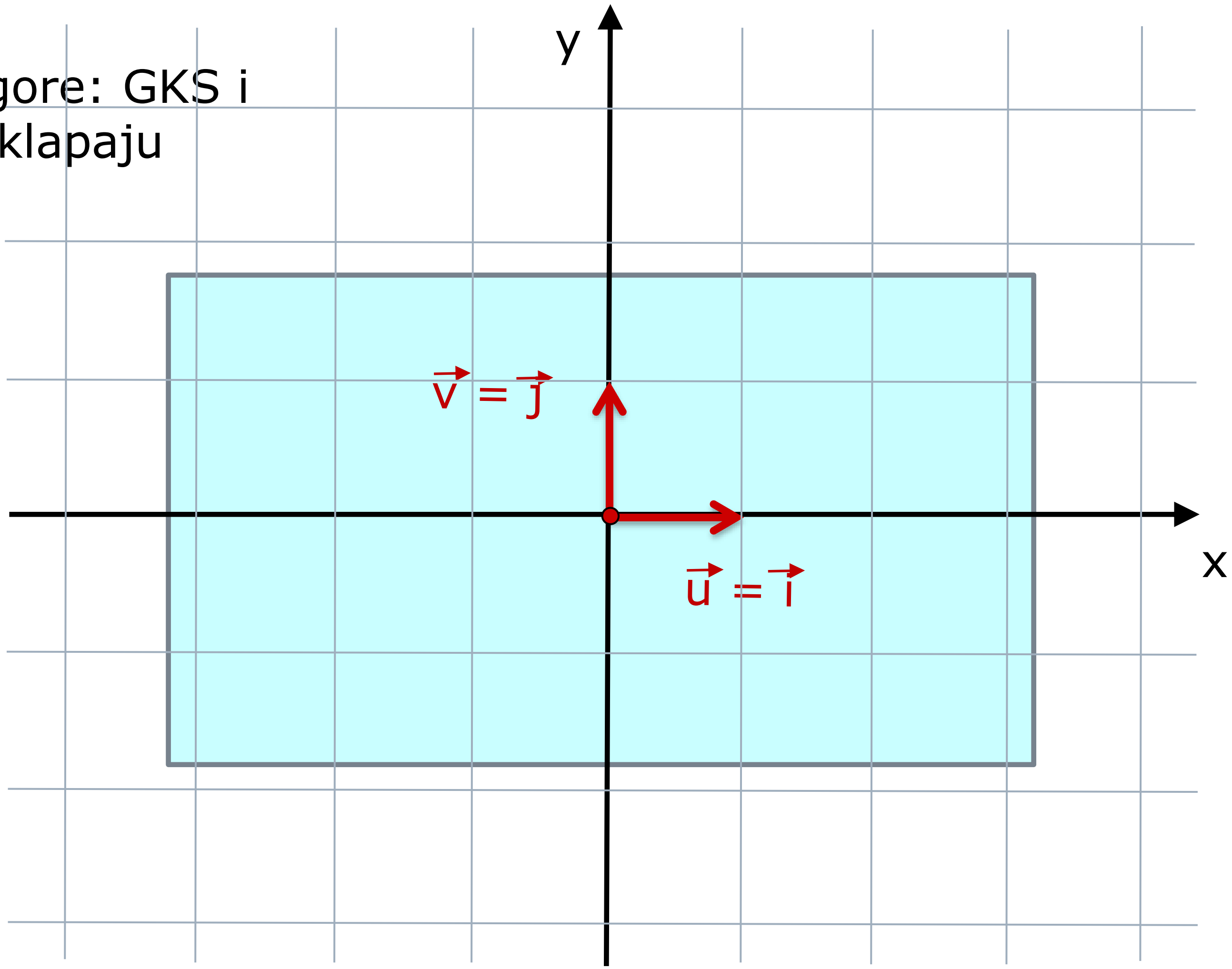


pogled kroz kameru

Kod ortogonalne projekcije (x'=x, y=y', z se zanemaruje) kamera kao da je postavljena u ishodište i usmjerena u smjeru negativne osi z.

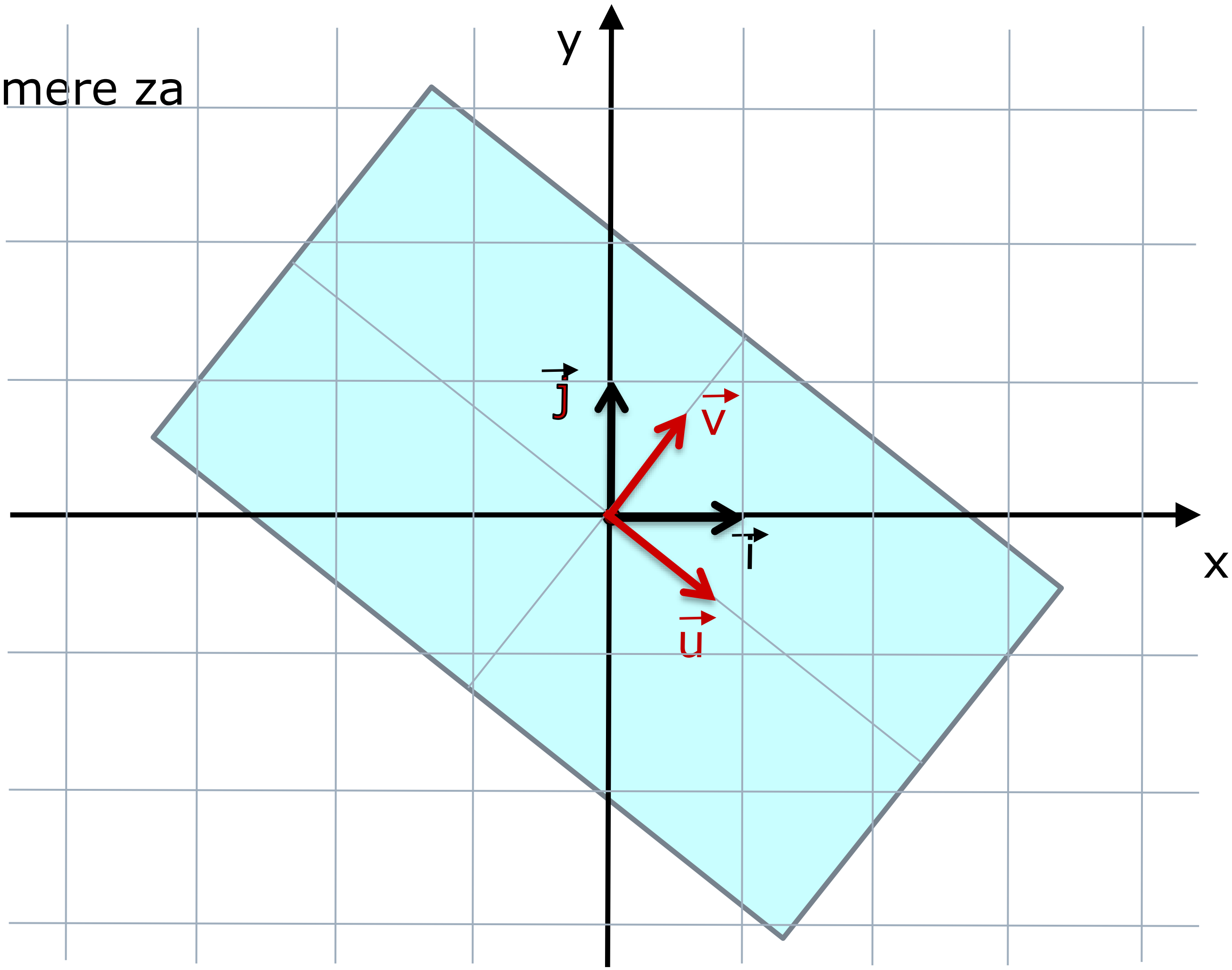
Transformacija u KSK (6)

Pogled od gore: GKS i KSK se preklapaju



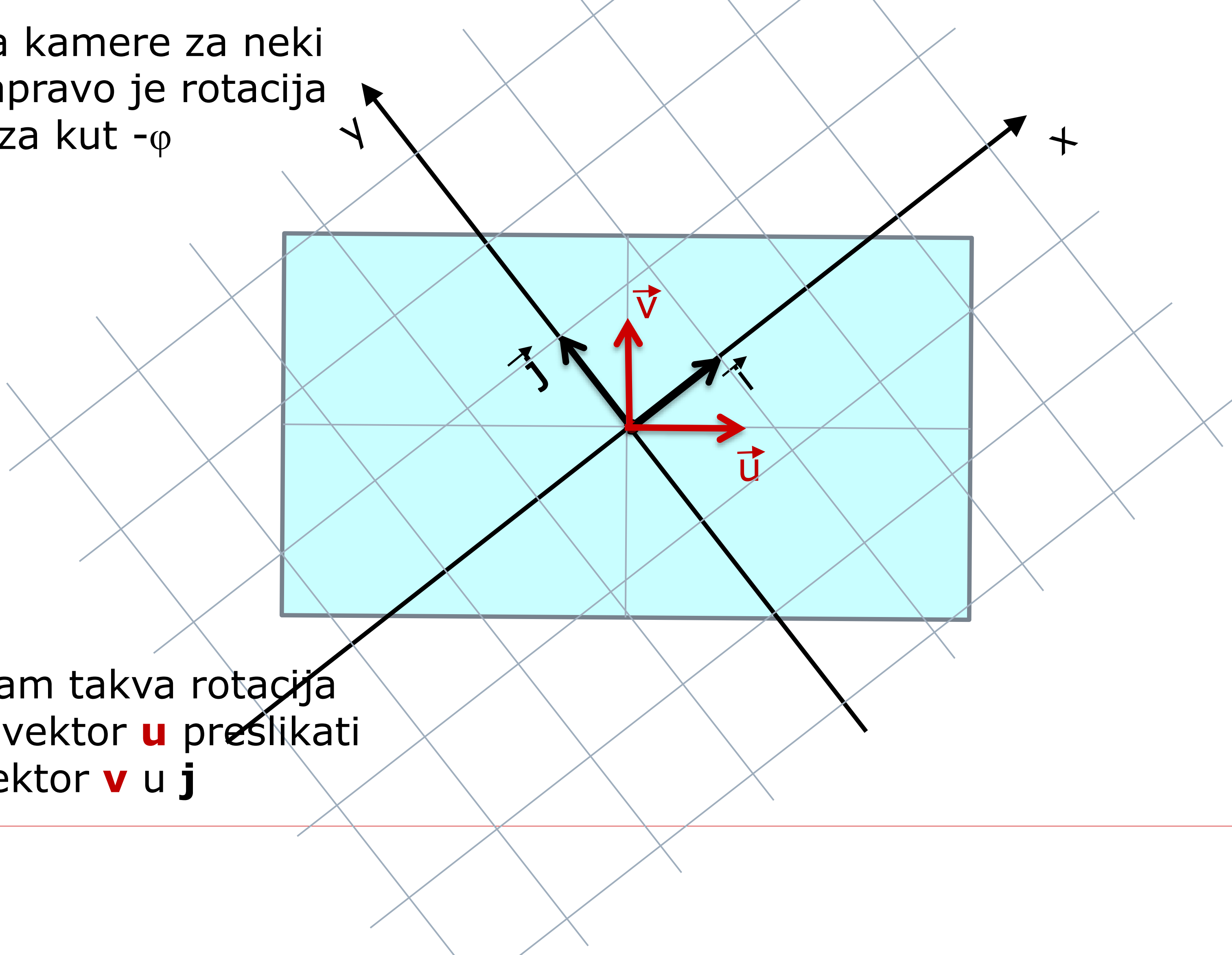
Transformacija u KSK (7)

Rotacija kamere za neki kut φ



Transformacija u KSK (8)

Rotacija kamere za neki kut φ zapravo je rotacija svijeta za kut $-\varphi$



Treba nam takva rotacija koja će vektor **u** preslikati u **i**, a vektor **v** u **j**

Transformacija u KSK (9)

Moramo rotirati koordinatne osi tako da se "poklope" koordinatne osi globalnog koordinatnog sustava i koordinatnog sustava kamere. Treba nam operator R koji koji vektore **u**, **v** i **n** rotira na koordinatne osi *x*, *y* i *z*, tj. jedinične vektore **i**, **j** i **k** globalnog koordinatnog sustava:

$$R\vec{u} = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad R\vec{v} = \vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad R\vec{n} = \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformacija u KSK (10)

Zapravo je R lako konstruirati:

$$R = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ n_x & n_y & n_z \end{bmatrix}$$

Zbog ortonormalnosti vektora **u**, **v** i **n**, R je ortogonalna matrica, tj. R je reprezentacija neke rotacije:

$$R^T R = I$$

$$R\vec{u} = R\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad R\vec{v} = R\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad R\vec{n} = R\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformacija pogleda

Transformacija pogleda – transformacija koordinata iz globalnog koordinatnog sustava (GKS) u kojem konstruiramo scenu u koordinatni sustav kamere (KSK) kojem je ishodište u položaju kamere, os x desno, os y gore, a kamera gleda u smjeru negativnih vrijednosti na osi z.

$$\begin{bmatrix} x_{KSK} \\ y_{KSK} \\ z_{KSK} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{GKS} \\ y_{GKS} \\ z_{GKS} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Koordinatni sustavi i transformacije u 3D grafici

Lokalne koordinate

Transformacija modela

Globalne koordinate

Transformacija pogleda

NOVO!

Koordinatni sustav kamere

Ortogonalno ili per-spektivno projiciranje

Projicirane koordinate

Preslikavanje na zaslon

Zaslonske koordinate

Perspektivno projiciranje

Projicirane koordinate
(projection coordinates)

- 3D scenu projiciramo u ravninu, tj. pravokutnik u ravnini projekcija koji se potom preslikava na zaslon ili dio zaslona (*viewport* – dio zaslona na koji se preslikava scena)
- Projiciranje može biti paralelno ili centralno – zavisi da li su zrake projiciranja međusobno paralelne ili sve izviru iz jedne točke - centra
- Paralelno projiciranje može biti ortogonalno (okomito) ili klinogonalno (koso)
- Za implementaciju najjednostavnije je ortogonalno projiciranje

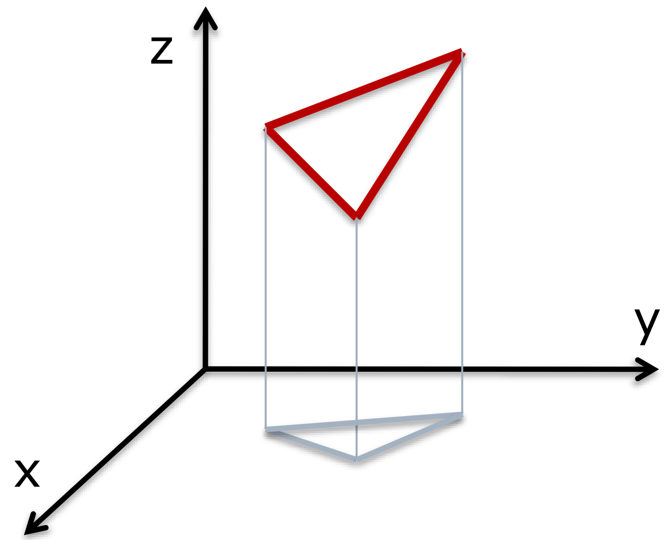
Ortogonalno projiciranje

Zrake projiciranja okomite su na ravninu projekcije

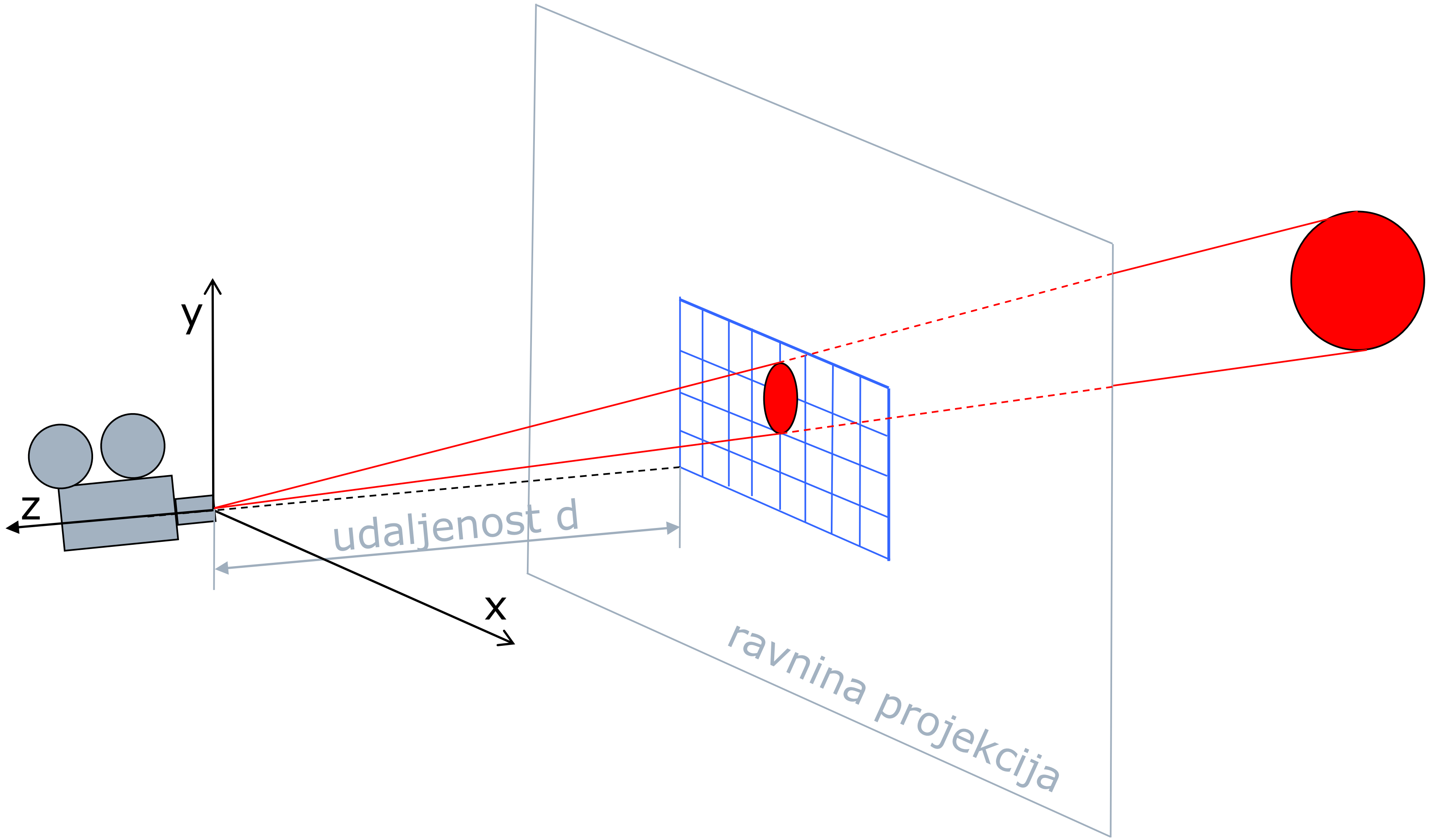
Na primjer: ako odaberemo *xy* ravninu kao ravninu projekcija, zrake projiciranja paralelne su s osi *z*, te su projicirane koordinate upravo koordinate *x* i *y*:

$$x_p = x \quad y_p = y$$

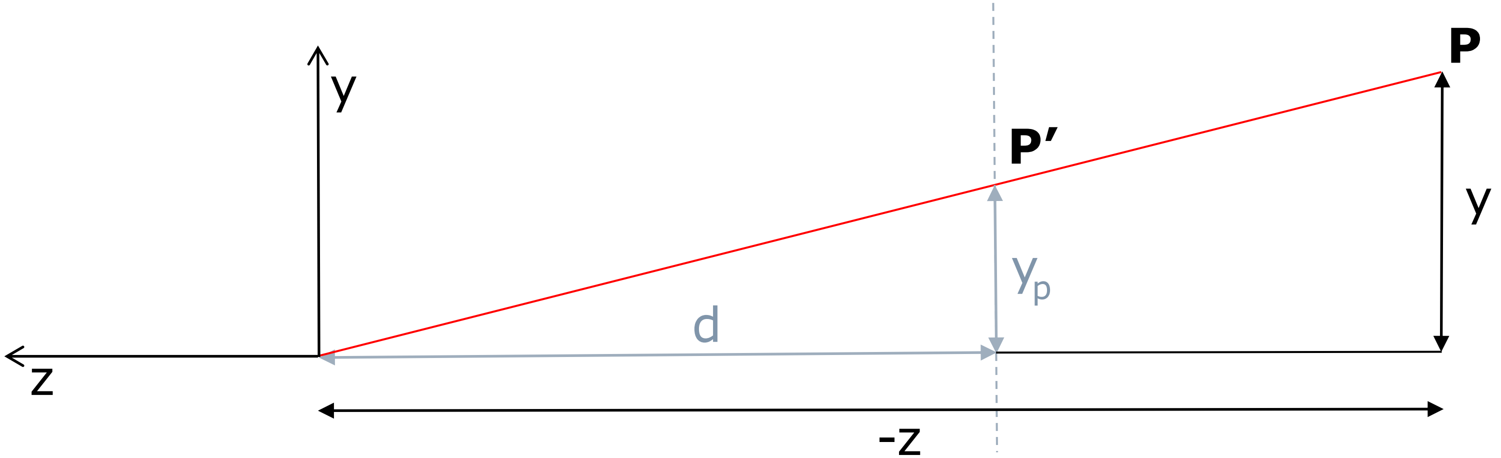
Nema ovisnosti o *z* – i to je upravo glavni nedostatak, jer objekti koji su udaljeniji ne postaju manji, kao što je to u stvarnosti!



Perspektivno projiciranje (1)



Perspektivno projiciranje (2)



Zbog sličnosti trokuta: $$\frac{y_p}{d} = \frac{y}{-z} \quad \Rightarrow \quad y_p = -\frac{d}{z} y$$

Perspektivno projiciranje (3)

Za specijalni slučaj kad zrake izlaze iz (ili bolje reći ulaze u) centar projekcija koji je u ishodištu, a ravnina projekcija je paralelna sa *xy*-ravninom i nalazi se na udaljenosti *d* u smjeru negativne osi *z*, projicirane koordinate dane su sa:

$$x_p = -\frac{d}{z}x \qquad y_p = -\frac{d}{z}y$$

Napomena: Ako se koristi metoda Z-spremnika za određivanje vidljivosti, onda se osim x_p i y_p pohranjuje i (normalizirana) z-koordinata

Koordinatni sustavi i transformacije u 3D grafici