

# Discovery阶段测试1

考试须知：1. 试题作答时间30分钟，请分配好时间。

2. 填空题只按答案给分，不定积分无需写出积分常数，解答题按过程和最终答案综合评分。

3. 考试类型特殊，不能使用计算器。今后的物理考试可以使用一切非联网的计算器。

一、求下列函数的导函数(25')

1.  $\frac{4+3x^2}{\sqrt{5-4x^2}}$

2.  $\sin(\ln(1+x) + x)$

3.  $\frac{\sqrt{1+x^2}}{\ln x}$

4.  $x \cdot \int_3^x xf(x)dx$

5.  $x^{x \ln x}$

二、求下列积分(25')

1.  $\int x \sin x dx$

2.  $\int \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

3.  $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$

4.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}} dx$

5.  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

三、解微分方程(50')

1. 解RLC振荡电路方程(25')

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

已知各参数满足

$$\frac{L}{r} = \frac{1}{rC} = \tau$$

初值条件为

$$q|_{t=0} = 0, \frac{dq}{dt}|_{t=0} = i_0$$

你可以使用缩写符号  $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$ ,  $\ddot{q} = \frac{d^2 q}{dt^2}$ .

2. 解简谐振动方程(25')

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

本题禁止猜解法，导出解不得分。

写出一种完整解法得满分，每多写出一种解法额外+10分。此题上限得45分。

初值条件为

$$x|_{t=0} = 0, \frac{dx}{dt}|_{t=0} = v_0$$

