Universidad Central de Venezuela.

Facultad de Ciencias.

Escuela de Matemática.

Postgrado en Modelos Aleatorios.

Materia: Simulación.

Elaborado por: Alejandro Labarca.

C.I.: 19.763.974.

Entrega de ejercicios Nro. 4

Ejercicio 5, capítulo 6:

Considere un modelo de línea de espera con un servidor, en el cual los clientes llegan de acuerdo a un proceso de Poisson no homogéneo. Al llegar, entran al servicio si el servidor está ocupado o bien se forman en una fila. Sin embargo, suponga que cada cliente sólo puede permanecer formado una cantidad aleatoria de tiempo, con una distribución F, antes de salir del sistema. Sea G la distribución del servicio. Defina las variables y los eventos para analizar este modelo y dé los procedimientos de actualización. Suponga que estamos interesados en estimar el número promedio de clientes perdidos hasta el tiempo T; un cliente se considera perdido si se va antes de recibir servicio.

Solución:

Las variables que necesitamos son:

1. El momento de entrar de cada cliente, denotado por E(i), para el i-ésimo cliente.
2. La longitud del tiempo de tolerancia de cada cliente, denotada por R(i), para el i-ésimo cliente.
3. El momento de salir de cada cliente, denotado por L(i) para el i-ésimo cliente.

Algunas otras variables que podríamos necesitar:

1. Tiempo t.
2. Tiempo de servicio S.

Los eventos son:

1. Nuevo cliente se une a este sistema.
2. Cliente sale del sistema al superar el tiempo de tolerancia.
3. El servidor terminó el servicio para un cliente.

Los procesos de actualización son:

1. Cuando el nuevo cliente se une a este sistema, el número de clientes se incrementa en 1.
2. Cuando la longitud de la tolerancia más pequeña es menor que la longitud del servicio actual, algunos clientes salen del sistema y el número de clientes disminuye en 1.
3. Cuando la longitud de la tolerancia del siguiente cliente es mayor que la longitud actual del servicio, el servidor termina el servicio para el cliente actual y el número de clientes en el sistema disminuye por 1.

Psudo-algoritmo:

Paso 1: i=0, t=0, el valor de T.

Paso 2: De acuerdo a los procesos de renovación, generar un proceso de Poisson no homogéneo. Ahora tenemos el número total de clientes N que podrían ser posiblemente involucrados antes del tiempo T, y el tiempo de entrar de cada cliente E(i), i=1,…,N.

Paso 3: De acuerdo a la distribución F, generamos el tiempo de tolerancia de cada cliente, R(i), para i=1,…,N.

Paso 4: Inicializar el momento de salir de cada cliente en el caso de no ser atendido.

L(i)=min(E(i) + R(i),T); para i=1,…,N. Una vez que el cliente es atendido, L(i) se actualiza.

Paso 5: Registrar el conjunto de la hora de llegada E= $\mathrm{E}\ \mathrm{i}\ ,\ \text{para}\ \mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{N}$. El servicio a la hora de inicio como S^*=min E.

Paso 6: De acuerdo a G, generar el tiempo de servicio S. Este proceso comienza como S^*, la persona atendida le corresponde el tiempo S^* cuando entra y cuando finaliza le corresponde el tiempo S^*+s. Acá,

Si (S^* + S > T),

L(argminE)=T;

parar

Else,

L(argminE) = S^* + S

Ir al Paso 7

Paso 7: Actualizar la lista de espera. E = E \ minE y también a los clientes cuya tolerancia de tiempo es excedida, E = E \ $e : e \epsilon E\ y\ e = S^* + S$. Luego,

Si (E=T)

Stop; else ir al Paso 8

Paso 8: El conjunto de los próximos tiempos de espera del servicio viene dado por

$$S^* = max\ S^* + S, minE$$

Luego, ir al Paso6.

$\square$