



Γραφική με Υπολογιστές
-Εργασία 2-
Μετασχηματισμοί και Προβολές

Αλέξανδρος Πετρίδης

Τελευταία ενημέρωση: 28 Απριλίου 2021

Περιεχόμενα

1	Περιγραφή λειτουργίας	3
2	Περιγραφή των συναρτήσεων	4
2.1	Κλάση <i>Transformation_matrix</i>	4
2.1.1	Μέθοδος <i>rotate</i>	4
2.1.2	Μέθοδος <i>translate</i>	4
2.2	Συνάρτηση μετασχηματισμού <i>Affine</i>	4
2.3	Συνάρτηση μετασχηματισμού συστήματος συντεταγμένων	4
2.4	Συνάρτηση προοπτικής κάμερας	4
2.5	Συνάρτηση προοπτικής κάμερας με στόχο	4
2.6	Συνάρτηση απεικόνισης	5
2.7	Συνάρτηση φωτογράφισης	5
3	Ενδεικτικά αποτελέσματα	6

1 Περιγραφή λειτουργίας

Η λειτουργία αναλύεται στα παρακάτω βήματα:

1. Φορτώνονται τα δεδομένα από το αρχείο 'hw2.mat'.
2. Καλείται η συνάρτηση φωτογράφισης με ορίσματα τα στοιχεία από το φορτωμένο αρχείο.
3. Σώζεται η πρώτη εικόνα σαν '0.jpg', η οποία περιέχει την αρχική θέση του αντικειμένου.
4. Δημιουργείται ο πίνακας μετασχηματισμού, μέσω της κλάσης *Transformation_matrix*.
5. Εφαρμόζεται η μετατόπιση $t1$ στον πίνακα μετασχηματισμού, μέσω της μεθόδου *translate*.
6. Γίνεται ο μετασχηματισμός *Affine* των αρχικών συντεταγμένων του αντικειμένου μέσω της συνάρτησης μετασχηματισμού *Affine*.
7. Καλείται η συνάρτηση φωτογράφισης με ορίσματα πλέον τις μετασχηματισμένες συντεταγμένες και τα υπόλοιπα ορίσματα ομοίως με πριν από το φορτωμένο αρχείο.
8. Σώζεται η εικόνα σαν '1.jpg', η οποία περιέχει την μετατοπισμένη θέση του αντικειμένου, κατά $t1$.
9. Ακόμα ξανά αρχικοποιούμε τον πίνακα μετασχηματισμού, μέσω της κλάσης *Transformation_matrix*.
10. Εφαρμόζεται η περιστροφή θ κατά του διανύσματος u στον πίνακα μετασχηματισμού, μέσω της μεθόδου *rotate*.
11. Γίνεται ο μετασχηματισμός *Affine* των προηγούμενων συντεταγμένων του αντικειμένου μέσω της συνάρτησης μετασχηματισμού *Affine*.
12. Καλείται η συνάρτηση φωτογράφισης με ορίσματα πλέον τις μετασχηματισμένες για άλλη μια φορά συντεταγμένες και τα υπόλοιπα ορίσματα από το αρχείο.
13. Σώζεται η εικόνα σαν '2.jpg', η οποία περιέχει την μετασχηματισμένη θέση του αντικειμένου, κατά θ επί του διανύσματος u .
14. Τέλος για τελευταία φορά αρχικοποιούμε τον πίνακα μετασχηματισμού, μέσω της κλάσης *Transformation_matrix*.
15. Εφαρμόζεται η μετατόπιση $t2$ στον πίνακα μετασχηματισμού, μέσω της μεθόδου *translate*.
16. Γίνεται ο μετασχηματισμός *Affine* των προηγούμενων συντεταγμένων του αντικειμένου μέσω της συνάρτησης μετασχηματισμού *Affine*.
17. Καλείται η συνάρτηση φωτογράφισης με ορίσματα τις τελευταίες μετασχηματισμένες συντεταγμένες και τα υπόλοιπα ορίσματα από το αρχείο.
18. Σώζεται η εικόνα σαν '3.jpg', η οποία περιέχει την μετατοπισμένη θέση του αντικειμένου, κατά $t2$, από την προηγούμενη.

2 Περιγραφή των συναρτήσεων

2.1 Κλάση *Transformation_matrix*

Δημιουργήθηκε η κλάση *Transformation_matrix*, η οποία υλοποιεί έναν πίνακα μετασχηματισμού *Affine*. Αποτελείται από τον πίνακα μετασχηματισμού ως χαρακτηριστικό της και τις παρακάτω μεθόδους.

2.1.1 Μέθοδος *rotate*

Η μέθοδος αυτή δέχεται ως ορίσματα τον πίνακα μετασχηματισμού, την γωνία θ και το διάνυσμα u το οποίο διέρχεται από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων, υπολογίζει τον πίνακα περιστροφής και ενημερώνει τον πίνακα μετασχηματισμού. Ο υπολογισμός του πίνακα περιστροφής γίνεται σύμφωνα με τον τύπο του *Rodrigues*.

$$R = \begin{bmatrix} (1 - \cos(a)) \cdot u_x^2 + \cos(a) & (1 - \cos(a)) \cdot u_x \cdot u_y - \sin(a) \cdot u_z & (1 - \cos(a)) \cdot u_x \cdot u_z + \sin(a) \cdot u_y \\ (1 - \cos(a)) \cdot u_y \cdot u_x + \sin(a) \cdot u_z & (1 - \cos(a)) \cdot u_y^2 + \cos(a) & (1 - \cos(a)) \cdot u_y \cdot u_z - \sin(a) \cdot u_x \\ (1 - \cos(a)) \cdot u_z \cdot u_x - \sin(a) \cdot u_y & (1 - \cos(a)) \cdot u_z \cdot u_y + \sin(a) \cdot u_x & (1 - \cos(a)) \cdot u_z^2 + \cos(a) \end{bmatrix}$$

2.1.2 Μέθοδος *translate*

Η μέθοδος αυτή δέχεται ως ορίσματα τον πίνακα μετασχηματισμού και το διάνυσμα μετατόπισης t και το τοποθετεί στην τελευταία στήλη του πίνακα μετασχηματισμού.

2.2 Συνάρτηση μετασχηματισμού *Affine*

Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως ορίσματα τις τρισδιάστατες συντεταγμένες ενός σημείου c_p και τον πίνακα μετασχηματισμού T και υλοποιεί τον μετασχηματισμό του σημείου βασισμένη στον τύπο: $c_q = T \cdot c_p$. Για την εφαρμογή του τύπου οι συντεταγμένες του σημείου έχουν μετατραπεί σε ομογενείς, όμως το αποτέλεσμα επιστρέφεται στις τρισδιάστατες συντεταγμένες. Η συνάρτηση λειτουργεί επίσης και για συντεταγμένες N σημείων.

2.3 Συνάρτηση μετασχηματισμού συστήματος συντεταγμένων

Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως ορίσματα τις τρισδιάστατες συντεταγμένες ενός σημείου c_p και τον πίνακα μετασχηματισμού T ο οποίος περιλαμβάνει την περιστροφή που χρειαζόμαστε για τον μετασχηματισμό του συστήματος συντεταγμένων. Η συνάρτηση υπολογίζει τις καινούργιες τρισδιάστατες συντεταγμένες ως προς το νέο σύστημα συντεταγμένων με τον τύπο: $d_p = T^{-1} \cdot c_p$

2.4 Συνάρτηση προοπτικής κάμερας

Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως ορίσματα τις τριδιάστατες συντεταγμένες των διανυσμάτων v_c, x_c, y_c, z_c όπου το v_c είναι η απόσταση των συντεταγμένων της κάμερας από την αρχή των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων του κόσμου WCS και τα υπόλοιπα x_c, y_c, z_c είναι τα μοναδιαία διανύσματα των συντεταγμένων της κάμερας ως προς το WCS . Ακόμα δέχεται την απόσταση w του πετάσματος από το κέντρο της κάμερας και τις συντεταγμένες του σημείου c_p που θέλουμε να παράγουμε την προοπτική προβολή του ως προς την κάμερα. Η συνάρτηση επιστρέφει την προοπτική προβολή των συντεταγμένων του c_p και το βάθος του. Μέσα στην συνάρτηση αφού έχουμε δημιουργήσει έναν πίνακα μετασχηματισμού προσθέτοντας την περιστροφή και το *offset* που χρειάζεται αλλάζουμε τις συντεταγμένες του σημείου p με την βοήθεια της συνάρτησης μετασχηματισμού συστήματος συντεταγμένων. Στην συνέχεια υπολογίζουμε την προοπτική προβολή μέσου του τύπου $\begin{bmatrix} x \cdot w \\ y \cdot w \\ z \end{bmatrix}$ και το βάθος ισούται με z , όπου τα x, y, z είναι οι μετασχηματισμένες συντεταγμένες του σημείου p . Η συνάρτηση λειτουργεί επίσης και για συντεταγμένες N σημείων.

2.5 Συνάρτηση προοπτικής κάμερας με στόχο

Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως ορίσματα τις συντεταγμένες c_{lookat} και c_{up} του σημείου όπου στοχεύει η κάμερα και του διανύσματος u του οποίου η προβολή στο επίπεδο της κάμερας είναι παράλληλη προς το y_c της κάμερας ως προς το WCS . Ακόμα δέχεται και τα w, p και c_v παρόμοια ορισμένα με την προηγούμενη συνάρτηση. Η συνάρτηση

εσωτερικά υπολογίζει μέσω των παρακάτω τύπων τα c_x, c_y, c_z έτσι ώστε να τα δώσει ως ορίσματα για να καλέσει την απλή συνάρτηση προοπτικής κάμερας.

- $c_z = (c_{lookat} - c_v) / |(c_{lookat} - c_v)|$
- $c_y = c_{up} - c_{up} \cdot c_z$
- $c_x = c_y \times c_z$

2.6 Συνάρτηση απεικόνισης

Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως ορίσματα τις συντεταγμένες και τις διαστάσεις του πετάσματος στο σύστημα μιας κάμερας $P, H \times W$ και τις διαστάσεις $M \times N$ της εικόνας σε *pixel* όπου θέλουμε να κάνουμε την απεικόνιση. Οι συντεταγμένες που επιστρέφονται από την συνάρτηση υπολογίζονται με τον παρακάτω τύπο, ο οποίος αρχικά μεταφέρει το κέντρο του πετάσματος κάτω δεξιά και έπειτα κλιμακώνει τις τιμές προς τις συντεταγμένες της εικόνας. Τέλος στρογγυλοποιούνται οι τιμές καθώς τα *pixel* πρέπει να βρίσκονται σε ακέραιες τιμές.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{round}((x_{before} + \frac{W}{2}) \cdot w_{analog}) \\ \text{round}((y_{before} + \frac{H}{2}) \cdot h_{analog}) \end{bmatrix}, \text{ με : } w_{analog} = \frac{N}{W}, h_{analog} = \frac{M}{H}.$$

2.7 Συνάρτηση φωτογράφισης

Η συνάρτηση αυτή εμφωλευμένα καλεί κάποιες από τις προηγούμενες συναρτήσεις για να υλοποιήσει την απεικόνιση ενός αντικειμένου. Αρχικά καλεί την συνάρτηση προοπτικής κάμερας με στόχο, έπειτα την συνάρτηση απεικόνισης και τέλος την συνάρτηση χρωματισμού αντικειμένου που υλοποιήθηκε στο προηγούμενο παραδωτέο. Στην συγκεκριμένη συνάρτηση καλείται και η υλοποίηση *paint_triangle_goutaud* την οποία παρόλο που την υλοποίησα στο προηγούμενο παραδωτέο χρησιμοποίησα την συνάρτηση του συμφοιτητή Κώσταντίνου Χατζή με AEM 9256 καθώς ο χρόνος εκτέλεσης του ήταν εμφανώς μικρότερος.

3 Ενδεικτικά αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα που περιγράφονται στο πρώτο κεφάλαιο φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.



Σχήμα 1: Εικόνα αρχικού αντικειμένου



Σχήμα 2: Εικόνα μετατοπισμένου αντικειμένου κατά $t1$



Σχήμα 3: Εικόνα περιστρεφμένου αντικειμένου κατά γωνία θ προς άξονα u



Σχήμα 4: Εικόνα του προηγούμενου αντικειμένου μετατοπισμένο κατά t_2