

ANÁLISIS NUMÉRICO
TERCERO DE GRADO EN MATEMÁTICAS, CURSO 2019/2020.
EXAMEN TEÓRICO
17 DE SEPTIEMBRE DE 2020.

1. Se considera el siguiente método numérico:

$$\begin{aligned}k_1 &= f\left(t_k + \frac{1}{3}h, y_k + h\left(\frac{5}{12}k_1 - \frac{1}{12}k_2\right)\right), \\k_2 &= f\left(t_k + h, y_k + h\left(\frac{3}{4}k_1 + \frac{1}{4}k_2\right)\right), \\y_{k+1} &= y_k + h\left(\frac{3}{4}k_1 + \frac{1}{4}k_2\right).\end{aligned}$$

- a) Escriba su tablero de Butcher y estudie el orden.
b) Se aplica el método con paso $h = 1$ al problema de Cauchy:

$$\begin{cases} y' = t^2 - y, \\ y(0) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Calcule la solución aproximada que se obtiene de $y(1)$.

2. Encuentre todos los métodos encajados RK1(2) explícitos y de dos etapas. Una vez hallados, elija uno concreto. Calcule la solución aproximada que se obtiene de $y(0.1)$ usando el método de primer orden del par con paso $h = 0.1$, siendo $y(t)$ la solución exacta del problema (1), y estime el error que se comete usando los dos métodos del par.
3. Considere el polinomio $\rho(\zeta) = \zeta^2 - 1$. Construya todos los métodos multipaso explícitos de orden al menos 2 que tienen a $\rho(\zeta)$ como primer polinomio característico. ¿Hay alguno de orden mayor que 2? Determine la región de estabilidad de los métodos encontrados.