

# 补充

照片上的过程不太清楚, 我又整理了一下, 可以看看这个. 11/21/2021

## 1 大一点的磁球

磁球型号	N35;
重力	$G = 0.6 \text{ N};$
直径	$D = 2.2 \text{ cm};$
线圈外绕厚度	$d = \frac{\bar{N}}{2} \times 1 \text{ mm} = 0.5 \text{ cm};$
表层电镀材料	Nickel, Argentum;
剩磁	$R = 1.22 \text{ T};$
密度	$\rho = 7.4 \text{ gcm}^{-3};$
体积	$V = \frac{4}{3}\pi D^3 = 44.6 \text{ cm}^3;$
相对磁导率(查表知)	$\mu_r = 1.09.$

想要知道材料的电感, 通过下式计算. 其中,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N}$ , 是真空磁导率.

$$\mu_r = \frac{2500L(D+d)}{(D-d)N^2} = 4.36\pi \times 10^{-7} \text{ N} \Rightarrow L = \frac{\mu_r}{2500} \frac{D-d}{D+d} N^2 = 23 \text{ H}.$$

从而知道产生的感应电动势

$$\xi_{\text{感}} = LI \Rightarrow I = \frac{\xi_{\text{感}}}{L} = \frac{U_{\text{峰}}}{L};$$

再根据总磁矩计算公式

$$M = \sum_i m_i = \int m_i dV = \int I_i \cdot dS,$$

由于 220V 交流电压图像是正弦函数, 所以要除以根号 2(这里稍微修正一下, 因为之前积分似乎漏了个 $\frac{1}{2}$ , 所以结果应该是原来的 0.5 倍)

$$M_{\text{total}} = I_{\text{net}} \int_0^R 2\pi r_i \cdot dr = \frac{U_{\text{max}}}{2\sqrt{2}L} \int_0^\pi r^2 \cos \theta d\theta = 1.4 \times 10^{-4} \text{ Am}^2.$$

## 2 小一点的磁球

磁球型号(就当它是了)	N35;
重力	$G = 0.1 \text{ N};$
直径	$D = 1.57 \text{ cm};$
线圈外绕厚度	$d = \frac{\bar{N}}{2} \times 1 \text{ mm} = 0.5 \text{ cm};$
表层电镀材料	Nickel, Argentum;
剩磁	$R = 1.17 \text{ T};$
密度	$\rho = 7.4 \text{ gcm}^{-3};$
体积	$V = \frac{4}{3}\pi D^3 = 16.2 \text{ cm}^3;$
相对磁导率	$\mu_r = 1.09;$

先代了数据算, 大不了以后再改;)

(1) 材料的电感,  $L = \frac{\mu_r}{2500} \frac{D-d}{D+d} N^2 = 5.1 \text{ H};$

(2) 磁矩,  $M_{total} = 0.33 \times 10^{-4} \text{ Am}^2.$

## 3 亥姆霍兹线圈

首先, 地磁场对实验的干扰绝不能被忽略不计.

地磁场的的数据, 暂时先用电流在 100mA, 轴向距离(两线圈距离)在 50mm 的吧, 0.383 那个. 原理就是(1)磁场在中点处的叠加, (2)比奥萨伐尔, (3)安培环路.

这玩意纯粹是读仪表示数, 所以运算上没啥好看的. 把之前那个公式扔过来:

$$B = \frac{(4/5)^{3/2} \mu_0 n I}{R}.$$

## 4 建模

第一种实验方案: 竖直下放小球, 直接测出它们之间力的大小, 除了需要消除天平底盘的影响, 其他误差很小(比较局限, 因为没有考虑(也难以实现)磁化强度方向夹角改变, 而这会导致更多的作用力)

李老师的想法: 整个装置可以做到用非磁性的材料制作, 下方的球固定住, 则

它们之间的引力 = 力传感器的示数 - 上方磁球的重力.

重力直接用传感器测出即可. 旋转下方固定的小球, 即可改变磁场的方向.

但是后期涉及到求解“磁球运动轨迹”、各种阻力、地磁场和重力场分力的干扰, 上面那个方法就会比较困难了. 我们暂时认为水平平面实验会更方便些.

实验初步阶段, 除了坐标 $x(t), y(t), \varphi(t)$ 有可能需要对时间求导函数 $\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{\varphi}(t)$ , 好像暂时没涉及别的微分项, 还没到代数大工程的时候.

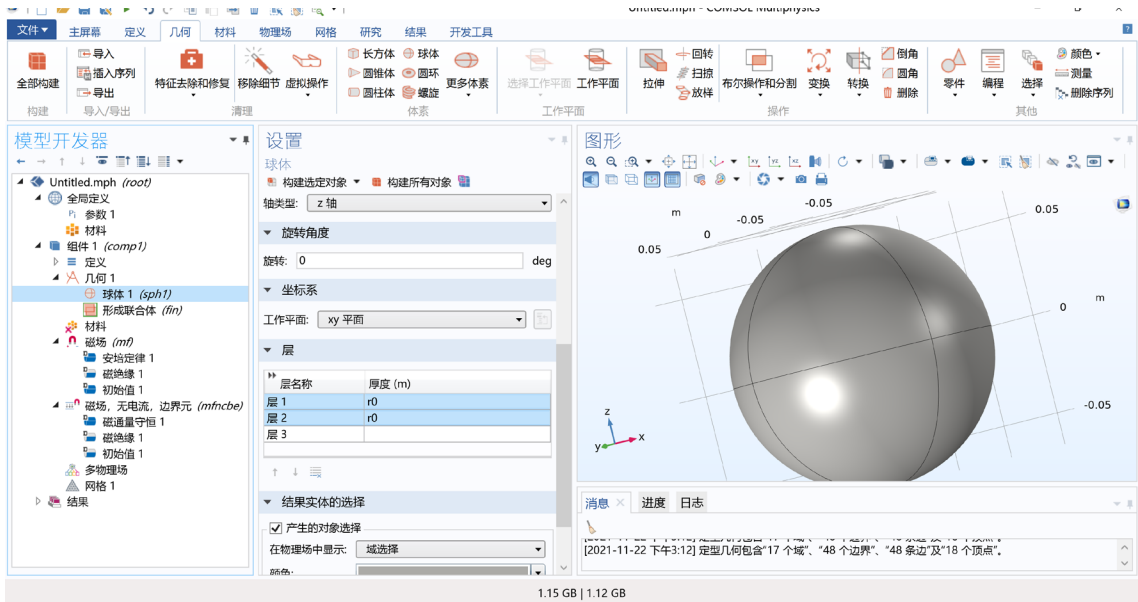
沿着竖直 $z$ 方向, 从一维建起好了. 上述方案的已得数据如下:

$F_1$	$x_1$	$\ln m^4$	$F_2$	$x_2$	$\ln m^4$
0	23.7	0.003154957	0	14.95	0.00049953
0.01	7	0.00002401	0.01	10.8	0.00013605
0.02	5.6	9.8345E-06	0.02	6.4	1.6777E-05
0.04	4.7	4.87968E-06	0.03	5.2	7.3116E-06
			0.05	4.35	3.5806E-06
			0.08	4.3	3.4188E-06
			0.11	3.65	1.7749E-06
			0.21	3.05	8.6537E-07
$F_3$	$x_3$	$\ln m^4$	$F$	$r$ (in cm)	$r^4$
0.01	9.45	7.97494E-05	0	23.7	0.00315496
0.01	7.3	2.83982E-05	0.01	7	0.00002401
0.02	6.4	1.67772E-05	0.02	5.6	9.8345E-06
0.03	5.7	1.0556E-05	0.04	4.7	4.8797E-06
0.04	5.5	9.15063E-06	0	14.95	0.00049953
0.06	4.9	5.7648E-06	0.01	10.8	0.00013605
0.11	4.5	4.10063E-06	0.02	6.4	1.6777E-05
0.12	3.9	2.31344E-06	0.03	5.2	7.3116E-06
			0.05	4.35	3.5806E-06
			0.08	4.3	3.4188E-06

这坨东西的含义:  $r$  是两个球的球心之间的距离, 单位是 cm.  $r^4$  是两个球的球心之间的距离的四次方, 单位是  $m^4$ .

考虑一下把数据手动输入到 COMSOL 的 parameter list 去...

随便先搭一个导磁球体, 如下图.



(不过到现在就只搭了个球.....;)

官网上的教程看了一些, 下面简单写一下引入已推导公式中的变量的操作:

受力即


$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_{12} + \vec{f}_t + \vec{f}_m + \vec{F}_{eddy} + \vec{F}_N$$

$$= -\nabla(-\vec{m}_2 \cdot \vec{B}) - \left( \mu mg + \frac{4}{3} \pi a^3 \sigma B^2 v \right) \hat{v} - \mu m(-3U - \dot{\phi}/10) \hat{v}_t - (3U + \dot{\phi}/10) \hat{v}_n.$$



(1) 引入 Force

接下来, 绘制磁铁上洛伦兹力的  $z$  分量。

一维绘图组 3

在主屏幕工具栏中单击  添加绘图组, 然后选择一维绘图组。

洛伦兹力,  $F_z$

- 1 右键单击一维绘图组 3 并选择全局。
- 2 在全局的设置窗口中, 单击  $y$  轴数据栏右上角的替换表达式。从菜单中选择组件 1 (comp1) > 定义 > 变量 >  $F_z$  -  $z$  方向的洛伦兹力 - N。
- 3 在一维绘图组 3 工具栏中单击  绘制。  
将得到的绘图与图 4 进行比较。
- 4 右键单击全局 1 并选择重命名。
- 5 在重命名“全局”对话框中, 在新标签文本框中键入“洛伦兹力,  $F_z$ ”。
- 6 单击确定。
- 7 在一维绘图组 3 工具栏中单击  绘制。

按照以下操作说明操作, 绘制磁铁的终极速度, 如图 5 所示。

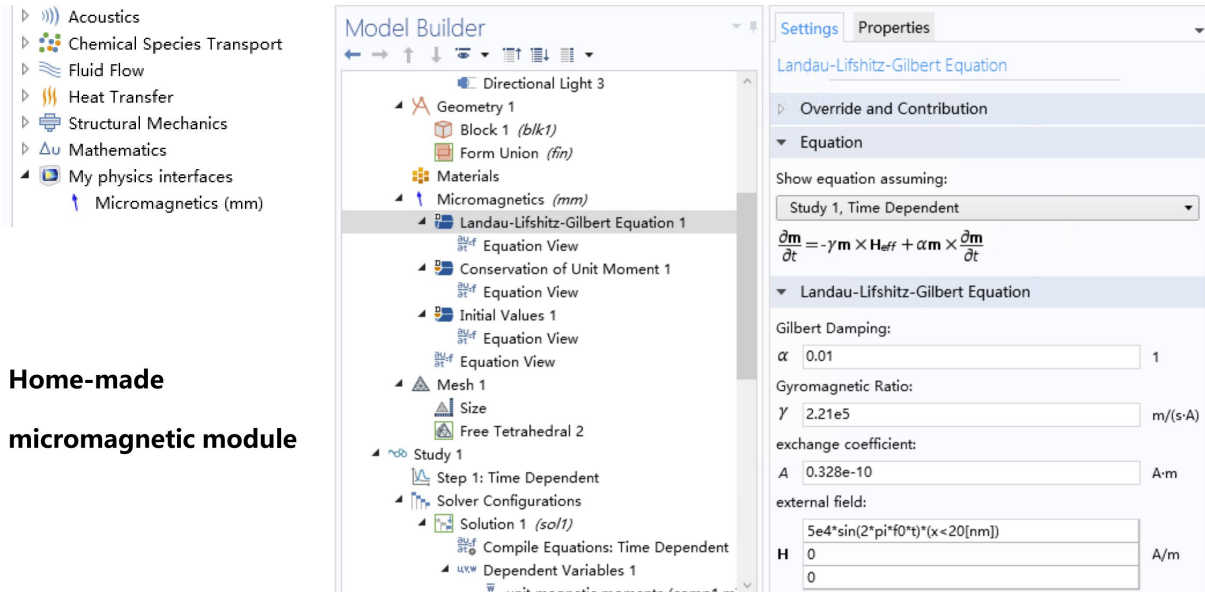
## (2) 引入 Magnetic Field

### COMSOL 软件功能实现说明

使用“**磁场**”接口来模拟**磁场**，包括铜管的速度（洛伦兹项）。通过铜管上的体积分计算洛伦兹力。另外，使用“无限元域”特征对铜管周围的自由空间区域建模，并使用“全局常微分和微分代数方程”接口实现下落磁铁的运动方程。通过两个研究步骤求解模型。首先，使用“稳态”研究步骤计算静止的永磁体内部及周围的矢量场。然后，使用这个稳态解作为初始条件，在“瞬态”研究步骤中确定下落磁铁的自由沉降速度和加速度。

案例库路径: ACDC\_Module/Motors\_and\_Actuators/falling\_magnet

## (3) 引入磁球的 Net Dipole Moment



Home-made

micromagnetic module

## (4) 引入矢量运算, 如 Gradient 算符“ $\nabla$ ”

### COMSOL Multiphysics 举例

假设  $\phi = x^2 + y^2$ , 则  $\nabla \phi = (2x, 2y, 0)$ 。

但是 MATLAB 不直接处理这类符号计算（它的符号工具箱可以）。COMSOL Multiphysics 粗略计算微分的数值近似解。所以标量场的梯度可以通过 COMSOL Multiphysics 的“基元”运算符得到。我们是如何轻易得到这一信息的呢？表 1 中给出了具体做法。应当注意到，由于实际上没有偏微分方程被求解，Neumann 边界条件等价于中性或无条件边界。否则的话，只有边界数据满足  $0 = \phi - x^2 - y^2$  时才是可能的解。