

Discovery Entrance Quiz

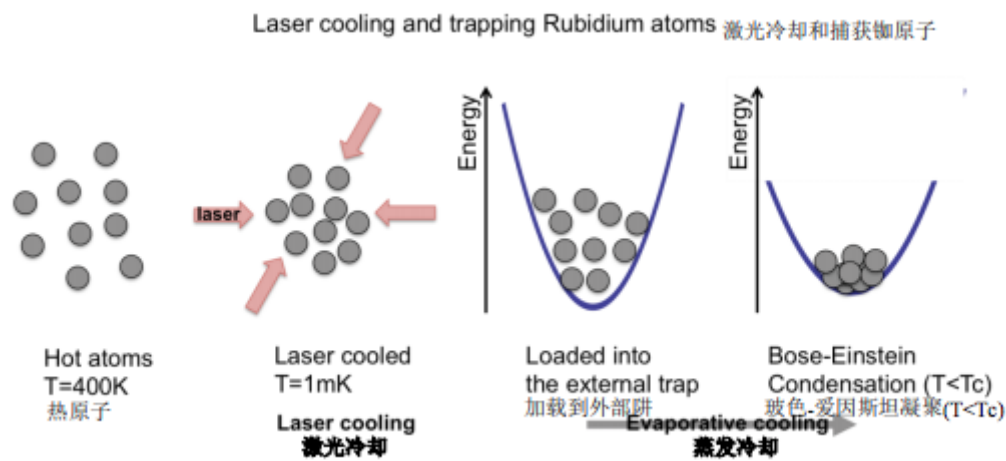
姓名： 学号： 电话：

1.原子磁光陷阱

A magneto-optical trap (MOT) is an apparatus that uses laser cooling with magneto-optical trapping in order to produce samples of cold, trapped, neutral atoms at temperatures as low as several microkelvins.

在实际的实验物理学当中，我们利用激光和磁场，将中性原子的温度冷却至 $10^{-3} K$ 量级（非常接近于绝对零度），再进一步采用扩阱、蒸发等办法，从而将温度进一步降低，最终达到 $10^{-9} K$ 量级，实现 Bose-Einstein凝聚。2001年诺贝尔物理学奖分别授予美国科学家埃里克·柯娜尔，德国科学家沃尔夫冈·凯特那以及美国科学家卡尔·威仪麦，以表彰他们对实现对碱性原子稀薄气体的Bose-Einstein凝聚态的观测方面的突出成就。这印证了Bose和Einstein二人在1924年提出的预测。近年来在捕获和冷却超冷原子（钠原子、铷原子、锂原子）的技术上，物理学家取得了突破性进展，为研究玻色爱因斯坦凝聚态原子提供了有利条件。

(figure 1)



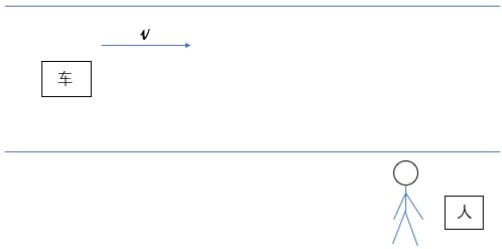
(1) 光致冷原（激光致冷原子）

(这里使用“致”而不是“制”，指激光是导致原子冷却的原因，而非凭空制造出了低温原子)

(i) 声波多普勒效应

我们首先考虑一辆飞驰而过的汽车，当汽车迎面而来的时候我们感觉呼啸的声音很“高”（音调高），当汽车背离而去的时候我们感觉呼啸的声音较“低”（音调低）。整个过程我们感觉到音调从高到低连续变化。

Figure 2

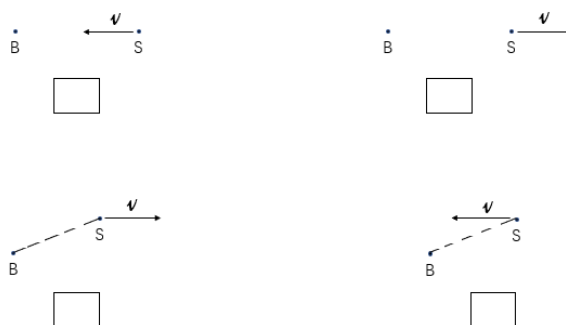


这个现象被称为多普勒效应。该效应从本质来源于波源与观测者之间的相对运动，导致观测者接收到的波长发生变化，频率发生变化。观测者接收到的频率越高（越低），相应感受到的音调越高（越低）。你可以合理猜测，频率改变量与相对速度（在连线方向分量）大小成正比。显然频率改变量是与速度垂直于连线分量无关的，因为生活经验告诉我们，一个物体绕我们做圆周运动时，发出声音频率并不发生改变。

结合上述知识，对下图所示情况中，观测者听到的频率进行**排序**。

Figure 3

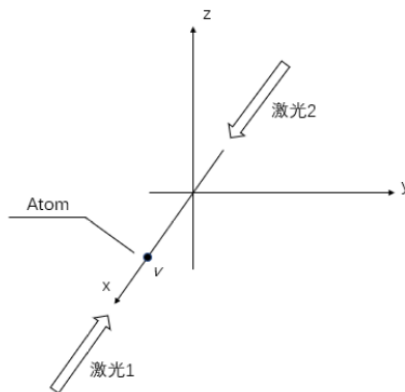
S为波源，B为观测者



(ii) 推广：光波多普勒效应

任何波动，存在波源与观测者之间的相对运动时，均需计算其多普勒效应。下面我们将 (i) 中得知的多普勒效应推广至光波。研究一个沿着 x 轴正方向以速度 v 运动的原子，空间中分别有两束沿着 $+x$ 和 $-x$ 方向传播的频率相同的激光（1, 2, 标号见图）。可以认为在 x 轴上有两个分别位于正无穷和负无穷位置的静止光源发出这两束激光。

Figure 4



原子感受到的激光（填编号，1或2，下同）频率较高，激光频率较低。

(iii) 光的波粒二象性与激光冷原

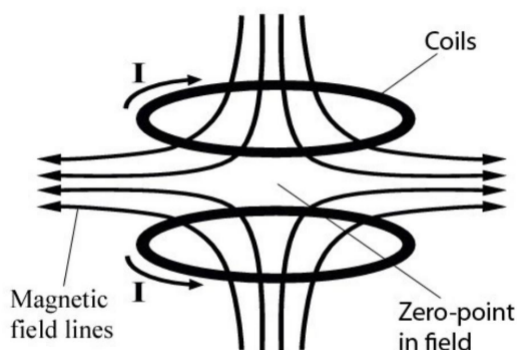
实物粒子都可以看做一列列“物质波”，这是德布罗意的观点。光波在发生与物质的相互作用时，体现出其粒子性，从而可以看作一个个实物粒子（光子），其能量大小正比于频率。当物质吸收光子时，将获得一个与其能量正比的力，该力方向与相对运动方向相同。

在这道题中我们粗略地认为，原子将吸收一切与之碰撞的光子并受力。试比较两束激光给原子的力的大小，给出原子所受合力的方向。原子将____（加速/减速）

(2) 磁光陷阱

给一个中性原子外加磁场，原子周围的电子轨道将发生变化，从而贡献反向“磁矩”，这种物质特性被称为抗磁性。“磁矩”在外磁场中将具有相互作用能，该作用能的大小与该处磁场成正比关系。从某种意义上可以理解为，原子在外磁场中具有势能，势能正比于该处磁场的大小。

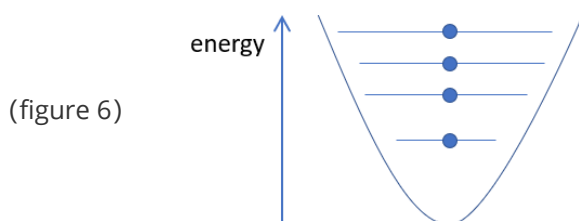
如图是一种简单磁阱及其磁场分布。已知磁场线密集的地方磁场强，请你类比重力势能的等势线（地理中的等高线）定性画出磁阱中的等势能线，标出谷底的位置。



类比山坡，定性解释为何磁阱可以限制原子的运动。

实际上，由于电磁辐射等阻尼，原子将在谷底处做有阻尼的振荡，振幅趋向于衰减至零，从而实现原子的束缚。

(3) 蒸发冷却



组成原子核的质子和中子属于玻色子。在一个量子系统中，玻色子将从低到高占领一切可以占领的量子态，但是同一个量子态不可能同时被两个玻色子占领。所以在磁阱中，中性原子将在不同能级上从低到高分布。在图中处在较低（高）位置的原子具有较低（高）的能量。具有较高能量的原子更加接近势阱的“碗口”，在随机涨落中趋向于离开势阱。我们人为加快这一过程，便可以降低阱内原子的平均能量。

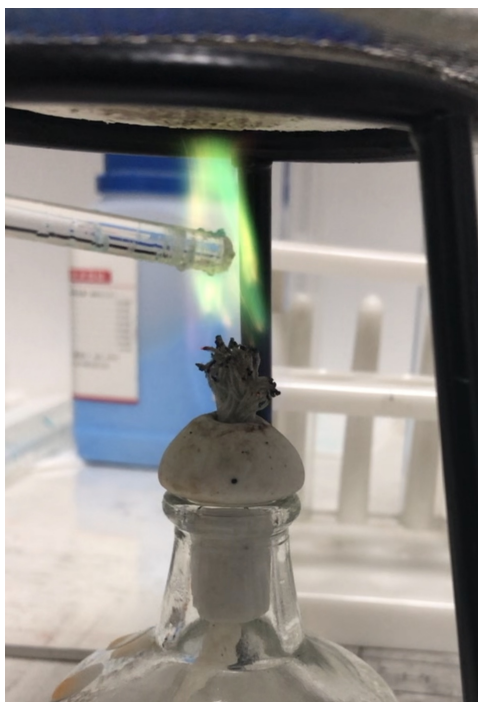
设每次降温时在 δt 的时间时间内蒸发1%的原子，并且每次蒸发导致平均能量降低0.1%，计算经300次($t = 300\delta t$)降温后原子的平均能量与原来能量的比值，以及剩余原子数与原来原子数的比值。（没带计算器的同学可以保留表达式）

由此可见，蒸发冷却的效率很低，最终留在阱内的原子数量很少。但是经过多次冷却，总可以达到Bose-Einstein凝聚态发生的温度。

2. 焰色反应与能带理论

化学上测试某种金属是否存在与某种化合物，常常利用焰色反应。例如钾燃烧为浅紫色火焰，锂燃烧为紫红色火焰，钠燃烧为黄色火焰。也可以利用焰色反应，在烟花中掺杂不同的金属从而做出不同颜色的烟花，增加节日气氛。

(figure 6.5)



(我自己拍的)

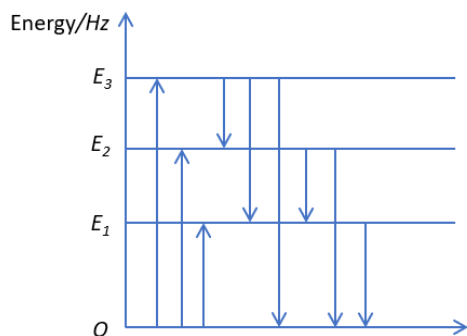
下面我们通过两个小问题来理解能带理论，并且利用能带理论粗略定性解释焰色反应的形成机理。

(1) 能带理论：玻璃为什么是透明的

根据上一个问题所介绍的，光在与物质发生相互作用时体现出其粒子性，相当于一个“光子”撞击实物粒子从而发生一系列相互作用。这个问题中我们考察生活中常见的透明玻璃。

(i) 外部太阳光为白光，含有各种波长各种频率的光波。这些不同的光波在与玻璃发生相互作用时等效为一簇频率各不相同的光子撞击玻璃分子，将能量传递给玻璃分子。为了简便起见，我们仍然认为光子将所有的能量都传递给原子（这里指传递给原子的核外电子）。

(figure7)



上图作为一种玻璃分子的能级图（我乱画的，不知道有没有）。图中横线代表原子可以拥有的状态，竖线（箭头）表示原子可能发生的吸收/出光子的过程。箭头的始端为初末端为末状态。容易得知，从低到高对应的是吸收光子的过程，原子能量变高。从高到低对应的是放出光子的过程，原子能量变低。对应的纵坐标表示的是从该状态变化到最低能量的状态，放出光子的频率。可以知道，由于光子的**能量正比于频率**，则纵坐标上的频率越高，原子能量越高。（因此能量的单位是赫兹（Hz））

据图回答，该分子可以吸收的光子频率有_种，波长有_种。

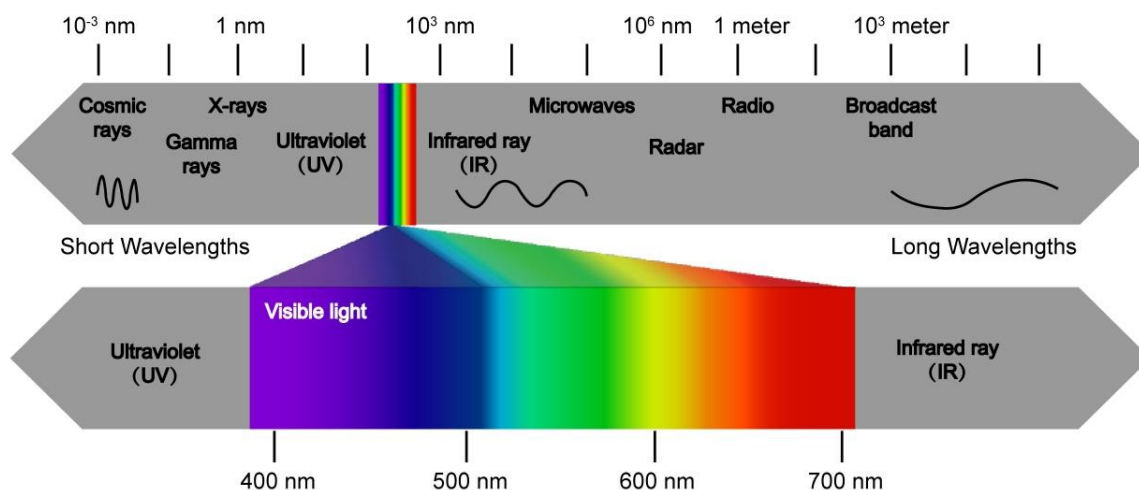
(ii) 吸收光子的过程被我们称为原子的“跃迁”。一个处于低能级的原子可以吸收一个光子从而跃迁到高能级，同样的，一个处于高能级的原子也可以放出一个光子从而跃迁到低能级，其中放出的光子能量等于跃迁前后原子的能级差值。

据图回答，该分子可以放出的光子频率有_种，波长有_种。

(iii) 频率与波长的换算关系为 $f = \frac{c}{\lambda}$ ，其中 f 为频率， c 为光速， λ 为波长。

计算放出的光子波长。

(figure 8)



根据上图的可见光谱，我们可以**指出**放出的光子对应的光波的颜色。（这里无需计算）

实际的玻璃分子具有较为连续分布的能谱，从而可以吸收太阳光中各种波长各种频率的光子，再放出同样波长同样频率的光子，于是可以实现“透过光波”，从而达到了“透明”的效果。

(iv) 根据前述知识，**给出**一种制造只透红光的“红玻璃”的办法。

这种玻璃，看起来就是红色的。

(2) 焰色反应的能带理论

对原子加热可以给原子传递能量，金属的原子同样可以被激发，再跃迁回基态发出光子，光子以波的形式传递到人眼，我们便“看见了”这束光。根据（1）问中描述的能带理论，请你**给出**焰色反应的定性解释。

(figure 9 钠黄光的双线)



3. 蛇形摆

(figure 10)



如上图。考虑一连串摆长不同的摆球，他们具有不同的周期。如果将他们连成一串并且同时静止释放，将会观察到准周期变化的波形，非常神奇且美丽。下面这个问题我们将考虑单摆相关的问题。

(1) 单摆的周期

在这个问题中，我们将采用量纲分析的方法给出单摆的周期的唯象关系。

(i) 量纲分析是自然科学中一种重要的遵循自然本质研究方法。在使用量纲法的时候，我们首先预测可以影响结果的物理量并写出其单位，通过猜测一个幂函数乘积的形式确定其指数，最终确定物理量之间的正比关系。

给出下列所有物理量的单位（提示： $N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$ ），并在下列物理量中**选出**你认为会影响单摆周期的物理量。

摆角 θ 摆长 l 摆锤质量 m 重力常数 g

(ii) 猜测周期为上述选出的物理量的幂函数乘积形式（例如，选出三个物理量 a, b, c ，则猜测 $T = a^\alpha b^\beta c^\gamma$ ）。请你利用等式两边单位相同（均为秒（s））的条件，**定出**每个物理量的幂次。

(iii) 最终周期将会是一个正比系数乘上后面一系列物理量的形式。已知该正比系数是 2π ，**写出**单摆周期公式。

(2) 由此可见，摆长不同时，对应单摆周期也会发生变化。制造一个“摆链”，由无穷多个摆长连续变化的摆等间距排列而成，用一个无穷大平板将所有摆同时推离竖直方向一个小角度并在 $t = 0$ 时刻撤走平板。请分别定性**画出**在 $t = t_0, 2t_0, 3t_0$ 时在摆链上方看到的摆链形状。

已知可以等效的将摆链的形状看作一列波，那么波速将随时间__（增大/减小）。

4.透镜成像

初中物理已经给出透镜成像公式。

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

其中 u 是物距， v 是像距， f 是透镜焦距。

(1) 填表。

(figure 11)

物距 u	像距 v	正倒	大小	虚实	物、像关系	应用
$u > 2f$					物像异侧	
$u = 2f$						测焦距
$f < u < 2f$						
$u = f$						手电筒
$u < f$						

(2) 在坐标纸上**作** $u - v$ 关系图。**标出**关键点坐标。

(3) 根据你作出的 $u - v$ 关系图回答下列问题。

(i) 如果更换坐标轴，即重新作 $v - u$ 关系图，图形**是否**发生改变？这对应了初中光学中__的性质（填四个字）。

(ii) 在图上**标出** $u \rightarrow \infty$ 的点 A ，**描述**其对应的 v ，**标出** $v \rightarrow \infty$ 的点 B ，**描述**其对应的 u 。

(iii) $u \rightarrow \infty$ 和 $u \rightarrow -\infty$ 有区别吗？如果有，有什么区别？如果没有，**简述**原因。**描述**二者的物理图像。

(iv) 从 $u \rightarrow \infty$ 开始匀速减小物距 u ，根据图像**描述**像距 v 变化速率的大小的变化趋势。

5.光致蒸汽发生器

众所周知，光是一种电磁波，在介质当中以介质光速传播。电磁波分为电场和磁场，传播规律满足麦克斯韦方程组。

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

上述为真空中电磁波满足的麦克斯韦方程组。如果空间中含有电荷则在第一式的右侧加一项电荷项；如果空间中含有传导电流，则第四式的右侧加一项电流项；如果是在介质中考察电磁波的传播，则磁导率和电容率将发生变化。容易导出，对于平面光波有

$$E = cB$$

其中 E 为电场振幅， B 为磁场振幅。

电磁波与物质相互作用时，电场和磁场分别与物质发生相互作用。由于两者振幅具有上述关系，而光速 c 在 $10^8 m/s$ 量级，故我们一般忽略磁场与物质的相互作用，而单独考察电场。

在一盆水里撒入直径为 nm 量级的银质小球，用一定频率（与银纳米颗粒的等离子共振频率相同或者相近）的光照射（激振），将发生等离子共振，放出电磁辐射及焦耳热能，进一步传递给水，便出现了蒸汽。这便是“光致蒸汽发生器”的基本原理。

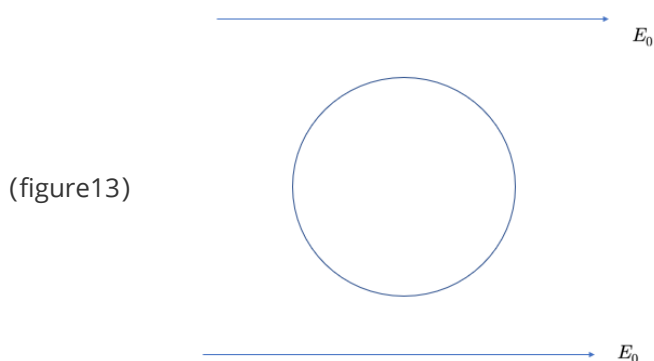
(1) 导体的静电屏蔽

在这个小问题当中我们来研究导体的静电屏蔽效应的简单图像。

(i) 已知正电荷均匀向四周发出电场线，负电荷接收电场线。定性画出下列电荷系统的电场线分布情况。

(figure 12)

(ii) 已知导体内部不能有电场线，导体外部电场线必须与导体表面垂直。如图，一块小空间内有平直的电场线（这是容易做到的，只需用两块电荷正负相反的平行带电平板即可），放入一个导体球。由于导体需要遵守前述的规则，上面将会出现电荷分布，标出该电荷分布，并定性画出球内外电场线。

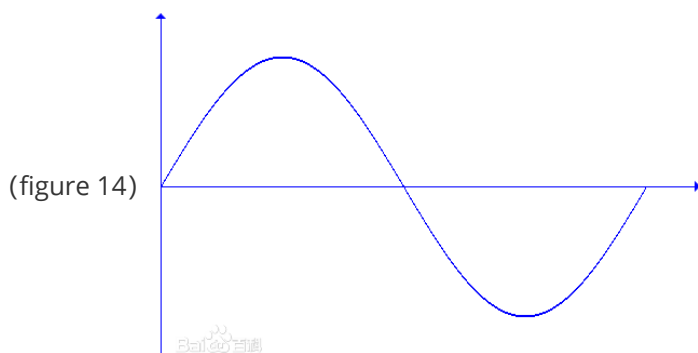


这种效应被称为“静电屏蔽”。一块导体处于外电场当中时，必定会通过表面的某种电荷分布将其内部的电场线“吐出”。形成这一过程并不是瞬时的，而是经过一个“弛豫时间”才可以达到静电屏蔽，该弛豫时间取决于介质电阻率与电容率的乘积。理论上可以通过电流的连续性方程以及高斯定理推导出其弛豫时间。

(2) 光致激光发生器

电磁波中的电场分量并不是维持一个恒定值，而是以时间的正弦函数形式变化，被称为“时谐电磁波”（时间的简谐函数电磁波）。当外电场快速变化时，纳米银粒子“来不及”达到静电屏蔽，上面的电荷分布便会随着外电场的震荡而发生变化。

(i) 在电场的变化函数上**标出**电场变化率最快的点 (A) 和最慢的点 (B)。（你可以只标一个）



(ii) 根据前述讨论，变化电场将导致电荷分布的变化，产生电流。请你给出电流热效应的公式。

宏观热效应具有微观对应。我们定义

$$J = \frac{I}{S}$$

即电流密度=电流/面积。

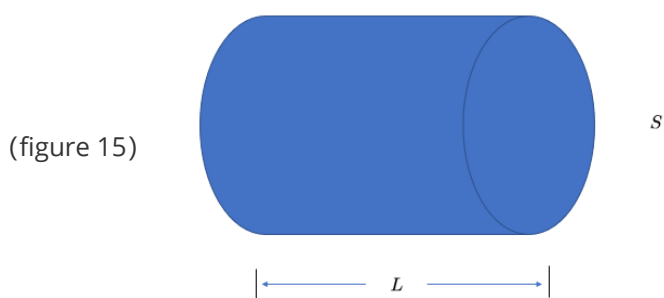
$$R = \rho \frac{l}{S}$$

电阻=电阻率*长度/面积

$$w = \frac{P}{V}$$

热功率密度=热功率/体积

对于一块长为 l ，面积为 S 的电阻，**导出**其热功率密度与电流密度的关系（可以使用上述已经给出的物理常数）。该关系普遍使用于各种电流分布情况。



(iii) 简单认为 $j = \alpha f E$ 。即变化电场导致的电流密度正比于电场变化的频率和电场大小，正比系数为 α 。再简单认为半径为 r 的银质纳米球形颗粒内部均匀发热。**求**其发热功率。

(iv) 认为该发热功率提供了水蒸发所需的能量。水温为 T_0 ，蒸发温度为 T_1 ，球形颗粒半径为 r ，水的比热容为 c ，水单位质量蒸发吸热 L ，**求**单位时间产生的蒸汽质量 λ 。

实际上，现代主流观点认为光致蒸汽发生器的能量来源于偶极振荡的电磁辐射及电流热效应二者的合成，可以等效一个 LCR 振荡电路，但整个蒸汽产生的具体细节还有待进一步研究。这里给出了一个初（高）中物理框架下可以给予研究的基础模型，其正确性有待讨论，但是作为一道试题未尝不可。

